

## Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Jean-Pierre Marquis

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039708ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039708ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce document

Marquis, J.-P. (2010). Albert Lautman, philosophe des mathématiques. *Philosophiques*, 37 (1), 3–7. <https://doi.org/10.7202/039708ar>

# Albert Lautman, philosophe des mathématiques

JEAN-PIERRE MARQUIS

Université de Montréal

Jean-Pierre.Marquis@umontreal.ca

Albert Lautman, l'homme, le héros de la résistance française, n'a aucunement besoin de présentation. Le philosophe des mathématiques, lui, n'a malheureusement pas reçu l'attention qu'il méritait. Certes, on l'a commenté ponctuellement ici et là, on a heureusement réédité son œuvre récemment, mais jamais n'a-t-on tenté de décrire avec soin la nature du projet philosophique qu'il a tout juste eu le temps d'esquisser durant la dizaine d'années environ avant sa mort tragique en 1944<sup>1</sup>. Il faut le dire, l'œuvre est rébarbative pour ceux qui ne sont pas prêts à se plonger dans les mathématiques avancées. Car Albert Lautman s'inspirait des développements mathématiques de son époque, suivait le développement des mathématiques en temps réel et inscrivait ces développements dans un cadre philosophique foncièrement original, novateur et, inutile de le cacher, franchement difficile à décoder. On voit en lui un platonicien, mais ce n'est pas le Platon simple et caricatural des Formes ou des Idées extra-mentales et transcendantes. Il explore la dialectique, mais on ne sait trop s'il faut à nouveau remonter à Platon ou si une forme plus contemporaine et originale de dialectique est à l'œuvre. Bref, les obstacles à une compréhension de son approche sont nombreux, difficiles et à la fois mathématiques et philosophiques. Toutefois, sa pensée fascine. Elle ouvre une porte, elle explore des sentiers inconnus, elle articule une synthèse inédite de son maître philosophique, Léon Brunschvicg, qui préconisait une approche résolument historique de la philosophie des mathématiques et de l'école de Hilbert qu'il connaissait bien et finement grâce à son grand ami Jacques Herbrand (et, dans une certaine mesure, de ses contemporains mathématiciens français, dont Élie Cartan, Maurice Fréchet, Claude Chevalley, Charles Ehresmann, les deux derniers comptant également parmi ses bons amis), tout en se positionnant par rapport aux alternatives de l'époque, entre autres celles de ses amis philosophes, cette fois, Jean Cavaillès et Gaston Bachelard, et plus largement, la phénoménologie de Husserl, le premier Heidegger et le Cercle de Vienne, dont il suivait les travaux. Il s'agit là d'un vaste panorama, varié et complexe. Il va sans dire que Lautman prend néanmoins ses distances à la fois de Brunschvicg et de Hilbert et que, si synthèse il y a, elle n'est pas un simple collage, mais plutôt de l'ordre de la synthèse organique, comme la synthèse des protéines, celle qui,

---

1. Emmanuel Barot a, pour la première fois en 2009, publié un livre qui se veut une introduction à l'œuvre philosophique de Lautman. Il en sera question dans la *Disputatio* que l'on trouvera à la fin de ce numéro.

à partir d'éléments donnés, génère une entité entièrement nouvelle et originale. La dernière difficulté tient au fait que Lautman a eu bien peu de temps pour développer ses idées et que les textes qu'il a laissés sont bien peu nombreux. J'ai toutefois le plaisir d'annoncer ici une primeur : en effet, grâce aux recherches minutieuses de Fernando Zalamea et à la gentillesse du fils d'Albert, un texte inédit de celui-ci — une œuvre de jeunesse pour ainsi dire — ouvre le présent ouvrage. On y constatera immédiatement l'unité des préoccupations de Lautman au cours de sa trop brève carrière. Ce texte est immédiatement suivi du commentaire de Fernando Zalamea mettant en perspective de manière remarquable et originale les principaux thèmes — en particulier le passage du local au global — qui apparaissent déjà dans ce rapport de 1935, et comment Lautman présentait, pour ainsi dire, l'idée de faisceau qui allait apparaître sur la scène mathématique à la fin des années quarante et au début des années cinquante<sup>2</sup>.

Les textes présentés ici sont le fruit d'un colloque organisé à l'Université de Montréal au printemps 2008 en l'honneur du 100<sup>e</sup> anniversaire de naissance d'Albert Lautman. Deux textes se sont ajoutés par la suite, ceux de David Corfield et de Brendan Larvor, deux philosophes des mathématiques anglo-saxons, témoignant ainsi que l'œuvre de Lautman dépasse les frontières de la francophonie. Nous voulions évidemment souligner l'œuvre de Lautman mais également l'interroger, l'interpeller, la mettre en perspective tant historique que conceptuelle, suivre ses traces dans les développements subséquents des mathématiques contemporaines, voir comment marier, si tant faire se peut, une démarche historique et des considérations logiques au sein d'une seule et même approche. Les participants à ce colloque ont tous accepté de relever le défi d'affronter la pensée de Lautman. Voyons brièvement comment chacun a bien voulu le faire.

Les quatre textes qui suivent la discussion du *Rapport* par Zalamea, ceux de Hourya Benis-Sinaceur, Pierre Cassou-Noguès, Brendan Larvor et David Corfield, abordent tous la question du platonisme de Lautman, une question délicate et difficile s'il en est une, chacun le prenant selon un angle qui lui est propre.

Hourya Benis-Sinaceur aborde de front ce qui constitue probablement le nœud gordien de l'approche lautmanienne, à savoir ce que peut bien être la dialectique selon Lautman et comment elle s'articule avec sa conception des Idées et de leur genèse en mathématiques. Cette exploration fine et subtile de l'œuvre de Lautman nous conduit à travers son platonisme, son utilisation des mathématiques de son époque ainsi que sa lecture d'Heidegger. Benis-Sinaceur propose ici une lecture originale et percutante des travaux du philosophe français qui tente de rendre justice et de mettre à jour la

---

2. Il faudrait peut-être également explorer dans quelle mesure les développements importants à l'époque en géométrie différentielle, principalement les travaux d'Élie Cartan et de son étudiant Charles Ehresmann, ont pu influencer la réflexion de Lautman sur ce sujet.

cohérence de la position de Lautman. Cassou-Noguès s'efforce de situer ce platonisme dans la tradition épistémologique française, principalement celle de Brunschvicg, mais également celles de Cavaillès et de Bachelard. Il montre avec une grande acuité les ressemblances et les différences, importantes il faut le souligner, qui séparent Lautman de Brunschvicg et de Cavaillès. Les Idées de Lautman, et par le fait même son platonisme, diffèrent de manière essentielle de leur conception chez son maître et son collègue et ami. Mais cette alternative lautmanienne ne va pas sans difficultés que Cassou-Noguès révèle à juste titre à la fin de sa contribution.

Brendan Larvor examine également le platonisme de Lautman, mais cette fois-ci, non pas en le comparant avec ses contemporains philosophes des mathématiques français, mais plutôt en retournant aux textes de Platon auxquels Lautman fait référence. Larvor tient pour acquis que le dernier texte de Lautman représente la pensée la plus achevée de l'auteur et examine minutieusement les liens faits explicitement par Lautman aux textes de Platon et au texte de Heidegger. Quoique les références à Platon, implicites et explicites, parcourent l'œuvre de Lautman, la référence à Heidegger, elle, est tardive et problématique. Si l'on comprend assez bien à quel Platon Lautman se réfère et de quels interprètes de Platon il s'inspire, on ne sait si l'on doit prendre la référence à Heidegger au sérieux et, si oui, dans quelle mesure elle est essentielle à la compréhension de l'approche lautmanienne. Larvor suggère une lecture de Lautman qui accorde une large part à l'utilisation que celui-ci ferait de Heidegger sur la question du rapport entre la dialectique et les mathématiques.

La contribution de David Corfield vient à son tour enrichir la discussion sur la question de la dialectique et des Idées chez Lautman. Corfield reprend la question du statut de la réalité des Idées, ou la réalité idéale, qui, bien qu'elle s'incarne dans les mathématiques, reste indépendante de ces dernières. Dans un premier temps, Corfield s'interroge sur cette indépendance en soulignant comment certaines idées, qui, à une époque donnée, semblent échapper aux mathématiques, se retrouvent peu après mathématisées complètement. Corfield considère ensuite la possibilité que les mathématiques soient moins homogènes qu'on puisse le croire. On touche ici à la question de l'unité des mathématiques. S'inspirant de commentaires de Timothy Gowers, le médaillé Fields, Corfield suggère que c'est peut-être dans les secteurs de la combinatoire ou de ce que Gowers appelle « les mathématiques des *problem-solvers* » que l'approche fondamentale de Lautman pourrait être la plus pertinente de nos jours. La question de l'unité des mathématiques nous renvoie directement aux textes de Benis-Sinaceur et de Cassou-Noguès, et il est clair que le dialogue entre ces quatre contributions ne peut que s'enrichir. Si Corfield suggère que certaines idées de Lautman se sont incarnées dans les mathématiques contemporaines, en particulier dans la théorie des catégories, un point de vue qu'il partage avec Fernando Zalamea, Emmanuel Barot, pour sa part, nous convie à mettre côte-à-côte,

non pas Lautman et Platon, mais plutôt Lautman et Hegel. Ce rapprochement en apparence improbable ouvre cependant des pistes intéressantes et fructueuses. Toutefois, la problématique rejoint celle de Corfield. En effet, si Barot entend mettre en relief les différences et les ressemblances entre les conceptions lautmanienne et hegelienne de la dialectique, son objectif principal est surtout d'examiner les tentatives de formalisation de ces dialectiques et d'en faire ressortir leurs faiblesses. Alors que Corfield maintient que certaines théories mathématiques contemporaines absorbent complètement le point de vue de Lautman, Barot affirme que ces formalisations sont toujours trop courtes. Le débat est lancé.

Yvon Gauthier adopte un point de vue résolument critique à l'égard de Lautman. Il reprend dans une certaine mesure l'idée de Corfield selon laquelle certaines des notions de Lautman se retrouvent aujourd'hui au sein des mathématiques, mais l'enrichit en y ajoutant la logique et le domaine des fondements des mathématiques. Bien que conscient de certains développements de la logique par le biais de son ami Herbrand, Lautman n'aurait toutefois pas pris cette approche suffisamment au sérieux et aurait, par conséquent, été influencé davantage par Brunschvicg que par Herbrand. Gauthier nous présente plusieurs résultats récents des mathématiques et de la logique dont la présentation en termes lautmaniens serait inadéquate. Il évacue également tout rapprochement entre Lautman et Hegel et ne considère pas que le discours philosophique de Lautman permette de mieux comprendre l'objectivité ou l'unité de la connaissance mathématique.

André Lebel nous offre en quelque sorte une synthèse, brève et précise, des problématiques précédentes. Il propose, dans un essai qui s'ouvre sur des interrogations, trois voies à explorer afin de clarifier le rapport entre la dialectique et les mathématiques. Il y a d'abord la voie heideggerienne, et ici il faut certainement se reporter aux textes de Benis-Sinaceur et de Larvor, la voie mathématique, qui nous renvoie cette fois-ci à Corfield et Barot, et, finalement, la voie « problématique » qui est philosophico-mathématique ou mathématico-philosophique puisqu'ici nous avons affaire aux deux côtés d'une seule et même pièce. Dans ce dernier cas, Lebel nous interpelle directement et questionne directement la possibilité, esquissée par Lautman, d'élaborer une théorie des idées. Dans une certaine mesure, le texte de Lebel problématise succinctement et précisément les enjeux soulevés par les textes précédents.

Dans le dernier texte, Mathieu Bélanger reprend la question de l'unité des mathématiques en comparant certaines thèses de Lautman avec celle d'un des mathématiciens les plus importants de la deuxième moitié du 20<sup>e</sup> siècle, soit Alexandre Grothendieck. Bélanger explore avec soin et précaution les différentes conceptions de l'unité des mathématiques que l'on retrouve chez Lautman. On retrouve ici mis à jour explicitement les ambiguïtés, les flottements et les hésitations typiques de l'œuvre de Lautman. Grothendieck reprend, sans y faire référence, une opposition

chère à Lautman, celle du discret et du continu. Si l'unité des mathématiques est d'abord et avant tout métaphysique chez Lautman, une affirmation qui reste au demeurant difficile à clarifier pleinement, chez Grothendieck, l'unité du discret et du continu passe par le concept de topos. Bélanger présente comment cette unité est atteinte et quels en sont les avantages. Mais nous faisons de nouveau face aux problèmes soulevés précédemment : les développements mathématiques qui ont suivi les travaux de Lautman effacent-ils pour autant les problématiques qui l'ont intéressé ?

Nous terminons par une *disputatio* autour du récent ouvrage d'Emmanuel Barot sur Lautman. Après une brève présentation du livre par l'auteur, Pierre Cassou-Noguès, David Corfield et André Lebel offrent quelques pistes de réflexions critiques auxquelles Emmanuel a bien accepté de répondre.

Nous espérons que ce numéro permettra aux lecteurs d'apprécier l'œuvre de Lautman avec un regard neuf et productif.

# Rapport sur les travaux philosophiques entrepris par M. Lautman

Albert Lautman

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039709ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039709ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Lautman, A. (2010). Rapport sur les travaux philosophiques entrepris par M. Lautman. *Philosophiques*, 37 (1), 9–15. <https://doi.org/10.7202/039709ar>

Résumé de l'article

Lautman synthétise dans ce rapport (1935) quelques idées centrales qui seront par la suite développées dans ses *Thèses* (1935-37). Il s'agit d'un manuscrit inédit, qui semble être le premier texte scientifique du jeune philosophe. Lautman étudie le local et le global suivant Galois, Riemann, Hilbert et Cartan, et propose une hypothèse sur les rapports structurels généraux du local et du global, qui préfigure l'essor de la théorie des faisceaux, laquelle apparaîtra une dizaine d'années après.

# Rapport sur les travaux philosophiques entrepris par M. Lautman<sup>1</sup>

ALBERT LAUTMAN

**RÉSUMÉ.** — Lautman synthétise dans ce rapport (1935) quelques idées centrales qui seront par la suite développées dans ses *Thèses* (1935-37). Il s'agit d'un manuscrit inédit, qui semble être le premier texte scientifique du jeune philosophe. Lautman étudie le local et le global suivant Galois, Riemann, Hilbert et Cartan, et propose une hypothèse sur les rapports structurels généraux du local et du global, qui préfigure l'essor de la théorie des faisceaux, laquelle apparaîtra une dizaine d'années après.

**ABSTRACT.** — Lautman synthesizes (1935) some of the main ideas that will be developed in his *Thesis* (1935-37). It is an unpublished manuscript, which may be the first scientific text of the young philosopher. Lautman studies the local/global dialectics, following Galois, Riemann, Hilbert and Cartan, and proposes an hypothesis on general structural relations between local and global, very close to the sheaf theory paradigm which will emerge ten years later.

Le problème capital de la philosophie des sciences est sans aucun doute celui des rapports de la théorie mathématique et de l'expérience physique. Nous voudrions pouvoir un jour montrer comment les conceptions relatives à l'univers physique ne sont qu'une représentation concrète de notions définissables uniquement au sein d'une théorie mathématique. Il en est certainement ainsi pour les notions d'état d'un système, d'énergie, de solutions discontinues, de spectre continu, de périodicité, etc., qui sont à la base de la physique contemporaine. Cette attitude philosophique exclut la thèse inverse qui prétend introduire dans l'interprétation des mathématiques des notions communes empruntées à la physique macroscopique ou même à l'expérience psychologique, comme par exemple celle de Becker qui s'efforce, dans son ouvrage *Mathematische Existenz*, de fonder phénoménologiquement

---

1. Il s'agit d'un manuscrit typographié de douze pages, daté mars 1935. Nous ne connaissons pas le destin du *Rapport*, mais il peut avoir été écrit soit pour Célestin Bouglé, directeur de l'École normale supérieure (possiblement pour soutenir la candidature de Lautman comme répétiteur de philosophie mathématique à l'ENS en 1935), soit pour la Caisse nationale des sciences, dont Lautman était boursier en 1935. L'existence du *Rapport* a été découverte par Fernando Zalamea aux Archives de l'ENS, et c'est Jacques Lautman qui a ensuite suivi et retrouvé physiquement le manuscrit aux Archives nationales, Fonds ENS, Bouglé, Code 61AJ, Carton 96. Des photos du *Rapport* prises par Jacques Lautman ont permis sa transcription (due ici à Zalamea). Nous remercions vivement Jacques Lautman de nous permettre la publication de cet important *Rapport*. Pour une étude plus détaillée du *Rapport*, voir l'article de Zalamea dans ce numéro.

la construction du transfini cantorien en s'appuyant sur les itérations de la conscience réfléchissant sur elle-même.

Nous nous proposons, dans ce rapport, de présenter quelques considérations sur la notion d'existence en mathématiques en essayant de situer le problème sur un terrain légèrement différent de celui de la discussion traditionnelle entre formalistes et intuitionnistes. Il nous semble que c'est encore considérer l'existence au sens de l'expérience courante que de la définir comme une construction effective d'où serait éliminé l'infini. Tout le monde sait la différence entre 100 thalers réels et 100 thalers conçus, mais le critère de l'existence mathématique est ailleurs. Nous essaierons, en nous inspirant de la pensée constante de M. Brunschvicg, de la caractériser par la connexion rationnelle du tout et de ses parties, et nous nous attacherons à montrer la structure interne des édifices mathématiques plutôt qu'à décerner à certaines catégories comme les nombres un injustifiable primat. Nous retrouverons ainsi à propos du problème particulier des rapports du tout et de ses parties la conception hilbertienne de la non-contradiction et tenons en passant à indiquer combien la logique mathématique est féconde en conséquences philosophiques aux mains d'Hilbert, et combien elle paraît jusqu'à présent ingrate aux mains de ceux qui n'y ont vu qu'une grammaire.

Le point de vue le plus général duquel on puisse considérer l'existence mathématique est celui de ce que les mathématiciens appellent les théorèmes d'existence. Un théorème d'existence fait dépendre l'existence et éventuellement le nombre de solutions d'un problème déterminé de la présence, dans les hypothèses de conditions nécessaires et suffisantes. Très souvent, les conditions nécessaires et suffisantes sont obtenues par la considération d'un système plus simple, adjoint au système à étudier. La discussion de ce système adjoint montre en effet que le problème posé n'est possible que dans certains cas déterminés. Ces systèmes adjoints s'appellent tantôt discriminant, tantôt déterminant, tantôt équation résolvante, tantôt équation caractéristique, équation aux limites, etc. Il est facile de donner des exemples : une équation de second degré n'a deux racines réelles et distinctes que si le discriminant est positif, un système d'équations linéaires homogènes sans second membre n'est résolu que si le déterminant est nul [*sic*], etc. Lorsque dans les données du problème interviennent des coefficients, des paramètres ou des fonctions arbitraires, l'existence de la solution est parfois liée à certaines conditions que doivent remplir ces paramètres ou ces fonctions : pour qu'une équation différentielle linéaire à coefficients analytiques ait des solutions, il faut que l'origine soit un pôle d'ordre déterminé ou un point ordinaire pour les coefficients de l'équation.

Il nous a paru intéressant de serrer de plus près la relation qui unit l'existence de la solution à la réalisation des conditions nécessaires et suffisantes, pour voir dans les raisons de cette liaison logique une des racines de la vérité mathématique. Nous ne prétendons pas que l'essai d'explication que nous allons proposer puisse s'appliquer à toutes les mathématiques,

nous y voyons seulement un des principes fondamentaux que la critique philosophique peut dégager de l'étude des théories mathématiques.

Dans toutes les questions que nous allons examiner, il va s'agir de l'étude globale ou intégrale d'un domaine à partir d'éléments locaux ou différentiels. Nous entendons par là soit le problème géométrique de la reconstruction globale d'un espace à partir d'éléments différentiels de l'espace, soit la détermination du domaine d'existence d'une fonction analytique, qui peut être également intégrale d'équation différentielle, à partir de valeurs locales de cette fonction, soit l'étude d'une multiplicité algébrique comme un groupe ou un corps à partir de transformations infinitésimales du groupe ou d'éléments spéciaux du corps. La thèse que nous allons soutenir est la suivante: il est impossible de reconstituer globalement un tout à partir d'éléments locaux si, dans les données locales, on ne tient pas compte des exigences de structure du tout, et la détermination des conditions nécessaires et suffisantes pour la résolution d'un problème n'est le plus souvent que l'introduction, dans les données locales, des garanties qui doivent assurer à la solution une existence globale. L'existence mathématique réside bien ainsi dans la non-contradiction au sens d'Hilbert, et nous croyons simplement que les conditions purement formelles de compatibilité appellent la représentation « matérielle » que nous en proposons.

Nous voulons donc montrer que la construction d'un tout par un cheminement progressif d'éléments locaux à éléments locaux n'est possible que si des considérations globales sont déjà impliquées dans les éléments locaux. Lorsqu'on détermine un ensemble par l'indication d'une propriété qui caractérise les éléments de l'ensemble ou, ce qui revient au même, par l'énumération des individus qui composent l'ensemble, il est contradictoire de définir les éléments par la considération de la totalité à laquelle ils appartiennent. Ceci est formellement interdit par Poincaré, et par Russell dans sa théorie des types. Mais Russell et Whitehead avaient admis, poussés par des exigences mathématiques, la possibilité de définir une propriété d'un être par la totalité des êtres qui jouissent de cette propriété. Cet axiome de réductibilité n'a jamais été démontré, bien qu'il paraisse à Russell extrêmement probable. On lui reproche pourtant de réintroduire les définitions non prédicatives. Nous allons essayer de montrer qu'il est impossible de ne pas définir la partie par le tout auquel elle appartient et que ce processus est parfaitement légitime, à condition d'employer d'autres procédés de définition du tout que l'énumération des parties. On sait depuis longtemps que le calcul de variations, qui n'est que la partie la plus ancienne du calcul fonctionnel, amène à la détermination d'une fonction extrême par la considération de la totalité des fonctions de la classe à laquelle appartient l'extrême cherchée. M. Hadamard n'a pas craint, au Congrès de mathématiques de Bologne, de prononcer le mot de finalisme pour caractériser le calcul fonctionnel. En donnant ainsi à finalisme le sens de point de vue global, nous croyons que les dangers du finalisme mathématique proviennent de la

définition énumérative, récurrente ou inductive des éléments d'une classe, mais que s'il existe des procédés de définitions globales, axiomatiques, topologiques ou autres, indépendantes de la nature des éléments particuliers, l'introduction de considérations globales dans la détermination des éléments locaux est particulièrement légitime. Pour reprendre les idées de Hermann Weyl nous opposerons à la conception classique de l'arithmétique, où les nombres sont engendrés les uns à partir des autres, par récurrence, la conception algébrique globale de l'anneau des nombres entiers ou du corps des nombres rationnels.

Nous allons exposer d'abord, en nous inspirant le plus possible des travaux de M. Cartan, comment la considération simultanée du point de vue local et du point de vue global s'est imposée à la géométrie. Le XIX<sup>e</sup> siècle avait vu formuler deux programmes opposés pour la généralisation de la géométrie. L'un est celui de Klein, l'autre de Riemann. Klein se place au point de vue global des espaces homogènes auxquels sont attachés les invariants d'un groupe de transformations, Riemann caractérise les espaces par les propriétés locales impliquées dans un élément différentiel. M. Cartan a insisté sur la manière dont les théories de la Relativité avaient accentué la divergence entre les deux points de vue : la Relativité restreinte développe une théorie kleinéenne de l'espace-temps où les invariants sont ceux du groupe de transformations de Lorentz, la Relativité généralisée définit un [*sic*] chaque point les composantes de la courbure de l'espace en ce point. Il s'est trouvé que la conception riemanienne était plus riche que la conception kleinéenne, puisqu'elle permettait l'étude d'espaces non homogènes, mais les géomètres modernes ont dû compléter le point de vue de Riemann en adjoignant aux problèmes posés des considérations globales. Le problème suivant va en montrer les raisons. Étant donné un élément linéaire, à quelles conditions doit-il satisfaire pour qu'il existe dans un voisinage infiniment petit d'un point donné, un système de coordonnées conférant à l'espace dans le voisinage étudié le  $ds^2$  donné ? Ces conditions sont fournies par les équations de structure de M. Cartan qui donnent ainsi la structure d'une infinité de morceaux d'espace infiniment petits, mais ne donnent aucun moyen d'opérer le raccordement de ces voisinages les uns aux autres. Ce que l'on a donc obtenu est moins un espace qu'une collection amorphe de morceaux d'espace. Il n'existe aucun moyen de passer des coordonnées d'un point dans un système de références aux coordonnées de ce point dans un système de références éloigné du premier. En développant un cycle de cet espace sur un espace euclidien, on ne revient pas au point de départ, l'espace n'est pas fermé. On voit donc par cette absence de fermeture que pour pouvoir établir en chaque point de cet espace un repérage qui puisse être déduit par prolongement du repérage en un autre point, il faut caractériser l'espace tout entier par des propriétés topologiques globales comme la possibilité d'une correspondance biunivoque et bicontinue avec un espace euclidien, ou comme la possibilité de faire passer par deux points donnés d'une surface plongée dans

cet espace, une seule géodésique. C'est en ce sens que M. Cartan peut écrire que la résolution des équations différentielles de la théorie unitaire du champ d'Einstein ne sera possible qu'en introduisant des hypothèses relatives à la cosmogonie de l'Univers pris comme un tout. Cette nécessité de considérer à la fois le point de vue local et le point de vue global se traduit dans les recherches récentes de ce que l'on appelle la Géométrie différentielle en grand. Ces recherches portent sur les deux problèmes réciproques suivants : 1) Étant donné une surface topologique, quelles sont les métriques que l'on peut introduire localement sur cette surface ? 2) Étant donné un petit morceau d'espace, quelles conséquences peut-on en conclure, relatives aux surfaces dans lequel *[sic]* il est plongeable (problème du prolongement) ? Voici un résultat tout à fait caractéristique : étant donné un nombre  $K$ , il n'existe qu'une surface d'un seul tenant qui admette la courbure locale  $K$ . Cette surface est une sphère, un plan euclidien ou un plan hyperbolique selon qu'on a  $K$  positif, négatif ou nul *[sic]*. Si nous considérons alors l'énoncé particulier suivant : la condition nécessaire et suffisante pour qu'un élément de surface de courbure donnée  $K$  soit prolongeable en un plan, il faut que l'on ait  $K = 0$ , nous voyons bien que les conditions nécessaires et suffisantes traduisent les exigences de compatibilité du tout et de la partie.

Les rapports étroits qui existent entre l'analyse et la géométrie permettent de comprendre que l'on doit retrouver dans la théorie des fonctions les mêmes problèmes de dépendance entre point de vue local et point de vue global. On sait que si une fonction analytique est représentée par une série de Taylor au voisinage d'un point ordinaire, cette série est convergente à l'intérieur d'un cercle ayant pour centre le point en question, et il est possible, par le prolongement analytique de Weierstrass, de déterminer tout le domaine où la fonction est holomorphe. La fonction est donc caractérisée à l'exception de ses singularités (ce qui est capital) par les coefficients de son développement en série de Taylor dans le voisinage d'un point ordinaire quelconque de son domaine d'existence. Les mathématiciens ont alors démontré un grand nombre de théorèmes qui permettent de déterminer en quelque sorte « à l'avance » les cas où le prolongement est possible.

Ces théorèmes répondent aux questions suivantes : étant donné une série de Taylor qui représente une fonction dans un certain domaine, quelles conditions doivent remplir les coefficients de cette série pour que la fonction soit prolongeable dans un domaine donné, qui comprend le premier domaine élémentaire considéré ? Quelles sont les relations entre les coefficients qui permettent de déterminer les directions de répartition des singularités à partir desquelles la fonction n'est plus prolongeable ? Cette détermination des possibilités de prolongement par la seule considération des coefficients et des conditions auxquelles ils doivent satisfaire nous montre comment les propriétés des fonctions analytiques sont comme inscrites dans un élément quelconque de son domaine d'existence. La solidarité du tout et de ses parties qui s'exprime par les propriétés des coefficients est comme exigée par la

notion d'analyticité d'une fonction. Il y a là quelque chose qui est spécifique des fonctions de variable complexe, et il nous semble que l'existence mathématique résulte de ce qu'il existe ainsi dans chacune des parties des mathématiques des modes irréductibles les uns aux autres de solidarité de structure du tout et de ses parties. Nous venons de voir cette solidarité naître des propriétés topologiques d'une surface, de l'analyticité d'une fonction, nous allons maintenant donner deux exemples algébriques où nous la verrons naître d'abord de la définition axiomatique d'un corps puis de la fonction d'un ordre progressif à un ordre régressif.

Étant donné un sur-corps obtenu par un nombre fini d'extensions à partir d'un corps primitif, on appelle base du sur-corps tout ensemble fini d'éléments tels que tous les autres puissent être obtenus par des combinaisons linéaires [*sic*] des éléments de la base. Le problème de la recherche d'une base est donc celui du nombre maximum d'éléments linéairement indépendants du corps. Or une propriété de maximum est, comme nous l'avons vu plus haut à propos du calcul des variations, une propriété globale, et cette propriété globale se traduit, comme dans tous les problèmes où interviennent des équations linéaires, par le fait que le déterminant d'un certain système d'équations linéaires est différent de zéro. Les nombres de la base sous-tendent ainsi le corps et forment comme la charpente de tout l'édifice. Leur définition n'est possible que par référence au corps tout entier dont ils font partie, et cela est légitime parce qu'un corps est défini non par ses éléments, mais par les opérations qu'il est possible d'effectuer sur ses éléments.

Notre dernier exemple est emprunté à la théorie de Galois. Étant donné un corps initial  $K$  et un polynôme de degré  $n$  sur  $K$  soient  $L_1, L_2, L_n$  les sur-corps obtenus par adjonction successive au corps  $K$  d'une racine de polynôme, le sur-corps  $L_n$  contenant toutes les racines du polynôme n'est plus susceptible d'extension, il est dit complet par rapport à ce polynôme. On fait alors correspondre à chacun des corps  $K, L_1, L_2, \dots, L_n$  le groupe des permutations des racines inconnues. Au corps  $K$  correspond le groupe d'ordre  $n$ ; au fur et à mesure que l'on monte d'un corps à une extension de ce corps l'incertitude relative aux racines disparaît, et le groupe correspondant est chaque fois d'ordre inférieur. Au corps complet  $L_n$  correspond le groupe qui ne contient qu'un élément de la transformation identique. Puisqu'à chaque montée dans l'échelle des corps correspond une descente dans celle des groupes, chaque extension progressive rapproche du but, et l'on sait à chaque fois le nombre de celles qu'il reste à effectuer. Les démarches progressives prennent donc leur sens de ce qu'elles tendent vers un but connu à l'avance. La juxtaposition d'un ordre ascendant et d'un ordre descendant a été l'instrument de ce merveilleux accord logique. Il y a bien apparence de finalisme, mais intégralement explicable en liaisons rationnelles.

Nous nous proposons d'appliquer également aux théories physiques les considérations qui précèdent relativement à la structure d'un tout et

de ses parties. La notion de système physique est en effet une notion globale que l'on définit grâce aux intégrales premières et aux invariants intégraux d'un système d'équations différentielles. Ce sont ces recherches que nous voudrions poursuivre pour les explorer plus tard dans notre thèse.

## Mixtes et passages du local au global chez Lautman : préfigurations de la théorie des faisceaux

Fernando Zalamea

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039710ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039710ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Zalamea, F. (2010). Mixtes et passages du local au global chez Lautman : préfigurations de la théorie des faisceaux. *Philosophiques*, 37 (1), 17–25.  
<https://doi.org/10.7202/039710ar>

Résumé de l'article

Nous étudions le *Rapport* (1935) de Lautman qui ouvre ce volume. Après une description critique des contenus et une discussion des fonds conceptuels du *Rapport*, nous montrons comment l'émergence postérieure de la théorie des faisceaux répond techniquement aux questionnements et aux préfigurations de Lautman.

# Mixtes et passages du local au global chez Lautman : préfigurations de la théorie des faisceaux

FERNANDO ZALAMEA

Universidad Nacional de Colombia

[www.matematicas.unal.edu.co/~fzalamea](http://www.matematicas.unal.edu.co/~fzalamea)

**RÉSUMÉ.** — Nous étudions le *Rapport* (1935) de Lautman qui ouvre ce volume. Après une description critique des contenus et une discussion des fonds conceptuels du *Rapport*, nous montrons comment l'émergence postérieure de la théorie des faisceaux répond techniquement aux questionnements et aux préfigurations de Lautman.

**ABSTRACT.** — We study Lautman's *Rapport* (1935) which opens this volume. After a critical description and a discussion of the contents of the *Rapport*, we show how the emergence of sheaf theory answers technically many questions raised by Lautman ten years earlier.

Nous voulons discuter dans cet article une des problématiques centrales de l'œuvre de Lautman : le va-et-vient des passages entre le local et le global en mathématiques modernes, tant dans sa finesse technique structurale que dans sa richesse méthodologique et philosophique. L'étude détaillée du local et du global se trouve largement exposée dans les deux *Thèses* (1937) de Lautman, mais ses grandes idées sont déjà présentes dès le *Rapport sur les travaux philosophiques entrepris par M. Lautman* (1935), manuscrit inédit qui apparaît dans ce numéro. En fait, on peut comprendre spécifiquement ce *Rapport* comme une expression *in nuce* des meilleures idées du jeune philosophe autour du local et du global, où il arrive jusqu'à préfigurer, dans deux passages précis, la proche émergence de la théorie des faisceaux dans l'école française.

Dans ce qui suit, nous procéderons à (i) une révision des contenus du *Rapport* en ce qui concerne le local et le global; (ii) une élucidation de ce que nous pourrions appeler l'« hypothèse fondamentale » qui apparaît dans le *Rapport*, préfigurant deux idées centrales de la théorie des faisceaux; (iii) un bref aperçu de l'émergence de la théorie des faisceaux (Leray, Cartan, Serre, Grothendieck, Godement), en soulignant *les mixtes et les passages lautmaniens qui sous-tendent plusieurs progrès techniques*; (iv) *une discussion des enjeux théoriques à la base des passages du local au global* dans les travaux divers de Lautman (*Rapport*, *Thèses*, derniers articles).

## I. Le local et le global dans le *Rapport* (1935)

Le *Rapport sur les travaux philosophiques entrepris par M. Lautman* inclut les thèmes suivants : mathématiques et physique (p. 1, pagination en référence

au manuscrit); existence et non-contradiction à la Hilbert, théorèmes d'existence (p. 2); conditions nécessaires et suffisantes d'existence, systèmes adjoints (p. 3); passages du local au global et hypothèse fondamentale (p. 4); le tout et la partie, procédés de définition, non-prédicativité (p. 5); définitions énumératives, récurrentes, inductives par rapport à globales, axiomatiques, topologiques (p. 6); le local et le global en géométrie: Riemann, Klein, Cartan (p. 7); géométrie différentielle en grand: Cartan (p. 8); variable complexe et continuation analytique (p. 9); conditions locales aux coefficients pour la continuation analytique globale (p. 10); propriétés globales dans les extensions de corps (p. 11); solidarités globales dans la théorie de Galois, retour à la physique (p. 12). La richesse des problématiques abordées montre bien que le *Rapport* constitue déjà un panorama succinct des *Thèses* que Lautman va re-penser et écrire dans les deux années suivantes (1935-1937).

Il est surprenant que *tous* les thèmes forts du *Rapport* aient à voir avec le local et le global, même lorsque Lautman entreprend une discussion sur les procédés de définition en mathématiques (pp. 5-6), où il signale que la non-prédicativité n'est pas contradictoire *en soi*, mais que, plutôt, elle dépend des formes de concrétude des définitions: bénigne en cas de définitions axiomatiques globales, délicate en cas de définitions récurrentes locales. La *grande vision* du très jeune Lautman (27 ans) est en fait stupéfiante: solidarité structurale de la physique et des mathématiques, richesse du local et du global géométrique (variétés différentielles, variétés complexes, continuation analytique), richesse du local et du global algébrique (équations, corps, théorie de Galois), le tout couronné par une audacieuse hypothèse (voir plus avant, section II) sur les *rapports structurels généraux du local et du global*.

Dans le *Rapport*, la mathématique apparaît comme une machinerie complexe qui aborde le problème de l'existence des objets à travers un *réseau de passages* entre le local et le global. Dans ce réseau, les *transferts et observations* donnent lieu à quelques-unes des constructions majeures des mathématiques modernes: le prolongement analytique, la théorie de Galois, les théorèmes d'existence en théorie d'équations (algébriques ou différentielles). Le *recollement* adéquat des données locales (coefficients, solutions particulières) permet alors une *montée* progressive de la connaissance mathématique, un thème encore absent dans le *Rapport*, mais qui sera central dans les *Thèses* de 1937. L'expression technique des passages entre le local et le global est l'objet primordial du *Rapport*, Lautman ayant toujours en vue « le problème capital de la philosophie des sciences [qui] est sans aucun doute celui des rapports de la théorie mathématique et de l'expérience physique » (p. 1). En effet, à la fin de son *Rapport*, Lautman signale qu'il se propose « d'appliquer également aux théories physiques les considérations qui précèdent relativement à la structure d'un tout et de ses parties » (p. 12), et il remarque que « la notion de système physique est en effet une notion

globale que l'on définit grâce aux intégrales premières et aux invariants intégraux d'un système d'équations différentielles » (p. 12). Il est tout à fait remarquable que, en 1935 — une cinquantaine d'années en avance sur les travaux de Gromov, Connes ou Kontsevich —, un jeune philosophe ait pu entrevoir qu'une compréhension profonde de la géométrie concrète du monde physique *devait* passer par une connaissance primordiale des rapports mathématiques structurels abstraits entre le local et le global.

La concision et la netteté des aperçus techniques présentés par Lautman sont exceptionnelles. Il est difficile, aujourd'hui encore, de trouver un texte si court et si limpide sur une des problématiques les plus complexes des mathématiques modernes. La « *nécessité* de considérer à la fois le point de vue local et le point de vue global » (p. 8, nous soulignons) est un des grands atouts de la conception lautmanienne, puisque, selon le philosophe, il serait *impossible* de comprendre les mathématiques modernes sans envisager le permanent va-et-vient des transferts et obstructions entre le local et le global. Pendule de la connaissance mathématique, le mouvement polaire entre une logique des voisinages et une logique des structures sous-tend la mathématique *qui se fait* devant les yeux mêmes de Lautman. Dans ce sens, l'étude des travaux d'Élie Cartan semble avoir été déterminante : « Nous allons exposer d'abord, en nous inspirant le plus possible des travaux de M. Cartan, comment la considération *simultanée* du point de vue local et du point de vue global s'est imposée à la géométrie » (p. 6, nous soulignons). La connaissance *nécessaire et simultanée* des deux pôles est fondamentale. Il s'agit en effet d'une tendance typique de la pensée lautmanienne, où des couples puissants (Même/Autre, continu/discontinu, global/local, etc.) donnent lieu — selon une dialectique complexe qui suit toute sorte de transferts et obstructions, montées et descentes, saturations et libérations — aux *mixtes* mathématiques effectifs.

## II. « L'hypothèse fondamentale » du *Rapport*

Le centre conceptuel du *Rapport* se trouve dans le paragraphe suivant :

a) La thèse que nous allons soutenir est la suivante : Il est impossible de reconstituer globalement un tout à partir d'éléments locaux si dans les données locales, on ne tient pas compte des exigences de structure du tout, et la détermination des conditions nécessaires et suffisantes pour la résolution d'un problème n'est le plus souvent que l'introduction, dans les données locales, des garanties qui doivent assurer à la solution une existence globale (p. 4).

Et un peu plus loin :

b) Nous voulons donc montrer que la construction d'un tout par un cheminement progressif d'éléments locaux à éléments locaux n'est possible que si des considérations globales sont déjà impliquées dans les éléments locaux (p. 5).

Nous appellerons *hypothèse fondamentale* de Lautman la conjonction des énoncés (a) et (b), et nous essaierons de montrer comment cette hypothèse

fondamentale est une préfiguration des idées en jeu dans le concept de *faisceau* mathématique, qui sera introduit et développé une dizaine d'années plus tard par l'école française, autour de Leray, Cartan, Serre, Grothendieck, Godement. Sans entrer encore dans le détail technique des faisceaux, nous pouvons remarquer d'abord que deux idées centrales sont présentes dans les énoncés (a) et (b) : d'une part — dans le domaine du *possible* — le fait que (i) le global puisse être reconstruit comme recollement du local si et seulement si le local est capable de *réfléchir la structure* du global, et, d'autre part — dans le domaine de la *concrétude* — le fait que (ii) l'on obtienne des théorèmes d'existence global/local si et seulement si l'on décerne des *conditions de réflexion* précises de la structure globale dans le local. En fait, il s'agit d'une Dialectique des Idées, dans le sens même des « Idées » lautmaniennes introduites en 1938, qui prétend résoudre partiellement l'opposition entre une « notion » de globalité et la « notion » polaire associée de localité. La première Idée (i) situe la possibilité de compréhension du global comme recollement du local grâce à des structures réfléchissantes intermédiaires, et la deuxième Idée (ii) produit la concrétude d'objets globaux grâce à la détermination effective des conditions de réflexion.

L'hypothèse fondamentale de Lautman prétend donc expliquer le passage des objets mathématiques — à partir de certaines données locales, vers une existence globale — dans les cas où la structure globale de l'éventuel objet se réfléchit dans les données initiales. La possibilité d'une saturation ou d'un recollement de l'information est d'ailleurs liée à des conditions concrètes de bonne couverture ou de cohérence (condition (b) : « cheminement progressif » du local dans le local). Ainsi, une sorte de « filtre lautmanien » permet d'aborder une montée *idéale* vers le global au cas où il faudrait tenir compte des médiations *structurales* liées à des recouvrements cohérents du *réel*.

L'hypothèse fondamentale de Lautman combine plusieurs niveaux de pensée mathématique : les techniques propres du recollement des objets (a) « structure » globale, (b) « cheminement progressif » local, les hiérarchies modales (i) possibilité, (ii) actualités liées aux conditions concrètes de recollement, la Dialectique supérieure qui gouverne le va-et-vient local/global. Nous nous trouvons alors en face d'un *mixte de second niveau*, pour ainsi dire, dans la conception générale des mathématiques selon Lautman. Les « mixtes » usuels, que Lautman étudie dans sa *Thèse* principale, vivent, à un premier niveau, dans le spectre des « mathématiques effectives » (terme selon Lautman et Cavaillès, c.-à-d. dans le spectre des objets de la pratique quotidienne des mathématiciens). Ici, l'hypothèse fondamentale s'élève bien au-delà d'une mixture mathématique concrète (même au-delà des exemples majeurs : surface de Riemann, espace de Hilbert), et agit, à un second niveau, comme indicatrice des fortes tensions d'un panorama bien plus vaste. L'émergence de la théorie des faisceaux montrera combien les idées de Lautman autour de cette Dialectique étaient justes.

### III. L'émergence des faisceaux

Nous évoquons brièvement dans cette section quelques percées techniques autour de la théorie des faisceaux<sup>1</sup> entre 1942 et 1958, en les situant par rapport aux conceptions lautmaniennes. Après les travaux de de Rham (1932) et d'Alexander (1938) sur l'idée de chaîn(e) complex(e) (le « e » distingue l'anglais et le français), et après les travaux des années trente, de Picard, Lefschetz, Steenrod, qui étudient la topologie d'une variété donnée grâce à des projections sur des variétés de dimension inférieure, et, en particulier, grâce à l'information cohérente des fibres associées aux projections, Jean Leray introduit (1946) le concept de *faisceau* pour contrôler les *problèmes de stabilité et de variation dans les fibres*. Les travaux de Leray proviennent de ses recherches sur les équations différentielles (index et couvertures), réalisées au camp d'officiers Oflag XVII, et se développent dans ses cours au Collège de France (1947-1950), en liaison avec les suites spectrales et une opératoire générale (images, quotients, limites) des nouveaux objets. Dès l'apparition des faisceaux, ceux-ci entrent donc *naturellement* en rapport avec quelques conceptions centrales chères à Lautman : la problématique platonicienne-lautmanienne de l'Un et du Multiple (stabilité, variation), le dynamisme propre des mathématiques effectives (projections, recollements), le va-et-vient des montées et descentes entre le particulier (équations différentielles, variétés) et le général (opératoire abstraite des faisceaux).

La théorie des faisceaux va se développer dans le séminaire de Henri Cartan à l'École normale supérieure, et va acquérir sa forme définitive déjà autour des années 1948-1951. Lazard et Cartan donnent une présentation « topologique »<sup>2</sup> où les fibres sont des modules bien agencés sur un espace topologique sous-jacent ; la *structure* des « modes de définition » des faisceaux est immédiatement mise en lumière, comparant les présentations selon homéomorphismes locaux et selon modules de sections<sup>3</sup>. La *vision structurale* de Lautman, fortement remarquée par Dieudonné dans son introduction à l'édition 10/18 des œuvres<sup>4</sup>, est bien sûr très vive dans le séminaire Cartan, dans les mêmes années que celles de l'éclosion de Bourbaki. Mais il est fort intéressant que *l'expression technique* de Cartan arrive à réfléchir une forme aussi fidèle que *l'expression conceptuelle* de l'« hypothèse

---

1. Pour des bonnes introductions historiques et conceptuelles à la théorie des faisceaux, voir John Gray, « Fragments of the history of sheaf theory », *Lecture Notes in Mathematics* 753, Berlin, Springer, 1979, pp. 1-79, ou Christian Houzel, « Histoire de la théorie des faisceaux », *La géométrie algébrique*, Paris, Albert Blanchard, 2002, pp. 293-304.

2. Henri Cartan, *Séminaire 3<sup>e</sup> année 1950-1951 — Cohomologie des groupes, suite spectrale, faisceaux*, Paris, École normale supérieure, 1955 (exposé de H. Cartan, « Faisceaux sur un espace topologique I », le 9-4-1951, page 14-01).

3. *Ibidem*, pages 14-02, 14-03.

4. Introduction (1977) reprise dans Albert Lautman, *Les mathématiques, les Idées et le réel physique*, Paris, Vrin, 2006, pp. 35-38.

fondamentale » du *Rapport* de Lautman : les « exigences de structure du tout » (Lautman) correspondent aux agencements structurels des modules de sections (Cartan), et les « garanties » et « cheminements progressifs » dans le local (Lautman) correspondent aux conditions d'homéomorphisme local (Cartan). Il est également remarquable que les travaux de Cartan sur l'homologie d'espaces compacts de fonctions holomorphes (1945) et sur les idéaux de fonctions holomorphes (1950) — formes modernes de l'héritage classique (Gudermann, Weierstrass) autour du concept de *continuation analytique* — se trouvent liés à des considérations sur les faisceaux de modules complexes, en plein accord avec l'urgence des problèmes de rattachement entre le local et le global du point de vue des fonctions analytiques, soulignés dans le *Rapport*.

Les faisceaux algébriques cohérents (FAC) de Serre (finement engendrés par sections, 1955-1956) aident à préciser une très forte propriété de préservation de la vérité : pour les FAC, les théorèmes vrais dans un point sont vrais aussi sur *tout un voisinage* du point. Il s'agit ici d'une propriété capitale de continuité de la *logique des faisceaux* (« sheaf logic ») — développée par Joyal et, sous une forme plus souple, par Caicedo<sup>5</sup> — qui correspond à un des paris conceptuels majeurs de l'œuvre de Lautman. En fait, à un moment difficile, le jeune normalien s'est érigé contre une « démission<sup>6</sup> » de la philosophie aux dépens du langage, a souhaité « à la philosophie des sciences une ambition plus haute<sup>7</sup> », et a imaginé un programme de compréhension des mathématiques modernes — non analytique, discret ou statique — ouvert vers une *synthèse continue et dynamique* du savoir (ce qui explique son penchant profond pour un platonisme non réifié, ouvert au mouvement, suivant Natorp et Robin). Il est étonnant que la logique des faisceaux montre — en accord avec le philosophe — que cette connaissance continue de la vérité est possible. Ainsi, en lisant Lautman, on arrive à « écouter la voix des choses » (Grothendieck) et à *percevoir* quelques préfigurations conceptuelles qui, plus tard, vont se traduire techniquement dans les mathématiques effectives.

Selon une Dialectique générale qui tient compte d'une authentique oscillation pendulaire, une *analyse/synthèse du concept de faisceau* peut se réaliser suivant quelques lignes lautmaniennes<sup>8</sup>. Partant du couple de notions polaires Même/Autre, une des problématiques essentielles de la phénoménologie consiste à étudier le réseau de passages entre ces pôles. Comme instances mathématiques du couple Même/Autre, on trouve d'autres couples

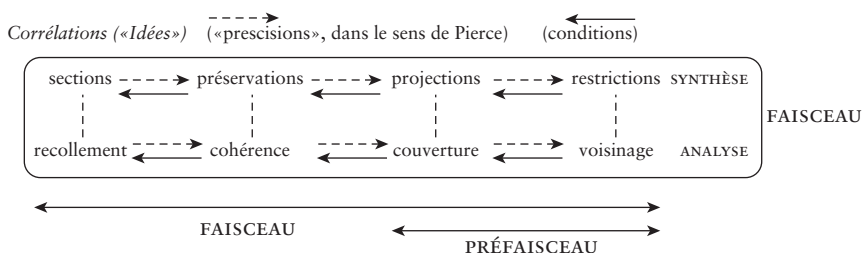
5. Xavier Caicedo, « Lógica de los haces de estructuras », *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales* XIX (74) (1995), pp. 569-585.

6. Lautman, *Les mathématiques...*, p. 50 (1933).

7. *Ibidem*, p. 64 (1936).

8. Les catégories utilisées (notions/Idees ; mixtes ; Autre/Même ; local/global) sont fondamentales chez Lautman. Notre usage de ces termes pour clarifier le concept de faisceau n'apparaît pas, bien sûr, dans son œuvre, mais l'interprétation s'accorde pleinement avec son esprit.

de notions : intégration/différentiation, global/local. *L'étude des passages et des mixtes entre le local et le global — raison d'être de la théorie des faisceaux* — devient alors une problématique centrale des mathématiques contemporaines (Grothendieck, Atiyah, Connes, Gromov, etc.). Une *analyse* mathématique des notions de localité donne lieu à des techniques de couverture cohérente du local, tandis qu'une *synthèse* mathématique donne lieu à des objets globaux obtenus par recollement adéquat des couvertures. Des mixtes mathématiques précis se manifestent donc, tant d'un point de vue analytique — voisinage, couverture (recouvrement), cohérence, recollement — que d'un point de vue synthétique — sections, préservations, projections, restrictions. Les concepts de *préfaisceau* (Grothendieck) et de *faisceau* (Leray, Cartan) permettent d'organiser alors les passages entre le local et le global, selon le diagramme suivant d'Idées (résolutions partielles de paires de notions) :



#### IV. Obstructions et transferts du local au global

Dans cette section finale nous mettons en rapport l'« hypothèse fondamentale » de Lautman avec notre « analyse/synthèse » du concept de faisceau, et nous signalons comment les passages mathématiques local/global sous-tendus par ce rapport forment une sorte de colonne vertébrale de l'œuvre du philosophe. L'« hypothèse fondamentale » du *Rapport* se divise en deux affirmations centrales : (1) pour qu'il existe une *possibilité de passage* du local au global, il faut que la structure du global soit réfléchiée dans le local ; (2) l'*actualité du passage* concrète s'obtient lorsqu'on détermine précisément les conditions structurales de réflexion. Il s'agit de deux instances corrélatives, qui « vivent » dans la priméité et dans la secondéité selon Peirce (espaces du possible et de l'actuel), et qui correspondent aux deux temps fondamentaux de l'opérateur des faisceaux : (1) possibilité de recollement par le biais des préservations et des sections ; (2) acte de recouvrement par le biais des restrictions et des projections (voir notre figure : analyse/synthèse du concept de faisceau).

La problématique générale des passages entre local et global, adressée dans le *Rapport* et raison d'être de la théorie des faisceaux, correspond

alors, selon une perspective lautmanienne, à l'étude d'un réseau complexe d'obstructions et de transferts représenté dans la figure suivante :

| Ruptures de continuité | Éléments idéaux / saturations |                         |     | Complétude          |
|------------------------|-------------------------------|-------------------------|-----|---------------------|
| <i>Réel initial</i>    | <i>Mixtes / Idées</i>         |                         |     | <i>Réel épanoui</i> |
| Fragments locaux       | (1)<br>Obstructions           | Faisceaux<br>Transferts | (2) | Existence globale   |

Les mathématiques se développent tout au long de fortes tensions entre le Réel et l'Idéal (se rappeler de la présence de la physique au début et à la fin du *Rapport*), grâce à une très riche Dialectique intermédiaire où émergent les grandes constructions techniques (groupe de Galois, surface de Riemann, espace de Hilbert, etc.) À partir d'un Réel initial, parsemé de *creux* d'information et de *ruptures* de continuité, les mathématiques contribuent à saturer les concepts hiérarchiques en jeu, en introduisant des éléments idéaux complexes<sup>9</sup>. En fait, la construction de ces objets idéaux s'accomplit grâce à des *mixtes* répondant à des *obstructions* bien définies, qui sont ensuite résolues — souvent par saturation — et donnent lieu enfin à de bons *transferts* d'information<sup>10</sup>. C'est en particulier le cas des faisceaux, qui permettent de passer du local au global si jamais ils dépassent quelques obstructions (mauvais recouvrements, incohérences locales). Si ce dépassement est possible, c'est-à-dire si la structure du global se voit réfléchie dans le local, les transferts d'information mathématique se réalisent en saturant le faisceau, c'est-à-dire en déterminant de façon complète les conditions locales de réflexion de la structure globale.

L'examen vigilant des passages du local au global a été permanent dans l'œuvre de Lautman. Dès ses *Considérations sur la logique mathématique*

9. Cette lecture lautmanienne correspond à la vision de Hilbert dans « Sur l'infini » (1925).

10. Quelques exemples modernes considérés par Lautman : a) Galois : étude des racines algébriques (locales) par le biais de l'action (globale) du groupe de Galois sur des corps médiateurs ; *obstruction* : simplicité du sous-groupe  $A_n$  pour  $n \geq 5$  ; *transfert* : résolution par radicaux si le groupe est soluble ; b) Riemann : étude des solutions différentielles (locales) par le biais des objets géométriques et invariants topologiques (globaux) ; *obstruction* : non-préservation de connexité, compacité, etc. ; *transfert* : théorèmes qualitatifs d'existence et de représentation (conforme, etc.) ; c) Hilbert : existence (globale) par le biais de la consistance déductive (locale) ; *obstruction* : relativité de la consistance à partir du seuil de l'arithmétique de Peano (incomplétude de Gödel) ; *transfert* : preuves d'équiconsistance et de consistance relative. Exemple contemporain majeur, encore non disponible pour Lautman ; d) Grothendieck : dialectique forme/structure (globale) par le biais des schémas, topos, motifs (locaux à un deuxième niveau, vus à partir des perspectives relatives grothendickiennes : variétés variables, ensembles variables, foncteurs variables) ; *obstruction* : cohérences fonctorielles ; *transfert* : cohomologies, « les plus puissants outils du siècle » selon Grothendieck.

(1933), où les champs de Herbrand sont envisagés du point de vue complémentaire de la consistance locale et de l'existence globale, jusqu'à son dernier travail, *Le problème du temps* (1943), où il considère la topologie globale de l'Univers en rapport avec l'orientation locale du temps, Lautman a révisé toute sorte de situations autour d'une Dialectique générale du local et du global. Comme nous l'avons vu, le *Rapport* (1935) — apparemment son deuxième écrit — est dédié en entier à cette grande Dialectique. Ses deux *Thèses* (1937) apportent un très grand nombre d'exemples et de précisions additionnelles<sup>11</sup>. Finalement, à la mémorable session de la Société française de philosophie (1939), Lautman signale comment l'abstraction moderne est *nécessairement liée* à des considérations de globalité et de structure.

Étant donné l'ampleur et la justesse visionnaire des considérations lautmaniennes autour de la Dialectique local/global, et étant donné le rôle majeur que la théorie des faisceaux a exercé dans la mathématique contemporaine (à partir de Cartan, Serre, Grothendieck), nous sommes forcés d'observer encore une fois l'extraordinaire *pertinence* des travaux de Lautman pour la philosophie, non seulement moderne, mais *contemporaine* des mathématiques. Au centenaire de sa naissance, son héritage semble être plus vif que jamais.

---

11. Quelques thèmes étudiés dans la *Thèse* principale: *fonctions analytiques*, Weierstrass (local) par rapport à Riemann (global); *géométrie riemannienne*, coordonnées locales par rapport à des extensions globales, métriques locales par rapport à des propriétés globales; *cosmologie*: structure globale de l'Univers par rapport aux lois locales (Cartan); *espaces de fonctions continues*: représentations (locales) en série par rapport à la complétude (globale) de l'espace; *corps de classes*: ramification locale des idéaux par rapport aux propriétés globales des extensions; *surfaces de Riemann*: uniformisations locales par rapport aux uniformisations globales; *équations différentielles*: solutions locales par rapport à l'existence qualitative globale (Poincaré); *fonctions modulaires* (systèmes locaux) par rapport aux *fonctions automorphes* (uniformisantes globales). Quelques thèmes étudiés dans la *Thèse* complémentaire: *espaces vectoriels*, structure globale par rapport aux bases locales; *groupes*: actions (globales) par rapport aux nombres (locaux); *anneaux*: décompositions du tout (anneau) par rapport à la partie (centre).

## Idées : le platonisme phénoménologique d'Albert Lautman

Hourya Benis-Sinaceur

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039711ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039711ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Benis-Sinaceur, H. (2010). Idées : le platonisme phénoménologique d'Albert Lautman. *Philosophiques*, 37 (1), 27–54. <https://doi.org/10.7202/039711ar>

### Résumé de l'article

La question fondamentale d'Albert Lautman concerne la nature du réel et la capacité de l'esprit de l'appréhender. C'est pourquoi elle convoque les données de la physique, leur expression en concepts mathématiques et leur interprétation métaphysique qui doit préciser le rapport de la pensée humaine à la réalité du monde. L'examen des théories mathématiques les plus sophistiquées de son temps (surface de Riemann, loi de réciprocité quadratique, théorie du corps de classes) est destinée à montrer l'affinité de la genèse des concepts mathématiques avec une Dialectique supérieure, qui met en jeu les Idées, comprises en un sens dérivé de Platon. Mon but est d'expliquer comment Lautman comprend les termes « Dialectique », « Idée », « genèse », simultanément sur le plan métaphysique et dans leur incarnation mathématique. Je montrerai que Lautman développe une conception très personnelle du platonisme, différente de celle de la version reçue par la tradition philosophique. Lautman rejette la séparation des Idées et du sensible, et adopte le style de pensée heideggerien pour montrer que les Idées sont mues par une Dialectique et qu'elles entretiennent une relation réciproque, dialectique, avec le sensible.

# Idées : le platonisme phénoménologique d'Albert Lautman

HOURYA BENIS-SINACEUR

IPHST (Institut d'Histoire et Philosophie des Sciences et des Techniques)  
CNRS-Université Paris 1-ENS Ulm  
sinaceur@canoe.ens.fr

**RÉSUMÉ.** — La question fondamentale d'Albert Lautman concerne la nature du réel et la capacité de l'esprit de l'appréhender. C'est pourquoi elle convoque les données de la physique, leur expression en concepts mathématiques et leur interprétation métaphysique qui doit préciser le rapport de la pensée humaine à la réalité du monde. L'examen des théories mathématiques les plus sophistiquées de son temps (surface de Riemann, loi de réciprocité quadratique, théorie du corps de classes) est destinée à montrer l'affinité de la genèse des concepts mathématiques avec une Dialectique supérieure, qui met en jeu les Idées, comprises en un sens dérivé de Platon. Mon but est d'expliquer comment Lautman comprend les termes « Dialectique », « Idée », « genèse », simultanément sur le plan métaphysique et dans leur incarnation mathématique. Je montrerai que Lautman développe une conception très personnelle du platonisme, différente de celle de la version reçue par la tradition philosophique. Lautman rejette la séparation des Idées et du sensible, et adopte le style de pensée heideggerien pour montrer que les Idées sont mues par une Dialectique et qu'elles entretiennent une relation réciproque, dialectique, avec le sensible.

**ABSTRACT.** — Albert Lautman's main questioning was about the nature of reality and the capacity of mind to grasp reality. The answer needs to go at the same time into the laws and tools of physics and the corresponding concepts of mathematics, and to search for the metaphysical interpretation that could give an account of the relation between scientific thought and reality. The examination of the most sophisticated mathematical theories (Riemann's surfaces, law of quadratic reciprocity, class field theory) was intended to show the affinity between the generation of mathematical concepts and the dialectical movement of Ideas. My aim is to explain how Lautman understood 'Idea', 'Dialectic', 'genesis' at once in a mathematical and in a metaphysical meaning. I will point out that Lautman had a very personal conception of Platonism, very different from Platonism of mathematicians of his time (notably Gödel and Bernays) and very different from the traditional interpretation developed in philosophy. Lautman did not assume the separation between Ideas and the sensible world. By contrast, he adopted the Heideggerian style of thought to show the Dialectic between Ideas and the reciprocal relation between Ideas and the sensible.

« La pensée s'engage nécessairement dans l'élaboration d'une théorie mathématique dès qu'elle veut résoudre de façon précise un problème susceptible d'être posé de façon purement dialectique. »

LAUTMAN, 2006, p. 255.

Cet exergue est destiné à indiquer que le principal problème d'interprétation des thèses philosophiques d'Albert Lautman est de comprendre ce que pouvait signifier pour lui « poser un problème de façon purement *dialectique* ». Ou, plus brièvement, que signifie pour lui « dialectique » ou « Dialectique » avec une majuscule ?

Il ne faudrait pas croire, cependant, que cette question philosophique est surimposée aux théories mathématiques que Lautman étudie. Ni s'imaginer que notre philosophe regarde ces théories de haut. C'est tout le contraire. Lautman fait preuve d'une connaissance précise, fine et profonde de ces théories, avec en plus la distance qui lui permet d'en parler clairement sans convoquer tous les détails. Il en discute avec l'aisance d'un praticien des mathématiques et, plus d'un demi-siècle après, on ne peut qu'admirer cette aisance qui trahit une familiarité locale avec les théories du jour, doublée d'une familiarité globale de tout le champ mathématique.

Dans son étude liminaire à la réédition par la maison Vrin des *Œuvres* d'Albert Lautman, Fernando Zalamea écrit :

Lautman aborde [le problème de] l'émergence de l'inventivité dans le très large spectre du développement des mathématiques *réelles*. Théorie des groupes, géométrie différentielle, topologie algébrique, équations différentielles, analyse fonctionnelle, fonctions de variables complexes, corps de nombres, sont quelques-uns de ses champs préférés<sup>1</sup>.

D'emblée, Lautman lie ce problème de l'inventivité mathématique à celui, métaphysique, de l'interprétation du monde. Ce pourquoi l'on trouve chez lui une étroite intrication de questions mathématiques très techniques, comme la loi de réciprocité quadratique, les surfaces de Riemann ou la théorie du corps de classes, avec des idées proprement philosophiques, notamment inspirées de Platon, puis, vers 1939, de Heidegger<sup>2</sup>. Dira-t-on que le mathématicien éprouvait le besoin de lire philosophiquement les théories mathématiques dans la difficulté desquelles il entraînait sans peine ? Ou que le philosophe cherchait dans les mathématiques un mode de rationalité spécifique ?<sup>3</sup> Les deux sans doute. Mais, en outre et surtout : 1) Lautman avait la conviction que « les conceptions relatives à l'univers physique ne

1. Zalamea, Lautman 2006, p. 17.

2. Cf. *Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques*, in Lautman 2006, p. 235-257. Le Heidegger de Lautman est plus « allemand » que « français », très différent de celui que traduit et célèbre Jean Beaufret, et que rejettent de nombreux « rationalistes » en (s')interdisant de faire référence à sa philosophie, même quand ils y puisent sottement de quoi renouveler leur vision des choses et du monde.

3. Dans son *Rapport* de mars 1935, Lautman « représente » l'existence mathématique par le principe de la *solidarité rationnelle* du tout (point de vue global) et des parties (point de vue local). Ce qui rend caduques les discussions sur la possibilité ou l'interdiction de définir un élément par le tout, pourvu qu'on renonce à une définition énumérative ou inductive et utilise le procédé des définitions par conditions nécessaires et suffisantes, qui était celui d'Euclide et que les Modernes, Hilbert surtout, ont qualifié de « définition axiomatique ». Je profite de

sont qu'une représentation concrète de notions définissables uniquement au sein d'une théorie mathématique<sup>4</sup> » ; 2) Il concevait les théories mathématiques comme « un donné au sein duquel nous nous efforcerons de dégager la réalité idéale à laquelle cette matière participe »<sup>5</sup>.

Dans la mesure où l'épistémologie tend à constituer un secteur de la philosophie autonome et indépendant de toute thèse métaphysique, on voit que la pensée de Lautman déborde les frontières de la stricte épistémologie mathématique pour s'ouvrir sur une interprétation générale visant à expliquer la nature du lien des mathématiques abstraites avec la physique, tant abstraite qu'appliquée, et avec les questions que celle-ci ne manque de poser à la fois sur la nature du réel et sur la capacité de l'esprit à l'appréhender. Selon la formule de Zalamea, pour Lautman « la contamination physique et métaphysique est irremplaçable pour la créativité mathématique »<sup>6</sup>. Dans l'avant-propos à l'*Essai* de 1939, Lautman prévient que le rapprochement de réflexions sur Platon et Heidegger et de remarques sur la loi de réciprocité quadratique ou la répartition des nombres premiers « n'est pas contingent mais nécessaire ». Et plus loin, « alors que Cavaillès cherche dans les mathématiques elles-mêmes le sens philosophique de la pensée mathématique, ce sens m'apparaît au contraire dans le rattachement des mathématiques à une métaphysique (ou Dialectique) dont elles sont le prolongement nécessaire ». Puis, dans une fidélité stricte à l'inspiration platonicienne, il ajoute : « Elles [les mathématiques] constituent la matière la plus proche des Idées<sup>7</sup>. Il ne me semble pas que ce soit pour les mathématiques une diminution, cela leur confère au contraire un rôle exemplaire ». Lautman attribue aux mathématiques la même fonction qu'elles ont chez Cavaillès (ainsi que chez bien d'autres philosophes classiques, Spinoza, Leibniz, Bolzano, etc.) : elles sont la discipline par excellence de l'exercice de la pensée humaine dans sa capacité d'abstraction la plus poussée, et donc un modèle de toute rigueur. Mais la philosophie de cette « exemplarité » diffère grandement de l'un à l'autre des deux amis. Pour Lautman il ne s'agit pas d'observer la raison pure en acte, mais de qualifier le genre de « proximité » qu'elle a avec les Idées.

La question primordiale pour comprendre la position de Lautman est donc celle de savoir ce que sont pour lui les Idées, dont il apparaît d'emblée, d'après la dernière citation, qu'elles sont du ressort de la métaphysique, et non de celui des mathématiques proprement dites. Et pourtant la mathématique

---

l'occasion pour remercier Fernando Zalamea de m'avoir généreusement signalé l'existence de ce *Rapport* et de m'en avoir fourni une copie.

4. *Rapport* de mars 1935, page 1.

5. Lautman 2006, p. 132.

6. Lautman 2006, p. 24.

7. Pour souligner la référence à Platon, Lautman écrit le mot avec i majuscule. Il lui arrive aussi de l'écrire avec une minuscule, y compris dans des phrases évoquant la philosophie platonicienne, par exemple p. 50 quand il parle de la participation du sensible à l'intelligible ; de même p. 131 (citation infra) ; de même p. 227, 234.

structurale, neuve à l'époque et directement recueillie par l'auteur auprès de ses maîtres allemands, avant même que les mathématiciens du groupe Bourbaki en présentent leur version plus doctrinaire, est étroitement impliquée dans la conception que se fait Lautman des Idées platoniciennes.

Le contenu de mon exposé revient, quant au fond, à expliciter les termes « Idée », « Dialectique » et « genèse » que Lautman interprète simultanément sur un double plan : celui de la métaphysique et celui des mathématiques, celles-ci étant le « prolongement »<sup>8</sup> de celle-là. J'ai l'ambition de mettre en place le canevas structurel le plus fidèle possible de la conception de Lautman, après quoi chacun pourra élargir à sa guise l'interprétation du lien triadique que Lautman établissait entre les mathématiques, la physique ou le monde réel, et les principes de métaphysique.

## 1. Platon revisité

### 1.1 L'idée comme schéma de structure

« Nous n'entendons pas par les Idées des modèles dont les êtres mathématiques ne seraient que des copies, mais, au *véritable sens platonicien du terme*<sup>9</sup>, des schémas de structure selon lesquels s'organisent les théories effectives »<sup>10</sup>.

Cette phrase montre combien la mathématique structurale fournit pour ainsi dire à Lautman la matière et la méthode pour l'explicitation des Idées platoniciennes. Les Idées sont certes premières, mais toujours et déjà « contaminées » par les mathématiques. Des unes aux autres le va-et-vient est de règle. Les Idées ne sont donc pas des modèles, *séparés* des existences qui n'en sont qu'un pâle reflet et dont elles seraient des « essences », mais des schémas structurels *investis* et présents dans les théories mathématiques prises dans toute leur substance et concrétude. Cet « investissement » est un peu à la manière d'Aristote pour la genèse des notions mathématiques, de point, de ligne, de surface, etc., sauf que Lautman ne renvoie pas à des objets du monde sensible dont les concepts mathématiques représenteraient « immatériellement » les propriétés (le bord d'un bloc de pierre plus ou moins cubique donnerait l'idée de la ligne, une de ses faces l'idée de surface, etc.), mais d'emblée à des êtres mathématiques et aux *théories* qui sont leur contexte et leur humus propre.

Observons qu'à propos des mathématiques Lautman a une interprétation très personnelle du platonisme, différente de celle que les discussions

8. Ne faut-il pas comprendre ce terme aussi dans le sens usuel des mathématiciens, à savoir qu'un certain nombre de propriétés discriminantes et opératoires peuvent être étendues au-delà de leur domaine d'origine ? Si oui, et cela est bien confirmé par la conception des Idées comme « schémas de structure », la thèse de Lautman est alors très forte : les mathématiques prolongent la métaphysique, qui est donc *première*, c'est à dire qu'elle a un statut fondateur.

9. Souligné par moi. On verra plus bas ce que Lautman entend par « véritable sens platonicien ».

10. Lautman 2006, p. 238.

entre formalistes, logicistes et intuitionnistes ont installé pour longtemps dans la tradition de philosophie des mathématiques du xx<sup>e</sup> siècle. Il n'y est, en effet, pas question de donner une interprétation philosophique des entités mathématiques indépendamment des procédures qui les impliquent ou indépendamment de la pensée que j'en ai. En particulier, Lautman ne se préoccupe pas de savoir quel est le type d'existence des ensembles infinis, question qui constituait la pomme de discorde entre les divers courants issus de Cantor, de Kronecker, de Poincaré, de Frege, de Russell, de Hilbert, de Brouwer, de Herbrand, de Gödel et de Tarski. Lautman n'a pas cherché à « sauver » la théorie des ensembles par une philosophie platoniste radicale ou modérée comme l'a fait Paul Bernays dans son célèbre article de 1935, où il souligne que le « formalisme finitiste de Hilbert » se limite à admettre la totalité actuelle de l'ensemble des nombres entiers naturels, hypothèse minimale dont se passent aussi bien le finitisme strict de Kronecker que le potentialisme constructiviste de Poincaré et de Brouwer. Lautman fait usage des Idées platoniciennes, mais il les « descend » de leur ciel platonicien, et les plonge dans les théories que les mathématiciens inventent et réinventent, les modifiant sans cesse par un travail qui les décharnent jusqu'à en faire voir la charpente tout en montrant leur généralité et la possibilité de les représenter autrement (par d'autres axiomes). Un concept mathématique, nombre entier, surface ou autre, est toujours le même à travers les siècles des siècles et en même temps toujours différent. Il s'enrichit continuellement d'aspects différenciés que jusque là l'œil confondait. L'histoire révèle donc le feuilletage de ces êtres toujours en mouvement parce que toujours et encore mobilisés dans les études plus sophistiquées. Lautman écrit clairement : « J'admets l'impossibilité d'un Univers immuable d'êtres mathématiques idéaux. Les propriétés d'un Être mathématique dépendent des axiomes de la théorie [...] »<sup>11</sup>. » La conséquence manifeste aux yeux d'un mathématicien est la révision toujours recommencée des concepts initiaux : *cela est un fait*, peu importe comment on l'interprète après coup. Le Platon de Lautman n'est donc absolument pas celui de Gödel, qui reprend à Frege et à Bolzano la supposition de l'existence d'un troisième monde, d'un monde d'entités en soi immuables, existant comme un continent géographique dont les mathématiciens ne cessent de « découvrir » de nouveaux territoires et notamment de nouveaux axiomes pour la théorie des ensembles. Pourtant, et de manière complémentaire, Lautman ne confie pas le sort des Êtres<sup>12</sup> mathématiques à l'activité de l'esprit. Ou plutôt, selon lui, le mathématicien et le philosophe-mathématicien visent *à travers* l'activité de l'esprit *au-delà* de l'activité de l'esprit, une « réalité idéale, indépendante de l'activité de l'esprit », et, en tout cas, indépendante des paramètres des contingences de la découverte.

11. Lettre à Fréchet, Lautman 2006, p. 263.

12. Lautman écrit généralement ce terme avec une majuscule quand il se réfère à Platon, mais il l'écrit aussi certaines fois avec une minuscule.

Naturellement, on peut penser que Lautman, comme son ami Cavaillès, répudiait l'aspect « psychologie de l'intelligence » de leur maître commun, Léon Brunschvicg. Les contingences d'une découverte n'en expliquent pas, en effet, le contenu, la substance, « la structure interne<sup>13</sup> », mais seulement les circonstances de son apparition. On ne saurait faire une place à la contingence quand il s'agit de pénétrer « la solidarité logique<sup>14</sup> » des êtres et des théories ou « la connexion rationnelle du tout et des parties<sup>15</sup> ».

La question est alors : qu'est cette « réalité idéale » des Êtres mathématiques qui ne sont pas des êtres mathématiques idéaux, vu qu'ils sont soumis à la sélection des axiomes (conditions nécessaires et suffisantes) qui en commandent le mouvement, ce dernier terme étant compris dans le sens à la fois de dynamique opératoire et de mobilité sémantique ?

Avant de répondre je ferai quatre observations liminaires.

- 1) Lautman ne fait pas un sort particulier à l'infini actuel car, pour lui, il n'y a pas opposition mais complémentarité entre le fini et l'infini et, éventuellement, expression de l'un par l'autre. Par exemple, la structure d'un domaine fini peut envelopper l'existence d'un autre domaine, infini celui-là, qui se trouve ainsi exprimer l'existence du domaine fini de départ :

Lorsque Hilbert *transporte*<sup>16</sup> en analyse des méthodes de décomposition dimensionnelle d'origine algébrique, il impose à l'espace fonctionnel [dit « espace de Hilbert »] une structure qui imite celle d'un espace à un nombre fini de dimensions.

- 2) De même il y a des liens d'expression du continu par le discontinu, et réciproquement :

Lorsque Poincaré envisage un groupe discontinu de transformations et la fonction continue automorphe attachée à ce groupe, il rapproche deux genres d'êtres totalement étrangers de nature, mais l'existence de la fonction continue n'en *exprime*<sup>17</sup> pas moins les propriétés du domaine de discontinuité qui sert à la définir<sup>18</sup>.

Je reviendrai plus bas sur la connotation nettement leibnizienne de cette entre-expressivité ou *réflexion* qui n'est que le phénomène de surface de l'analogie de structure profonde.

---

13. *Rapport* de mars 1935, p. 2.

14. Pour Lautman la logique n'a rien à voir avec une grammaire extérieure à la chair de la langue.

15. *Rapport* de mars 1935, p. 2.

16. Souligné par moi.

17. Souligné par moi.

18. Lautman 2006, p. 123.

- 3) Lautman dédramatise totalement la notion d'existence mathématique. Il assure d'ailleurs apporter « une théorie nouvelle des rapports de l'essence et de l'existence ». L'existence mathématique est définie par ou comme une structure : un ensemble, généralement limité à un petit nombre de conditions nécessaires et suffisantes, délimite une notion qui n'est rien d'autre que le corrélat de la satisfaction simultanée de ces conditions. Ou bien on « voit la structure d'un être s'interpréter en termes d'existence pour d'autres êtres que l'être dont on étudie la structure ». Exister se dit donc de ce qui répond ou correspond à une structure<sup>19</sup>. Lautman apporte effectivement une vision nouvelle de la question qui a vivement agité la fin du XIX<sup>e</sup> et le début du XX<sup>e</sup> siècle, et opposé les plus grands créateurs : Kronecker, Cantor, Hilbert, Poincaré, Gödel, pour n'en citer que quelques-uns, la question de ce qu'est ou signifie « exister » en mathématiques.
- 4) Ce que Lautman n'admet pas, ce n'est pas *simpliciter* un Univers d'êtres mathématiques Idéaux, mais qu'un tel Univers soit *immuable*. On verra en effet plus loin que les Idées, notamment les nombres Idéaux, *s'incarnent* en notions mathématiques reliées selon le mouvement d'une dialectique interne.

D'un côté, donc, les « schémas de structure » renvoient clairement à la mathématique abstraite qui est, dans le premier tiers du XX<sup>e</sup> siècle, en train de se développer dans l'École de Hilbert et de Emmy Noether. Ces schémas de structure sont une *acquisition*, alors récente, des mathématiques et donc, pour une part, *produits* par l'activité mathématique *concrète*. Ce ne sont donc pas des idées *séparées* du monde de la pratique effective. Ce ne sont pas les références immobiles et toujours identiques à elles-mêmes des structures réalisées dans des modèles mathématiques divers, à dominance algébrique ou géométrique ou analytique ou topologique ou arithmétique. Il y a, au contraire, un va-et-vient, une dynamique de la structure réalisée au schéma de structure, et inversement. « La solidarité entre [un] domaine et les opérations possibles sur ce domaine met au premier plan de la recherche mathématique la liaison entre opérations abstraites et domaine concret<sup>20</sup>. » Cette phrase simple et significative comporte tout un programme. Elle pourrait, en effet, être mise en exergue à toute l'œuvre épistémologique de Gilles Gaston Granger<sup>21</sup>, dont plusieurs, y compris moi-même, ont souligné la filiation, déviée certes de sa ligne originelle et néanmoins bien reconnaissable et assumée, avec la « philosophie du concept » de Cavallès. En relisant Lautman, je découvre une influence déterminante

---

19. Lautman, 2006, p. 132.

20. Lautman, 2006, p. 63.

21. Cf. par exemple Granger, 1994.

sur Granger de cet aspect dialectique particulier des analyses de Lautman, qui sont à la fois moins monolithiques et plus profondément engagées dans divers domaines mathématiques spécialisés, sans beaucoup d'égard pour la logique mathématique en tant que telle. La corrélation opérations-objets est considérée par Granger comme une catégorie générale de la pensée symbolique rendant compte du rapport forme-contenu tant mis en valeur par Cavaillès. Or, dans le cas particulier d'une théorie complète au sens logique (Lautman dit « achevée »), Lautman rejoint les analyses de Cavaillès sur les rapports entre forme et contenu<sup>22</sup>. Nous lisons, par exemple, « l'achèvement [...] s'affirme dans son *pouvoir créateur* [souligné par moi] : [...] l'essence d'une forme se réalisant dans une matière qu'elle créerait, l'essence d'une matière faisant naître les formes que sa nature dessine<sup>23</sup> ». Mais à la différence de Cavaillès qui prend une orientation moins « réaliste » et plus logique (en dépit de sa ferme critique du logicisme du Cercle de Vienne), Lautman n'hésite pas à affirmer ici, pour un type particulier de théories (les théories complètes), une sorte d'hylémorphisme qui résout de façon préalablement unitaire le problème de la dualité forme/matière, problème qui ne se pose que dans une conception où forme et matière sont d'abord pensées comme séparées l'une de l'autre, comme c'est généralement le cas de la philosophie classique. La solution de Lautman est de type aristotélicien en dépit de son platonisme de principe (mais nous allons voir que ce platonisme est tout à fait singulier). L'hylémorphisme aristotélicien sera l'option majeure de René Thom.

D'un autre côté, l'élaboration des schémas les plus abstraits n'est pas coupée de la réalité du monde extérieur; elle est, au contraire, en harmonie avec lui; et cela explique la « miraculeuse » efficacité des mathématiques les plus abstraites dans l'explication, par le biais de théories physiques ou biologiques, des phénomènes naturels. Je me dois de citer des passages entiers de « Mathématiques et réalité », écrit en 1935 à la suite du Congrès international de philosophie scientifique à Paris. Le premier passage est dirigé contre la « logistique ».

Les logisticiens de l'école de Vienne prétendent que l'étude formelle du langage scientifique doit être le seul objet de la philosophie des sciences. C'est là une thèse difficile à admettre pour ceux des philosophes qui considèrent comme leur tâche essentielle d'établir une théorie cohérente des rapports de la logique et du réel. Il y a un réel physique, et le miracle à expliquer, c'est qu'il soit besoin des théories mathématiques les plus développées pour l'interpréter. Il y a de même un réel mathématique<sup>24</sup>, et c'est un pareil objet d'admiration de voir des domaines résister à l'exploration

22. Cf. Cavaillès, 1947, et Sinaceur (Benis Sinaceur) 1994.

23. Lautman, 2006, p. 186.

24. On verra plus loin de quoi se compose selon Lautman le « réel mathématique ».

jusqu'à ce qu'on les aborde avec des méthodes nouvelles. C'est ainsi que l'analyse s'est introduite en arithmétique<sup>25</sup> ou la topologie en théorie des fonctions<sup>26</sup>. Une philosophie des sciences qui ne porterait pas tout entière sur l'étude de cette solidarité entre domaine de réalité et méthodes d'investigation serait singulièrement dépourvue d'intérêt... Il se produit même ce fait curieux que ce qui est pour les logisticiens obstacle à éliminer devient pour le philosophe le plus haut objet de son intérêt. Il s'agit de toutes les implications « matérielles » ou « réalistes » que la logistique est obligée d'admettre : ce sont les axiomes bien connus de Russell, axiome de l'infini et axiome de réductibilité<sup>27</sup>. C'est surtout, chez Wittgenstein, l'af-

---

25. Bien entendu, Lautman fait allusion à la théorie analytique des nombres telle qu'elle a été développée par Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1959) et poursuivie par Richard Dedekind (1831-1916). À la page 115 il écrit : « Dirichlet et Dedekind ont généralisé la fonction  $\zeta(s)$  en définissant sur un corps quelconque  $K$  une fonction  $\zeta_K(s)$  susceptible également d'être représentée comme une somme et comme un produit d'une infinité de termes. Ces termes sont les normes d'idéaux du corps  $K$ . »

On appelle idéal de  $K$  tout sous-ensemble  $I$  de  $K$  tel que  $I$  est stable pour l'addition et que le produit d'un élément de  $K$  par un élément de  $I$  est un élément de  $I$ . Deux nombres de  $K$  sont *congrus modulo* un idéal  $I$  si leur différence est dans  $I$ ; cette relation d'équivalence détermine une division de  $K$ , et le nombre de ces classes est appelé la norme de l'idéal  $I$ .

26. Lautman distingue (2006, p. 84-85) à juste titre la topologie ensembliste (inventée par Dedekind et Cantor), à laquelle est liée la théorie de la mesure des ensembles de points, si utile pour l'étude des fonctions réelles de variables réelles, de la topologie algébrique, qui caractérise de façon arithmétique ou algébrique les propriétés des figures invariantes par une transformation continue. La topologie algébrique s'est développée à partir des travaux de Riemann. Celui-ci a, d'une part, généralisé le concept d'espace euclidien à un espace à  $n$  dimensions,  $n$  quelconque, et étendu à ces espaces riemanniens la caractérisation intrinsèque (sans référence à un espace de plongement), due à Carl Friedrich Gauss (1777-1855), d'une surface par sa courbure (Riemann, 1854). Celle-ci peut être soit constante nulle, comme c'est le cas pour le plan euclidien, soit constante positive, comme c'est le cas de la surface d'une sphère, soit constante négative (géométrie hyperbolique). La métrique d'une surface (son  $ds^2 = \sum dx^2$ ) est liée à la classe topologique à laquelle cette surface appartient. D'autre part, Riemann a défini dans sa *Dissertation* de 1851 la surface, dite surface de Riemann, d'une fonction algébrique de variable complexe (voir Lautman 2006, p. 174-175). Le problème étudié par Riemann est le suivant : étant donné une surface quelconque, existe-t-il une fonction algébrique dont cette surface soit la surface de Riemann ? La solution consiste à chercher, en fait, des fonctions qui sont des intégrales de fonctions algébriques et montre que le genre de la surface, qui est un invariant topologique de la surface, détermine l'existence [c'est dans un contexte de ce genre que Lautman insère toujours le terme « existence » ou « existence mathématique » ; il s'agit donc toujours d'existence réalisée ou définie par un ensemble de conditions nécessaires et suffisantes] d'intégrales définissables sur cette surface. Hermann Weyl (1913) a montré le lien entre le point de vue local de géométrie différentielle développée sur un espace de Riemann défini par son  $ds^2$  et le point de vue global présenté par la caractérisation d'une surface de Riemann par son genre.

27. Russell appelle ainsi le fait de définir une propriété  $P$  par la classe des éléments ayant cette propriété  $P$ . Ce principe réintroduit ce que l'on a appelé, d'après Henri Poincaré, les définitions non prédicatives qui, elles, consistent à définir un élément par l'ensemble auquel il appartient. Mais pour Lautman ce procédé a toujours été utilisé et il est « parfaitement légitime », à condition de procéder par définitions axiomatiques et non par définitions énumératives ; de plus il manifeste la solidarité entre la partie et le tout. Lautman cite le calcul des variations où « la détermination d'une fonction extrême [se fait] par la considération de la totalité des fonctions de la classe à laquelle appartient l'extrême cherchée » (*Rapport* de 1935, p. 5).

firmation qu'à toute proposition vraie correspond un événement du monde, ce qui entraîne tout un cortège de restrictions et de précautions pour la logique<sup>28</sup>.

La clarté et la richesse de ce texte se passe de commentaire. Je veux néanmoins relever que Lautman souligne ici la solidarité entre domaine mathématique et méthodes d'investigation dudit domaine. Cette nouvelle solidarité redouble la solidarité fondamentale et totalement intrinsèque entre opérations et objets. Un peu plus loin, Lautman précise :

M. Carnap semble considérer parfois les rapports des mathématiques et de la physique comme ceux de la forme et de la matière. Les mathématiques fourniraient le système de coordonnées dans lequel s'inscrivent les données physiques. Cette conception ne paraît guère défendable puisque la physique moderne, loin de maintenir la distinction d'une forme géométrique et d'une matière physique, unit au contraire données spatio-temporelles et données matérielles dans l'armature commune d'un mode de représentation synthétique des phénomènes ; que ce soit par la représentation tensorielle de la théorie de la relativité ou par les équations hamiltoniennes de la mécanique. On assiste ainsi pour chaque système à une *détermination simultanée et réciproque du contenant et du contenu* [souligné par moi]. C'est de nouveau une détermination propre à chaque domaine à l'intérieur duquel ne subsiste plus *aucune distinction entre matière et forme* [souligné par moi]<sup>29</sup>.

On observera que Lautman puise dans sa connaissance approfondie des différents domaines mathématiques les arguments sans réplique aux théories réductrices de Carnap.

L'accord entre géométrie et physique qu'il souligne se manifeste dans l'indistinction *épistémologique* (du point de vue de la théorie de la connaissance) entre forme et matière, et il constitue la preuve pour ainsi dire tangible de l'intelligibilité de l'univers. « Il résulte de la mise au point par l'esprit d'une façon de structurer l'univers en harmonie profonde avec la nature de cet univers. On conçoit que cette pénétration du réel par l'intelligence humaine n'ait pas de sens pour certains formalistes à outrance. » Ce thème de l'harmonie est un des axes de la métaphysique leibnizienne. Mais, il est plus ou moins clairement assumé par des scientifiques et philosophes de tous bords qui cherchent à comprendre ou à justifier *l'objectivité* des sciences par leur rapport d'applicabilité aux faits et événements du monde réel. Ce rapport d'applicabilité postule l'identité, ou au moins « l'affinité », la similitude, la correspondance de ce qui est et de ce qui est connu. Il échappe ainsi au cercle de la *philosophie critique* kantienne qui repose sur la non-connaissance des choses en soi et retrouve le fil des conceptions antique et classique de la rationalité.

---

28. Lautman, 2006, p. 47.

29. Lautman, 2006, p. 49. Ces analyses sonnent comme celles que fera plus tard René Thom, qui insistera sur la dynamique géométrique (théorie des « catastrophes » élémentaires).

Ainsi, la pensée structure le monde, mais elle ne réussit à le faire qu'en ajustant ses théories aux relations du monde (philosophie classique), ou plutôt aux relations que *manifeste* le monde (Lautman).

### 1.2 Le postulat d'intelligibilité

L'intelligibilité de l'univers est le postulat principal de la philosophie rationaliste de Lautman. Ce postulat est anti-cartésien, dans la mesure où la raison n'est pas comprise comme ce qui s'affranchit de la sensation, mais comme ce qui la *comprend*. Tournant le dos au dualisme cartésien de l'esprit et de la matière, et au dualisme kantien du concept et de la sensibilité, Lautman donne explicitement à ce postulat une tonalité platonicienne en écrivant que « la *participation*<sup>30</sup> du sensible à l'intelligible [...] permet de dégager, derrière les changements des apparences, les rapports intelligibles des idées ». La « participation » désigne un processus moniste, *une* dynamique à deux composantes, sensible et intelligible, où s'unifient la *connaissance* et l'*expérience* du monde réel, ou, en termes repris par Lautman, l'*Erkennen* et l'*Erleben* : « Si les premiers contacts avec le sensible ne sont que sensations et émotions, la constitution de la physique mathématique nous donne accès au réel par la connaissance de la structure dont il est doué<sup>31</sup>. » Pas de rupture, mais continuité entre l'émotion et la pensée, entre le mouvement sensori-moteur d'appréhension du monde et le mouvement structurant d'intelligibilité du monde. De fait, c'est une vue très moderne, anti-platonicienne, puisque la participation est effective au lieu de se borner à être un principe explicatif, autant qu'elle est post-cartésienne et post-kantienne, que Lautman présente avec les mots et les images que lui offrait Platon. Je fais allusion ici aux travaux des neurobiologistes contemporains qui convergent tous vers la preuve expérimentale de la continuité et de la fécondation réciproque des sensations, des émotions et de l'intelligence<sup>32</sup>. Il est d'ailleurs remarquable que Lautman ne retienne pas l'opposition, ni même la distinction, essentielle chez Platon, entre deux sortes d'être : entre ce qui devient incessamment sans jamais être véritablement et ce qui, étant éternellement identique à soi, exclut tout devenir. En fait, la référence à

30. Lautman, 2006, p. 50 (souligné par moi).

31. Lautman 2006, p. 50.

32. Cf. les travaux d'Antonio Damasio qui mettent en lumière l'indéchirable alliance de l'affect et du pouvoir discriminant de l'esprit dans la production des pensées et des œuvres. Ce que Freud fut, du reste, le premier à découvrir en montrant que la construction de l'image du corps et la construction de la pensée par l'enfant sont deux processus totalement intriqués. L'on pourrait exprimer cela par les formules bien frappées du psychanalyste contemporain François Roustang : « Il ne peut pas penser celui qui ne peut pas sentir » ou « toute pensée engage le corps d'une certaine façon » (*Il suffit d'un geste*, Odile Jacob, 2003, p. 123). Voir aussi les travaux de Boris Cyrulnik, qui montre à quel point les nourritures affectives sont déterminantes pour le développement de l'intelligence et de la capacité d'apprendre des enfants et des adultes, sans limite d'âge.

Platon est d'abord dirigée contre une mathématique conçue comme pur symbolisme ou pur langage (Carnap et le Cercle de Vienne), excluant toute considération d'une *réalité* sous-jacente au symbolisme ou, comme l'écrit Lautman, d'une réalité « inhérente » aux mathématiques. Platon est ici le support du postulat rationaliste d'une pénétration par l'esprit du *devenir* des choses, grâce à « la connaissance des liaisons mathématiques auxquelles elles [les choses] participent<sup>33</sup> ». Remarquons, au passage, l'emploi du terme « liaison », qui implique une dynamique, en lieu et place du terme « relation », qui est souvent compris de manière statique.

### 1.3 L'analyse des mixtes

Les « liaisons mathématiques » sont les Idées intelligibles des choses et des phénomènes soumis au changement, mais elles sont elles-mêmes en devenir, advenant à un moment donné du développement des mathématiques et restant sujettes à modification, sans quoi elles ne pourraient rendre compte du devenir. Plus précisément les Idées se dissocient en leurs composantes dont les liens avec des composantes d'autres Idées viennent alors au jour, engendrant de nouveaux complexes, de nouvelles Idées. Lautman insiste sur le fait que le mathématicien ne cherche pas à réduire le complexe au simple mais à montrer la richesse multiple de ce qui est réputé simple, à montrer la nature « mixte », et par suite décomposable, de ce qui est d'abord tenu pour simple. « Le passage des notions dites "élémentaires" aux notions abstraites ne se présente pas comme une subsomption du particulier sous le général, mais comme la division ou l'analyse d'un "mixte" qui tend à dégager les notions simples auxquelles ce mixte participe<sup>34</sup>. » Un nombre aussi anodin que 21 s'écrit de manières différentes selon le corps de nombres considéré :  $3 \times 7$  dans le corps des rationnels et  $(1 + 2\sqrt{-5})(1 - 2\sqrt{-5})$  dans le corps  $\mathbb{K}\sqrt{-5}$  (la décomposition n'est pas unique, elle dépend du corps de base). Les notions dissociées peuvent alors entrer dans de nouvelles associations, permettant des combinaisons inédites et des unifications inattendues, comme, pour prendre des exemples précis, celles qu'offre l'élaboration conjointe du continu et du discontinu<sup>35</sup>, de la topologie et de l'algèbre<sup>36</sup>, des méthodes

33. Lautman 2006, p. 64.

34. Lautman, 2006, p. 78.

35. Lautman renvoie à un écrit de Hilbert, qui présente « *eine methodisch einheitliche Gestaltung von Algebra und Analysis* », *Gesam. Abh.* III, p. 57, cité dans Lautman 2006, p. 87. Voir aussi la conclusion du chapitre III de l'*Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel*, p. 112 : « Le calcul [algébrique] des grandeurs non commutatives en analyse opère un rapprochement du continu et du discontinu où s'efface la distinction des deux mathématiques. »

36. Lautman évoque la définition riemannienne d'un espace abstrait, dont la détermination de la topologie et de la métrique *précède* la caractérisation des fonctions définies et à valeurs dans cet espace. Voir aussi p. 134 : « avec Riemann les considérations topologiques [...] ont permis de lier l'*existence* de fonctions analytiques à l'*existence* [souligné par moi] de

synthétiques de géométrie telle que la définit Felix Klein par la propriété structurale d'invariance par rapport à un groupe de transformations<sup>37</sup>, qui précède la détermination d'une métrique) et des méthodes de calcul analytique en coordonnées rectangulaires issues du cartésianisme<sup>38</sup>.

Le problème de ces genèses a une face purement philosophique, manifeste dans les questions classiques du même et de l'autre, du tout et de la partie, de l'intrinsèque et de l'extrinsèque, de l'achevé et l'inachevé, de l'essence et de l'existence. Mais « ce n'est que dans le mouvement propre des théories mathématiques que se présentent [...] les distinctions [les dissociations] nécessaires à sa solution<sup>39</sup> ». Ou, comme je l'ai cité en exergue, « la pensée s'engage nécessairement dans l'élaboration d'une théorie mathématique dès qu'elle veut résoudre de façon précise un problème susceptible d'être posé de façon purement dialectique », les mathématiques étant « la matière la plus proche des Idées ».

Du point de vue technique, la généralisation est donc analyse et non recherche d'un genre plus étendu. Cette remarque, très pertinente, modifie la perception superficielle que l'on a des procédures des mathématiques modernes. Bien des structures abstraites sont nées, en effet, d'un processus d'analyse d'entités aussi familières et acceptées comme évidentes que les nombres entiers (Dedekind, *Que sont et à quoi servent les nombres ?* 1888)<sup>40</sup> ou les figures de la géométrie euclidienne (Hilbert, *Les fondements de la géométrie*, 1899). Comme le souligne Lautman, « toute une conception de l'intelligence mathématique, issue du platonisme et du cartésianisme, est en jeu dans cette distinction »<sup>41</sup>. Lautman veut dire que les idées simples ne sont pas simples; plus clairement les idées simples ne sont pas premières; elles

---

domaines de base, définis dans leur totalité par leurs propriétés topologiques. Les conditions relatives à l'existence de la dérivée en chaque point [étude locale] ne jouent plus le premier rôle, et la fonction n'est plus tant définie en chaque point du domaine que parce qu'elle est appropriée au domaine tout entier [étude globale] [...] À la conception globale de Riemann s'oppose la conception locale de Weierstrass ». Ce texte, qui n'est pas unique dans son genre à travers les écrits de Lautman, est remarquable de pénétration.

37. C'est l'apport du fameux « Programme d'Erlangen ». Ainsi, la géométrie euclidienne est caractérisée par l'invariance des figures par le groupe des déplacements, la géométrie affine caractérisée par l'invariance par une transformation linéaire, la géométrie projective par l'invariance par une transformation homographique. Une homographie sur  $\Delta$  est une bijection de  $\Delta$  sur elle-même telle si  $m$  a pour image  $m'$  par cette bijection les abscisses de  $m$  et  $m'$  dans un repère projectif sont liées par la relation  $x' = \frac{ax+b}{cx+d}$  avec  $ad - bc \neq 0$  et la double convention 1°) si  $x = -\frac{d}{c}$ , alors  $m' = \infty$  (le point à l'infini de  $\Delta$ ; 2°) si  $m = \infty$ , alors  $m'$  a pour abscisse  $x' = \frac{a}{c}$ . Une homographie ne change pas le birapport (ou rapport anharmonique) de quatre points. Si  $A, B, C, D$  sont quatre points distincts d'une droite on appelle birapport de  $(A, B)$  et  $(C, D)$  le rapport des mesures algébriques suivant :  $\frac{CA}{CB} / \frac{DA}{DB}$ .

38. Lautman, 2006, p. 100-105.

39. Lautman, 2006, p. 67.

40. Édition française dans Dedekind, 2009 (traduction, introduction et notes de Hourya Benis Sinaceur).

41. Lautman, 2006, p. 80.

naissent d'un processus de dissociation qui intervient à un moment déterminé de l'histoire et dont l'effectuation est liée à la recherche de la solution d'un problème donné.

Du point de vue philosophique, mettre en question la généralité par subsumption, c'est restreindre, sinon rejeter, l'applicabilité de l'analyse logique issue des *Catégories* d'Aristote. L'armature logique du discours est *autre chose* que la fluidité du réel. Tandis que les sciences, même abstraites, ne sont pas aussi étrangères à cette fluidité. Dire ainsi que les choses sont « à l'image » des Idées ou « participent » des Idées, ce n'est pas affirmer l'éternelle immuabilité des Idées par rapport aux choses variables, ce qui aurait pour conséquence un divorce inévitable entre le monde des Idées et celui des choses, et le rejet de ce dernier dans l'irrationalité d'un chaos impénétrable, incompréhensible. C'est, pour Lautman, affirmer qu'il y a un développement parallèle et des choses et des Idées. Ce parallélisme, qu'il appelle « harmonie », instaure l'unité du monde tel qu'il est et du monde tel qu'il est pensé. Les mathématiques offrent le moyen de *concevoir* et de *connaître* avec précision cette unité qui les dépasse [« domine »] en ce qu'elles ne la *créent* pas. Dire que les Idées sont dominatrices signifie qu'elles orientent et expliquent la convergence des théories mathématiques différentes entre elles, et la convergence de ces mathématiques avec les théories physiques et avec la dynamique des phénomènes. Mais alors on s'aperçoit que le terme « Idée », avec un i majuscule, n'a plus le sens de « schéma de structure », mais celui de ce qui fonde et engendre les schémas de structure. C'est le sens proprement dialectique (ou métaphysique) de ce terme.

## 2. La dialectique

### 2.1 *Le sens mathématique*

Le terme apparaît dans l'introduction de l'*Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, p. 131 :

Des résultats partiels, des rapprochements arrêtés à mi-chemin, des essais qui ressemblent encore à des tâtonnements, s'organisent sous l'unité d'un même thème et laissent apercevoir dans leur *mouvement* une *liaison*<sup>42</sup> qui se dessine entre certaines idées abstraites, que nous proposons d'appeler dialectiques.

Et un peu plus loin :

Les idées que nous inscrivons en tête de chacun de nos chapitres et qui nous paraissent *dominer*<sup>43</sup> le mouvement de certaines théories mathématiques, pour être concevables indépendamment des mathématiques, ne sont néanmoins pas susceptibles d'une étude directe. Elles n'existent que par rapport à une matière qu'elles pénètrent d'intelligence, mais on peut dire en revanche que ce sont

42. Souligné par moi.

43. Souligné par moi.

elles qui confèrent aux mathématiques leur éminente valeur philosophique [...] [L]es théories mathématiques constituent pour nous un donné au sein duquel nous nous efforcerons de dégager la réalité idéale à laquelle cette matière participe.

Après quoi suivent ici les études de couples de notions *duales* : local/global, prolongement/métrisation initiale (définition d'un  $ds^2$  déterminée par la topologie de l'espace global), propriétés intrinsèques/propriétés induites ou propriétés structurales/propriétés de situation, propriétés du tout/propriétés relatives à une partie, essence/existence. À quoi il faut ajouter les notions duales fini/infini, continu/discontinu qui apparaissent constamment dans d'autres passages. La dialectique mathématique est essentiellement constituée par la *dualité* entre entités complémentaires ou même convertibles l'une en l'autre par des procédures inversibles. La dialectique est le *passage* d'un aspect à l'autre, d'un point de vue à un autre, et la *coexistence* de ces différents aspects dans le même être, ou plutôt dans le même devenir. La dialectique n'est pas opposition de contraires mais mouvement de décomposition du même en l'autre, transformation de l'un en multiples, feuilletage d'une notion d'abord compacte, déploiement d'une richesse implicite, complexification de ce qui paraissait simple. C'est comme un point qui laisse voir un faisceau. D'où les multiples chemins qui vont relier ce point à d'autres éléments qui joueront, dans leur domaine propre, le rôle de « point ». La complexification locale d'un concept donné s'accompagne d'une schématisation globale des mathématiques en différents domaines devenus, d'une certaine manière à préciser et jusqu'à un certain point à déterminer, miroirs l'un de l'autre.

D'où la conclusion du chapitre I de l'*Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel* :

Les exemples que nous avons donnés permettent de comprendre que s'il y a des *modes de pensée différents*<sup>44</sup> en mathématiques, il est peu vraisemblable qu'à ces différences de méthodes correspondent des différences de domaines.

La *dualité*<sup>45</sup> des types de décomposition [...] n'aboutit pas à constituer deux mathématiques différentes. [...] Les *mêmes êtres*<sup>46</sup> sont étudiables de deux façons et c'est cette rencontre des méthodes qui fait l'unité profonde des mathématiques<sup>47</sup>.

Or la *convergence* [souligné par moi] de résultats ou méthodes arithmétiques, analytiques, algébriques « ne s'explique que par la *structure dialectique commune* [souligné par moi] auxquelles ces trois théories participent<sup>48</sup> ».

---

44. Souligné par moi.

45. Souligné par moi.

46. Souligné par moi.

47. Lautman, 2006, p. 98.

48. Lautman, 2006, p. 250.

Un peu plus haut, Lautman soulignait la solidarité entre un domaine et les méthodes d'investigation dudit domaine, ce qui signifiait qu'un outil (une méthode) est conçu à l'origine pour résoudre un problème donné d'un domaine donné. Après quoi on peut s'apercevoir que le même outil permet d'ouvrir d'autres serrures, situées en des régions différentes. Ici, Lautman souligne, au contraire, que la diversité des *types de méthode*, arithmétique, analytique ou algébrique, ne signifie pas vraiment la diversité des domaines correspondants (arithmétique, analyse, algèbre), parce que la diversité est contrebalancée par une convergence qui pointe du doigt une certaine unité *supérieure*, que Lautman qualifie de « structure dialectique commune ». Est esquissé un mouvement de « montée », dont nous allons voir ce qu'il traduit.

## 2.2 Le sens métaphysique

Dans sa lettre à Fréchet du 1<sup>er</sup> février 1939<sup>49</sup>, Lautman propose de préciser comment il entend « dialectique » au sens platonicien, cet adjectif concernant des questions qui ne sont pas proprement mathématiques mais philosophiques. Aussitôt après, Lautman distingue entre, d'une part, les notions, comme celles de tout, de partie, de structure, d'existence et, d'autre part, les Idées, qu'il conçoit comme problèmes d'élaboration de *relations* entre notions : ainsi, le problème de savoir si des propriétés globales peuvent s'inscrire dans des propriétés locales (problème mathématique concrétisant le problème dialectique des rapports du tout et de la partie).

*Même si, historiquement ou psychologiquement, c'est l'existence de la réponse qui suggère l'Idée de la question (l'existence de théories mathématiques permettant de dégager le problème dialectique auquel elles répondent), il est de la nature d'une question d'être rationnellement et logiquement antérieure à la réponse [souligné par Lautman].*

À la lumière de la philosophie de Heidegger, Lautman transforme les problèmes, qui sont le moteur reconnu du développement de nouvelles notions mathématiques, en Idées motrices, productrices de relations, celles-ci étant elles-mêmes à l'origine de nouveaux êtres mathématiques. Derrière Heidegger se profile le mode de philosopher des dialogues socratiques de Platon, où les questions sont plus déterminantes que les réponses, celles-ci aboutissant à des apories, tandis que les premières ont secoué nos habitudes spontanées de penser.

Lautman parle ici non pas de la dialectique interne des mathématiques, manifestée par la dualité de nombreux couples de leurs notions, mais d'une dialectique externe aux mathématiques et qui permet d'accéder à « une réalité plus cachée qui constitue un véritable monde des Idées<sup>50</sup> ». Affirmation platoniste surprenante sous la plume de quelqu'un qui a plaidé

49. Lautman, 2006, p. 260.

50. Lettre à Fréchet, Lautman, 2006, p. 263.

contre l'existence séparée des Idées et pour une participation effective, une pénétration réciproque du sensible et de l'intelligible. Une réponse à Cavaillès va nous éclairer davantage : « Il y a dans l'expérience, écrit Lautman, plus que l'expérience [...] saisir au-delà des circonstances temporelles de la découverte la réalité idéale, indépendante de l'activité de l'esprit. » Là, c'est bien clair, il y a bien un monde des Idées indépendant de ma pensée et une réalité idéale indépendante de l'activité de l'esprit. Mais qu'on y prenne garde ! Ce platonisme affirmé ne se situe pas au niveau de l'activité mathématique, mais au niveau ontologique proprement dit. Le second niveau fonde le premier. Lautman n'a pas besoin de soutenir un platonisme *mathématique* (pour lui les Idées ou schémas de structure du monde mathématique sont concrètement investis dans différentes régions de ce monde) parce qu'il adhère à un platonisme *philosophique* : il pose une réalité idéale, à laquelle participent les mathématiques et garante selon lui de l'objectivité de leurs théories.

Pour rappel, la dialectique platonicienne se caractérise par la méthode anagogique (*anagoge* : montée) d'élévation du sensible au monde des Idées, la montée du visible à l'invisible, cet invisible que Lautman nomme la réalité cachée à l'arrière-plan des mathématiques (2006, p. 131).

Cependant, Lautman fait une lecture « moderne » de Platon inspirée des commentaires de Léon Robin<sup>51</sup> et d'Oskar Becker<sup>52</sup>. Selon lui, ces commentateurs modernes ont insisté sur le fait que « ces Idées ne sont pas les essences immobiles et irréductibles d'un monde intelligible, mais qu'elles sont *liées* [souligné par moi] les unes aux autres selon les schémas d'une dialectique supérieure *qui préside à leur venue* [souligné par moi]<sup>53</sup> ». Cela est bien différent de la doxa du « platonisme mathématique », qui affirme l'existence statique d'êtres abstraits (paradigmatiquement les ensembles actuellement infinis) qu'on ne sait pas construire en un nombre fini d'étapes. Les Idées platoniciennes de Lautman sont non seulement justificatrices mais actives ; ce qui importe, c'est leurs liaisons et le fait que ces liaisons donnent naissance à de nouvelles Idées. En un mot, comme il l'écrit lui-même, Lautman « introduit du devenir au sein des Idées<sup>54</sup> ». C'est pourquoi sa métaphysique est une dialectique. Mais en utilisant le même terme que d'autres philosophes des mathématiques contemporains (Cavaillès et Gonsseth notamment), Lautman lui donne un sens qui le distingue bien nettement des autres. Pour Lautman, la Dialectique, au sens métaphysique, se décline en deux sens : d'une part les Idées sont, du fait même de leurs liaisons, animées de mouvement,

---

51. Son *Platon* est publié en 1935.

52. Lautman cite l'article de cet auteur intitulé « Die diairetische Erzeugung der platonischen Idealzahlen », publié dans la revue dirigée par O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz : *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, tome I, 1929. L'article « Mathematische Existenz » est de 1927.

53. Lautman, 2006, p. 230.

54. Lautman, 2006, p. 231.

d'autre part l'*anagoge* consiste à « remonter aux idées dont la science incarne les liaisons<sup>55</sup> ». Cette remontée permet d'appréhender et de comprendre les schémas de genèse qui ont pour résultat la « venue » des Idées et l'apparition concomitante de notions mathématiques.

### 3. Schémas de genèse

Comme dans le cas de la dialectique, il y a deux sens de la genèse des notions mathématiques, dont je rappelle que c'est le problème auquel Lautman s'est principalement attaqué : « Nous essaierons de dégager une philosophie des genèses mathématiques<sup>56</sup>. » Il y a une genèse mathématique interne et une genèse métaphysique des notions mathématiques, qui est censée remplacer la déduction transcendantale de style kantien.

#### 3.1 Genèse mathématique interne

Elle est une « procession des êtres mathématiques les uns à partir des autres<sup>57</sup> ». Elle se fait dans l'indissoluble association du concret et de l'abstrait, de la structure et de l'existence, du domaine global et des êtres distingués, en un mot de la matière et de la forme. L'analyse des « mixtes » a pour conséquence « l'engagement du concret dans la genèse de l'abstrait » par l'instauration d'une relation « d'imitation [...] entre la structure de cet abstrait et celle du concret de base »<sup>58</sup>. Réciproquement il y a aussi engagement de l'abstrait dans la genèse du concret, de la structure à la découverte de modèles inattendus ou d'êtres nouveaux. Par exemple, les représentations linéaires d'un groupe abstrait constituent un passage de la structure à l'existence. Le cas n'est pas rare où « l'on voit une structure *préformer* [souligné par moi] l'existence d'êtres abstraits sur le domaine que cette structure définit<sup>59</sup> ». Ainsi le genre<sup>60</sup> d'une surface de Riemann constitue un passage de la structure topologique de la surface à l'existence d'intégrales abéliennes partout finies et linéairement indépendantes sur ladite surface. « Le passage de l'essence à l'existence devient ainsi une liaison entre la décomposition [l'analyse] structurale d'un être et l'existence d'autres êtres que cette

55. Lautman, 2006, p. 234 (on se serait attendu ici à un i majuscule pour le mot idée).

56. Lautman, 2006, p. 181.

57. Lautman, 2006, p. 171.

58. Lautman, 2006, p. 195.

59. Lautman, 2006, p. 187.

60. On peut par déformation continue donner à une surface de Riemann la forme d'un disque à deux faces percé de trous; le nombre  $p$  de ces trous représente un invariant topologique de ladite surface; on appelle  $p$  le genre de la surface. Ce nombre  $p$  détermine le nombre maximum  $2p$  de courbes fermées que l'on peut tracer sur cette surface sans la diviser en deux régions séparées; il mesure également le nombre maximum d'intégrales abéliennes partout finies linéairement indépendantes définissables sur cette surface. On appelle intégrale abélienne une intégrale de la forme  $R(x,y)dx$  où  $R$  est une fraction rationnelle et où  $x$  et  $y$  sont liées par la relation  $P(x,y) = 0$  avec  $P$  polynôme à deux variables.

décomposition fait naître<sup>61</sup>. » De même, en théorie du corps de classes quadratiques<sup>62</sup>, pour qu'il existe dans  $k$  un nombre  $m$  tel que  $k(\sqrt{m})$  soit corps de classes, il faut que le nombre  $h$  des classes d'idéaux dans  $k$  soit pair. Lautman exprime cette condition nécessaire en disant que « l'existence d'un être *émerge* [souligné par moi] de la décomposition structurale d'un domaine de base<sup>63</sup> ». Justement, Lautman souligne que le nombre  $p$  ou le nombre  $h$  a un double sens : à la fois structural et créateur d'existences. Et il ajoute que ce qui est abstrait dans un certain schéma de genèse peut fort bien être, dans un autre schéma, le concret d'un nouvel abstrait. Ainsi, un groupe peut être conçu comme structure abstraite par rapport à un espace de points constituant le domaine de base, et jouer le rôle de domaine concret par rapport aux représentations du groupe. « L'élément essentiel dans le passage de l'essence à l'existence, ce n'est pas tant la nature du rôle assumé par chacun des genres de l'être en présence que l'existence même du *passage* [souligné par moi] entre deux genres de l'être<sup>64</sup>. » C'est le mouvement dialectique qui engendre de nouveaux êtres à partir d'une structure tout en permettant de dégager la structure de ces êtres nouveaux. On peut dire que, tandis que certains voient les idées d'essence et d'existence comme séparées par une sorte de gouffre qui ne se comble pas forcément, par exemple dans le cas d'une théorie logiquement incomplète comme l'est celle de l'arithmétique élémentaire, Lautman n'y voit que liaisons renouvelées, surajoutées les unes aux autres, imbriquées les unes dans les autres. Ces liaisons ne sont cependant pas strictement logiques, mais spécifiques de la substance mathématique même, travaillée tant par les problèmes que par les structures explicitées ou émergentes. Si l'on veut absolument parler de « logique », alors il faut employer l'expression « logique dialectique ». Lautman le fait effectivement, apportant sa propre contribution à la tendance logico-philosophique de son époque, qui découvrait à la fois le mouvement du concept (Hegel), la capacité tant explicative que créative des structures (structuralisme mathématique), et le rôle de l'histoire effective dans l'émergence de structures, ce qui pulvérise la tentation d'hypostasier les structures en essences immobiles et éternelles, la tentation des arrière-mondes. Mais même la logique

---

61. Lautman, 2006, p. 190.

62. Soit  $k$  un corps. Certains sur-corps  $K$  de  $k$  sont appelés corps de classes. Les corps  $K$  entretiennent une relation remarquable avec les sous-groupes  $H$  du groupe  $G$  de tous les idéaux de  $k$ . Un sur-corps de  $k$  est quadratique s'il est de la forme  $k(\sqrt{m})$ , c.-à-d. si l'on adjoint à  $k$  la racine carrée d'un élément  $m$  de  $k$ .

63. Lautman, 2006, p. 191.

64. Lautman, 2006, p. 194.

dialectique reste en deçà du « mouvement propre » des liaisons mathématiques. C'est ce que je vais expliquer tout de suite.

### 3.2. *Le réel mathématique*

C'est :

- tantôt les faits mathématiques,
- tantôt les êtres mathématiques,
- tantôt les théories mathématiques,
- tantôt les Idées qui dominent ces théories<sup>65</sup>.

Loin de s'opposer, ces quatre conceptions s'intègrent naturellement les unes dans les autres : les faits consistent dans la découverte d'êtres nouveaux, ces êtres s'organisent en théories et le *mouvement* de ces théories *incarne* [souligné par moi] le schéma des liaisons de certaines Idées.

Si la réalité mathématique pose un sérieux problème, ce n'est ni sur le plan des faits, qu'on peut constater et décliner historiquement, ni sur celui des êtres, qui sont factuellement imposés par la nécessité de calculs et raisonnements spécifiques, ou suffisamment déterminés par leur caractérisation et leur implication dans diverses méthodes ; mais c'est plutôt sur le plan des théories ; ce sont elles qui sont concernées par les distinctions introduites par l'esprit, tandis que les faits et les êtres, bien que d'une richesse souvent plus grande que prévu, constituent des unités. Sur le plan des théories,

la nature du réel se dédouble ; nous avons montré [...] comment les théories mathématiques sont susceptibles d'une double caractérisation, l'une qui porte sur le *mouvement propre* [souligné par moi] de ces théories, l'autre sur les *liaisons d'idées* qui *s'incarnent* [souligné par moi] dans ce mouvement. Ce sont là deux éléments distincts dont la réunion constitue à notre avis la réalité inhérente aux mathématiques [...] <sup>66</sup>.

Lautman affirme à la fois « [l']union intime et [l']indépendance complète de la logique dialectique », telle qu'il la conçoit, et des mathématiques.

Les théories mathématiques se développent par leur force propre, dans une étroite solidarité réciproque et *sans référence aucune* [souligné par moi] aux Idées que leur mouvement rapproche. Les schémas logiques que le philosophe découvre alors dans ce mouvement ne peuvent avoir la netteté de contours qu'auraient des règles données antérieurement à l'expérience, *ils n'ont d'existence qu'unis à ces théories qui se font en même temps qu'eux* [souligné par moi], et s'ils empiètent tous les uns sur les autres, c'est pour pouvoir mieux soutenir le magnifique et universel réseau des relations mathématiques<sup>67</sup>.

65. Lautman, 2006, p. 223.

66. Lautman, 2006, p. 227.

67. Lautman, 2006, p. 221.

Ici, il faut noter un problème d'interprétation. En effet, page 221, Lautman nous dit que les théories mathématiques se développent « sans *référence* [souligné par moi] aucune aux Idées que leur mouvement rapproche ». D'autre part, il écrit que ce mouvement « *incarne le schéma* [souligné par moi] des liaisons de certaines Idées ». Je comprends cette double déclaration de la manière suivante : le mouvement des théories n'est pas une *application* des liaisons d'Idées, puisque ces liaisons *ne préexistent pas* au mouvement ; elles en sont contemporaines. Le mouvement des théories mathématiques est *l'incarnation*, la réalisation, des schémas de liaisons d'Idées dont *nous n'avons pas connaissance* avant ladite réalisation. Ce mouvement est *le passage au réel*, qu'il engendre. Autrement dit, le mouvement des théories a un effet sur le rapprochement des Idées, en même temps qu'il incarne ce rapprochement qui prend l'aspect ou la forme de schémas de liaisons émergents. On pourrait objecter que les liaisons d'Idées peuvent exister sans que nous en ayons connaissance, mais cette disjonction de l'être et du connaître ne cadre ni avec la mobilité agissante et le pouvoir créateur que Lautman a insufflé au monde des Idées de Platon ni avec le fait que, réciproquement, ce monde ne m'est donné, selon Lautman, que dans l'expérience. Le monde des Idées n'est pas un arrière-monde séparé, il est incarné, éprouvé et connu au sein de l'expérience. En ce sens, et en dépit de sa coloration platonicienne, la philosophie de Lautman n'est pas *stricto sensu* celle d'un *réalisme* des Idées. Pour un réaliste, en effet, les idées existent indépendamment et antérieurement à l'expérience et à la connaissance que nous en avons. Elle n'est pas non plus un constructivisme, dans la mesure où l'être n'est pas *réduit* à la connaissance. Pour Lautman, l'être est contemporain du connaître, il se « dévoile » dans le connaître, mais il ne se réduit pas au connaître ; c'est juste que nous n'avons pas d'autre moyen de l'appréhender que par le connaître. L'être nous apparaît, mais ce qui apparaît n'est pas une apparence. La philosophie de Heidegger va apporter quelques expressions dont Lautman se saisit pour exprimer ce double refus du réalisme strict (qui se réclame de Platon) et du constructivisme pur (issu du kantisme).

Mon interprétation est étayée sur les données suivantes. D'une part il n'y a, pour Lautman (comme pour Cavailles), aucun *a priori* catégoriel, préformant l'expérience. « Le seul élément *a priori* que nous concevions est *donné dans l'expérience* [souligné par moi] de cette urgence des problèmes, antérieure à la découverte de leurs solutions ». Pourtant, d'autre part et contrairement à Cavailles, Lautman décrit la nature de cet *a priori* de la manière suivante : « au-delà des conditions temporelles de l'activité mathématique, mais au sein même de cette activité, apparaissent les contours d'une réalité idéale qui est dominatrice par rapport à une matière mathématique qu'elle *anime* [souligné par moi], et qui pourtant, sans cette matière, ne saurait *révéler toute la richesse* [souligné par moi] de son pouvoir formateur<sup>68</sup> ».

---

68. Lautman, 2006, p. 229-230.

Ce qui se révèle n'est pas un être mais un pouvoir. Il n'est pas question pour Lautman du pouvoir de la pensée, mais il est question de la puissance de l'Être, question donc du Devenir. Un pouvoir ne se laisse pas enfermer dans des catégories prédéterminées; il n'en a pas moins une *réalité active*. Quelle vision peut, sur le plan métaphysique, rendre compte de cette réalité active ?

### 3.3 Genèse métaphysique des mathématiques

Contre l'empirisme et le néo-positivisme logique du Cercle de Vienne, Lautman veut non pas éliminer la métaphysique au profit de la logique, mais dégager « la métaphysique de la logique », c'est-à-dire justifier ontologiquement le passage de la structure aux réalisations, du domaine global aux êtres qui naissent de sa caractérisation (pas seulement les éléments qui appartiennent aux domaines en question, mais aussi les éléments que l'on découvre liés à lui), de l'essence à l'existence. Il veut faire la « théorie générale des liaisons qui unissent les considérations structurales aux affirmations d'existence<sup>69</sup> ». Cette théorie tient en une genèse de l'existant à partir de la Dialectique des Idées. Celle-ci implique de distinguer les *notions* dialectiques des *Idées* dialectiques<sup>70</sup>. Les Idées « envisagent » les relations *possibles* [souligné par moi] entre notions dialectiques. Lautman pense que cette Dialectique « domine » les théories mathématiques dans le sens où le possible domine le réel, mais, à strictement parler, elle ne les *crée* pas, ne les *engendre* pas. Il récuse en effet l'interprétation cosmologique, appuyée sur l'idée de *création*, de cette relation de domination comme celle dans laquelle une matière sensible existerait à titre de réceptacle pour les Idées qui l'organisent en monde. En ce qui concerne les mathématiques, Lautman refuse en effet « l'interposition contingente d'une Matière hétérogène aux Idées » autant que la coupure entre dialectique métaphysique et mathématique<sup>71</sup>. Des Idées (ordre ontologique des Idées de relations possibles) aux mathématiques (ordre ontique des théories mathématiques effectives) il y a selon lui « émanation » ou « procession », et pour en rendre compte il recourt à une interprétation transcendantale de style heideggerien, appelée à rendre compte du fait que les théories mathématiques *procèdent* de la Dialectique des Idées sans être *engendrées* par elle.

Plus précisément, Lautman entend « montrer qu'un *effort de compréhension adéquate* [souligné par moi] des Idées dialectiques est, par le fait même qu'il s'applique à connaître les liaisons internes de cette dialectique,

69. Lautman, 2006, p. 179. Notons que Lautman ne s'arrête absolument pas à la disjonction entre structure (ou syntaxe) et existence (ou réalisation sémantique) qui est le fait de théories incomplètes et qui a fait couler tant d'encre.

70. Lautman, 2006, p. 242-243.

71. Lautman, 2006, p. 238. La relation va de l'une à l'autre *et inversement* : les mathématiques sont un « modèle où observer comment les choses viennent à l'existence » (p. 242).

créateur de systèmes de notions plus concrètes où s'affirment ces liaisons ». Et il poursuit aussitôt : « La genèse n'est plus alors conçue comme la *création matérielle* [souligné par moi] du concret à partir de l'Idée, mais comme la *venue* [souligné par moi] des notions relatives au concret au sein d'une analyse de l'Idée. » « La venue » des notions, c'est-à-dire l'apparition, la manifestation ou l'auto-manifestation, laquelle n'est pas une création et n'est cependant pas indépendante de « l'effort » de connaître. Mode de raisonnement qui est la réplique de celui par lequel Heidegger affirme que le dévoilement de la vérité ontologique de l'être ne peut se faire sans que se dessinent simultanément les aspects de l'existence ontique<sup>72</sup>. Ainsi, le souci<sup>73</sup> de connaître ce qui fait l'essence d'un concept n'est peut-être pas primitivement orienté vers les réalisations de ce concept, mais « l'analyse conceptuelle aboutit nécessairement à projeter comme au-devant du concept les notions concrètes en lesquelles il se réalise ou s'historialise<sup>74</sup> ». Lautman relève le primat des préoccupations anthropologiques de la phénoménologie de Heidegger, mais pour lui la distinction ontologie/ontique a une portée générale par le fait que la « genèse des notions relatives à l'Existant [se produit] au sein de l'analyse des Idées relatives à l'Être<sup>75</sup> ». La question est alors : quelle est la signification de « l'effort de compréhension » ? Ou, en d'autres termes, quel est le sujet de l'analyse des Idées et de l'*anagoge* vers elles ? C'est, me semble-t-il, le philosophe en tant qu'il est le témoin du pouvoir, de la puissance du Devenir, et l'*interprète* de l'incarnation des Idées dans le réel mathématique. C'est ainsi que je le comprends, bien que Lautman ne soit pas très explicite sur ce point, ne serait-ce que parce qu'il est partie prenante dans la philosophie, alors dominante, de l'effacement du sujet, qu'il s'agisse du sujet mathématicien ou du sujet philosophe, au profit de l'objet. Cependant, j'évoque le sujet philosophe, et non le sujet mathématicien, dans la mesure où l'*anagoge* est une démarche éminemment philosophique.

En tout état de cause, Lautman affirme l'antériorité de la Dialectique par rapport aux mathématiques tout en précisant que cette antériorité

- n'est pas selon l'ordre chronologique de la création ;
- n'est pas selon l'ordre de la reconstruction logique. La dialectique ne fait pas partie des mathématiques, et ses notions sont sans rapports avec les notions primitives d'une théorie (déductive). Le

---

72. Comme l'explique Lautman, l'ontologie est relative à l'essence, l'ontique est la vérité (*aletheia*) de l'existant, dans sa relation aux situations effectives de l'existence concrète (Lautman, 2006, p. 239).

73. Ce terme heideggerien est employé par Lautman, par exemple dans Lautman, 2006, p. 229.

74. Lautman, 2006, p. 239-240.

75. Lautman, 2006, p. 240, ou encore « la production de notions relatives à l'existence concrète naît d'un effort de compréhension de concepts plus abstraits ». Lautman s'appuie surtout sur l'article « Vom Wesen des Grundes », dans *Qu'est-ce que la métaphysique ?*, que Gallimard venait de publier, en 1938.

renouvellement constant du sens des notions montre que la nécessité de fait, induite par des difficultés internes, précède la théorie déductive relatives aux notions renouvelées<sup>76</sup>;

- n'est pas selon l'ordre de la connaissance, car la méthode de la philosophie mathématique est analytique et régressive: on remonte de l'appréhension globale d'une théorie aux relations dialectiques que cette théorie incarne (*anagoge* platonicienne), et il est inutile de dresser un *a priori* dont la connaissance serait préalable à la compréhension des mathématiques.

Cette considération concerne l'effort du philosophe, tandis que les deux précédentes sont relatives à la substance dynamique des mathématiques.

L'antériorité est celle du « souci » ou de la « question » par rapport à la réponse. Il s'agit là d'une antériorité « ontologique », pour reprendre l'expression de Heidegger.

Or Heidegger définit la transcendance comme dépassement du sujet vers l'existant. Lautman commente :

Il en résulte que la transcendance appartient en propre à la réalité humaine, qui ne saurait être conçue autrement qu'orientée vers le monde. En décrivant ainsi la transcendance comme un acte de rapprochement, et non comme un état de séparation, Heidegger n'entend point atténuer la distinction ontologique qui sépare le dévoilement de l'être et la manifestation de l'existant, mais il a voulu insister sur le fait que la *genèse* et le *développement* [souligné par moi] de l'existant étaient le prolongement nécessaire d'un *effort de dévoilement* [souligné par moi] de l'être. On peut à propos de la relation des Idées de la Dialectique aux mathématiques décrire une situation analogue [...] [il y a une] *genèse* [souligné par moi] des mathématiques à partir de la Dialectique, [un prolongement de celle-ci dans celles-là].

Se repose ici la question, vue plus haut, de savoir quelle interprétation donner à la transcendance si on s'interdit tout humanisme ou tout anthropologisme. Paraphrasant ce que Lautman dit de Husserl<sup>77</sup>, dirons-nous qu'il penche pour une harmonie, non préétablie certes, mais qui s'actualise dans l'effort d'ajustement de l'esprit à un réel qu'il est disposé à accepter comme tel ? Lautman a cherché une voie moyenne entre le logicisme, attitude statique qui veut réduire les mathématiques à un petit nombre de principes premiers<sup>78</sup>, et le psychologisme, qui dissout toute objectivité dans les aléas du dynamisme d'un sujet opérateur<sup>79</sup>. Pour Lautman, le dynamisme est

76. Lautman, 2006, p. 128.

77. Lautman, 2006, p. 59.

78. Lautman, 2006, p. 148: « La véritable logique n'est pas *a priori* par rapport aux mathématiques mais il faut à la logique une mathématique pour exister. »

79. Lautman, 2006, p. 129.

ontologique, et le sujet n'est opérateur qu'en tant qu'il participe à l'avènement du réel et qu'il se met en situation d'accueillir cet avènement.

## Conclusion

Il faut donc distinguer et surtout réunir deux sortes de genèse<sup>80</sup> :

- la « venue » des mathématiques à partir de la Dialectique, c'est-à-dire la réalisation, le passage au réel mathématique des Idées de relations possibles ;
- celle des schémas de genèse montrant diverses manières dont la structure d'un domaine « est adaptée » à la mise en évidence de certains êtres nouveaux. Cette genèse-ci se fait selon une relation d'imitation : affinités structurales entre théories avec des domaines différents : nombres, fonctions, algèbres. Ou bien selon une relation d'expression, par exemple entre le discontinu et le continu, lorsque la structure algébrique ou topologique enveloppe l'existence d'êtres analytiques définissables sur cette structure. C'est à ce niveau, qui est le niveau mathématique proprement dit, que s'effectuent les corrélation dans des couples de *notions* comme le tout et la partie, les propriétés de situation et les propriétés de structure, les domaines de base et les êtres définis sur ces domaines, etc.

Il n'y a pas de différence de nature entre ces deux sortes de genèse.

On pourrait dire en termes platoniciens que la participation des Idées entre elles obéit aux mêmes lois que la participation des Idées aux genres suprêmes et aux nombres Idéaux ; dans l'un et l'autre cas la philosophie mathématique se propose d'assister à *l'acte* [souligné par moi] éternellement recommencé de la genèse d'un Univers.

Ce texte semble indiquer un troisième niveau, au-dessus de celui des notions et au-dessus de celui des Idées : le niveau des « genres suprêmes et [des] nombres Idéaux », qui serait la source de la Dialectique transcendante. Ce troisième niveau, s'il était bien dans le fil de la pensée de Lautman, pose évidemment la difficulté dite « du troisième homme », c'est-à-dire, en clair, la difficulté d'expliquer les relations dialectiques des genres suprêmes et des nombres Idéaux par participation entre eux et par participation à ce qui serait un quatrième niveau. Je n'ai pas de solution pour cette difficulté dans le cadre des thèses philosophiques de Lautman.

Je m'en tiens donc à penser que Lautman professe un platonisme revu à la lumière de la phénoménologie heideggerienne. C'est Platon revisité, à peu près tel que l'envisageait Heidegger lui-même, qui cherchait à réaffirmer la primauté de l'être, à un stade « antérieur » aux distinctions conceptuelles de la réfutation sophistique, de la dialectique socratique, ainsi que de la

---

80. Lautman, 2006, p. 256.

« logique » aristotélicienne qui a introduit les « aspects » de l'être, décliné « en tant que » ceci et « en tant que » cela. Il faut remonter (*anagoge* platonicienne) jusqu'à l'Unité d'où procède la multiplicité, l'unité de l'Idée dont les liaisons aux autres Idées s'incarnent dans le réel mathématique. L'Être se dévoile dans le connaître. Comme le fait observer Lautman<sup>81</sup>, il ne faut pas s'étonner de voir Platon et Heidegger voisiner dans ses analyses avec la loi de réciprocité quadratique. De fait, selon lui, le « rapprochement de la métaphysique et des mathématiques n'est pas contingent mais nécessaire ». Ainsi, selon les propres termes de Heidegger, cité par Lauman, « s'il appartient à la vérité ontique d'être "état manifeste de l'existant", la vérité ontologique est [...] "dévoilement entendu comme la vérité sur l'être" »<sup>82</sup>. Mais, au moins dans la connaissance mathématique, ce dévoilement de la vérité ontologique ne peut se faire sans que « se dessinent en même temps les aspects concrets de l'existence ontique ».

La position de Lautman est très différente de celle de Cavaillès qui, tenté par l'intentionnalité husserlienne en guise de dépassement du dualisme de la matière et de la forme, s'en est tenu à un spinozisme dialectisé tout en donnant l'exclusivité au niveau épistémologique dans une perspective post-critique, laissant de côté l'aspect métaphysique<sup>83</sup>. Pour Cavaillès, la dialectique interne des idées mathématiques, objective et autonome, est exclusivement vue du côté de l'objet et de la structure démonstrative *in concreto*, sans aucune place pour un « effort [humain] de dévoilement » de ce qui est. Cavaillès et Lautman ont eu des lectures divergentes des *Étapes de la philosophie mathématique* de Léon Brunschvicg, leur maître à tous deux. Pour Lautman, « l'objectivité mathématique est bien l'œuvre de l'intelligence humaine dans son effort pour triompher des résistances de la matière sur laquelle elle travaille ». Mais, contrairement à Cavaillès, il ne voit pas dans cette affirmation le projet d'une psychologie de mathématicien, mais bien la « caractérisation intrinsèque du réel [mathématique]<sup>84</sup> ». Car, pour lui, l'objectivité du travail de l'intelligence est à la fois « enracinée » [*Gründung*] dans les existences mathématiques concrètes et « fondée » [*Begründung*] (autre terme âprement contesté par Cavaillès) dans la « motivation ontologique de l'existant ». L'objectivité du travail de l'intelligence est autant le produit d'un effort de dévoilement de l'être que la manifestation du processus de *genèse* des théories mathématiques à partir du mouvement des Idées, donc l'affirmation du *pouvoir agissant* des Idées. Le possible précède le réel actualisé. L'ordre du possible est l'ordre des Idées et de leur Dialectique, entre elles et à l'égard des êtres et schémas mathématiques qui en procèdent.

---

81. Lautman, 2006, p. 237.

82. Lautman, 2006, p. 239.

83. Cf. Sinaceur (Benis Sinaceur), 1994.

84. Lautman, 2006, p. 128-129.

## Références

- Becker, Oskar. « Beiträge zur phänomenologischen Begründung der Geometrie und ihre physikalischen Anwendungen », *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* IV, 1923, p. 493-560.
- . « Mathematische Existenz, Untersuchungen zur Logik und Ontologie mathematischer Phänomene », *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* VIII, 1927, p. 439-809.
- . « Die diairetische Erzeugung der platonischen Idealzahlen », dans *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*, tome I, n° 4, revue éditée par O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz, 1931.
- Benis Sinaceur (ou Sinaceur), Hourya. « Lettres inédites d'Albert Lautman à Jean Cavaillès », « Lettre inédite de Gaston Bachelard à Albert Lautman », *Revue d'histoire des sciences*, Paris, PUF, tome XL-1, 1987, p. 117-129.
- . *Jean Cavaillès. Philosophie mathématique*, Paris, Presses Universitaires de France (PUF), 1994.
- . « The Nature of Progress in Mathematics: the Significance of Analogy », in E. Grosholz and H. Breger (eds.), *The Growth of Mathematical Knowledge*, Kluwer Academic Publishers, 2000, p. 281-293.
- . « From Kant to Hilbert: French Philosophy of Concepts in the Beginning of the XXth Century », in J. Ferreiros et J. Gray, *The Architecture of Modern Mathematics*, Oxford University Press, 2006, p. 349-376.
- . « David Hilbert et les mathématiques du xx<sup>e</sup> siècle », in *Histoire des nombres*, chapitre IV, La Recherche, Paris, Éditions Taillandier, 2007, p. 40-56.
- . « Tarski's Practice and Philosophy: Between Formalism and Pragmatism », in S. Lindström, E. Palgreen, K. Segerberg et V. Stoltenberg-Hansen (eds.), *Logicism, Intuitionism, and formalism*, Springer, Synthese Library 341, 2009, p. 357-396.
- Bernays, Paul. « Sur le platonisme en mathématiques », dans *Philosophie des mathématiques*, traduction, introduction et notes de Hourya Benis Sinaceur, Paris, Vrin, 2003, 1935, p. 83-98.
- Cavaillès, Jean. *Sur la logique et la théorie de la science*, ouvrage posthume publié en 1947 par les soins de G. Canguilhem et Ch. Ehresmann (1905-1979) — édition de 1960, Paris, Presses Universitaires de France.
- Granger, Gilles Gaston. *Formes, opérations, objets*. Paris, Vrin, 1994.
- Heidegger, Martin. « Vom Wesen des Grundes », dans *Qu'est-ce que la métaphysique ?* trad. Henry Corbin, Paris, Gallimard, 1938.
- Hilbert, David. *Gesammelte Abhandlungen* I, II, III, Berlin, Springer, 1932-1935.
- Lautman, Albert. Rapport sur les travaux philosophiques entrepris par M. Lautman, manuscrit inédit, daté de mars 1935, Fonds ENS. Bouglé, Archives nationales cote 61 AJ, carton 96. Copie aimablement communiquée par Fernando Zalamea.
- . *Les Mathématiques, Les Idées et le Réel physique*. Présentation de Jacques Lautman. Étude de Fernando Zalamea, Paris, Vrin, 2006.
- Riemann, Bernhard. 1851. « Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Funktionen einer veränderlichen komplexen Grösse », Dissertation inaugurale reproduite dans *Gesammelte mathematische Werke* de Riemann, édité par Heinrich Weber et Richard Dedekind en 1876, 2<sup>e</sup> éd. 1892, 3-48. Trad. franç. L. Laugel,

*Œuvres mathématiques de Riemann*, Paris, Albert Blanchard, 1897; nouveau tirage, 1968.

- . «Über die Hypothesen, welche der Geometrie zum Grunde liegen», *Habilitationsschrift* éditée par R. Dedekind dans *Abhandlungen der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, Band XIII, 1867. Reproduite dans *Gesam. math. Werke*, 2<sup>e</sup> éd., 1854, 272-287.

Robin, Léon, *Platon*, Paris, Félix Alcan, 1935.

Weyl, Hermann. *Die Idee der Riemannschen Fläche*, Leipzig, Teubner, 1913.

- . *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Leipzig, Hirzel, 1928.

# Le platonisme de Lautman dans la tradition d'épistémologie en France

Pierre Cassou-Noguès

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039712ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039712ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Cassou-Noguès, P. (2010). Le platonisme de Lautman dans la tradition d'épistémologie en France. *Philosophiques*, 37 (1), 55–73.  
<https://doi.org/10.7202/039712ar>

Résumé de l'article

Cet article interroge la place du platonisme de Lautman dans la tradition épistémologique en France à partir de Brunschvicg. Nous soutenons que, malgré sa position originale, le platonisme de Lautman s'intègre en effet dans cette tradition et doit être compris dans ce contexte. La première partie rappelle certains éléments du relativisme critique de Brunschvicg. La seconde tente une reconstruction de la philosophie de Lautman. Nous concluons en montrant comment le rôle donné par Brunschvicg à « l'expérience » se traduit chez Lautman dans une difficulté propre, concernant la « matière » dans laquelle se réalisent les « Idées ».

# Le platonisme de Lautman dans la tradition d'épistémologie en France

PIERRE CASSOU-NOGUÈS

CNRS et Université Lille III

**RÉSUMÉ.** — Cet article interroge la place du platonisme de Lautman dans la tradition épistémologique en France à partir de Brunschvicg. Nous soutenons que, malgré sa position originale, le platonisme de Lautman s'intègre en effet dans cette tradition et doit être compris dans ce contexte. La première partie rappelle certains éléments du relativisme critique de Brunschvicg. La seconde tente une reconstruction de la philosophie de Lautman. Nous concluons en montrant comment le rôle donné par Brunschvicg à «l'expérience» se traduit chez Lautman dans une difficulté propre, concernant la «matière» dans laquelle se réalisent les «Idées».

**ABSTRACT.** — This paper considers the position of Lautman's Platonism in the French tradition of epistemology starting with Brunschvicg. We claim that Lautman's Platonism does indeed belong to this tradition and can only be properly understood in this context. The first section discusses Brunschvicg's "critical relativism". The second section aims at reconstructing in this context Lautman's philosophy. Finally, we show that Brunschvicg's inheritance — or, more specifically, the role that Brunschvicg gives to "experience" — leads in Lautman's texts to a particular problem, concerning the "material" in which "Ideas" are realized.

Mon but sera de replacer cette forme de platonisme que développe Lautman dans la tradition d'épistémologie qui, sinon commence, du moins se fixe avec Brunschvicg. Je parlerai volontiers d'une tradition d'épistémologie *historique* dans la mesure où la philosophie des sciences en France, à partir de Brunschvicg et — en prenant l'idée de philosophie des sciences en un sens large — jusqu'à Althusser ou Foucault, se lie à l'histoire des sciences. C'est sous cet angle que j'étudierai la position de Lautman. L'originalité du platonisme de Lautman, sur l'éventail des positions connues de la philosophie des mathématiques, est bien d'être un platonisme de l'histoire : les Idées qui font l'objectivité des mathématiques s'incarnent dans le « mouvement », c'est-à-dire l'histoire, des théories plutôt que dans leurs axiomes. Je voudrais donc étudier comment Lautman est amené à développer une forme de platonisme dans le cadre historique qu'a ouvert Brunschvicg et, en retour, comment ce cadre historique induit à l'intérieur de l'épistémologie de Lautman une série de difficultés.

Je commencerai par redessiner schématiquement le schéma que fixe Brunschvicg pour esquisser les positions qu'y prennent Bachelard, Cavaillès et Lautman. Je reviendrai ensuite plus longuement sur la position de Lautman et sa différence, dans le cadre brunschvicgien, avec celle de Cavaillès.

# I. La tradition d'épistémologie historique

Je ne veux pas soutenir que ce cadre conceptuel dans lequel prendra place ensuite toute une tradition est entièrement l'œuvre de Brunschvicg. Il en existe des éléments chez des auteurs contemporains, et des racines dans la philosophie française du XIX<sup>e</sup> siècle. Cela ne fait pas de doute. Cependant, Brunschvicg explicite une structure de pensée, de telle façon que les auteurs de la génération suivante se référeront tous à lui. Ainsi se dessine une sorte d'arbre généalogique — un arbre dont les branches sont des références explicites — qui part de Brunschvicg pour passer par Bachelard, Cavaillès, Lautman et aboutir à des philosophes comme Deleuze, Foucault ou Althusser. Qu'il y ait aussi des raisons institutionnelles à ces références n'importe pas. Quelles qu'en soient les raisons, il est possible de parler en un sens précis, qui est justement déterminé par ces références explicites, d'une tradition philosophique, et d'une tradition qui part de Brunschvicg.

Le schéma que fixe Brunschvicg est déterminé par un postulat méthodologique qui est de chercher l'objectivité des sciences dans leur histoire :

- 1) « Le philosophe travaille sur l'histoire comme le savant opère dans son laboratoire, parce qu'ils ne peuvent pas faire autrement : l'humanité n'est donnée à la réflexion que dans l'histoire<sup>1</sup>. »
- 2) « La science considérée indépendamment de son devenir » est une « abstraction<sup>2</sup>. »
- 3) « Relier aux difficultés du passé les conquêtes du présent, voilà l'opération qui nous assure d'avoir aperçu la signification véritable des unes et des autres ; voilà ce qui confère un sens objectif au cours intégral de l'histoire<sup>3</sup>. »

Brunschvicg note encore que l'histoire a pour la réflexion philosophique, le rôle de « matière » et de « moyen »<sup>4</sup>. La méthode historique que développe Brunschvicg relève bien d'un postulat. Elle n'est pas véritablement justifiée par des arguments, sinon celui-ci, dans la citation (1), que le philosophe ne peut pas, du point de vue de Brunschvicg, « faire autrement » que se tourner vers l'histoire. Dans la conception brunshvicgienne, les sciences actuelles sont appuyées sur leurs étapes antérieures et ne prennent leur sens plein que liées à celles-ci dans le progrès de la raison. C'est en cela que les sciences coupées de leur histoire, c'est-à-dire les seules théories actuelles, sont des abstractions. Néanmoins, on le voit, c'est seulement au nom d'une idée des sciences qui les rapporte à leur histoire que Brunschvicg

1. Brunschvicg, *Écrits philosophiques*, Paris, PUF, trois tomes, 1951-1958, t. II, p. 119.

2. Brunschvicg, *L'expérience humaine et la causalité physique*, Paris, Alcan, 1922, p. 552.

3. Brunschvicg, *Écrits philosophiques*, op. cit., t. II, p. 116.

4. *Ibid.*, p. 118.

défend en effet l'histoire des sciences. Si l'on interprète la citation (2) — ou de nombreux passages similaires dans les écrits de Brunschvicg — comme un argument pour la méthode historique, l'argument est circulaire.

Je reviendrai à propos de Cavaillès sur la citation (3). Cette phrase, si on lui donne tout son poids, définit bien la perspective de Cavaillès, malgré l'écart qui sépare celui-ci de Brunschvicg. Elle a également l'intérêt de faire intervenir cette expression de « sens objectif ». Je le répète, le postulat méthodologique est bien de chercher *l'objectivité* des sciences dans leur histoire. Le terme « objectivité », les expressions de « sens objectif », de « portée objective » reviennent régulièrement sous la plume de Brunschvicg, Cavaillès et Lautman. Ces mots ont d'abord un sens vague et semblent être utilisés comme désignant une notion commune qu'il n'est pas nécessaire d'expliquer. On s'interroge sur l'origine et les raisons de l'objectivité des sciences sans tenter véritablement d'élucider la signification même de ce terme. Et, en cela, l'usage du terme d'objectivité dans cette tradition historique me semble assez proche de celui qui en est fait dans la philosophie contemporaine des mathématiques.

L'objectivité de la science ne signifie pas en tout cas la référence de la science à des objets visés par elle et indépendants d'elle, que ce soit le monde empirique ou une réalité idéale. La mise en évidence de l'objectivité des sciences ne signifie pas non plus véritablement la recherche d'un fondement pour les sciences, au sens où on l'entend dans un programme comme celui de Hilbert. Il ne s'agit pas d'établir quelque chose comme la consistance ou, disons plus largement, l'acceptabilité des théories en question. En effet, chercher l'objectivité dans l'histoire des sciences semble conduire inévitablement à reconnaître une objectivité à des théories antérieures que nous savons aujourd'hui insuffisantes ou même contradictoires. Je n'ai pas trouvé de citations explicites à ce sujet. Mais, dans la mesure où la théorie naïve, avec ses paradoxes, est une étape dans la formation de la théorie des ensembles que nous connaissons, je ne vois pas comment, dans la perspective de Cavaillès, qui considère que l'histoire des mathématiques est nécessaire, nous pourrions éviter de donner à cette théorie contradictoire la même objectivité qu'à la théorie axiomatisée. Ainsi, l'objectivité reconnue à des théories inacceptables me semble distinguer cette notion de l'idée de fondement. Il ne s'agit pas, pour Brunschvicg, Bachelard, Cavaillès ou Lautman, de fonder les théories mathématiques (au sens où l'on entend habituellement le terme) mais, en un sens vague, de donner les raisons de leur « solidité », de ce qu'elles résistent à l'arbitraire ou de leur caractère intersubjectif.

Bref, le terme d'objectivité est courant sous la plume de nos auteurs mais garde un sens implicite. Une part de son ambiguïté vient également de ce que Brunschvicg associe deux facteurs différents dans l'objectivité de la science. Cela tient au mécanisme qu'il prête aux différentes étapes du développement des sciences. Il s'agit en effet pour Brunschvicg de

- 4) « fonder la réalité du savoir sur une adaptation réciproque de l'expérience et de la raison, qui fait de l'expérience une intelligence en acte et qui assure à la raison la possession des choses<sup>5</sup> ».

L'histoire des sciences manifeste un dialogue, ou une lutte, de l'expérience et de la raison, le mot d'expérience étant pris en un sens large, désignant non pas un dispositif expérimental, comme on parle de l'expérience de Morlay-Michelson, mais, dans son intégralité, le plan des phénomènes opposé à la raison. La confrontation entre l'expérience et la raison a lieu à chacune des étapes de la science. Celles-ci ont toujours la même structure. La raison est d'abord confrontée à une expérience problématique : une expérience, par exemple, qui manque d'unité et que la raison ne peut alors maîtriser ; une expérience faisant place à des phénomènes qui n'ont pas de sens dans les catégories de l'esprit du temps. La raison, devant cette expérience problématique, invente, tire d'elle-même un concept qui lui permet de réunir ces phénomènes épars. Il lui faut ensuite établir l'utilité de ce concept dans des gestes, ou ce que Brunschvicg appelle une « pratique » : une vérification dans l'expérience de ce que, en effet, le divers des phénomènes se laisse appréhender sous l'unité du concept. Dans cette pratique, l'expérience est informée par le concept : le concept s'incarne, pour ainsi dire. Les phénomènes ne sont plus considérés pour eux-mêmes mais seulement en tant qu'ils représentent un concept de la raison. Il s'est formé en vérité un nouveau plan d'expérience qui n'est pas constitué par les phénomènes initiaux, mais par ces concepts que les phénomènes représentent maintenant. Et, dans ce plan d'expérience, apparaîtront de nouvelles difficultés qui obligeront la raison à inventer un nouveau concept, et ainsi de suite.

L'expérience initiale, à laquelle est confronté l'enfant, est un divers de sensations. Le premier concept qu'invente la raison est celui d'objet, comme unité de différentes sensations. La manipulation des choses permet à l'enfant de vérifier que, en effet, le divers des sensations s'organise autour de telles unités. L'enfant ne considère alors plus l'expérience que comme constituée de *choses*, c'est-à-dire non plus des seules sensations, mais des sensations regroupées dans l'unité d'un objet. C'est un second plan d'expérience sur lequel s'appuient l'arithmétique, d'un côté, et la géométrie, de l'autre. D'un côté, en effet, l'enfant s'aperçoit que différentes collections de choses sont équivalentes du point de vue de ce nouveau concept qu'est le nombre. Le concept de nombre est mis en place par la pratique de l'échange un contre un. L'enfant échange une pomme contre un sou. Le tas de pommes qu'il a achetées et le tas de sous qu'il a donnés sont liés par une certaine relation et peuvent être considérés comme représentant un même nombre. L'enfant aborde alors le plan de l'expérience arithmétique dont les éléments ne sont plus les choses mais des nombres, c'est-à-dire des classes de collections de

---

5. *Les étapes de la philosophie mathématique* (1912), Paris, Blanchard, 1993, p. 498.

choses susceptibles d'être échangées une à une. De la même façon, du côté de la géométrie, la pratique du dessin permet de fixer le concept de forme exacte comme un élément stable dans les différentes apparences d'une chose. Pour l'enfant qui dessine, il n'y a alors plus des choses mais des formes, et l'enfant accède à l'espace de la géométrie.

L'histoire de l'enfant reproduit, pour Brunshcwig, celle de l'humanité. Ces premières étapes représentent donc aussi bien celles de l'apprentissage des mathématiques que celles de la constitution des sciences. Le schéma est toujours le même : confrontation à une expérience problématique, invention d'un concept, mise en place de ce concept dans l'expérience par une pratique, constitution d'un nouveau plan d'expérience.

Brunshcwig arrête *Les étapes de la philosophie mathématique* aux mathématiques élémentaires. Il aborde seulement la théorie des groupes, la notion de groupe permettant à nouveau de réunir sous une même structure, et de considérer alors comme un seul plan d'expérience, des domaines d'objets différents. On ne voit sans doute pas comment le schéma brunshcwigien dans sa littérarité pourrait s'appliquer à l'histoire réelle des mathématiques des XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles. Ce sera, précisément, le problème au départ des épistémologies de Cavallès et de Lautman que d'adapter aux mathématiques de leur temps le schéma brunshcwigien. Mais Lautman en donne par exemple une version souple où l'on retrouve élargie à l'histoire entière des mathématiques — et non seulement à quelques étapes initiales — l'idée de ce dialogue entre une expérience toujours problématique et une raison qui invente toujours de nouvelles notions pour informer l'expérience.

- 5) « Les mathématiques se sont constituées comme la physique : les faits à expliquer, ce furent tout au long de l'histoire les paradoxes que les progrès de la réflexion ont rendus intelligibles par un constant renouvellement du sens des notions essentielles<sup>6</sup>. »

Ce passage de 1938 porte de façon explicite sur la position de Brunshcwig. Le caractère problématique de l'expérience y est rendu par les paradoxes, en un sens sans doute large, de l'histoire des mathématiques, que la raison surmonte par l'introduction de nouveaux concepts.

L'expérience et la raison, dans ce dialogue qui, pour Brunshcwig, constitue l'histoire des sciences, induisent un double facteur d'objectivité. En effet, l'objectivité des sciences peut être rapportée à l'esprit en tant que, confronté à l'expérience, il invente des concepts qui la rendent intelligible, ou à l'expérience en tant qu'elle donne corps aux concepts de la raison et sans laquelle ceux-ci ne seraient que des chimères. Ainsi, dans les mots de Brunshcwig,

---

6. Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence » (1938), in Lautman, *Les mathématiques, les idées et le réel physique*, Paris, Vrin, 2006, p. 128.

- 6) « La mathématique unit rationalité et objectivité comme des fonctions solidaires et réciproques qui ne peuvent se séparer l'une de l'autre, parce que, contrairement au double rêve du réalisme dogmatique, la rationalité ne peut se transcender dans l'absolu d'une raison, dans la pure évidence, pas plus que l'objectivité dans l'absolu d'un objet, dans l'appréhension immédiate<sup>7</sup>. »

C'est bien, dans cette phrase, l'expérience qui apparaît produire l'objectivité de la science. En revanche, dans la lecture que fait Lautman,

- 7) « Il n'y a pas de philosophe qui ait de nos jours plus que M. Brunschvicg développé l'idée que l'objectivité des mathématiques était l'œuvre de l'intelligence, dans son effort pour triompher des résistances que lui oppose la matière sur laquelle elle travaille<sup>8</sup>. »

Je ne crois pas que l'on puisse voir dans cette interprétation de Lautman l'indice d'un écart avec Brunschvicg. C'est plutôt le vague du terme d'objectivité et le schéma brunschvicgien d'un dialogue entre l'expérience et la raison qui permettent d'attribuer l'objectivité de la science tantôt à l'expérience, tantôt à la raison.

Je voudrais ajouter une remarque sur l'unité de la science dans l'épistémologie de Brunschvicg. Chaque étape de l'histoire des sciences se marque pour Brunschvicg comme l'invention d'un concept qui constitue l'unité d'un divers : divers des sensations qui est pris dans l'unité de la chose, divers des collections de choses qui se répartissent ensuite selon leur nombre, divers de domaines d'objets que l'on peut concevoir dans une structure de groupe, etc. À partir du divers initial des pures sensations, la science représente, de façon générale, l'effort de la raison pour ramener l'expérience à l'unité de ses concepts. « L'histoire elle-même va s'*ordonnant*<sup>9</sup> », c'est-à-dire que, par l'histoire, l'expérience entre peu à peu dans l'ordre de la raison. Ou, écrit encore Brunschvicg : « La vérité se définit comme connexion<sup>10</sup> » : chaque étape de la science est la mise en rapport dans l'unité d'un concept d'un divers préalable. Brunschvicg entend s'opposer à une axiomatisation des sciences qui prétendrait cerner leurs progrès futurs dans un certain système de notions et de principes. Il s'oppose de même à un idéalisme trop sûr de lui, un idéalisme strictement kantien, qui prétendrait fonder la science sur une série de concepts immédiatement donnés à la conscience humaine. Ces deux perspectives ont le défaut d'enfermer la science dans un système immuable ou de lui donner une unité qu'elle n'a pas au départ. C'est que, pour Brunschvicg, cette unité de la science n'est pas au départ mais à la fin :

7. Brunschvicg, *L'expérience humaine et la causalité*, op. cit., p. 584.

8. Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence », op. cit., p. 128.

9. Brunschvicg, *Écrits philosophiques*, op. cit., t. II, p. 117.

10. Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique*, op. cit., p. 527.

- 8) « Nous n'avons pas à postuler un système de concepts rigides et irréductibles [...] L'unité de la mathématique ou de la physique est devant nous, non derrière nous<sup>11</sup>. »

Cependant, au nom de cette unité à venir des sciences, Brunschvicg est amené à rejeter comme « artificielles », « paradoxales » un certain nombre de théories mathématiques (en géométrie en particulier) qui ne participent pas de cet effort d'unification, ou d'intériorisation, de l'expérience, mais semblent plutôt relever d'une variation logique, et gratuite, à partir des théories réelles : des excroissances curieuses sur le corps mathématique. Par exemple :

- 9) « M. Hilbert a fait la preuve qu'il n'y a point de combinaison si paradoxale, si "révoltante" qui ne puisse être conçue par quelque géomètre<sup>12</sup>. »

Ces théories — Brunschvicg évoque des passages de *Fondements de la géométrie* — ne s'intègrent pas réellement dans la science qui doit aller en droite ligne, pour ainsi dire, à l'unité.

J'évoque cette question de l'unité de la science chez Brunschvicg dans la mesure où Cavaillès et Lautman en héritent comme d'un problème. Il s'agira, pour eux, à la fois de laisser sa liberté à la science — ce qui exige d'accepter ces théories que Brunschvicg rejette — tout en conservant l'idée brunschvicgienne de l'importance de ces facteurs d'unité dans le développement de la science. Ainsi, Cavaillès peut écrire, comme écho à la formule de Brunschvicg, sur la vérité comme connexion :

- 10) « La réalité d'un raisonnement se trouve en quelque sorte mesurée par son brassage de matière mathématique, par *l'unification qu'il procure entre objets — procédés — déjà mathématiquement existants*<sup>13</sup>. »

Pour résumer, l'héritage de Brunschvicg me semble consister en trois points : un postulat méthodologique, qui est de chercher l'objectivité des sciences dans leur histoire ; la distinction entre deux facteurs d'objectivité, l'un qui est, disons, intellectuel, et l'autre empirique ; le problème de l'unité de la science.

Aucun des successeurs, Bachelard, Cavaillès et Lautman, ne reprendra exactement le schéma brunschvicgien. Je voudrais esquisser leurs positions par rapport à celle de Brunschvicg, avant de m'étendre plus longuement sur le platonisme de Lautman.

Bachelard, qui, en ce qui concerne le mécanisme des étapes de l'histoire des sciences est le plus proche de Brunschvicg, reprend l'idée d'un dialogue entre la raison et l'expérience. Seulement, il ajoute à ces deux termes un

11. Brunschvicg, *Écrits philosophiques*, op. cit., t. II, p. 89.

12. Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique*, op. cit., p. 515, p. 323.

13. Cavaillès, *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles* (1938), in *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris, Hermann, 1994, p. 362.

troisième facteur qui est l'imaginaire. L'expérience à laquelle est confrontée la science n'est jamais pure mais toujours déjà informée par l'imaginaire, c'est-à-dire une conception du monde implicite mais structurée et qui entrave le développement de la science. L'imaginaire, qui est inné, s'organise autour des quatre éléments de la terre, de l'eau, de l'air et du feu. Ceux-ci ont chacun une sorte de halo de significations vagues et nous conduisent à certaines conceptions qui nous sont naturelles et dont la science doit se détacher. L'histoire des sciences devient, pour Bachelard, un double mouvement de rupture avec l'imaginaire et de rationalisation de l'expérience. En plaçant à l'opposé de la science l'imaginaire, c'est-à-dire une conception du monde qui n'est pas construite par l'esprit humain, mais, d'une certaine façon, reçue, il ouvre la voie à la notion d'idéologie chez Althusser et, par certains aspects, à celle d'épistémè chez Foucault.

Le mouvement de Cavaillès relativement à la position de Brunschvicg est double. D'abord, Cavaillès tente, à mon sens, de faire l'économie de la raison brunschvicgienne. Nous l'avons vu dans la citation (3), Brunschvicg appuie le présent de la science sur son passé. Cavaillès commence par renforcer ce lien. Comme Brunschvicg, non seulement il relie les notions présentes aux difficultés passées, mais il voit dans l'apparition des notions présentes une nécessité émanant des problèmes antérieurs. Les problèmes antérieurs exigent les notions ultérieures, en donnent les raisons et, si l'on veut, les engendrent. Ainsi, pour la théorie des ensembles,

- 11) « ce sont certains problèmes d'analyse qui ont donné naissance aux notions essentielles et ont engendré certains procédés [...] mis au point par Cantor<sup>14</sup> ».

Alors que, pour Brunschvicg, l'apparition d'une notion nouvelle relève d'une invention, libre, de la conscience humaine, elle est, pour Cavaillès, entièrement expliquée par les problèmes posés dans le champ mathématique. Cavaillès n'a donc pas besoin de ce détour par la conscience brunschvicgienne. Les problèmes posés appellent de nouvelles notions qui posent à leur tour de nouveaux problèmes, sans qu'il soit, pour le philosophe, nécessaire que le développement mathématique se rapporte à l'esprit mathématicien. Comme dans le système de Spinoza, les « idées », qui interviennent dans le devenir mathématique tel que le décrit Cavaillès, s'appellent les unes les autres, et l'esprit mathématicien doit plutôt être conçu comme un certain système de ces idées que comme leur source. C'est ce développement autonome des concepts mathématiques que Cavaillès appellera, à partir de « Transfini et continu », la dialectique des concepts.

Ce facteur d'objectivité que représentait la raison dans le schéma de Brunschvicg disparaît dans le dispositif de Cavaillès. « L'objectivité » des

---

14. Cavaillès, Lautman, « La pensée mathématique » (1938), in Cavaillès, *op. cit.*, p. 601.

théories actuelles tient en réalité seulement à leur histoire, en cela qu'elles s'intègrent dans un développement nécessaire. Dans l'introduction de sa thèse complémentaire, Cavaillès écrivait, pour montrer la nécessité qui s'attache au devenir mathématique :

- 12) « Il y a une objectivité, fondée mathématiquement, du devenir mathématique<sup>15</sup>. »

À la fin du parcours de Cavaillès, cette formule pourrait être renversée : il y a une objectivité, fondée historiquement, des théories mathématiques.

Cependant, parallèlement à ces analyses sur l'histoire, Cavaillès reprend l'idée brunschvicgienne que le développement mathématique passe par l'expérience ou ce que Cavaillès appelle des « gestes ». Au lieu d'appuyer, comme Brunschvicg, les mathématiques sur une expérience phénoménale, Cavaillès les renvoie à des « expériences » sur des signes ou ce qu'il appelle aussi un « espace combinatoire ». Les mathématiques sont bien fondées sur des gestes et, si l'on veut, sur une expérience, mais cette expérience n'est pas constituée de sensations ou de phénomènes informés par la raison : elle est constituée de signes, de formules et de figures sur lesquels le mathématicien s'appuie. Or ces expériences sur les signes constituent un deuxième facteur d'objectivité. Au moment par exemple d'esquisser son « formalisme modifié », Cavaillès renvoie aux expériences sur les signes pour assurer la « portée objective » des mathématiques<sup>16</sup>.

On voit que Cavaillès hérite de cette ambiguïté de l'idée d'objectivité. « L'objectivité » des mathématiques reste double : intellectuelle en tant qu'elle est référée à l'histoire des problèmes et des notions et, pour ainsi dire, empirique, en tant qu'elle est référée au jeu sur les signes. Le problème du lien entre ces deux plans, « la dialectique des concepts » et les gestes sur les signes — ce que Cavaillès appelle finalement la superposition intuitive —, ne sera jamais résolu mais posé dans « Transfini et continu » comme « le problème fondamental de la philosophie mathématique »<sup>17</sup>.

Comme Bachelard, Cavaillès aurait aussi ses héritiers, du côté de Foucault pour l'idée d'un développement conceptuel autonome, qui ne doit pas être considéré comme le produit de l'esprit humain, et, du côté de Merleau-Ponty et de Derrida pour certaines analyses sur les statuts des signes et le rapport du signe au sens, cela bien que ni Merleau-Ponty ni Derrida ne se réfèrent à Cavaillès à ce propos.

Enfin, la position de Lautman, qui déterminera la notion de virtuel chez Deleuze, tient d'abord à ce que le facteur intellectuel de l'objectivité des

15. Cavaillès, *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles*, in Cavaillès, *op. cit.*, p. 226.

16. Cavaillès, *Méthode axiomatique et formalisme* (1938), in Cavaillès, *op. cit.*, p. 179.

17. Cavaillès, « Transfini et continu » (1947), in Cavaillès, *op. cit.*, p. 471.

mathématiques soit déplacé de la conscience humaine vers une réalité idéale. Lautman déplace les concepts qui forment l'unité des sciences pour les sortir de la raison brunshvicgienne et les fixer dans des Idées indépendantes de l'esprit. Les hésitations de Lautman tiennent ensuite non seulement à la difficulté de penser le rapport de ces Idées aux théories mathématiques, mais à celle de récupérer dans ce schéma le deuxième facteur, l'aspect empirique, de l'objectivité des mathématiques. C'est ce que je m'attacherai à montrer.

## II. Le platonisme de Lautman et l'héritage brunshvicgien

À partir de 1937, Lautman met en place une épistémologie originale dans la tradition philosophique en France, une épistémologie qui se caractérise par la position d'une réalité idéale dominant les théories mathématiques :

- 13) « La réalité inhérente aux théories mathématiques leur vient de ce que dans leur mouvement propre s'incarne comme le schéma des liaisons que soutiennent entre elles certaines Idées abstraites dominatrices par rapport aux mathématiques<sup>18</sup>. »

Ces Idées que Lautman qualifie de « dialectiques » sont constituées d'oppositions conceptuelles, le global et le local, les propriétés intrinsèques et extrinsèques, l'essence et l'existence, le continu et le discret. Les théories mathématiques représentent différentes incarnations et différentes versions de ces oppositions.

Je voudrais d'abord mettre en évidence l'héritage brunshvicgien dans le platonisme de Lautman. Il y a bien, dans les premiers textes de Lautman, un vocabulaire issu de Brunshvicg. En 1935, Lautman semble ainsi vouloir

- 14) « lier la découverte de la vérité dans les sciences au progrès spirituel d'une conscience en quête d'un réel à connaître et à dominer<sup>19</sup>. »

Il est clair, cependant, que Lautman, comme Cavaillès, rompt peu à peu avec le vocabulaire et la perspective idéalistes de Brunshvicg. La reprise par Lautman du postulat méthodologique de Brunshvicg, chercher l'objectivité des sciences dans leur histoire, semble même d'abord faire problème. Par exemple, à la Société française de philosophie, E. Cartan et M. Fréchet distinguent la position de Lautman de celle de Cavaillès : Lautman s'intéresse à « l'état actuel [...] d'un certain nombre de théories mathématiques », « il ne s'agit pas d'un point de vue historique »<sup>20</sup>.

Il est vrai que les études proposées par Lautman ne portent pas sur de longues périodes comme celles de Brunshvicg, qui portaient des mathématiques

18. Lautman, « De la réalité inhérente aux théories mathématiques » (1937), in Lautman, *op. cit.*, p. 65.

19. Lautman, « Mathématique et réalité » (1935), in Lautman, *op. cit.*, p. 64.

20. Cavaillès, Lautman, « La pensée mathématique », in Cavaillès, *op. cit.*, p. 609, p. 617.

antiques, ou celles de Cavaillès, qui, dans la thèse complémentaire, couvrent un siècle d'analyse et de théorie des ensembles. Néanmoins, la façon dont Lautman travaille sur les théories mathématiques relève de la méthode brunschvicgienne. C'est l'insistance de Lautman, du début à la fin de son œuvre, sur le fait que les Idées dialectiques ne se révèlent que dans le « mouvement propre d'une théorie mathématique<sup>21</sup> ». L'histoire de Lautman est ponctuelle ou elle se fait sur place, pour ainsi dire. Mais « la méthode d'analyse descriptive » que propose Lautman des théories actuelles reste historique.

Lautman reconnaît, du reste, cet héritage méthodologique lorsqu'il définit sa position en associant Brunshvicg et Hilbert. À Hilbert, il reprend l'idée que les théories mathématiques sont susceptibles d'une analyse dans un méta-discours qui met en évidence leurs propriétés logiques. Ces propriétés logiques doivent être entendues en un sens plus large que celui du programme de Hilbert, puisque, au lieu de propriétés telles que la non-contradiction, qu'une théorie vérifie, oui ou non, Lautman évoque des oppositions susceptibles d'une « infinité de degrés<sup>22</sup> ». De l'autre côté, Lautman reprend à Brunshvicg la thèse que la philosophie des mathématiques s'appuie sur l'analyse de l'histoire ou, ponctuellement, du « mouvement » des théories. Il s'agit donc de

- 15) « développer une conception de la réalité mathématique où s'allient la fixité des notions logiques et le mouvement dont vivent les théories ». <sup>23</sup>

Il n'y a pas de doute, dans le texte d'où est extraite cette citation, que la référence au « mouvement » des théories vient de Brunshvicg et de son postulat méthodologique. C'est, je le répète, ce qui fait l'originalité du platonisme de Lautman. Le platonisme de Lautman est un platonisme de l'histoire: la réalité des théories mathématiques n'est pas dans l'univers des objets que ces théories décrivent. La réalité de la théorie des ensembles n'est pas dans un univers des ensembles que nos axiomes décriraient. Lautman rejette cette forme de platonisme dans les mêmes termes que Cavaillès et avec la même rapidité. Ainsi, à la Société française de philosophie:

- 16) Cavaillès: « Je crois qu'une conception des systèmes d'objets mathématiques existant en soi n'est nullement nécessaire pour garantir le raisonnement mathématique. »

---

21. Lautman, « De la réalité inhérente aux théories mathématiques », in Lautman, *op. cit.*, p. 66.

22. Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence », in Lautman, *op. cit.*, p. 131.

23. *Ibid.*

Lautman : « Je reconnais avec M. Cavaillès l'impossibilité d'une pareille conception d'un univers immuable d'êtres mathématiques idéaux<sup>24</sup>. »

De façon plus générale, les Idées platoniciennes, telles que les conçoit Lautman, ne figurent pas dans les notions primitives d'une théorie mathématique. Ces notions, comme celle de local et de global, n'apparaissent pas de façon explicite dans les axiomes. Elles n'entrent pas non plus dans les univers que ces théories décrivent. La réalité idéale ne se montre que dans l'activité mathématique ou le mouvement des théories. Il faut donc

- 17) « rapporter à la nature intrinsèque de cette réalité les modalités de l'expérience spirituelle dans laquelle elle se laisse appréhender. La réalité des mathématiques n'est pas faite de l'acte de l'intelligence qui crée ou qui comprend, mais c'est dans cet acte qu'elle nous apparaît<sup>25</sup>. »
- 18) « Au-delà des conditions temporelles de l'activité mathématique, mais au sein même de cette activité, apparaissent les contours d'une réalité idéale qui est dominatrice par rapport à une matière mathématique<sup>26</sup>. »

Le lieu où les Idées s'incarnent, dans le platonisme de Lautman, n'est pas celui des théories mathématiques entendues comme systèmes de propositions : c'est l'activité, le mouvement ou, encore, « l'expérience » mathématique. Ce mode d'incarnation des Idées dialectiques, qui fait l'originalité de Lautman sur l'éventail des positions platonistes, est lié à son inscription dans la tradition d'épistémologie historique issue de Brunschvicg.

Inversement, son platonisme donne à Lautman une place singulière dans cette tradition. Il ne faut pas sous-estimer le coup de force qu'opère Lautman. L'écart par rapport à la perspective de Brunschvicg, comme par rapport à celles que dessinent ensuite Bachelard et Cavaillès, est d'abord ontologique en cela que Lautman admet une réalité idéale située hors du temps, en « extériorité par rapport au devenir temporel des concepts scientifiques » et « indépendante de l'activité de l'esprit »<sup>27</sup>. L'Idée dialectique n'est pas, comme les concepts qu'invente la conscience brunshvicgienne, créée

---

24. Cavaillès, Lautman, « La pensée mathématique », in Cavaillès, *op. cit.*, p. 603, p. 605 ; également, Cavaillès, *Méthode axiomatique et formalisme*, in Cavaillès, *op. cit.*, p. 184 ; Lautman, « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques » (1939), in Lautman, *op. cit.*, p. 238 : « Nous n'entendons pas par Idées des modèles dont les êtres mathématiques ne seraient que des copies. »

25. Lautman, « De la réalité inhérente aux théories mathématiques » (1937), in Lautman, *op. cit.*, p. 66

26. Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence » (1938), in Lautman, *op. cit.*, p. 229-230.

27. Cavaillès, Lautman, « La pensée mathématique », in Cavaillès, *op. cit.*, p. 596, p. 630.

par l'esprit humain : c'est « une objectivité qui s'impose à lui »<sup>28</sup>. Lautman s'oppose à Brunschvicg et à Cavaillès dans des formules très proches :

- 19) Contre Brunschvicg : « Une expérience spirituelle est ainsi de nouveau attachée à l'effort de l'intelligence pour créer ou comprendre, mais cette expérience a un contenu autre que la mathématique qui se fait en même temps qu'elle<sup>29</sup>. »
- 20) Contre Cavaillès : « Il faut saisir dans l'expérience autre chose et plus que l'expérience. »

La réalité des mathématiques est, pour Lautman, au-dessus de l'expérience mathématique à laquelle renvoie Cavaillès, et au-dessus de cet « effort de l'intelligence » que décrit Brunschvicg.

Cependant, il y a, au fondement de cet écart ontologique, un coup de force épistémologique qui consiste à remplacer ces éléments mobiles que sont les concepts brunshvicgiens par ces éléments fixes que sont les Idées. En effet, il est au centre de la perspective de Brunschvicg que les concepts qui marquent les étapes de la science soient inventés par la raison humaine, librement et de façon imprévisible. Par là, Brunschvicg veut se démarquer de l'idéalisme kantien qui entendait constituer l'expérience et fonder la science à partir d'un certain nombre de formes et de concepts donnés dans la conscience. L'idéalisme de Brunschvicg ne reconnaît aucun élément permanent dans l'esprit humain, mais une seule capacité d'invention qui se mesure à l'expérience. C'est par cette mobilité que Brunschvicg définit son idéalisme :

- 21) « Je me suis déclaré moi-même un idéaliste vaincu renonçant à construire et à déduire le monde, mais s'imposant de confronter perpétuellement les ressources de l'invention spirituelle avec les réactions imprévisibles du choc empirique<sup>30</sup>. »

L'idée d'associer, comme l'écrit Lautman dans la citation (15), l'historicité des mathématiques à la « fixité » de notions logiques, c'est-à-dire à leur intemporalité, cache une rupture fondamentale et d'autant plus audacieuse qu'elle porte sur le point par lequel Brunschvicg marque l'originalité de sa position vis-à-vis de la tradition kantienne. Sur ce thème, Cavaillès suit du reste Brunschvicg en refusant d'admettre des structures fixes qui puissent gouverner l'expérience mathématique : « abandon de tout *a priori* »<sup>31</sup>.

---

28. Lautman, « De la réalité inhérente aux théories mathématiques », in Lautman, *op. cit.*, p. 66.

29. Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence », in Lautman, *op. cit.*, p. 229.

30. Brunschvicg, *Écrits philosophiques*, *op. cit.*, t. II, p. 121 et p. 137. Lautman souligne également ce point dans sa présentation de Brunschvicg (Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence », in Lautman, *op. cit.*, p. 129.)

31. Cavaillès, *Méthode axiomatique et formalisme*, in Cavaillès, *op. cit.*, p. 188.

De même, la liste des « moments dialectiques » que dresse Cavaillès pour caractériser les grandes ruptures dans les mathématiques récentes reste dans son esprit « provisoire », dans la mesure où d'autres procédés peuvent encore voir le jour, et abstraite ou « grossière, car, à chaque instant, il y a certains procédés qui se situent dans une atmosphère mathématique, un état des mathématiques à un moment donné qui peut ne pas être pas transportable<sup>32</sup> ».

À la Société française de philosophie, Lautman s'oppose sur ce point à Cavaillès de façon explicite<sup>33</sup>. Il est vrai que Lautman insiste sur le fait que cette sorte d'*a priori* qu'il reconnaît dans les mathématiques, cette réalité idéale, ne détermine pas à proprement parler le développement des mathématiques et ne permet pas de le prévoir. En effet, parce qu'elles sont transcendantes à l'expérience mathématique et ne font que poser un problème susceptible de différentes solutions, les Idées dialectiques sont susceptibles de différentes réalisations dans les théories mathématiques. Lautman accorde à Cavaillès, et à Brunschvicg, le caractère imprévisible de l'évolution des mathématiques :

- 22) « Le philosophe n'a ni à dégager des lois ni à prévoir une évolution future ; son rôle consiste uniquement à prendre conscience du drame logique qui se joue au sein des théories. »
- 23) « Toute tentative logique qui prétendrait dominer *a priori* le développement des mathématiques méconnaît donc la nature essentielle de la vérité mathématique, car celle-ci est liée à l'activité créatrice de l'esprit et participe de son caractère temporel<sup>34</sup>. »

Le caractère imprévisible reconnu au devenir mathématique recouvre néanmoins une rupture profonde vis-à-vis des perspectives de Brunschvicg et de Cavaillès. Au fond, Lautman a, pour ainsi dire, transposé les concepts de la raison brunshvicgienne dans un domaine de réalité idéale. Ce déplacement produit un écart fondamental mais également une certaine communauté. Je voudrais montrer maintenant que les Idées de Lautman conservent un rôle analogue aux concepts brunshvicgiens et que cette analogie induit dans la philosophie inachevée de Lautman un certain nombre de difficultés.

Un premier indice de cette communauté apparaît à propos de l'unité des mathématiques. J'ai déjà évoqué cette question dans l'épistémologie de Brunschvicg. Le concept, dans le schéma brunshvicgien, a toujours pour fonction d'unifier l'expérience. L'histoire des sciences représente une unification

32. Cavaillès, Lautman, « La pensée mathématique », in Cavaillès, *op. cit.*, p. 596, p. 630.

33. « Il n'existerait donc pas, d'après [Cavaillès], de caractères généraux constitutifs de la réalité mathématique » (Cavaillès, Lautman, « La pensée mathématique », in Cavaillès, *op. cit.*, p. 605).

34. Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence », in Lautman, *op. cit.*, p. 229, p. 227.

ininterrompue des données de l'expérience dans les concepts de la conscience. Cela amène Brunschvicg à rejeter les théories mathématiques qui ne semblent pas participer à cet effort d'unification. Cavaillès, comme Lautman, s'écarte de Brunschvicg sur ce dernier point, tout en insistant sur l'importance des facteurs d'unité dans les théories mathématiques. Ainsi, Lautman objecte à Brunschvicg :

- 24) « Il est [...] indiscutable que, depuis le développement des géométries non euclidiennes, les mathématiques ne se présentent pas comme une extension indéfiniment progressive et unifiante; les théories y font plutôt figure d'unités organiques<sup>35</sup>. »

Lautman prend le contre-pied de Brunschvicg. Ces variations en géométrie (que ce soient les géométries non euclidiennes ou les géométries non archimédiennes qu'évoquait Brunschvicg) qui ne consistent pas, comme on peut le considérer de la théorie des groupes, en l'unification de théories antérieures, loin de devoir être écartées des mathématiques véritables, montrent plutôt que l'unité ne doit pas être exigée des mathématiques entières mais posée seulement comme problème à l'intérieur de chaque théorie. La question de l'unité est donc reportée, de la mathématique comme une seule totalité, ou une seule histoire, à des théories qui peuvent rester indépendantes. Cependant, à propos de ces théories, et de façon donc ponctuelle, Lautman insiste sur le rôle unificateur des Idées dialectiques. L'Idée dialectique, comme le concept de la raison dans le dispositif de Brunschvicg, est d'abord un facteur d'unité :

- 21) « L'unité des mathématiques est essentiellement celle des schémas logiques qui président à l'organisation de leurs édifices<sup>36</sup>. »  
Et, de cette façon, dans l'Idée dialectique,
- 22) « Des résultats partiels, des rapprochements arrêtés à mi-chemin, des essais qui ressemblent encore à des tâtonnements, s'organisent sous l'unité d'un même thème<sup>37</sup>. »

Plus largement, comme le concept brunshvicgien, l'Idée dialectique est un facteur d'objectivité. Lautman rapporte « la réalité inhérente aux théories mathématiques » ou « leur objectivité » aux Idées qui s'y incarnent :

- 23) « [L'] objectivité des êtres mathématiques [...] ne révèle son sens véritable que dans une théorie de la participation des mathématiques à une réalité plus haute<sup>38</sup>. »

35. *Ibid.*, p. 227.

36. Lautman, « Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel », 1938, in Lautman, *op. cit.*, p. 123.

37. Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence », in Lautman, *op. cit.*, p. 131.

38. Cavaillès, Lautman, « La pensée mathématique », in Cavaillès, *op. cit.*, p. 605.

Lautman n'emploie le terme d'objectivité qu'en ce sens, pour rapporter l'objectivité des mathématiques aux Idées dialectiques. Cependant, nous l'avons vu, il y a dans le dispositif de Brunschvicg et, à nouveau, dans celui de Cavaillès, un second facteur d'objectivité, qui se situe dans l'expérience. Or il reste dans les analyses de Lautman un écho de cette dualité. Le problème pour Lautman est de savoir quelle est la matière dans laquelle les Idées s'incarnent et dans quelle mesure celle-ci contribue à la réalité des mathématiques. Il y a, sur ce point, une hésitation. Dans ses premiers textes, Lautman renvoie comme Cavaillès aux signes mathématiques. C'est apparemment la nécessité d'une écriture qui implique le passage du niveau des Idées dialectiques à celui des mathématiques effectives :

- 24) « Ces Idées sont donc bien distinctes de purs arrangements de signes mais elles n'en ont pas moins besoin d'eux comme d'une matière mathématique qui leur prête un corps où puisse s'armer le dessin de leurs liaisons<sup>39</sup>. »

Si Lautman, je le répète, ne parle pas « d'objectivité », cette phrase, qui compare les « signes » au corps de l'Idée, montre bien que, dans ces premiers textes, l'expérience, la matière de l'Idée vient contribuer à la solidité, à la réalité des mathématiques.

Dans un deuxième temps, pourtant, Lautman revient sur cette interprétation des signes comme matière de l'Idée. Il refuse de façon générale la position d'une telle « matière » ou d'une expérience hétérogène aux Idées et dans laquelle celles-ci viendraient s'incarner.

- 25) « On ne peut envisager de coupure entre la dialectique et la mathématique ; il faut au contraire préciser de l'une à l'autre un mode d'émanation, une sorte de procession qui les relie étroitement et ne présuppose pas entre elles l'interposition contingente d'une Matière hétérogène aux Idées<sup>40</sup>. »

Le passage de l'Idée aux mathématiques viendrait alors seulement du mécanisme de la pensée, de « l'effort de compréhension », qui implique de pouvoir illustrer l'Idée dans le concret d'un exemple :

- 26) « Un effort de compréhension adéquate des Idées dialectiques est, par le fait même qu'il s'applique à connaître les liaisons internes de cette dialectique, créateur de systèmes de notions plus concrètes où s'affirment ces liaisons<sup>41</sup>. »

---

39. Lautman, « De la réalité inhérente aux théories mathématiques », *in* Lautman, *op. cit.*, p. 68.

40. Lautman, « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques » (1939), *in* Lautman, *op. cit.*, p. 238.

41. Lautman, « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques », *in* Lautman, *op. cit.*, p. 238.

- 27) « Tout d'abord, en tant qu'Idées de relations possibles, ces Idées sont libres de toutes les contraintes qu'amène toujours, dans une réalisation effective, la matière sur laquelle on travaille ; elles ne participent pas au plus ou au moins et ignorent toutes les déterminations de sens, de signe, de degré, sans lesquelles rien ne saurait exister. [...] Il faut alors, pour les penser pleinement, s'appuyer sur quelque exemple, peut-être étranger à leur nature propre mais qui prend ainsi, tout au moins pour la pensée, figure de matière nécessaire<sup>42</sup>. »

Il n'est donc plus question de cette expérience extérieure, de cette matière sensible que constituaient les signes. La matière dans laquelle s'incarnent les Idées est identifiée aux concepts mathématiques eux-mêmes :

- 28) « Les concepts mathématiques constituent comme une matière sur laquelle se dessinent effectivement les relations envisagées comme possibles par la dialectique. [Ils constituent] la matière la plus proche des Idées. »

Lautman semble donc tenter de résorber cette dualité qu'il a commencé par hériter de Brunschvicg, dualité entre l'expérience et la raison chez Brunschvicg, dualité entre la dialectique des concepts et les expériences sur les signes chez Cavaillès. Nous l'avons vu, cette dualité, ou le problème du lien entre ces deux plans reste, pour Cavaillès, « le problème fondamental de la philosophie mathématique ». Il nous faut examiner dans quelle mesure la tentative de Lautman pour se débarrasser de cette dualité, se débarrasser en vérité de ce second facteur d'objectivité que représente l'expérience dans le dispositif de Brunschvicg, réussit.

La question est de savoir si Lautman parvient à expliquer, sans revenir à cette expérience sur les signes de ses premiers textes, le passage du niveau dialectique au niveau mathématique. C'est la fonction de la référence à Heidegger dans les derniers textes, et de la thématisation de l'Idée comme « virtuel »<sup>43</sup>, que reprendra par la suite Deleuze.

Il me semble, cependant, que les analyses de Lautman manifestent une certaine tension. D'un côté, nous venons de le voir, Lautman explique la retombée de l'Idée dans les mathématiques et la plurivocité de l'Idée, au sens où la même Idée est susceptible de différentes incarnations, par la nécessité de penser l'Idée dans des exemples :

- 29) « Il est nécessaire que les mathématiques existent, comme exemple où puissent se réaliser les structures idéales de la dialectique [mais] il n'est pas nécessaire que les exemples qui correspondent à une structure dialectique soient tels ou tels<sup>44</sup>. »

42. *Ibid.*, p. 242.

43. *Ibid.*

44. Lautman, « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques », in Lautman, *op. cit.*, p. 244.

D'un autre côté, pour répondre en particulier à des objections de Fréchet<sup>45</sup>, Lautman accorde que l'Idée dialectique n'est pas à l'origine de la création des théories mathématiques. Ce n'est pas que le mathématicien ait d'abord une intuition de l'Idée qui le conduit ensuite à créer une théorie mathématique qui la réalise. L'antériorité de l'Idée n'est pas « de l'ordre chronologique de la création ». Elle n'est pas non plus « de l'ordre de la reconstruction logique », en cela que l'Idée n'est pas une notion primitive et ne figure pas de façon explicite dans les axiomes dont découle la théorie. L'antériorité de l'Idée est seulement l'antériorité en principe de la question, ou du problème, par rapport à la réponse, antériorité qui ne reflète pas l'ordre du cheminement de la pensée :

- 30) « Il est de la nature de la réponse d'être réponse à une question posée au préalable, et cela même si l'idée de la question ne vient à l'esprit qu'après qu'on a vu la réponse<sup>46</sup>. »

Un peu plus loin, Lautman évoque ces « Idées, qu'au sens d'une histoire non vécue, le philosophe reconnaît à l'origine des théories »<sup>47</sup>, distinguant encore par là la précession de l'Idée et le processus réel de création des théories. Mais, ce faisant, Lautman semble court-circuiter son analyse du passage de l'Idée à la mathématique et de l'exemple comme matière de l'Idée. Ce passage de l'Idée à la mathématique, cette incarnation de l'Idée dialectique dans un exemple concret n'a en réalité jamais lieu ou, pour reprendre l'expression de Lautman, est une « histoire non vécue ». Considérons cette question plus largement. Brunschvicg évoquait un dialogue entre la raison qui invente des concepts et l'expérience qui permet de les vérifier et leur donne corps. Cavaillès, d'un côté, identifie « l'expérience » qu'invoque Brunschvicg au jeu sur les formules et les figures, à l'écriture mathématique, et, de l'autre côté, tente de se débarrasser de la raison brunschvicgienne pour penser l'histoire mathématique comme un processus *sui generis*, une « dialectique des concepts », où problèmes et notions nouvelles s'appellent les uns les autres sans qu'il soit besoin de faire référence à un esprit qui les produit. Cavaillès se retrouve alors avec ce problème de penser le lien entre « la dialectique des concepts » et les expériences sur les signes. Enfin, Lautman déplace les concepts que, dans le dispositif de Brunschvicg, la raison tire d'elle-même, pour les fixer dans une réalité idéale. Le problème est alors de déterminer la façon dont ces Idées se réalisent dans les théories mathématiques. Dans un premier temps, Lautman invoque les signes mathématiques,

45. Lettre à Lautman, in Lautman, *op. cit.*, p. 260 ; également, la discussion à la suite de « La pensée mathématique », in Cavaillès, *op. cit.*, p. 614.

46. Lautman, « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques », in Lautman, *op. cit.*, p. 242.

47. Lautman, « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques », in Lautman, *op. cit.*, p. 244.

ce qui, au fond, reviendrait à rétablir, en le réinterprétant comme le fait Cavaillès, ce niveau d'expérience hérité du dispositif de Brunschvicg. Dans un deuxième temps, Lautman tente de se débarrasser de ce plan d'expérience. Il hésite alors entre deux positions.

D'un côté, l'interprétation de l'Idée comme question et des mathématiques comme réponse donnerait à penser que c'est l'esprit qui fait le passage du niveau dialectique à celui des mathématiques : un esprit qui entend la question et propose une réponse sous la forme d'une théorie mathématique. En ce sens, par exemple,

- 31) « Tout effort pour esquisser une réponse quelconque à ce problème [de l'Idée est] *ipso facto* façonnement de théories mathématiques<sup>48</sup>. »

Dans cette perspective, il faudrait admettre à l'origine des mathématiques une subjectivité, analogue à la conscience brunschvicgienne, qui crée les théories à partir des Idées. Cependant, d'un autre côté, Lautman ne reconnaît pas une réalité vécue, ou historique, à ce passage de l'Idée comme problème aux mathématiques comme solution. Il invoque alors un développement autonome des théories mathématiques, sans référence à l'Idée dialectique, ni, du reste, à une conscience créatrice :

- 32) « Les théories mathématiques se développent par leur force propre, dans une étroite solidarité réciproque et sans référence aucune aux Idées que leur mouvement rapproche<sup>49</sup>. »

Lautman est alors très proche de Cavaillès et de sa conception de l'expérience mathématique, ce qu'il reconnaît à la Société française de philosophie<sup>50</sup>. Mais, dans cette seconde perspective, la difficulté, pour Lautman, serait de comprendre comment l'expérience mathématique, ces théories qui se développent de façon autonome, en viennent à répondre à des Idées-questions qui ne sont jamais posées de façon explicite.

La philosophie inachevée de Lautman, dont tous les textes ont été écrits en moins de dix ans, semble laisser ouvert ce problème du « comment » de la réalisation des Idées et hésiter entre deux perspectives.

48. Lautman, Lettre à Fréchet (1939), in Lautman, *op. cit.*, p. 262.

49. Lautman, « Essai sur les notions de structure et d'existence », in Lautman, *op. cit.*, p. 221.

50. « Le point précis de notre désaccord porte, non pas sur la nature de l'expérience mathématique, mais sur son sens et sa portée » (Cavaillès, Lautman, « La pensée mathématique », in Cavaillès, *op. cit.*, p. 630).

# Albert Lautman, ou la dialectique dans les mathématiques

Brendan Larvor

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039713ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039713ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Larvor, B. (2010). Albert Lautman, ou la dialectique dans les mathématiques. *Philosophiques*, 37 (1), 75–94. <https://doi.org/10.7202/039713ar>

## Résumé de l'article

Dans cet article, j'explore dans un premier temps la conception que se fait Lautman de la dialectique en examinant ses références à Platon et Heidegger. Je compare ensuite les structures dialectiques identifiées par Lautman dans les mathématiques contemporaines avec celles qui émergent de ses sources philosophiques. Enfin, je soutiens que les structures qu'il a découvertes dans les mathématiques sont plus riches que le suggère son modèle platonicien, et que la distinction « ontologique » de Heidegger est moins utile que semblait le penser Lautman.

# Albert Lautman, ou la dialectique dans les mathématiques

BRENDAN LARVOR

University of Hertfordshire  
b.p.larvor@herts.ac.uk

**RÉSUMÉ.** — Dans cet article, j'explore dans un premier temps la conception que se fait Lautman de la dialectique en examinant ses références à Platon et Heidegger. Je compare ensuite les structures dialectiques identifiées par Lautman dans les mathématiques contemporaines avec celles qui émergent de ses sources philosophiques. Enfin, je soutiens que les structures qu'il a découvertes dans les mathématiques sont plus riches que le suggère son modèle platonicien, et que la distinction «ontologique» de Heidegger est moins utile que semblait le penser Lautman.

**ABSTRACT.** — In this paper, I first explore Lautman's conception of dialectics by a consideration of his references to Plato and Heidegger. I then compare the dialectical structures that he found in contemporary mathematics with the model that emerges from his philosophical sources. Finally, I argue that the structures that he discovered in mathematics are richer than his Platonist model suggests, and that Heidegger's "ontological" distinction is less useful than Lautman seemed to believe.

[1] Albert Lautman (1908-1944) est un rare exemple d'un philosophe du vingtième siècle dont l'intérêt pour les mathématiques contemporaines s'étend au-delà des domaines «fondationnels» de la logique mathématique et de la théorie des ensembles. Il affirme que ce qui constituait à son époque les nouvelles mathématiques de la topologie, de l'algèbre abstraite, de la théorie du corps de classes et de la théorie analytique des nombres a une importance philosophique qui les distingue des mathématiques des époques antérieures. Ces nouveaux domaines des mathématiques révèlent en particulier des structures dialectiques sous-jacentes inconnues dans les mathématiques du passé. Dans une série de courts articles et dans deux thèses plus longues (*Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel* et *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*<sup>1</sup>), Lautman soutient ce point de vue à partir d'une perspective philosophique qui trouve son origine dans certains des derniers dialogues de Platon. Toutefois, la conception platonicienne de la relation entre les Idées dialectiques et la matière dans laquelle elles sont réalisées ne satisfaisait pas Lautman. Dans l'un de ses derniers articles, «Nouvelles recherches sur la

---

1. Lautman, 2006. Les numéros de page référeront dans la suite du présent texte à l'édition complète des œuvres de Lautman parues chez Vrin en 2006.

structure dialectique des mathématiques »<sup>2</sup>, Lautman supplémente son platonisme en recourant à la distinction « ontologique » de Heidegger entre la phénoménologie et la science<sup>3</sup>. Nous pouvons par conséquent considérer cet article comme l'expression la plus poussée qui soit disponible quant à la philosophie des mathématiques de Lautman.

Dans le présent article, je commencerai mon examen de la conception de la dialectique de Lautman en considérant les références de ce dernier à Platon et Heidegger. Je comparerai ensuite les structures dialectiques qu'il repère dans les mathématiques contemporaines avec le modèle qui se dégage des sources philosophiques auxquelles il se réfère. Je soutiendrai que les structures que Lautman découvre dans les mathématiques sont plus riches que ne le suggère son modèle platoniste, et que la distinction « ontologique » heideggerienne est moins utile qu'il ne semble le croire.

## Platon

Lautman décrit à l'aide d'exemples approfondis les mathématiques modernes (c'est-à-dire les mathématiques du début du vingtième siècle) comme l'expression ou la réalisation d'oppositions conceptuelles fondamentales (telles que celles du continu et du discontinu, du global et du local, du fini et de l'infini, du symétrique et de l'antisymétrique)<sup>4</sup>. Il appelle ces termes opposés des « notions » ; les « Idées » dialectiques envisagent des relations possibles entre des couples de notions dialectiques (pp. 242-243). Cette terminologie est une référence consciente à Platon. Lautman prend cependant soin de distinguer son recours à Platon du « platonisme » au sens où les philosophes des mathématiques utilisent ordinairement le terme. En philosophie des mathématiques, le « platonisme » réfère habituellement à la thèse selon laquelle les objets mathématiques existent indépendamment de la pensée et du discours des mathématiciens. [2] Lautman a soutenu qu'une telle conception était une mésinterprétation de Platon (p. 230) ; quoi qu'il en soit, cette sorte de « platonisme » n'est pas celle de Lautman<sup>5</sup>.

Lautman ne cite jamais Platon directement, et il mentionne seulement trois textes platoniciens : le *Philèbe*, le *Sophiste* (deux fois) et le *Timée* (deux fois). Les spécialistes rangent ordinairement ces trois textes parmi les dialogues

2. Pp. 235-237. Publié pour la première fois en 1939 dans une collection dirigée par Jean Cavaillès et Raymond Aron.

3. Telle qu'exprimée par Heidegger dans sa conférence intitulée *Von Wesen des Grundes*. Lautman cite la traduction française donnée par Henry Corbin en 1938 (in *Qu'est-ce que la métaphysique ?* Paris, Gallimard, 1938).

4. Cette liste est tirée des deux longs essais. Dans les « Nouvelles recherches », Lautman propose une liste légèrement différente de couples dialectiques : « le tout et la partie, les propriétés de situation et les propriétés intrinsèques, les domaines de base et les êtres définis sur ces domaines, les systèmes formels et leurs réalisations, etc. », *op. cit.*, p. 243.

5. « Dans le débat ouvert entre formalistes et intuitionnistes, [...] les mathématiciens ont pris l'habitude de désigner sommairement sous le nom de platonisme toute philosophie pour

« tardifs » de Platon (bien que le *Sophiste* constitue la suite du *Théétète* et réfère implicitement au *Parménide* — deux dialogues de la « période moyenne »). L'important pour notre propos est que la « théorie des formes » de Platon soit largement absente de ses œuvres plus tardives. Les « Idées » dans les derniers dialogues ne sont pas des modèles pour les objets matériels. De la même façon, le platonisme mathématique de Lautman n'est pas une « théorie de la copie ». Comme il le fait remarquer, nous pouvons concevoir la réalité matérielle comme de la matière inchoative façonnée de manière à constituer en quelque sorte des copies matérielles de « formes » non matérielles, mais ce modèle ne peut pas s'appliquer à la relation entre les théories mathématiques et les idées dialectiques qui (selon l'expression de Lautman) les « dominant » (p. 238).

### Le *Sophiste*

Dans un court article datant de 1937 et intitulé « L'axiomatique et la méthode de division » (pp. 69-80), Lautman fait référence à la fois au *Philèbe* et au *Sophiste* :

Le passage des notions dites « élémentaires » aux notions abstraites ne se présente donc pas comme une subsumption du particulier sous le général mais comme la division ou l'analyse d'un « mixte » qui tend à dégager les notions simples auxquelles ce mixte participe. Ce n'est donc pas la logique aristotélienne, celle des genres et des espèces qui intervient ici, mais la méthode platonicienne de division, telle que l'enseignent le *Sophiste* et le *Philèbe* pour laquelle l'unité de l'Être est une unité de composition et un point de départ vers la recherche des principes qui s'unissent dans les Idées (pp. 78-79).

Le *Sophiste* est composé d'une discussion entre un jeune homme, Théétète, et un étranger originaire d'Élée, qui « appartient au cercle des disciples de Parménide et de Zénon et [qui] est un véritable philosophe » (216A). La question initiale est de savoir si les mots « sophiste », « homme politique » et « philosophe » désignent un, deux ou trois genres de choses, et quelle est, ou quelles sont, cette ou ces choses. L'étranger dont le nom n'est pas divulgué réclame un « interlocuteur complaisant et docile » (217D); Socrate propose le jeune Théétète. Platon donne ainsi la chance au philosophe anonyme d'exposer en long et en large sa position sans avoir à parer les attaques d'une interrogation socratique (cela est typique des dernières œuvres de Platon; dans le dialogue du même nom, Timée est seul à prendre la parole après les civilités d'usage). Après quoi Socrate disparaît [3] du texte, sans par conséquent nous offrir le luxe d'inférer le point de vue de Platon des phrases mises dans la bouche de Socrate.

---

laquelle l'existence d'un être mathématique est tenue pour assurée [...] c'est là une connaissance superficielle du platonisme... », p. 230.

Le philosophe éléate procède par division, c'est-à-dire par distinctions successives. Il illustre cette technique par l'exemple de la « pêche à la ligne ». Il distingue d'abord les arts d'acquisition des arts de production; puis les arts d'acquisition sont divisés en arts d'« échange » et de « capture » ou de conquête; les arts de capture se divisent en compétition et en chasse; la chasse se divise selon la proie; les animaux nagent ou marchent; ceux qui nagent se divisent en oiseaux et en poissons; la pêche se divise en piégeage (à l'aide de filets, de pièges, etc.) et en « pêche frappeuse »; la pêche frappeuse se divise selon qu'elle procède de haut en bas à l'aide d'un trident ou de bas en haut à l'aide d'un hameçon. L'arbre de catégories obtenu au terme de ce processus constitue sa définition de « pêche à la ligne ». Il applique ensuite la même technique au terme « sophiste », et cette discussion occupe le reste du dialogue. Le philosophe éléate développe plusieurs définitions du terme « sophiste » (231D-E), ce qui conduit à une discussion méthodologique incluant un débat sur la possibilité de dénombrer les non-êtres (238B). La discussion fait référence à elle-même, car Théodore présente l'Étranger éléate comme un philosophe, vraisemblablement en raison de sa technique logique (253C)<sup>6</sup>. Mais si la méthode de division se révèle n'être qu'un jeu verbal gratuit, alors peut-être est-il un sophiste. Ses choix de catégories de division semblent certes arbitraires. Par exemple, il aurait pu diviser la pêche selon qu'un appât est ou non utilisé, auquel cas la pêche au trident et la pêche au filet se seraient retrouvées dans une catégorie différente de la pêche à la ligne et du piégeage. Le jeune Théétète défère un peu trop facilement à l'autorité du philosophe, et certes plus facilement que Socrate ne l'aurait fait.

Quelle qu'ait été l'intention de Platon en montrant autant d'indulgence envers un philosophe éléate générique et anonyme, Lautman considère quant à lui la méthode de division comme une technique non problématique et ne fait aucune mention de celle qui lui est associée, la « méthode de collection ». Immédiatement avant le passage cité ci-dessus, Lautman énumère dans son texte une liste de « mixtes », c'est-à-dire de notions mathématiques qui « participent » à deux catégories, à savoir: l'égalité arithmétique, seule relation d'équivalence telle que le nombre de classes d'équivalence est égal à la cardinalité du domaine de base<sup>7</sup>; l'idée de multiplication, qui « contient à la fois la formation de produits arithmétiques et l'action d'opérateurs sur un domaine d'éléments distincts de ces opérateurs » (p. 78); l'idée d'unité, qui « peut être considérée, soit du point de vue de l'élément unité d'un anneau de nombres, soit du point de vue de l'opérateur identique d'un domaine

6. Voir cependant l'argument de Trevaskis (1967) selon lequel la technique du philosophe ne se réduit pas à la méthode de division.

7. Texte exact de Lautman: « seule relation d'équivalence telle que le dénombrement des individus d'un ensemble se confonde avec le dénombrement des classes d'individus équivalents au sens de cette relation », in « L'axiomatique et la méthode de division », p. 78 (NDLT).

d'opérateurs » (p. 78) ; la longueur d'un segment, qui « est liée à la grandeur qu'elle mesure mais [...] n'est » [en même temps] « qu'un nombre attaché par convention à cette grandeur » (p. 78) ; la valeur absolue dans l'algèbre classique, qui « enveloppe à la fois l'idée d'ordonnance et la construction de la fermeture d'un corps de nombres » (p. 78). Il poursuit en affirmant que certains de ces mixtes (l'égalité arithmétique ; la multiplication ; la valeur absolue) sont des exemples de la relation dialectique entre les propriétés intrinsèques et les propriétés relationnelles des objets mathématiques (pp. 78-79). Il suggère ensuite que « la distinction qui s'établit ainsi au sein d'une même notion entre les propriétés intrinsèques d'un être ou d'une notion et ses possibilités d'action nous semble s'apparenter à la distinction platonicienne du Même et de l'Autre qui se retrouvent dans l'unité de l'être » (p. 79). Pour Lautman, par conséquent, ces notions mathématiques (égalité, [4] multiplication, unité, longueur et valeur absolue) ont toutes, en un sens, un pied dans chacun des deux camps. Nous retrouverons ce schéma dans le cinquième chapitre de l'*Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, dans lequel Lautman examine une autre collection de « mixtes » mathématiques. Remarquons cependant que les couples de notions dans cette liste ne sont pas des couples d'opposés conceptuels. Lautman a ceci de commun avec le philosophe éléate : nager n'est pas l'opposé de marcher, ni poisson l'opposé d'oiseau. Le fait que ces couples ne soient pas des opposés conceptuels soulève la question de savoir pourquoi le philosophe éléate divise les catégories en doublets, avec tout l'inconvénient et l'arbitraire qui en résultent, plutôt qu'en triplets, qu'en quadruplets, etc. Dans un autre ouvrage tardif mentionné par Lautman, le *Timée*, Platon divise les créatures vivantes en quatre classes selon l'habitat : les dieux dans les cieux, les oiseaux dans les airs, les animaux terrestres et les animaux aquatiques (39-40). De même Socrate, décrivant dans le *Philebe* la méthode de division, exige seulement qu'une catégorie soit divisée en un nombre fini de sous-catégories (16D). La conception selon laquelle la dialectique relie les notions par couples est en effet présente dans le *Sophiste*, mais seulement sous la figure du philosophe générique venu d'Élée. Cela ne semble pas avoir été la doctrine de Platon.

La référence finale au *Sophiste* est plutôt indirecte. Lautman termine l'*Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques* en consacrant quelques lignes à la conception selon laquelle il existerait un ordre développemental au sein des Idées dialectiques, et entre les Idées et les mathématiques. Il met ici à contribution les travaux d'Oscar Becker et de Julius Stenzel sur les nombres chez Platon et Aristote. Il introduit le diagramme suivant, qu'il emprunte à Stenzel.

Les itérations des Idées de l'« Un » et de la « Dyade » produisent les « Idées-nombres » (représentées par les diagrammes en arbres), qui engendrent à leur tour les nombres arithmétiques (représentés par les points noirs). La démonstration de Lautman est confuse et peu concluante. Il reproduit ce

diagramme dans le texte principal et dans les notes en bas de page, et mentionne certaines réserves de Becker sans les discuter (p. 230, fig. 9). De toute façon, comme le note Lautman, Becker et Stenzel lisaient tous deux Platon à travers Aristote (comme le faisait également Heidegger)<sup>8</sup>. Cet exposé terminé, Lautman se tourne vers l'examen des relations entre les mathématiques et la physique. La discussion, brève et peu concluante, avec son diagramme répété sans raison, trahit chez Lautman une certaine hâte en même temps qu'une certaine insatisfaction.

### Le *Philèbe*

Lautman mentionne une fois le *Philèbe*, dans le passage cité ci-dessus, en tant que source de la méthode de division. Dans ce dialogue, Philèbe, un des jeunes compagnons de Socrate, soutient que le bien pour l'homme est le plaisir. Socrate entreprend de contester cette thèse, et de soutenir que l'intelligence (incluant la connaissance et le jugement) vaut mieux que le plaisir. Avant d'exposer son argument, Socrate fait une digression méthodologique. Il décrit [5] la méthode de division (16C-17A), et affirme que la compréhension scientifique d'un sujet requiert la connaissance de la structure générée par distinctions successives. Contrairement au philosophe éléate, Socrate admet qu'une catégorie puisse se diviser en plus de deux sous-classes; il exige seulement que le nombre de sous-classes soit fini (16D).

Au début du dialogue, Socrate fait remarquer qu'une vie purement intellectuelle ne convient pas aux hommes (21E). La vie bonne pour les hommes doit inclure jusqu'à un certain degré le plaisir des sens en plus de l'activité intellectuelle — bien que, s'agissant de Platon, le côté intellectuel ait la priorité. Le point crucial est que le bien pour les hommes est un mixte d'éléments hétérogènes (sensuels et intellectuels). Cela pourrait constituer un paradoxe, si la méthode de division avait pour but d'établir une taxinomie comme chez Aristote. Dans la « logique aristotélicienne du genre et de l'espèce », un objet semblant appartenir à deux espèces différentes constituerait pour la taxinomie un contre-exemple (comme l'ornithorynque, par exemple, représente une menace pour la catégorie « mammifère »). Par contraste, un système d'Idées platonicien est en quelque sorte antérieur aux (et indépendant des) objets qui participent à ces Idées. Un objet peut participer à plus d'une Idée (par exemple, un objet physique peut être à la fois rouge et rond). Ce mixte d'Idées se retrouve dans d'autres dialogues. Il est l'un des motifs explicatifs principaux dans la physique du *Timée* (34-35, 59-61), et nous l'avons déjà rencontré dans le *Sophiste*.

Pour ce qui nous intéresse, la conclusion significative du *Philèbe* est que toute vie humaine doit constituer un mixte de biens sensuels et intellectuels.

---

8. Heidegger (2003), p. 8. Lautman n'était pas le seul à trouver plus évocatrice que claire la lecture que Stenzel fait des écrits de Platon sur l'arithmétique. Voir Cornford (1924) et Shorey (1924).

La nature exacte de ces biens et les liens qu'ils entretiennent les uns avec les autres varieront de vie en vie. L'amour du vin développera peut-être chez quelqu'un, sur le plan intellectuel, un savoir de connaisseur. Pour prendre un exemple différent, le travail intellectuel peut procurer du plaisir et de la satisfaction (bien que cela ne soit pas, chez Platon, la raison pour laquelle ce travail est bon). On peut imaginer une vie dans laquelle l'intelligence et le plaisir seraient des domaines entièrement séparés, quoiqu'il soit difficile d'imaginer qu'on puisse désirer une telle existence. Toute vie humaine incarnera cette dialectique d'une manière ou d'une autre, comme le révélera l'examen philosophique. Dans les vies où l'un ou l'autre de ces éléments est absent, ce manque se manifestera inévitablement sous forme d'inadéquation ou d'insatisfaction. De fait, nous aurions besoin de cette dialectique du sensuel et de l'intellectuel pour comprendre les sautes d'humeur et les changements à l'intérieur d'une vie particulière. La structure dialectique d'arrière-plan est ce qui permet d'expliquer pourquoi une vie adonnée de manière excessive, soit aux plaisirs sensuels, soit aux biens intellectuels, serait insatisfaisante.

Le *Philèbe* nous fournit par conséquent une analogie éthique de la caractérisation lautmanienne des Idées dialectiques en mathématiques. Dans la terminologie de Lautman, le plaisir et l'intelligence sont des « notions », et la possibilité de relations entre elles est une « Idée ». Cette structure dialectique ne spécifie pas quels plaisirs et quelles pensées verront effectivement le jour. Comme Lautman le dit à propos des Idées mathématiques : « étant seulement dessin de positions éventuelles, elles n'entraînent pas forcément l'existence d'êtres particuliers susceptibles de soutenir entre eux les relations qu'elles ébauchent » (p. 243). Ces notions entrent en relation à travers l'interaction de pensées et de plaisirs particuliers, et il est impossible de prédire les détails de cette interaction à partir de la seule structure dialectique. Le savoir du connaisseur en vins influe sur son plaisir à boire. Le plaisir et l'intelligence se combinent de manière fort différente (mais non moins intimement) au cours des rares mais [6] précieux moments d'intuition dans le travail d'un scientifique. De la même façon, Lautman soutient qu'il y a une variété infinie de manières dont une relation dialectique entre notions peut se manifester dans les mathématiques réelles, et ajoute que ce n'est pas l'affaire des philosophes de tenter de prédire ou de circonscrire ces relations (p. 229).

### Le *Timée*

Les deux références de Lautman au *Timée* (pp. 231, 267) nous rappellent l'une et l'autre que, selon Platon, la création d'un monde matériel est possible seulement si le « réceptacle d'une qualification géométrique » (p. 231), désigné par le terme de « lieu » (p. 267), existe déjà<sup>9</sup>. Il est important de spécifier que des objets différents peuvent (à des temps différents) occuper le

---

9. Voir le *Timée*, §§ 48-49.

même lieu. Le « lieu » dépend ainsi pour son intelligibilité d'un couple dialectique antérieur à lui, celui du même et de l'autre. Comme nous l'avons vu précédemment, Lautman considère la « distinction [...] entre les propriétés intrinsèques [d'un objet] et ses possibilités d'action » sur d'autres objets comme une expression de la relation du même et de l'autre. Dans les deux cas, la référence au *Timée* permet à Lautman de passer de la philosophie des mathématiques à la philosophie de la physique. Lautman soutient que le monde naturel est mathématiquement intelligible parce que les mêmes structures dialectiques sous-tendent tant la physique que les mathématiques. Il mentionne pour illustrer son propos les cristaux énantiomorphiques, qui constituent selon lui un exemple d'un phénomène physique dans lequel les opposés dialectiques (ici, la symétrie et la dissymétrie) sont « mélangés ». (Le présent article ne discutera pas plus avant la philosophie lautmanienne de la physique). Comme dans son allusion aux travaux de Stenzel sur les nombres, Lautman tente ici d'illustrer sa pensée selon laquelle l'intelligibilité des mathématiques et de la physique requiert un ordre dialectique antérieur. Sa démonstration achoppe dans les deux cas, du fait de l'incapacité de Lautman à expliquer ce que « priorité dialectique » veut dire.

Selon Lautman, par conséquent, la méthode de division révèle des « notions » dialectiques (dans l'acception spéciale que Lautman donne à ce terme), et avec elles les Idées des relations entre ces notions. Toutefois, Lautman ne propose pas des séries de distinctions. Ses notions ne se présentent pas sous formes d'arbres comme celles du philosophe dans le *Sophiste*. Comme le suggère la citation au début de cette section, ce qu'il emprunte aux dialogues tardifs est l'idée selon laquelle un particulier peut participer à des catégories hétérogènes de manière simultanée. Dans certains des exemples qu'il donne, les notions « mixées » dans telle théorie mathématique sont simplement différentes (telles que la notion d'ordinal et celle de fermeture), tandis que dans d'autres elles sont opposées (comme les cas dans lesquels il voit des mixtes de mathématiques finies et infinies).

### Platon ne suffit pas

Lautman a parsemé ses œuvres de références à Platon ; Heidegger, par contre, n'apparaît nulle part dans ses textes, excepté au cours de la discussion dans les « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques » et de manière implicite dans quelques brèves remarques de la conclusion de *l'Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématique*<sup>10</sup>. Nous pouvons par conséquent supposer que Lautman s'est tourné vers Heidegger

---

10. Pp. 228-229. La seule exception se trouve dans un court article datant de 1933 et intitulé : « Considérations sur la logique mathématique ». Mais ici Lautman discute de l'usage que les intuitionnistes ont fait de la phénoménologie et n'y exprime pas ses vues personnelles : « Les intuitionnistes se rattachent par là aux phénoménologues disciples de Husserl, Heidegger et Oscar Becker », p. 43.

afin de résoudre un problème particulier dans la conception qu'il se faisait [7] du platonisme en général<sup>11</sup>. En outre, le texte heideggerien auquel il se réfère, *Sur l'essence du fondement* (*Vom Wesen des Grundes*), constitue une méditation sur la « différence ontologique » entre les concepts « ontiques » employés dans les sciences et les concepts « ontologiques » sous-jacents révélés par la phénoménologie. La relation entre la dialectique et les mathématiques était manifestement problématique pour Lautman. D'un côté, il est demeuré fidèle à sa conception platoniste selon laquelle les Idées sont d'une manière ou d'une autre antérieures à la matière qu'elles dominent, et qui participe d'elles. Dans une conférence prononcée en 1937, Lautman affirme que « la réalité inhérente aux théories mathématiques leur vient de ce qu'elles participent d'une réalité idéale qui est dominatrice par rapport à la mathématique, mais qui n'est connaissable qu'à travers elle » (pp. 67-68). Il savait que les tenants de l'empirisme logique (le courant dominant à son époque) considéreraient ses vues comme une mystification, « aussi obscures que les croyances mystiques à la participation du sujet à l'objet chez les primitifs dont parle M. Lévy-Bruhl » (p. 64). Lautman rétorque qu'au contraire, l'empirisme (qu'il soit aristotélicien ou viennois) coupe la pensée de l'expérience et rend par conséquent mystérieux le fait que la nature soit pour nous mathématiquement intelligible. Qui plus est, une conception tautologique des mathématiques coupe la découverte de la vérité de la quête de la vérité (puisque les tautologies ne requièrent aucune référence à une réalité quelle qu'elle soit). L'empirisme, selon lui, prive la science de sa dignité spirituelle et de sa valeur. Il est par conséquent vital, tant sur le plan scientifique que sur le plan spirituel, d'insister sur la réalité des notions dialectiques et sur les Idées de leurs relations possibles antérieurement à leur réalisation dans des cas particuliers. D'un autre côté, les notions entrent en relation les unes avec les autres seulement quand elles se trouvent « mixées » dans des particuliers. Vers la fin de l'*Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématique*, Lautman décrit les Idées de relations possibles entre notions comme des « problèmes » ou des « questions », et les relations réelles (réalisées) entre notions comme des « schémas logiques » :

Les schémas logiques que nous avons décrits ne sont pas antérieurs à leur réalisation au sein d'une théorie; il manque en effet à ce que nous appelons plus haut l'intuition extra-mathématique de l'urgence d'un problème logique une matière à dominer pour que l'idée de relations possibles donne naissance au schéma de relations véritables (p. 229).

---

11. Ce qui ne veut pas dire que Lautman ait choisi Heidegger de manière arbitraire, étant donné les références de ce dernier à Platon; Heidegger a placé au tout début d'*Être et temps* une citation tirée du *Sophiste* (244a), et il a consacré ses conférences de 1924-1925 à ce même dialogue.

Avant le développement de la théorie mathématique qui résout le problème, seule préexiste « l'expérience de [l'] urgence des problèmes » (p. 229)<sup>12</sup>. Une telle formulation donne cependant à entendre que c'est la psychologie des mathématiciens qui nous importe. Ce n'est pas ce que Lautman avait à l'esprit. Dans l'introduction à *l'Essai sur les notions de structure*, il conclut une discussion sur Hilbert et Brunschvicg en affirmant qu'« entre la psychologie du mathématicien et [8] la déduction logique, il doit y [...] avoir place pour une caractérisation intrinsèque du réel » (p. 129).

Lautman a par conséquent besoin d'un idiome philosophique dans lequel ce sentiment de l'urgence d'un problème est plus qu'un simple sentiment. Car si ce sentiment d'urgence n'est rien de plus qu'un besoin psychologique, alors son contenu ne peut avoir la signification logique qu'exige le platonisme lautmanien. En même temps, cette « intuition extra-mathématique de l'urgence d'un problème logique » ne peut être une mystérieuse sensibilité à un monde des Idées qui existerait antérieurement à l'activité des mathématiciens. Nous avons déjà vu qu'il rejette cette sorte de platonisme naïf. C'est afin de combler ce besoin que Lautman se tourne vers Heidegger.

### Heidegger<sup>13</sup>

Lautman était familier avec *Être et temps* (voir sa référence à cet ouvrage p. 240), mais il fait appel à un ouvrage de Heidegger beaucoup plus court, intitulé *Sur l'essence du fondement (Vom Wesen des Grundes)* (1928). Heidegger s'efforce dans ce traité de clarifier sa distinction entre « ontologique » et « ontique » (ou, pour le dire autrement, entre « être » et « êtres »). Il développe à cet effet une méditation sur l'histoire de la philosophie défiant le résumé, mais dont l'idée centrale est la suivante : Kant nous a appris que la métaphysique (c'est-à-dire, dans la terminologie heideggerienne, l'« ontologie ») ne s'intéresse pas directement à ce qu'est le monde « en lui-même ». L'ontologie révèle plutôt au premier chef la structure profonde de la manière dont nous appréhendons le monde et nous nous y comportons. Dans cet exposé, « le monde » devrait être compris dans le sens qu'il a quand on dit que les gens adonnés à la magie sympathique « vivent dans un monde différent » de ceux habitués dans la poursuite de leurs objectifs, à user des méthodes scientifiques modernes. En ce sens, seuls les humains vivent dans « le monde ». Les chats et les chiens occupent un lieu physique, mais ils ne possèdent pas un sens profond et en grande partie inarticulé de ce qu'est le monde et son fonctionnement pour leur servir à déterminer et à orienter leurs actes. C'est ce trait crucial chez les humains qui nous intéresse. Nos questions peuvent être pratiques (telles que : « Pourquoi est-ce que je ressens

12. « Le seul élément a priori que nous concevions est donné dans l'expérience de cette urgence des problèmes... », p. 229.

13. Je suis reconnaissant au docteur Nicholas Joll pour son aide généreuse dans la lecture de Heidegger.

cet élanement dans le genou ? » ou « Me faudra-t-il mélanger plus de ciment pour finir ce mur ? ») ou elles peuvent être le fait d'une science avancée. Scientifique ou non, chaque question comporte certaines hypothèses quant à la forme de la réponse. Un dormeur éveillé par un bruit pourra demander : « Qu'est-ce que c'est ? » ou « Qui est là ? », ou « Est-ce que j'ai imaginé cela ? », suivant ses attentes et son état d'esprit. Cela est vrai même des questions qui semblent ne faire aucune hypothèse, comme : « Pourquoi y a-t-il quelque chose plutôt que rien ? ». Nous n'avions pas à poser la question à propos des choses. Nous aurions pu demander : « Pourquoi y a-t-il de la matière plutôt que du vide ? ». Les disciplines scientifiques ont leurs manières caractéristiques d'appréhender le monde : le physicien moderne pose ses questions dans le langage des mathématiques. Les premiers étudiants de la nature, qui « vivaient dans un autre monde » au sens phénoménologique, auraient trouvé cette manière de faire inintelligible (même s'ils avaient compris les mathématiques). Ainsi, nos questions révèlent toujours quelque chose des traits structuraux profonds du monde tel que nous l'appréhendons.

[9] Qu'en est-il dès lors de la « différence ontologique » ? Dans un passage cité par Lautman, Heidegger déclare :

La détermination anticipée de l'Être d'une nature en général (essence et modalité) prend corps dans les « concepts fondamentaux » de la science correspondante. Ces concepts délimitent par exemple, ce que sont l'espace, le lieu, le temps, le mouvement, la masse, la force, la vitesse. [...] [Ces concepts scientifiques concernent l'existant, et non l'être, ils ne] recèlent point en eux les authentiques concepts ontologiques de l'être de l'existant qui est mis en question par cette science<sup>14</sup>.

En d'autres termes, même les concepts les plus fondamentaux utilisés par les scientifiques sont simplement ontiques. Les concepts ontologiques correspondants se situent hors des ressources conceptuelles de la science. Lautman soutient que la même chose est vraie des notions et des Idées dialectiques qu'il discerne à l'œuvre dans les mathématiques. « La dialectique, affirme-t-il, ne fait pas partie des mathématiques, et ses notions sont sans rapport avec les notions primitives d'une théorie » (p. 242). Bien au contraire, la dialectique est ontologiquement antérieure aux mathématiques, au sens heideggerien d'« ontologique ». Dans la conclusion de l'*Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématique*, Lautman décrit sa philosophie des mathématiques comme une enquête phénoménologique sur l'intuition extra-mathématique ou le souci de l'« urgence » d'un problème logique.

14. Martin Heidegger, « Sur l'essence du fondement » (« Vom Wesen des Grundes »), in *Qu'est-ce que la métaphysique ?* traduit par Henry Corbin, Paris, Gallimard, 1938, pp. 57-58, et tel que cité par Lautman, p. 241.

« Souci » doit être compris ici comme *sorge* (préoccupation ou soin), au sens heideggerien du terme.

La phénoménologie heideggerienne s'intéresse essentiellement à nos habitudes mentales et à nos attentes, telles que révélées dans nos questions (ou plutôt, dans nos pratiques d'enquête). Toutefois, cette enquête sur la structure de notre subjectivité active et questionnante révèle également l'ordre de la réalité objective. Heidegger emprunte à Kant l'idée que l'ordre cohérent de la subjectivité humaine et l'ordre cohérent du monde sont deux côtés d'un même fait. À un niveau de profondeur inexprimable, d'une manière ou d'une autre, trois aspects se rejoignent : la structure de notre subjectivité, l'activité intense que nous déployons dans l'application de choses à d'autres choses, et les structures profondes que nous découvrons au sein du monde.

L'explication heideggerienne que propose Lautman de l'objectivité des mathématiques semble se ramener à ceci : les théories mathématiques « participent » des Idées dialectiques, dans ce sens qu'elles relient entre elles des notions dialectiques. Les Idées posent de vagues et nébuleuses questions (suggérant, ce faisant, la possibilité de relations notionnelles) auxquelles les mathématiques fournissent des réponses précises et détaillées. En ce sens, les Idées appellent les théories mathématiques à l'existence (quoique nous ne devrions pas nous attendre à discerner les Idées à l'origine de l'appel avant que la théorie mathématique ne soit complète). Les théories mathématiques dépendent par conséquent des Idées pour leur objectivité. Les Idées sont objectives en ce sens qu'elles font partie de la structure profonde de notre engagement avec le monde, ce qui signifie qu'elles font partie de notre propre structure profonde, ou, ce qui revient au même, qu'elles font partie de la structure profonde de notre monde. Puisque notre monde est le seul que nous connaissions, nous pouvons aussi bien dire qu'elles font partie de la [10] structure profonde du monde, tant et aussi longtemps que nous nous souvenons que cette manière de voir est ontologique, et non pas ontique. Elle relève de la phénoménologie, pas de la science.

### Les exemples mathématiques de Lautman

Ayant esquissé de façon abstraite les vues de Lautman, je considérerai à présent les exemples mathématiques qu'il fournit. La première des deux thèses de Lautman (*Essai sur l'unité des sciences mathématiques* dans leur développement actuel) prend comme point de départ une distinction faite par Hermann Weyl dans son ouvrage de 1928 sur la théorie des groupes et la mécanique quantique. Weyl trace une distinction entre la mathématique « classique »<sup>15</sup>, qui a trouvé son plus haut épanouissement dans la théorie des fonctions de variables complexes, et la mathématique « moderne » (ou

---

15. N.B. Lautman utilise dans ce passage les expressions « la mathématique classique » et « la mathématique moderne », au singulier (NDLT).

nouvelle) représentée (par exemple) par la théorie des groupes et les algèbres abstraites, la théorie des ensembles et la topologie<sup>16</sup>. Pour Lautman, la mathématique « classique » dans la distinction weylienne correspond pour l'essentiel à l'analyse, c'est-à-dire aux mathématiques qui dépendent d'une variable quelconque tendant vers zéro : convergence des séries, passage à la limite, continuité, dérivation et intégration. Ce sont les mathématiques des voisinages arbitrairement petits, et elles ont atteint leur plein développement au dix-neuvième siècle. Par contre, la mathématique « moderne » dans la distinction weylienne est « globale » ; elle étudie les structures des « tous »<sup>17</sup>. La topologie algébrique, par exemple, considère les propriétés d'une surface entière (combien de trous ?) plutôt que les agrégations de voisinages. Après avoir cité et illustré par des exemples la distinction weylienne, Lautman la reformule comme suit :

[...] en opposition à l'analyse des continus et de l'infini, les structures algébriques ont un aspect nettement fini et discontinu. Quelle que soit l'infinité des éléments qui constituent un groupe, un corps, une algèbre (au sens restreint du mot), les méthodes de l'algèbre moderne consistent le plus souvent à imposer à ces éléments une division en classes d'éléments équivalents, et à substituer ainsi à un ensemble infini la considération d'un nombre de classes qui, dans les applications, est le plus souvent fini (*op. cit.*, p. 86-87).

L'essentiel de la thèse lautmanienne sur l'« unité » est constitué de quatre exemples<sup>18</sup> dans lesquels les théories de l'analyse moderne (c'est-à-dire de l'analyse pratiquée au vingtième siècle) dépendent dans leurs moindres détails des résultats et des techniques empruntés à la branche algébrique « nouvelle » de la distinction weylienne. Dans ces quatre cas, l'algèbre vient à la rescousse de l'analyse. Lautman transforme ainsi une distinction historique générale (entre les mathématiques du dix-neuvième siècle, locales, analytiques, continues et infinies, et les mathématiques nouveau style, « globales », synthétiques, discontinues et finies) en une famille de dyades dialectiques (celles du local et du global, de l'analytique et du synthétique, du continu et du discontinu, de l'infini et du fini). Ces couples ne sont pas des oppositions vides. Ils trouvent leur contenu dans les détails de théories mathématiques [11] qui, même si elles relèvent de l'analyse, empruntent parfois un point de vue caractéristique de l'algèbre. En d'autres termes, « les

---

16. 2006, pp. 83-84.

17. *Op. cit.*, p. 84.

18. Celui des « décompositions dimensionnelles en théorie des fonctions » ; celui du « rôle des métriques non euclidiennes de la théorie des fonctions analytiques » ; celui de « l'algèbre non commutative [intervenant] dans la théorie de l'équivalence des équations différentielles » ; enfin, celui de l'usage de « structures algébriques finies et discontinues pouvant servir à déterminer l'existence de fonctions de variable continue », p. 87.

méthodes sont algébriques mais les résultats s'étendent à l'analyse»<sup>19</sup>. Parvenu à ce point, nous avons laissé le dix-neuvième siècle derrière nous, et nous nous intéressons aux « mixtes » analytiques et algébriques dans les mathématiques contemporaines (du vingtième siècle).

Dans son autre grande thèse, *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, Lautman donne à sa pensée dialectique une expression plus philosophique et plus polémique. Cette seconde thèse est composée de six chapitres, les trois premiers étant consacrés aux « schémas de structure » et les trois derniers aux « schémas de genèse ». Les trois schémas de structure sont : « le local et le global », « les propriétés intrinsèques et les propriétés induites » et « la montée vers l'absolu » (malencontreusement dénommée)<sup>20</sup>. Les deux premiers de ces trois schémas sont des couples semblables à ceux déjà rencontrés dans la thèse de Lautman sur l'« unité ». La « montée vers l'absolu » appartient à un genre différent ; elle implique un progrès, depuis les objets mathématiques qui sont en un certain sens « imparfaits », vers un objet qui est « parfait » ou « absolu ». Lautman en donne deux exemples mathématiques : la théorie du corps de classes, qui « monte » vers le corps de classes absolu, et les surfaces de recouvrement d'une surface donnée, qui « montent » vers une surface universelle de recouvrement simplement connexe. Dans chacun des cas, on retrouve une séquence correspondante de sous-groupes imbriqués les uns dans les autres (y compris le sous-groupe trivial correspondant au corps de classes « absolu » ou à la surface « absolue »), qui induit une structure en « escalier » dans la « montée ». (Lautman introduit cette idée par le biais d'une brève discussion sur la correspondance de Galois, pp. 166-168.) Ce schéma dialectique diffère en partie des autres. Les exemples cités antérieurement consistaient en des couples de notions (fini/infini, local/global, etc), dans lesquels aucun membre d'aucun couple n'était inférieur à l'autre<sup>21</sup>. Comme nous l'avons vu précédemment, Lautman soutient que, dans certaines occasions, les mathématiques finies permettent d'appréhender les mathématiques infinies (pensons par exemple à l'usage des corps d'entiers finis dans l'étude des nombres naturels infinis dénombrables). En mathématiques, le fini n'est pas une version en quelque sorte imparfaite de l'infini. De la même façon, les mathématiques « locales » de l'analyse peuvent dépendre pour leurs fondations de la topologie « globale » (comme le soutient Lautman, p. 85), mais les premières ne sont pas une version bâclée ou en quelque façon inadéquate des dernières. Lautman introduit la section sur la « montée vers l'absolu » en rappelant

19. « [...] il est possible de retrouver dans les théories modernes de l'analyse les points de vue qui caractérisent l'algèbre[...] théories [...] dont les méthodes sont algébriques, et dont les résultats s'étendent à l'analyse », p. 121.

20. La résonance hégélienne de « l'absolu » est un leurre ; il semble que Bernays se soit laissé duper (Bernays (1940), p. 20).

21. Mais voir aussi Barot (2003), p. 12. Rappelons également que, pour Platon, l'intellectuel est supérieur au sensuel.

l'argument de Descartes, dans lequel celui-ci raconte la manière dont ses propres imperfections l'ont conduit à reconnaître l'existence d'un être parfait (Dieu). L'homme (pour Descartes) n'est pas l'opposé dialectique de Dieu, ni n'en constitue une alternative; l'homme est plutôt une image imparfaite de son créateur. Dans un mouvement de pensée similaire, selon Lautman, la réflexion sur les corps de classes et sur les surfaces de recouvrement « imparfaits » conduit les mathématiciens, respectivement, aux corps de classes et aux surfaces de recouvrement « parfaits » et « absolus ». Bref, la « montée vers l'absolu » introduit une structure dialectique différente des couples de notions rencontrés jusqu'à présent. Cette structure n'a rien en commun avec les motifs découverts dans les trois dialogues platoniciens.

Les trois schémas de genèse sont présentés successivement dans trois chapitres intitulés : « Essence et existence », « Les mixtes » et « Du caractère exceptionnel de l'existence ». Dans les deux premiers de ces chapitres, la structure d'un domaine mathématique engendre des objets mathématiques nouveaux; dans le troisième chapitre, [12] Lautman considère des cas dans lesquels un objet est redevable pour son existence à des propriétés exceptionnelles qui le distinguent d'un ensemble établi d'objets. Lautman n'aborde pas directement la question générale du statut métaphysique des objets mathématiques. Il s'intéresse plutôt à la manière dont les structures et les objets mathématiques sont générés à partir des mathématiques déjà existantes. Comme il l'explique lui-même, les rôles de « structure d'origine »<sup>22</sup> et d'« objet créé »<sup>23</sup> sont relatifs; les objets qui doivent leur existence à la structure d'un autre domaine peuvent à leur tour servir de structure d'origine (« de domaine de base ») pour la genèse d'une nouvelle classe d'entités (p. 187). Lautman vise en partie à s'opposer à la conception selon laquelle l'existence mathématique se confondrait purement et simplement avec la consistance d'un système axiomatique. Lautman s'est attardé sur les difficultés techniques communément engendrées par les tentatives pour prouver la consistance d'un système (pp. 179-187). Mais son véritable argument est que les entités mathématiques ne dépendent pas pour leur existence de décisions apparemment arbitraires conduisant à considérer certains ensembles d'axiomes au détriment d'autres. Les mathématiciens créent plutôt de nouvelles structures mathématiques en répondant aux questions latentes dans l'ordre dialectique extra-mathématique sous-jacent. Ici aussi, les structures dialectiques repérées par Lautman sont plus richement variées que ses références à Platon ne pourraient le suggérer.

### **Brouiller la différence ontologique**

Lautman conclut l'Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques avec quelques remarques qui, bien que le nom de Heidegger n'y

22. Lautman utilise l'expression « domaine de base », p. 187 (NDLT).

23. Lautman utilise l'expression « être créé », p. 187 (NDLT).

soit pas mentionné, sont clairement en lien avec la discussion faisant explicitement référence à Heidegger dans les *Nouvelles recherches* (pp. 228-229). Après une brève discussion sur Platon (pp. 230-234), Lautman termine sa thèse avec l'énoncé de son credo, qu'il tient pour vrai tant des mathématiques que de la physique :

La nature du réel, sa structure et les conditions de sa genèse ne sont connaissables qu'en remontant aux Idées dont la science incarne les liaisons ( p. 234).

Comme nous l'avons vu précédemment, Lautman fait appel à Heidegger pour expliquer la relation entre la dialectique et les mathématiques. Tout le but de *Sur l'essence du fondement* est d'insister sur la différence ontologique, c'est-à-dire sur la distinction entre l'ontologique et l'ontique. La division du travail entre le scientifique et le philosophe dépend de cette distinction. Le scientifique utilise des concepts ontiques pour établir des vérités ontiques; le philosophe en révèle l'ontologie correspondante. Lautman insiste sur la distinction entre la dialectique et les mathématiques. Si la dialectique tentait de trouver des solutions qui lui soient propres aux problèmes qu'elle exprime, elle « imiterait à ce point les mathématiques avec tout un ensemble de distinctions subtiles et d'artifices de raisonnement qu'elle se confondrait avec les mathématiques elles-mêmes<sup>24</sup> ». C'est, laisse entendre Lautman, le sort qui attend le logicisme de Frege et de Russell. Les notions et les idées dialectiques doivent pouvoir s'exprimer dans des exemples mathématiques. L'expression dans des exemples mathématiques soumet une Idée à [13] « tout un cortège de précisions, de limitations et d'exceptions où s'affirment et se construisent les théories mathématiques<sup>25</sup> ». Ainsi, nous pourrions, par exemple, examiner les différents concepts mathématiques de complétude et de fermeture, et reconnaître en eux des versions mathématiques de la notion vague (et donc présumément dialectique) selon laquelle un élément complexe peut être auto-suffisant ou *sui generis*. Pour rappeler l'un des exemples détaillés fournis par Lautman, celui-ci nous invite à voir les relations mathématiques entre les propriétés intrinsèques et relationnelles des objets mathématiques comme une spécification mathématique de la dialectique du même et de l'autre.

Mais nous avons maintenant un problème. Comment parvenir à distinguer entre l'activité légitime consistant à chercher des réponses mathématiques aux questions dialectiques, et l'activité illégitime consistant à faire de la dialectique une imitation des mathématiques ? Après tout, historiquement, les

---

24. « Une dialectique qui s'engagerait dans la détermination des solutions que ces problèmes logiques peuvent comporter se verrait entraînée à constituer tout un ensemble de distinctions subtiles et d'artifices de raisonnement qui imiteraient à ce point les mathématiques qu'elle se confondrait avec les mathématiques elles-mêmes », p. 228.

25. « Il faut ensuite, pour que l'exemple supporte l'Idée, apporter à celle-ci tout un cortège de précisions, de limitations et d'exceptions où s'affirment et se construisent les théories mathématiques », p. 243.

mathématiques n'ont pas de frontières fixes. Par exemple, Euler pensait que le problème des ponts de Königsberg se situait en dehors des mathématiques, parce que « la solution [en était] fondée sur la seule raison, et sa découverte ne dépend[ait] d'aucun principe mathématique<sup>26</sup> ». La logique formelle est demeurée en dehors des mathématiques pendant plus de deux mille ans (c'est-à-dire pendant la période allant des *Premiers Analytiques* d'Aristote à la publication de l'*Analyse mathématique de la logique* de Boole en 1847). La distinction lautmanienne entre dialectique et mathématiques dépend non seulement de l'autorité de Heidegger, mais encore de l'« insuffisance essentielle » (p. 243) des Idées dialectiques, c'est-à-dire du fait qu'elles ne peuvent pas être comprises, excepté à travers le développement de la théorie mathématique. Toutefois, cela est également vrai des concepts mathématiques primitifs ou non développés. Les concepts primitifs du continu et de l'infini ont soulevé des questions auxquelles furent apportées des réponses appropriées seulement grâce à l'étude d'exemples mathématiques et l'articulation des théories mathématiques. Tout cela fait que le continu et l'infini sont clairement des concepts mathématiques, aussi primitifs soient-ils.

Les exemples fournis par Lautman lui-même suggèrent que la ligne de démarcation entre la dialectique et les mathématiques n'est ni claire ni stable. Considérons encore une fois le diagramme emprunté à Stenzel. Les treillis n'étaient pas des objets mathématiques à l'époque de Platon, mais ils le sont aujourd'hui. Devons-nous supposer que la structure dialectique sous-jacente de l'arithmétique platonicienne constitue elle-même un exemple d'un concept mathématique (à savoir, un treillis), présumément doté d'une base dialectique qui lui soit propre ? Lautman rejette explicitement les régressions de ce type (p. 232).

La deuxième partie des « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques » consiste en l'examen de deux cas qui font ressortir le contraste entre l'analyse et l'algèbre rencontré une première fois dans l'*Essai sur l'unité des sciences mathématiques*. Dans ce premier essai, nous avons vu l'algèbre venir en aide à l'analyse. Dans les deux cas dont il est question ici, nous voyons l'analyse (les mathématiques du continu) fournir des preuves à la théorie des nombres. Le deuxième cas constitue une assez bonne confirmation de l'argument de Lautman en faveur de l'unité des mathématiques : il consiste à utiliser la fonction zêta de Riemann pour l'investigation de la densité des nombres premiers. Le premier cas est quelque peu artificiel : il s'agit de la preuve de Hecke de la réciprocité quadratique. Il est artificiel parce que (comme le reconnaît Lautman) il n'est nul besoin de faire appel à l'analyse pour prouver ce théorème. À propos de la preuve de Hecke de la réciprocité quadratique, Lautman écrit : [14]

---

26. Euler, *Opera Omnia* (4), I, lettre 590 (NDLR : ma traduction). Euler s'est demandé si c'était cela qu'entendait Leibniz par « géométrie de la position ».

[...] l'outil analytique, c'est-à-dire les fonctions, sert à démontrer un résultat arithmétique, parce que la structure de l'outil et celle du résultat participent l'une et l'autre d'une même structure dialectique, celle que pose le problème de la réciprocité de rôles entre éléments inverses l'un de l'autre (p. 248).

Cette remarque soulève deux problèmes pour la distinction entre la dialectique et les mathématiques. Premièrement, la réciprocité est une sorte de symétrie. La symétrie qui se manifeste entre ces éléments mutuellement inverses ne requiert sans doute pas l'appareil de la théorie des groupes, mais elle constitue néanmoins un concept mathématique, tout comme les relatifs d'ailleurs. Deuxièmement, la relation appropriée entre la dialectique et les mathématiques semble avoir été inversée. Dans une lettre adressée au mathématicien Maurice Fréchet, Lautman explique que :

[...] c'est dans la mesure où une théorie mathématique apporte une réponse à un problème dialectique définissable mais non résoluble indépendamment des mathématiques que la théorie me paraît participer, au sens de Platon, à l'Idée vis-à-vis de laquelle elle est dans la même situation que la Réponse par rapport à la Question, [...] (p. 260).

En principe, par conséquent, la dialectique est à l'égard des mathématiques ce qu'une question est à l'égard d'une réponse, sauf qu'ici une question mathématique (pourquoi tel corpus de la théorie analytique sert-il à prouver tel résultat arithmétique ?) reçoit une réponse dialectique. En tout cas, « faire partie de la même structure dialectique que » est une relation symétrique, mais non pas la relation entre outil et résultat. Lautman donne d'autres exemples dans les « Nouvelles recherches » dans lesquelles (soutient-il) « la convergence des théories mathématiques différentes résulte de leur affinité de structure dialectique » (p. 250), mais il donne ailleurs des exemples de théories mathématiques qui partagent les mêmes structures dialectiques (telles que tous les exemples concernant la dyade même/autre) et qui ne montrent cependant aucun signe de convergence.

Bref, l'affirmation selon laquelle la science et la phénoménologie traitent de différents concepts s'effondre dans la pratique mathématique<sup>27</sup>. La symétrie (par exemple) est un concept mathématique, mais elle peut également fonctionner comme une notion dialectique au sens de Lautman — c'est l'une des notions qui donnent forme à nos questions. Si elle le fait explicitement, elle peut également fonctionner de manière heuristique au sens que Pólya donne à ce terme. Lautman ne parle pas d'heuristique ; au contraire, il affirme que nous ne devons pas nous attendre à discerner une question dialectique avant d'arriver à sa réponse mathématique. Une telle affirmation néglige cependant le fait (sur lequel Lautman insiste dans d'autres écrits) que les mêmes notions et Idées dialectiques peuvent figurer dans différentes théories

27. Pour un argument indépendant avec une conclusion similaire, voir Barot (2003), pp. 14-17.

mathématiques. Au fur et à mesure qu'une notion ou Idée reparait dans diverses théories mathématiques, elle peut devenir une partie explicite de la culture mathématique et se mettre par conséquent à fonctionner heuristiquement. Reconnaître qu'un concept puisse fonctionner de part et d'autre de la distinction entre dialectique et mathématiques s'accorderait [15] avec ce que nous retrouvons dans le Platon tardif. La dyade « même/autre » peut jouer un important rôle ontologique, en conférant une intelligibilité à des concepts aussi divers que « lieu » et « intrinsèque/extrinsèque », mais elle remplit également un rôle dans des questions empiriques banales telles que : « Est-ce le même chien que j'ai vu hier ? ». Par conséquent, si nous souhaitons que Lautman enrichisse notre propre philosophie, la première chose à faire serait d'abandonner la « distinction ontologique ». Cette vue peut même trouver un certain soutien chez Heidegger. Dans une conférence de 1936 intitulée « La science moderne, la métaphysique et les mathématiques », celui-ci écrit :

La grandeur et la supériorité de la science de la nature aux seizième et dix-septième siècles réside en ceci que tous les chercheurs d'alors étaient philosophes. Ils comprenaient qu'il n'y a pas de pur fait, mais qu'un fait n'est ce qu'il est qu'à la lumière du concept qui le fonde [...] [L]es têtes actuelles de la physique atomique, Niels Bohr and Heisenberg, pensent d'un bout à l'autre en philosophes...<sup>28</sup>

Il est difficile de voir quel bénéfice la philosophie pourrait apporter à la science si la distinction ontologique entre elles est maintenue. L'affirmation de Heidegger selon laquelle les chercheurs de valeur sont aussi philosophes suggère que ceux-ci ne respectent pas la « distinction ontologique » dans leur pratique.

Une modification de ce genre fournirait de surcroît à Lautman une réponse à la critique formulée par l'un de ses plus proches collègues. Lors d'une rencontre tenue en février 1939, Lautman a soutenu que l'objectivité des théories mathématiques dépendent de leur participation aux Idées non mathématiques qui les dominent. Jean Cavaillès, qui était également présent, a fait la remarque suivante : « Personnellement je répugne à poser une autre chose qui dominerait la pensée effective du mathématicien, je vois l'exigence dans les problèmes... » (p. 263). L'abandon de la « distinction ontologique » permettrait à Lautman de répliquer que les Idées dialectiques dominent bel et bien les théories mathématiques, mais que les Idées, les théories et la domination font toutes partie de la pensée mathématique effective. Par conséquent, nonobstant toutes les considérations touchant la question de la « domination », aucune contrainte étrangère ne gêne la pensée des mathématiciens<sup>29</sup>.

Traduit de l'anglais par Anne-Marie Boisvert

28. Heidegger in *La question de la chose*, cité en partie par Jean Beaufret et Guy Basset dans *De l'existentialisme à Heidegger*, Vrin, 1986, p. 163. N.B. Je n'ai pas pu retrouver le passage chez Heidegger lui-même [NDLT].

29. Je suis reconnaissant aux docteurs Corfield, Joll et Moyal-Sharrock pour leur lecture attentive des versions antérieures de cet article.

# Références

- Annas, Julia (1977). « Aristotle on Substance, Accident and Plato's Forms », *Phronesis*, vol. 22, n° 2, pp. 146-160.
- Ash, Avner & Robert Gross. *Fearless Symmetry: Exposing the Hidden Patterns of Numbers*, Princeton & Oxford, Princeton University Press, 2006.
- Barot, Emmanuel. « L'objectivité mathématique selon A. Lautman : entre Idées dialectiques et réalité physique », *Cahiers François Viète*, 6, 2003, pp. 3-28.
- Bernays, Paul. Compte rendu de *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques* et de *Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel* de Albert Lautman, *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 5, n° 1 (mars 1940), pp. 20-22.
- Black, Max. Compte rendu de *La pensée mathématique* de Jean Cavaillès et Albert Lautman, *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 12, n° 1 (mars 1947), pp. 21-22.
- Cornford, F. M. Compte rendu de *Zahl und Gestalt bei Platon und Aristoteles* de Julius Stenzel, *The Classical Review*, vol. 38, n° 7/8, 1924, p. 209.
- Heidegger, Martin. *Basic Writings*, London, Routledge, Kegan and Paul, 1993.
- . *Pathmarks*, Cambridge: University of Cambridge Press. William McNeill (dir.), 1998.
- . *Plato's Sophist*, Bloomington: Indiana University Press. Traduction de Richard Rojcewicz et André Schuwer, 2003.
- Lautman, Albert. *Les mathématiques, les idées et le réel physique*, Paris, Vrin, 2006. Introduction et biographie par Jacques Lautman; introduction de Fernando Zalamea; préface à l'édition de 1977 par Jean Dieudonné.
- Lemmermeyer, Franz. *Reciprocity Laws from Euler to Eisenstein*, Berlin, Springer, 2000.
- Plato. *Timaeus*, London, Penguin. Traduction de H. D. P. Lee, 1965.
- . *Philebus and Epinomis*, London, Dawsons. Traduction de A. E. Taylor, 1972.
- . *The Sophist: Part II of the being of the beautiful*, Chicago and London, University of Chicago Press, 1984. Traduction de Seth Bernardete.
- Shorey, Paul. Compte rendu de *Zahl und Gestalt bei Platon und Aristoteles* de Julius Stenzel, *Classical Philology*, vol. 19, n° 4, 1924, pp. 381-383.
- Trevaskis, J. R. « Division and Its Relation to Dialectic and Ontology in Plato », *Phronesis*, vol. 12, n° 2, 1967, pp. 118-129.
- Wilson, Robin. « Euler's combinatorial mathematics », *Bulletin of the British Society for the History of Mathematics* 23 (1), 2008, pp. 13-23.

## Lautman et la réalité des mathématiques

David Corfield

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039714ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039714ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Corfield, D. (2010). Lautman et la réalité des mathématiques. *Philosophiques*, 37 (1), 95–109. <https://doi.org/10.7202/039714ar>

### Résumé de l'article

Cet article examine la thèse de Lautman selon laquelle la réalité des mathématiques doit être approchée par la « réalisation des idées dialectiques ». Pour ce faire, nous reprenons deux exemples que Lautman a lui-même traités. La question est de savoir si on peut ou non mieux décrire les idées dialectiques comme mathématiques, particulièrement maintenant que les moyens mathématiques d'approcher ces idées au niveau de généralisation appropriée existent. Ainsi, la théorie des catégories, inconnue de Lautman, peut donner une description très approfondie de l'idée de dualité. Je sou mets de plus que les instances, données par Lautman, de la réalisation des idées dialectiques en dehors des mathématiques et de la physique mathématique sont assez maigres, ce qui suggère fortement que les idées qu'il a décrites si admirablement sont immanentes à la pratique des mathématiques, au lieu d'appartenir à « une réalité idéale, supérieure aux mathématiques ».

# Lautman et la réalité des mathématiques

DAVID CORFIELD

University of Kent  
D.Corfield@kent.ac.uk

**RÉSUMÉ.** — Cet article examine la thèse de Lautman selon laquelle la réalité des mathématiques doit être approchée par la «réalisation des idées dialectiques». Pour ce faire, nous reprenons deux exemples que Lautman a lui-même traités. La question est de savoir si on peut ou non mieux décrire les idées dialectiques comme mathématiques, particulièrement maintenant que les moyens mathématiques d'approcher ces idées au niveau de généralisation appropriée existent. Ainsi, la théorie des catégories, inconnue de Lautman, peut donner une description très approfondie de l'idée de dualité. Je soumetts de plus que les instances, données par Lautman, de la réalisation des idées dialectiques en dehors des mathématiques et de la physique mathématique sont assez maigres, ce qui suggère fortement que les idées qu'il a décrites si admirablement sont immanentes à la pratique des mathématiques, au lieu d'appartenir à «une réalité idéale, supérieure aux mathématiques».

**ABSTRACT.** — This paper examines Lautman's claim that the reality of mathematics is to be addressed through the "realisation of dialectical ideas". This is done in the context of two examples treated by Lautman himself. The question is raised as to whether we might better describe dialectical ideas as mathematical ones, especially now that we have mathematical means to approach these ideas at the right level of generality. For example, category theory, unknown to Lautman, can describe the idea of duality very thoroughly. It is argued that the instances given by Lautman of the realisation of dialectical ideas outside of mathematics and mathematical physics are rather slight, leading us to conclude that the ideas he so brilliantly describes are immanent to mathematical practice, rather than belonging to "an ideal reality, superior to mathematics".

## Lautman et la réalité des mathématiques

C'est avec un grand plaisir que j'ai accepté l'invitation à collaborer à ce volume. Il y a plusieurs années, alors que j'étudiais à Paris en vue d'une carrière possible en psychanalyse, j'en vint à m'intéresser à la philosophie des mathématiques, ce qui n'a rien d'étonnant si l'on se rappelle la façon dont la théorie psychanalytique en France met à contribution les entreprises intellectuelles les plus diverses. Bref, le nom d'Albert Lautman fut prononcé, et je dénichai à la librairie du Centre Georges Pompidou un livre de lui, une édition de ses œuvres publiée en 1977 chez 10/18. À l'époque, une grande partie du cadre philosophique de son travail m'échappa, mais je fus fasciné par les exemples variés de similarité de structures que j'y trouvai et qui me rappelèrent ce que j'avais le plus apprécié au cours de mes études de premier cycle en mathématiques. Au même moment, inspiré par la lecture de *Uses and Abuses of the History of Topos Theory* de Colin McLarty (1990), je me

familiarisai avec la théorie des catégories, en particulier grâce à l'ouvrage de Lambek and Scott, *Introduction to Higher-Order Categorical Logic*, et il ne fut pas difficile d'en inférer que si Lautman avait survécu à la guerre, il aurait adopté sans réserve la théorie des catégories. Peu après, je retournai à Londres pour poursuivre des études en vue de l'obtention d'une maîtrise et d'un doctorat en philosophie des mathématiques, et c'est seulement alors que je commençai à mesurer le gouffre séparant le traitement des mathématiques par Lautman de l'approche philosophique analytique dominante qui prévalait aux États-Unis et au Royaume-Uni. Alors que Lautman pouvait parler des connections de Galois et des fonctions thêta, de la dualité de Poincaré et de la théorie des corps de classes, celles-ci demeuraient des sujets de discussion pour la philosophie anglophone aussi probables que la saison des moussons dans le sud de l'Inde, ou le cycle reproducteur du petit rhinocéros. La meilleure occasion que je puisse imaginer de m'occuper de mathématiques véritables me fut fournie grâce à l'invitation de Lakatos d'appliquer la structure de son programme de recherche, conçue pour la science, aux mathématiques. Tout en tenant compte de ses exigences, les sujets étudiés pouvaient être choisis à volonté dans les parties des mathématiques jugées les plus attrayantes. La structure quelque peu rigide de Lakatos, qui instaurait une rivalité complète entre des programmes de recherche parallèles, rendait cependant très difficile de traiter du sujet favori de Lautman, à savoir l'imbrication des théories dans les mathématiques du  $xx^e$  siècle.

Voici donc une occasion de retourner à Lautman et aux origines des thèses que je soutiens depuis vingt ans :

1. Plutôt que d'accorder à la logique la priorité philosophique sur les autres parties des mathématiques, nous devrions la considérer comme n'importe quelle autre branche, c'est-à-dire comme un lieu où des concepts clés se manifestent de manière récurrente.
2. La réalité des mathématiques doit être abordée par le biais de ces manifestations récurrentes, la « réalisation des idées dialectiques » comme le formule Lautman, et non par le biais des notions quiniennes d'engagement ontologique.

[2] Je désire examiner dans le présent article la deuxième de ces thèses dans le contexte de quelques exemples fournis par Lautman, et soulever certaines questions concernant la nature mathématique de ses « idées dialectiques ».

### 1. La montée vers l'absolu<sup>1</sup>

S'il y a un chapitre dont je me souviens bien vingt ans plus tard, c'est de *La montée vers l'absolu* de Lautman. Ici nous trouvons, conjuguées d'une

---

1. En français dans le texte [NDLT].

manière brillante, les manifestations dans la philosophie et dans les mathématiques d'une idée concernant l'imperfection et la perfection. Cette idée en deux parties est celle dans laquelle il est affirmé que tout cas d'imperfection présuppose une perfection correspondante, et qu'il est possible de comprendre les attributs de la perfection à travers les défauts de l'entité imparfaite qui lui est associée. La réalisation de cette idée se manifeste en philosophie dans l'argument de Descartes selon lequel nous pouvons connaître l'existence d'un être parfait, ainsi que ses attributs, en prenant conscience de nos propres imperfections. Par exemple, nous doutons parfois au lieu de savoir, ce qui constitue une imperfection, par conséquent nous pouvons affirmer qu'un être parfait est omniscient.

Lautman consacre davantage de temps à des exemples mathématiques tirés de la théorie algébrique des nombres et de la topologie algébrique.  $\mathbb{Q}$  est imparfait, parce qu'il ne permet pas d'effectuer la division du polynôme  $x^2 - 2$ . Il manque à  $\mathbb{Q}$  un élément qui corresponde à la racine carrée de 2, quelque chose qu'un  $\mathbb{Q}$  parfait doit par conséquent comporter. Le corps  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  est un pas vers la perfection, mais nous pouvons faire également la même démonstration pour les autres polynômes, par conséquent le  $\mathbb{Q}$  parfait doit se confondre en fait avec sa propre fermeture algébrique. Tournons-nous à présent vers la topologie: le cercle est imparfait, parce qu'un lacet peut ne pas y être contractile à un point. Un lacet dessinant un seul circuit autour d'un cercle, par exemple, ne peut pas être contracté à un point. D'un autre côté, le lacet occupant le même circuit dans un cercle faisant deux fois le tour du cercle original *est* contractile. Cela dit, bien que ce cercle doublé comporte moins d'imperfection, il demeure que tout chemin dans celui-ci formé d'une boucle dans le cercle original et enroulé un nombre pair de tours non égal à zéro ne sera pas contractile. Dans ce cas, le cercle parfait est une hélice. Ces deux exemples tirés des mathématiques ont beaucoup en commun: un treillis de corps intermédiaires, d'une part, et un treillis de revêtements intermédiaires, d'autre part, peuvent y être associés à certains treillis de sous-groupes.

Comme l'a observé Jean Dieudonné dans sa préface à l'édition 10/18, en choisissant ces exemples, Lautman a fait preuve d'une grande sensibilité concernant le type de similarité de structures qui prévaut dans les mathématiques contemporaines, et dont le langage de la théorie des catégories rend compte extrêmement bien. En effet, l'introduction par Grothendieck de la notion de foncteur fibre constitue un moment très important dans l'unification des constructions de la topologie et de la théorie des nombres. Grâce à cette notion, les mathématiciens peuvent s'efforcer de comprendre en théorie des nombres les manifestations de la non-commutativité du groupe fondamental. Rappelons que dans le cas topologique, le groupe fondamental est le groupe de lacets basés à déformation près. En topologie proprement dite, nous pouvons construire une description galoisienne des autres imperfections représentées par des groupes d'homotopie supérieurs.

Cette veine extrêmement riche des mathématiques est assurément loin d'être épuisée. De fait, une version remise à jour du chapitre de Lautman couvrirait, comme chez Yves André (2008), les équations différentielles, les motifs, les périodes et la renormalisation. Nous disposons cependant, à la différence de Lautman, de la notion selon laquelle le cœur de sa théorie, son « idée », peut être formulée [3] dans un langage mathématique, du moins dans la mesure où l'idée se manifeste en mathématiques. Les mathématiques peuvent aborder l'idée à un niveau d'abstraction au-dessus de ses manifestations. De fait, lorsque Saunders Mac Lane, dans son article intitulé « The Protean Character of Mathematics » (Mac Lane 1992), se sert de l'idée galoisienne pour fournir des preuves à l'appui de sa thèse selon laquelle « la même structure mathématique est susceptible d'un grand nombre de réalisations empiriques différentes » (p. 3), il conclut sa liste de contributions majeures avec :

Janelidze, 1988. Formulation catégorique de la structure de Galois

Divers, 1990. Une addition rend compte de Galois et de bien plus (p. 13),

Or une question, dès lors, se pose : quel rôle le terme « dialectique » remplit-il ? Pourquoi ces idées primitives qui se manifestent si clairement en mathématiques ne sont-elles pas simplement « mathématiques » ? Au temps où aucun langage n'existait qui puisse rendre compte des traits communs entre les extensions des corps galoisiens et les transformations de revêtement de Poincaré, il pouvait paraître plausible de considérer ceux-ci comme quelque chose au-delà des mathématiques. Mais cela fait-il sens aujourd'hui ?

Peut-être la solution réside-t-elle dans le rappel que l'idée du parfait et de l'imparfait ne se manifeste pas seulement en mathématiques. Souvenons-nous que l'exemple fourni par Lautman d'une réalisation non mathématique était l'argument de Descartes en faveur de l'existence de Dieu résultant de la conscience de ses propres imperfections. Nous pourrions soutenir qu'une partie de ce qui se manifeste ici n'est pas mathématique, et que par conséquent l'idée commune tant à cet exemple philosophique qu'à l'exemple galoisien n'est elle-même pas mathématique. Certes, il pourrait sembler que la mathématisation de l'argument de Descartes n'offre pas un grand intérêt. Mais nous pourrions nous demander s'il n'est pas significatif que la manifestation en philosophie soit plutôt, disons, mince, alors que les manifestations en mathématiques sont énormément plus riches. Qui plus est, si nous entendons capturer l'essence de l'exemple mathématique, la question se pose de savoir si la perfection et l'imperfection sont les meilleurs termes à utiliser. Galois lui-même semble avoir été davantage enclin à penser en termes d'« ambiguïté » plutôt que d'imperfection. Dans sa dernière lettre il écrit :

Mes principales méditations, depuis quelque temps, étaient dirigées sur l'application de la théorie de l'ambiguïté à l'analyse transcendante.

Il s'agissait de voir *a priori*, dans une relation entre des quantités ou fonctions transcendantes, quels échanges on pouvait faire, quelles quantités on pouvait substituer aux quantités données, sans que la relation pût cesser d'avoir lieu. Cela fait reconnaître tout de suite l'impossibilité de beaucoup d'expressions que l'on pourrait chercher.

Mais je n'ai pas le temps, et mes idées ne sont pas encore bien développées sur ce terrain, qui est immense (passage cité dans André 2008).

Bien entendu, l'ambiguïté peut être considérée comme une forme d'imperfection, mais à moins que le cas cartésien ne soit compris comme une forme d'ambiguïté, les traits communs entre celui-ci et le cas galoisien nous paraîtront assurément bien affaiblis.

Par ailleurs, bien que Lautman évite le terme, la description des universaux par Michael Polanyi en tant que « signification commune de choses formant une classe » est pertinente ici. Cette signification, soutient-il, est « quelque chose de réel puisqu'elle est capable de se manifester indéfiniment dans le futur ». Il poursuit :

Elle possède en effet un pouvoir heuristique qui est habituellement double. (1) Un concept universel anticipe ordinairement l'occurrence d'instances supplémentaires de lui-même dans le futur, et si le concept est vrai, il [4] subsumera correctement ces futures instances en dépit du fait qu'elles différeront de manière imprévisible dans chaque particulier de toutes les instances subsumées dans le passé. (2) Un véritable concept universel, désignant une classe naturelle, par exemple une espèce d'animaux, anticipe chez les membres de la classe en question la découverte d'une gamme indéfinie de propriétés non conventionnelles ; c'est-à-dire la découverte que cette classe possède une portée intensionnelle encore inconnue (Polanyi 1969, 170-171).

Pour donner un exemple de ces pouvoirs, lorsqu'il a été suggéré que les souris et les éléphants appartenaient à une même classe, appelée « mammifères », nous aurions pu nous attendre à ce que (1) des animaux très différents s'avèrent être des mammifères, et (2) qu'une gamme indéfinie de traits communs entre les souris et les éléphants soit découverte. Dans ce cas, si l'on considère la subsumption des dauphins aquatiques dépourvus de jambes sous la classe, et la découverte d'importantes similarités physiologiques et, ultimement, génétiques entre les souris et les éléphants, ces pouvoirs ont été admirablement mis en œuvre.

Je pense que nous pouvons courir ici le risque de négliger les différences entre les universaux et les idées, et nous demander si les traits communs qui se manifestent dans les conceptions respectives de Descartes et de Galois possèdent de semblables pouvoirs heuristiques. De la même façon que dans (1), nous pouvons chercher ailleurs une autre manifestation riche de la dialectique de la perfection et de l'imperfection. Nous pouvons certainement retrouver la théorie de Galois employée en physique, chez Gepner 2006 par exemple, mais il n'est pas évident que la dialectique de la perfection et de

l'imperfection soit pertinente pour ces travaux en théorie des champs conformes rationnelle. Ailleurs, la théorie de l'homotopie rend compte des *défauts* dans les cristaux nématiques liquides (Nash et Sen 1983, chap. 9). Cependant, et bien que la connotation d'imperfection soit présente, il n'est pas évident que de l'existence d'un cristal défectueux nous arrivions à la notion correspondante d'un cristal parfait et sans défaut. En outre, si l'on considère ce cas comme une troisième manifestation de l'idée dialectique de Lautman, il nous faut noter la relation étroite qu'il entretient avec les mathématiques. Il ne peut que difficilement constituer un troisième point dans un triangle formé par les manifestations de l'idée dialectique, se confondant plutôt, quasiment, avec un point de mathématiques.

D'un autre côté, de la même façon que dans (2), peut-être que l'apparente minceur de l'exemple philosophique est illusoire. Peut-être pourrait-il se révéler être plus galoisien que nous ne le pensions. Il y a bien une manière évidente, me semble-t-il, d'enrichir cet exemple, une manière qui nous est fortement suggérée par nos plus récentes connaissances mathématiques. Si l'idée galoisienne était apparue dans son plein développement à Descartes, celui-ci se serait vu forcé de combiner toute la hiérarchie des différentes structures composant le complexe des imperfections humaines et celle des différentes sortes d'êtres angéliques s'interposant entre l'Homme et Dieu. Thomas d'Aquin a décrit, paraît-il, dans sa *Summa Theologica* une hiérarchie d'anges disposés en trois rangs de trois niveaux chacun. Je ne serais pas du tout surpris que cette théorie angéologique médiévale, ou une autre tout aussi élaborée, puisse être reformulée sous une forme peu ou prou galoisienne.

Mais peut-être que l'exemple mathématique était de toute façon quelque peu spécial. Il est certain qu'une théorie mathématique ne rend pas compte dans tous les cas des divers exemples de réalisation commune en mathématiques aussi bien que dans ce cas-ci. Considérons un autre exemple présenté par Lautman.

## 2. La réciprocité et la dualité

Dans les « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques » (1939), Lautman traite de l'usage de l'analyse dans la théorie des nombres. Il remarque que [5] cet usage a mis certains mal à l'aise et qu'ils ont cherché à l'éliminer. Mais Lautman ne voit nulle nécessité métaphysique à cette « purification ». Au lieu de concevoir l'arithmétique comme métaphysiquement antérieure à l'analyse, il propose plutôt que nous les considérions à un degré égal comme des réalisations des mêmes structures dialectiques.

Il donne comme exemple celui des entités réciproques. En arithmétique, nous avons la réciprocité quadratique, dans laquelle les symboles de Legendre fonctionnent en quelque sorte comme des inverses les uns des autres.

$$\left(\frac{p}{q}\right) \left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{\frac{(p-1)}{2} \frac{(q-1)}{2}}$$

Ici, pour les nombres premiers impairs  $p$  et  $q$ , le premier symbole de Legendre prend la valeur  $+1$ , si  $p$  est un carré modulo  $q$ ; autrement, il prend la valeur  $-1$ .

Lautman remarque en outre qu'il a été possible de généraliser la réciprocité de deux manières différentes. Premièrement, aux entiers algébriques dans tout corps. Deuxièmement, pour permettre des congruences plus générales, non seulement au carré, mais à d'autres puissances. Cela a été accompli algébriquement, note-t-il, mais il s'empresse d'ajouter que Hecke a également fourni les méthodes analytiques de dériver des résultats généraux de réciprocité quadratique à l'aide des fonctions thêta.

Nous définissons ici :

$$\theta(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} e^{-\pi\tau m^2}$$

en notant que les points singuliers sont à  $r = 2ir$  ( $r$  étant un nombre rationnel), mais que pour tout  $r$ ,  $\sqrt{r}\theta(r + 2ir)$  prend une valeur finie qui est, « à quelques facteurs sans importance près, la somme de Gauss  $C(-r)$  » (Lautman 2006, p. 248). Nous avons par ailleurs la propriété transformationnelle de la fonction thêta :

$$\theta(1/\tau) = \sqrt{\tau}\theta(\tau)$$

et cela nous dit qu'il existe une relation réciproque entre  $C(r)$  et  $C(-1/4r)$ , de laquelle s'ensuit la réciprocité quadratique ordinaire.

Lautman affirme :

Cette idée dialectique de réciprocité entre éléments inverses peut être si nettement distinguée de ses réalisations en arithmétique ou en analyse, qu'il est possible de trouver un certain nombre d'autres théories mathématiques en lesquelles elle se réalise pareillement (Lautman 2006, p. 248).

Notons toutefois, avant d'examiner les autres cas de réalisations de réciprocité repérés par Lautman, qu'il est important pour celui-ci que l'idée dialectique soit clairement distinguée de ses réalisations. Nous pouvons nous demander une fois de plus ce qui maintient les mathématiques des années 30 dans l'incapacité de capturer, ou du moins d'aborder l'idée de réciprocité elle-même. L'obtention d'un cadre qui puisse rendre compte de l'ensemble des réalisations a dû paraître à l'époque une perspective lointaine, d'autant plus que Lautman invoque également certains travaux très récents d'André Weil indiquant l'existence d'un lien entre les lois de réciprocité et la dualité de Poincaré. Cette dualité relie l'homologie de dimension  $m$  et la cohomologie de dimension  $n - m$  dans une variété de dimension  $n$ , ce qui dans certains cas de variétés implique une relation simple entre homologies de dimensions complémentaires. Lautman a encore une fois brillamment choisi son exemple. Il existe effectivement des traits communs entre la réciprocité quadratique [6] et la dualité de Poincaré, lesquels traits entretiennent un lien

étroit avec l'idée galoisienne de la dernière section. J'esquisserai brièvement ce point dans ce qui suit.

Bien après Lautman, dans les années 70, Barry Mazur et David Mumford ont remarqué une puissante analogie entre les idéaux dans les corps de nombres algébriques et les liens dans les variétés de dimension 3, se présentant comme suit : dans la perspective de la cohomologie étale, les nombres entiers relatifs  $\mathbb{Z}$  ou plutôt le schéma  $\text{Spec}(\mathbb{Z})$  a l'apparence d'une sorte de sphère à trois dimensions. Un nombre premier  $p$  a un schéma associé  $K_p = \text{Spec}(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})$  qui dans la même perspective a l'apparence d'une sous-variété de dimension 1 de cette sphère. Un grand progrès peut maintenant être réalisé en appliquant les idées de la théorie des nœuds à la théorie algébrique des nombres. La dualité de Poincaré peut alors être utilisée pour définir l'enlacement entre deux « nœuds »  $K_p$  et  $K_q$ . La réciprocité quadratique, dans ce cadre, ne signifie pas autre chose que le fait que l'enlacement entre les nœuds  $A$  et  $B$  est le même que l'enlacement entre les nœuds  $B$  et  $A$  (Waldspurger 1976).

La partie analytique de la question a aussi été énormément développée depuis l'époque de Lautman, permettant entre bien autres choses de faire le lien entre la réciprocité des fonctions  $L$  et la dualité de Poincaré. Nous touchons ici aux domaines les plus brûlants en mathématiques contemporaines, nommément le monumental programme de Langlands et les motifs de Grothendieck. Le sens de l'unité des mathématiques était chez Lautman extrêmement aiguisé. Il possédait une capacité phénoménale à nous orienter vers la réalité mathématique. Cependant, avec le succès à indiquer la réalité mathématique vient en même temps la question de déterminer ce qui n'est pas mathématique dans les idées qui se manifestent ici. Bien que nous n'en soyons pas encore au point où nous disposerions d'une théorie mathématique compréhensive de toutes les formes de dualité, il existe du moins un fort sentiment selon lequel l'idée de dualité elle-même, et non pas ses manifestations spécifiques, peut être abordée mathématiquement. Ici encore, le langage de la théorie des catégories, ainsi que celui de sa cousine la théorie des catégories de dimensions supérieures, est requis, les dualités étant souvent exprimables en termes d'équivalences.

Dans le chapitre 7 de leur ouvrage *Sets for Mathematics* (2003), Lawvere et Rosebrugh introduisent une distinction utile entre la dualité « formelle » et la dualité « concrète ». La dualité *formelle* concerne les simples inversions de flèches dans un diagramme résultant, par rapport à un diagramme original, de telle sorte que :

bien entendu, si les diagrammes originaux se sont vus conférer une interprétation spécifique en termes d'ensembles et d'applications spécifiques, une telle interprétation est perdue lorsque nous passons à cette duale formelle, parce que le processus de dualisation formelle en lui-même ne détermine pas des ensembles et des applications spécifiques qui permettent d'interpréter l'énoncé dualisé (p. 121).

La dualité *concrète*, d'un autre côté, apparaît dans des situations où un nouveau diagramme est formé à partir d'un ancien en exponentiant chaque objet relativement à un objet dualisant donné, par exemple,  $X$  devient  $V^*$ ,  $V$  étant l'objet dualisant. Les flèches sont naturellement inversées dans le nouveau diagramme. Cependant,

tout énoncé ne sera pas converti en sa duale formelle par le processus de dualisation relativement à  $V$ , et de fait une grande partie de l'étude des mathématiques espace *versus* quantité et de la logique théorie *versus* exemple

[7] peut être considérée comme l'étude détaillée du degré auquel la dualité formelle et la dualité concrète dans un  $V$  déterminé correspondent ou échouent à correspondre (p. 122).

Or, contrairement au cas de la dialectique de la perfection et de l'imperfection, Lautman ne fait aucune allusion à une quelconque réalisation non mathématique de l'idée de la réciprocité et de la dualité, mais si le programme de Langlands doit se voir conférer une importance philosophique pour le reste de la philosophie en raison du fait qu'il constitue un cas de manifestation d'une idée qui se manifeste également dans d'autres sphères de la vie, il nous faudra trouver quelques exemples intéressants. Nous pourrions faire certaines suggestions, mais le problème serait assurément que celles-ci pâleraient jusqu'à l'insignifiance en comparaison de l'exemple mathématique. Notre meilleure chance serait de nous tourner à nouveau vers la physique, et de considérer par exemple la dualité entre le champ électrique et le champ magnétique. Cependant, encore une fois, les exemples physiques ont énormément en commun avec les exemples mathématiques. Les uns comme les autres partagent en effet toute une histoire entrecroisée, faite d'influence et de développement mutuels, depuis la théorie de Hodge et la cohomologie de de Rham, jusqu'à la symétrie miroir, la S-dualité et la T-dualité de la théorie des cordes. Kapustin et Witten (2006) mettent en rapport la dualité électro-magnétique avec une partie du programme de Langlands. D'après de nombreuses indications, la théorie des catégories jouerait, encore une fois, un rôle clé.

Mais peut-être que le problème de Lautman est qu'il nous oriente instinctivement vers les manifestations d'une même idée en mathématiques qui est elle-même, ultimement, abordable par la théorie mathématique. Certaines suggestions donnent à penser que ce n'est pas le cas de la totalité des mathématiques.

### 3 Les deux cultures des mathématiques

Alors que le sens esthétique de Lautman relatif aux mathématiques l'a poussé à choisir de préférence des exemples qui se sont ultimement révélés être abordables par la théorie des catégories, un tel sens esthétique se manifeste couramment sous d'autres formes. Ainsi, bien que je sois persuadé que Lautman aurait beaucoup apprécié les sujets de discussion sur le blogue que

je co-dirige, *The n-Category Café*, le blogue écrit par Terence Tao révèle une sensibilité assez différente. L'essai de Timothy Gowers intitulé *The Two Cultures of Mathematics* constitue selon moi la meilleure tentative de rendre compte de cette différence. L'auteur introduit à cet effet dans cet ouvrage la distinction entre « constructeurs de théories » et « résolveurs de problèmes ». Je suis d'avis que nous devons nous montrer très prudents avec ces étiquettes, comme l'est Gowers lui-même :

[...] quand je dis que les mathématiciens peuvent être classés en deux types : les constructeurs de théories et les résolveurs de problèmes, je parle de leurs priorités, plutôt que de faire l'affirmation ridicule selon laquelle ils seraient exclusivement voués à une seule sorte d'activité mathématique (p. 2).

Afin d'éviter les malentendus, peut-être est-il par conséquent préférable de donner tout de suite des exemples paradigmatiques de travaux issus de chacune de ces cultures.

- Constructeurs de théories : géométrie algébrique de Grothendieck, programme de Langlands, symétrie miroir, cohomologie elliptique.
- Résolveurs de problèmes : théorie combinatoire des graphes, théorème de Ramsey, théorème de Szemerédi, progressions arithmétiques dans les nombres premiers.

[8] Gowers mentionne Sir Michael Atiyah comme l'exemple par excellence d'un constructeur de théories, et recommande la lecture de ses essais informels, les « General Papers », publiés dans le premier volume de ses *Collected Works*. Ceux-ci expriment en effet une esthétique pour laquelle j'en suis venu à éprouver une énorme admiration au cours de mon doctorat en philosophie. D'un autre côté, Paul Erdős est mentionné comme un résolveur de problèmes consommé. Qu'en est-il donc de l'esthétique correspondante ?

L'un des attraits des sujets de prédilection des résolveurs de problèmes, que Gowers réunit sous la dénomination générale de « combinatoire », est l'accessibilité facile des problèmes.

L'une des grandes satisfactions des mathématiques est que, juchés sur des épaules de géants, comme le dit le dicton, nous pouvons atteindre à des hauteurs insoupçonnées des générations antérieures. Toutefois, la plupart des articles en combinatoire sont indépendants, ou exigent tout au plus un petit nombre de connaissances d'arrière-plan de la part du lecteur. Comparons cela avec un théorème en théorie algébrique des nombres, dont la compréhension peut prendre des années pour un débutant muni des connaissances du niveau d'un programme de premier cycle typique (p. 12).

Pour quelqu'un récemment décoré de la médaille Fields, il pourrait sembler étrange d'éprouver le besoin de justifier ses propres intérêts, mais après avoir décrit un problème concernant les nombres de Ramsey, Gowers écrit :

Je considère ce problème comme l'un des problèmes principaux en combinatoire et j'ai consacré de nombreux mois de ma vie à tenter de le résoudre sans succès. Et pourtant je me sens presque embarrassé d'écrire cela, conscient que je suis que plusieurs mathématiciens regarderaient la question davantage comme un jeu de casse-tête que comme un problème mathématique sérieux (p. 11).

Il est fréquent que l'on fasse appel, comme garants de l'importance de son propre domaine, aux liens que celui-ci entretient avec d'autres domaines et à son applicabilité. Or,

[e]n ce qui concerne les liens avec d'autres sujets, il existe des applications de la combinatoire à la probabilité, à la théorie des ensembles, à la cryptographie, à la théorie de la communication, à la géométrie des espaces de Banach, l'analyse harmonique, la théorie des nombres... la liste est encore longue. Toutefois, je suis conscient en écrivant cela qu'un bon nombre de ces applications ne parviendraient pas à impressionner un géomètre différentiel, par exemple, qui pourrait les considérer toutes comme appartenant d'une manière ou d'une autre à cette partie en quelque sorte étrangère des mathématiques qu'on peut ignorer sans dommage. Même les applications à la théorie des nombres le sont à la « mauvaise sorte » de théorie des nombres (p. 13).

Le théorème de Green-Tao, concernant les longueurs des progressions arithmétiques dans les nombres premiers, peut paraître un bon candidat pour illustrer cette « mauvaise sorte » de théorie des nombres. De fait, celui-ci a fourni à Minhyong Kim une belle manière de représenter la différence entre cultures. Laquelle des descriptions suivantes nous séduit le plus ?

- Le théorème concernant les nombres premiers dans les progressions arithmétiques.
- Le théorème concernant les progressions arithmétiques dans les nombres premiers.

[9] La première d'entre elles est celle d'un résultat de Dirichlet, correspondant à une étape précoce dans la théorie algébrique des nombres (un des sujets préférés des constructeurs de théories).

Certes, ce n'est pas que, dans le camp des constructeurs de théories, tous les résultats théoriques concernant les nombres entiers issus de la « bonne sorte » de théorie des nombres soient jugés importants. Il est indéniable que l'on a que trop usé et abusé du théorème de Fermat au fil des années. C'est plutôt l'activité féconde à l'arrière-scène, laquelle aura mené à la preuve de la conjecture de Taniyama-Shimura, qui est considérée en général comme l'accomplissement majeur. Par conséquent, même si l'on estimait que les résultats concernant l'existence de progressions arithmétiques dans les nombres premiers étaient pareillement galvaudés, un résultat général pourrait, cette fois-ci encore, se dissimuler à l'arrière-scène. Selon Gowers, cependant, on a affaire en combinatoire non pas tant à des théorèmes qu'à des principes généraux. Par exemple,

[...] si l'on tente de maximiser la taille d'une structure quelconque sous certaines contraintes, et si les contraintes semblent forcer les exemples extrêmes à s'étaler de manière uniforme, alors choisir au hasard un exemple a de bonnes chances de mener à une bonne réponse (p. 6).

Le fait que la théorie des catégories ne joue aucun rôle dans la « combinatoire » de Gowers n'est pas un accident. Par conséquent, si l'on accorde de l'importance à l'activité mathématique selon ses impacts sur les mathématiques dans leur ensemble, alors en lieu et place de l'application des résultats théoriques et des outils d'un domaine à un autre (et que la théorie des catégories a grandement facilitée), il peut s'avérer nécessaire de considérer des relations plus subtiles, telles que :

[quand] le domaine A est suffisamment proche dans son esprit du domaine B, [...] quiconque est bon en A est susceptible d'être bon en B. Qui plus est, de nombreux mathématiciens contribuent aux deux domaines (p. 14).

Il semble bien, pourtant, que l'« esprit » commun puisse être exprimé sous forme d'idée. Par exemple, dans son article, *The dichotomy between structure and randomness, arithmetic progressions, and the primes* (Tao 2005), Terence Tao nous parle des manifestations de l'idée de la structure et du hasard dans une bonne partie de ses travaux. Ce terrain s'annonce-t-il plus prometteur pour Lautman ?

Remarquons premièrement que l'état des lieux actuel en mathématiques ne devrait pas nous induire en erreur. Il est possible qu'une théorie générale plus explicite émergera qui saura rendre compte des résultats de Tao et Gowers, tout comme une théorie abstraite de l'idée dialectique galoisienne a émergé depuis l'époque de Lautman. Pour des considérations sur une possible réconciliation en ce qui concerne les deux approches de la théorie des nombres, voir Kim 2007. Cependant, même si aucune théorie explicite de ce genre ne rend compte du couple de la structure et du hasard, comme la formulation en termes de théorie des catégories le fait de l'idée galoisienne, il me semble que nous ne pouvons faire autrement que de considérer l'article de Tao comme mathématique. S'il n'y a pas d'autre accès à une idée excepté un accès mathématique, je ne vois pas pourquoi l'idée en question ne devrait pas être vue comme mathématique.

#### 4. Conclusion

L'étude lautmanienne de la réciprocité prend place immédiatement après une présentation des idées de Heidegger sur la différence entre « ontologique » et « ontique », « essence » et « existence ». Je n'ai fait nulle mention de cette discussion ici, trouvant ce langage quelque peu étranger [10] au mien. Je me suis plutôt attardé sur les tentatives que Lautman fait pour situer la source de la *réalité* des mathématiques en un lieu qui se trouve au-delà des mathématiques.

Nous voudrions montrer, avant de conclure, comment cette conception d'une réalité idéale, supérieure aux mathématiques et pourtant si prête à s'incarner dans leur mouvement, vient s'intégrer dans les interprétations les plus autorisées du platonisme (Lautman 2006, p. 230)<sup>2</sup>.

J'ai soutenu que cette « réalité idéale »<sup>3</sup> ne se situe pas au-delà des mathématiques mais constitue plutôt le cœur des mathématiques elles-mêmes, et que dans de nombreux cas, elle ne peut être abordée mathématiquement à un niveau plus abstrait que par le biais de ses instantiations dans des théories mathématiques spécifiques.

Une position différente *voudrait* considérer le traitement des idées à ce niveau comme philosophique. William Lawvere, dans son article intitulé « Categories of Space and of Quantity » (Lawvere 1992), écrit :

C'est ma conviction que dans la prochaine décennie et dans le prochain siècle les avancées techniques réalisées par les théoriciens des catégories se révéleront valables pour la philosophie dialectique, conférant une forme précise avec des modèles mathématiques susceptibles d'examen critique à d'anciennes distinctions philosophiques telles que le général et le particulier, l'objectif et le subjectif, l'être et le devenir, l'espace et la quantité, l'égalité et la différence, le quantitatif et le qualitatif, etc. En retour, l'attention explicite de la part des mathématiciens à de telles questions philosophiques est nécessaire pour réussir à rendre les mathématiques (et donc les autres sciences) davantage assimilables et utilisables. Bien entendu, cela exigera que les philosophes apprennent les mathématiques et que les mathématiciens apprennent la philosophie (p. 16).

Mais la manière dont nous désignons le genre de travaux commun à Lautman et à Lawvere est en réalité de peu d'importance. Ce qui *est* important, d'un autre côté, est que nous reconnaissons le rôle central que ces travaux devraient jouer dans la compréhension philosophique des mathématiques. Même si j'ai raison de vouloir appeler *mathématiques* l'extraction de l'idée galoisienne et d'autres idées semblables, Lautman nous a quand même rendu un énorme service en se révélant un guide aussi fiable vers la réalité mathématique. Si l'on souhaite réfléchir sur cette réalité, on ne peut mieux faire que d'en examiner les développements théoriques présentés en partie dans les exemples qu'il étudie. Par exemple, les idées véhiculées dans le programme de Langlands sont des composantes essentielles de la réalité mathématique. Mais plutôt que de nous orienter vers une réalité supérieure aux mathématiques, j'estime qu'il est préférable pour nous de considérer cet exemple comme l'illustration d'un cas où une discipline traite de sa propre réalité.

L'intérêt des mathématiques pour la philosophie, par conséquent, est qu'elles fournissent à cette dernière un exemple supplémentaire de la notion de réalité.

---

2 En français dans le texte (texte corrigé) (NDLT)

3 En français dans le texte (NDLT)

Cette notion se manifeste dans les mathématiques d'une manière, dans la biologie d'une autre, dans la politique d'une autre et dans l'art d'une autre encore. Le talent de Lautman a été de faire preuve extraordinairement tôt d'une sensibilité esthétique appelée à dominer de larges sections des mathématiques du vingtième siècle. Cette sensibilité n'est rien de moins que le plus puissant mode d'accès que les êtres humains aient pu avoir à la réalité mathématique jusqu'à présent. Grâce à elle, l'esprit est devenu plus conforme à son objet.

Un autre philosophe qui considérerait nos efforts pour étendre notre savoir et le mouvement de nos théories comme des indices du réel était Michael Polyanyi. Sa conception de la réalité est « ce qui peut encore et toujours se manifester inexhaustiblement » (Polyanyi 1969, p. 141). Au sujet des mathématiques, il écrit : [11]

[...] tandis que dans les sciences naturelles le sentiment de prise de contact avec la réalité est un augure de confirmations empiriques futures et non encore imaginées d'une découverte immanente, en mathématiques il présage une gamme indéterminée de germinations futures à l'intérieur des mathématiques elles-mêmes (Polyanyi 1958, p. 189).

Ce qui précède est une description de la réalité mathématique qui me paraît pleinement satisfaisante. Chez certains, notamment chez Galois, Poincaré et Grothendieck, ce sentiment se sera avéré juste, si l'on en juge par la gamme extraordinairement riche de germinations futures résultant de leurs œuvres.

*Traduit de l'anglais par Anne-Marie Boisvert*

## Bibliographie

- André, Y. *Ambiguity theory, old and new*, 2008 [en ligne : <http://arxiv.org/abs/0805.2568>].
- Baez, J. et M. Shulman. *Lectures on n-Categories and Cohomology*, 2006 [en ligne : <http://arxiv.org/abs/math/0608420>].
- Gepner, D. *Galois Groups in Rational Conformal Field Theory*, 2006 [en ligne : <http://arxiv.org/abs/hep-th/0606081>].
- Gowers, W. T. « The Two Cultures of Mathematics », in *Mathematics: Frontiers and Perspectives*, V. I. Arnold et al. (dir.), American Mathematical Society, 1999.
- Kapustin, A. et E. Witten. *Electric-Magnetic Duality and The Geometric Langlands Program*, 2006 [en ligne : <http://arxiv.org/abs/hep-th/0604151>].
- Kim, M. Blog comment, 2007 [en ligne : <http://golem.ph.utexas.edu/category/2007/04/the-two-cultures-of-mathematic.html#c009058>].
- Lambek, J. et P. J. Scott. *Introduction to Higher-Order Categorical Logic*, Cambridge University Press.
- Lawvere, F. W. « Categories of Space and of Quantity », in *The Space of mathematics*, Echeverria et al. (dir.), Walter de Gruyter, 1992.

- Mac Lane, S. « The Protean Character of Mathematics » in *The Space of mathematics*, Echeverria et al. (dir.), Walter de Gruyter, 1992.
- McLarty, C. *Uses and Abuses of the History of Topos Theory*, British Journal for the Philosophy of Science 41(3), 1990, 351-375.
- Nash, C. et S. Sen. *Topology and Geometry for Physicists*, Academic Press, 1983.
- Polanyi, M. *Personal Knowledge*, Routledge, 1958.
- . *Knowing and Being*, University of Chicago Press, 1969.
- Tao, T. *The dichotomy between structure and randomness, arithmetic progressions, and the primes*, 2005 [en ligne: <http://arxiv.org/abs/math/0512114>].
- Waldspurger, J.-L. 1976, *Entrelacements sur Spec(Z)*, Bull. Sci. Math. (2) 100, n° 2, 1976, 113-139.

# La dualité de Lautman contre la négativité de Hegel, et le paradoxe de leurs formalisations

## Contribution à une enquête sur les formalisations de la dialectique

Emmanuel Barot

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039715ar>  
DOI : <https://doi.org/10.7202/039715ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)  
1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Barot, E. (2010). La dualité de Lautman contre la négativité de Hegel, et le paradoxe de leurs formalisations : contribution à une enquête sur les formalisations de la dialectique. *Philosophiques*, 37 (1), 111–148.  
<https://doi.org/10.7202/039715ar>

Résumé de l'article

L'article montre d'abord jusqu'où convergent la dialectique hégélienne de l'Idée et la dialectique lautmanienne des Idées, et ce sur quoi elles se séparent en profondeur : sur la négativité et le statut de la contradiction. Il s'intéresse ensuite à certaines formalisations qui ont été proposées de ces deux dialectiques : celle de Doz et Dubarle (*Logique et dialectique*, 1972) pour Hegel dans une extension de la logique booléenne, et celle, récemment esquissée par F. Zalamea en théorie des catégories, pour Lautman. Est montré dans ses grandes lignes comment la traductibilité mutuelle, au niveau technique, peut être établie entre les deux entreprises, la conséquence étant que la divergence spéculative semble rétroactivement gommée, que le négatif semble avoir disparu. À partir de ce paradoxe sont présentées quelques pistes de réflexion sur les enjeux de la démarche de formalisation, entendue comme entreprise de réduction du fossé existant entre le conceptuel et le formel, et de ce qu'elle révèle des rapports entre mathématiques et philosophie.

# La dualité de Lautman contre la négativité de Hegel, et le paradoxe de leurs formalisations

Contribution à une enquête sur les formalisations de la dialectique

EMMANUEL BAROT

Université Toulouse-II Le Mirail  
emmanuel.barot@wanadoo.fr

**RÉSUMÉ.** — L'article montre d'abord jusqu'où convergent la dialectique hégélienne de l'Idée et la dialectique lautmanienne des Idées, et ce sur quoi elles se séparent en profondeur : sur la négativité et le statut de la contradiction. Il s'intéresse ensuite à certaines formalisations qui ont été proposées de ces deux dialectiques : celle de Doz et Dubarle (*Logique et dialectique*, 1972) pour Hegel dans une extension de la logique booléenne, et celle, récemment esquissée par F. Zalamea en théorie des catégories, pour Lautman. Est montré dans ses grandes lignes comment la traductibilité mutuelle, au niveau technique, peut être établie entre les deux entreprises, la conséquence étant que la divergence spéculative semble rétroactivement gommée, que le négatif semble avoir disparu. À partir de ce paradoxe sont présentées quelques pistes de réflexion sur les enjeux de la démarche de formalisation, entendue comme entreprise de réduction du fossé existant entre le conceptuel et le formel, et de ce qu'elle révèle des rapports entre mathématiques et philosophie.

**ABSTRACT.** — The paper begins by showing what is common to Hegel's dialectic of the Idea and Lautman's dialectic of Ideas, and where they diverge deeply: on negativity and the status of contradiction. It then focuses on two different attempts to formalize these dialectics: Doz and Dubarle's attempt (in *Logique et dialectique*, 1972) to formalize the Hegelian one in an extension of Boolean logic; and, more recently, Zalamea's formalization of the Lautmanian one through category theory. The paper then sketches how, at a technical level, these two attempts can be translated one into the other — which indicates, in turn, that the speculative divergence seems to have disappeared, that the negative has been erased. With reference to this paradox the paper provides the reader with some reflections dealing with the stakes of the formalizing process, seen as way of reducing the gap existing between the conceptual and the definite, and of what it reveals of the relations between mathematics and philosophy.

## Introduction : deux motifs

Cette étude s'insère dans une enquête large et au long terme portant sur les rapports entre science, philosophie et idéologie, rapports gros d'enjeux politiques puisque s'y ordonnent nécessairement l'organisation du lien socio-politique entre savoir et pouvoir, et corrélativement l'évaluation des formes de discursivité et des scientificités légitimes<sup>1</sup> : le nœud gordien, ou le fil rouge

---

1. C'est l'objet général du programme de recherche intitulé « Sciences et dialectiques » que nous dirigeons au Collège International de Philosophie (Paris, France) sur la période 2008-

de l'enquête, c'est la dialectique, dont les XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles ont montré, autant en matière épistémique que politique, en particulier par le marxisme, la centralité. Un des points de départ de l'enquête, c'est bien sûr Hegel. Or notre propos, ici, porte sur la pensée de Lautman : un certain nombre de facteurs nous ont motivé à confronter les deux, facteurs que le présent article souhaite exposer. Et il faut en tout premier lieu reconnaître qu'au premier abord, si ce n'est pas la présence du *terme* « dialectique », il pourrait sembler saugrenu de rapprocher Lautman de Hegel dans la mesure où le premier ne cite, dans toute son œuvre, *jamaïs* le second.

Indépendamment des causes qui ont fait de Hegel, de façon générale, *l'impensé épistémologique des philosophies et épistémologies « continentales » du XX<sup>e</sup> siècle*, qui expliqueraient certainement cette absence de mention, on doit noter que, malgré tout, certains commentateurs ont pourtant fait, à forte raison, le rapprochement : J. Petitot dans son article de 1987 « « Refaire le *Timée* ». Introduction à la philosophie mathématique d'Albert Lautman », et J.-M. Salanskis en 1991 dans *L'herméneutique formelle*<sup>2</sup> de 1991. Or l'un comme l'autre, héritiers de l'anti-dialectisme offensif de Deleuze, semblent d'une part vouloir dire que cette proximité avec Hegel n'est forcément pas la meilleure chose à souhaiter à Lautman, ou du moins n'est pas ce qu'il y a de plus convaincant dans son dispositif. D'autre part, s'il faut ici vivement les remercier d'avoir initié la confrontation, ils ne pointent qu'incomplètement le lieu, les enjeux et les limites de cette dernière. Nous proposons ici en première partie de reprendre cette enquête qu'ils ont initiée il y a une vingtaine d'années<sup>3</sup>.

- i. On revient d'abord sur le problème qui est fondamental à la fois pour Platon et Lautman, celui de la « détermination » de l'indéterminé, problème converse de celui de la « participation ». On montre ensuite que la façon dont Lautman le résout le rapproche à deux titres de Hegel : en substituant concrètement à l'idée de participation le modèle d'une « actualisation » dialectique de l'Idée par la médiation de son Autre, et en développant une « antithétique » (termes de J.-M. Salanskis et J. Petitot) de l'Idée affine à la dialectique de la contradiction interne chez Hegel. Enfin, en enchâssant trois divergences de fond entre les deux, on met en évidence ce qui les sépare fondamentalement, et qui n'est autre qu'une divergence de fond entre Hegel et Platon dont Lautman se réapproprie la thèse essentielle : leurs conceptions respectives du

2013, ainsi que l'orientation d'ensemble de nos contributions régulières au séminaire « Marx au 21<sup>e</sup> siècle : l'esprit et la lettre », Paris I – Sorbonne, depuis 2005.

2. Petitot, 1987 ; Salanskis, 1991.

3. Cet article approfondit dans la première partie le chapitre III-3 « Un geste hégélien ? » de notre livre de présentation de l'œuvre de Lautman (Barot, 2009), et dans la seconde, développe une suggestion de sa conclusion.

rapport *primitif* qu'entretiennent le Même et l'Autre, l'Un et le multiple, c'est-à-dire l'origine de la dualité.

- ii. En seconde partie<sup>4</sup>, partant d'un tout autre bout du problème, nous motivons *a posteriori*, cette fois par les effets, le rapprochement Lautman-Hegel, en montrant comment leur divergence philosophico-métaphysique sur cette origine de la dualité trouve une traduction explicite et précise dans les entreprises ou projets de *formalisation de leurs dialectiques respectives*. On s'appesantit, à cette fin, essentiellement sur la belle tentative de 1972 de A. Doz et D. Dubarle dans *Logique et dialectique*, et d'autre part sur la suggestion-projet de F. Zalamea<sup>5</sup> de 2006, de traduire la dialectique des Idées et schémas de structures lautmaniens dans l'idiome de la théorie des catégories.

L'enjeu de l'étude que nous esquissons ici est le suivant : il y a des rapprochements conceptuels importants entre Hegel et Lautman, mais une divergence fondamentale au sujet de la contradiction et de la négativité, qui est au cœur de la question de la dialectique. Or, on va le voir, les formalisations qu'on peut respectivement esquisser de leurs dialectiques semblent pouvoir être traductibles l'une dans l'autre. D'où un problème clé : est-ce que cela indique que leurs dialectiques sont en réalité de même nature, ou est-ce que cela indique que l'opération de formalisation échoue à saisir leur divergence conceptuelle, et derrière celle-ci, la négativité proprement dite ? Le but est par là d'interroger la vertu, la pertinence de cette entreprise de formalisation, et d'en identifier les points critiques.

## I. Pertinence et limite du rapprochement des doctrines de Lautman et Hegel

### 1. Le problème de la détermination : participation et composition

Dans le dialogue platonicien qui porte son nom, Parménide met progressivement en évidence une série d'apories touchant les rapports de l'Un et du Multiple : le fond du problème étant de saisir les principes unificateurs *nécessaires* de la diversité des choses sensibles *contingentes*. Ces apories sont groupées en huit « hypothèses » questionnant et évaluant les types de rapports possibles entre Un et Multiple, et portent tout particulièrement sur les grands couples de « contraires »<sup>6</sup> qui semblent affecter ou devoir caractériser

4. Je tiens à exprimer ma dette à l'égard de Jean-Pierre Marquis, qui m'a sur différents points clés aiguillé, corrigé et stimulé pour toute la seconde partie de ce travail.

5. Texte d'introduction à la récente réédition, chez Vrin, des œuvres de Lautman *Les mathématiques, les Idées et le réel physique* (Lautman, 2006).

6. L'ensemble des couples est le suivant : un/plusieurs, divisible/indivisible, fini/infini en nombre, en repos/en mouvement, même/différent, semblable/dissemblable, en soi-même/relativement, grand/petit, en contact/déconnecté, égal/inégal. Comparer avec Aristote, *Métaphysique*, A, 5, 986a. Les couples de Lautman ne sont pas exactement les mêmes, parce que pour lui – et c'est une marque de l'autonomie historique des mathématiques à l'égard de la dramaturgie dialectique – l'histoire en fait jaillir de nouveaux, comme les couples structure/existence

les Idées pour qu'elles jouent de façon cohérente leur rôle de principe ontologique (être au principe de l'existence et du mode d'existence des choses sensibles) et épistémique (être au principe de la *connaissance* de ces derniers). Une première difficulté, c'est que ces couples de contraires sont parfois des contraires *logiques*, c'est-à-dire des couples dont l'un des membres est la *négarion* de l'autre (au sens de ce qui se rapproche de la « contradiction » selon la bivalence standard, comme Divisible /Indivisible ou encore Fini/Infini en nombre), parfois des contraires *non* logiques (ainsi « En elles-mêmes/relativement », ou « Grandes/Petites », ou, chez Lautman, « Structure-existence »), c'est-à-dire que la relation de contrariété existant entre les deux membres ne se résout, au mieux, qu'en une « opposition » en un sens très large, mais parfois seulement en une distinction de points de vue. Les difficultés traditionnellement attachées à cette non-systématicité, cette variation, cette relative *indétermination* de la relation de contrariété, se retrouvent telles quelles chez Lautman.

Le jeune Socrate propose comme solution matricielle à ces apories la thèse de la « *différence ontologique* » entre Formes séparées, intelligibles, Idées nécessaires et non soumises au devenir, et ces choses ou phénomènes sensibles, dont il dit qu'ils tirent leur consistance, leur type d'être de leur « participation » à ces Idées<sup>7</sup>. Cette « participation » est d'abord proche de la notion pythagoricienne de « mimésis » ou ressemblance<sup>8</sup> : une chose est ce qu'elle est en vertu de sa ressemblance avec ce qui constitue pour elle un modèle, l'Idée. Mais cette notion de participation semble imposer que l'Idée se « pluralise » dans les choses : le risque de sa *dissolution* est alors proche. Autrement dit, la thèse de la participation est fort problématique parce que derrière elle sont en jeu *l'unité et l'identité de la forme séparée qu'est l'Idée*. D'un autre point de vue, un élément central chez Platon, c'est l'idée selon laquelle chaque chose sensible est un « mixte », c'est-à-dire le résultat d'un processus de *composition* d'éléments ou principes distincts. Toute chose est un composé, c'est-à-dire le résultat de l'action de la *peiras* (« limite ») sur l'*apeiron* (« l'illimité »)<sup>9</sup>, c'est-à-dire une opération donnant une « détermination », c'est-à-dire forme et proportion<sup>10</sup>, donc *existence* spatio-temporelle particulière, à quelque chose qui est « indéterminé », un principe fluent qui sera, dans le *Timée*, la « cause errante » ou *khôra*.

Le lien entre la composition et la participation n'est pas simple à établir, puisqu'il faut établir le lien entre Idées et limite-illimité, mais de façon transversale, et sans entrer dans les détails spécialisés de l'interrogation on

---

ou local/global, si important pour lui (quoique le couple tout/partie soit déjà très présent dans les spéculations antiques).

7. *Parménide*, 132c-135b.

8. Aristote l'affirme dans *Métaphysique*, A 6, 987b10.

9. *Philèbe*, 17c-d, 23c.

10. *Ibid.*, 24a-b.

peut dire que la question de la mixité-composition est l'autre nom de la participation : les deux problèmes sont *converses*.

Il est possible de se demander dans quelle mesure une forme détermine l'existence et les propriétés de la matière à laquelle elle est susceptible de s'appliquer. C'est là un problème philosophique capital pour toute théorie des idées, puisqu'il ne suffit pas de poser la dualité du sensible et de l'intelligible ; il faut encore expliquer la *participation*, c'est-à-dire, de quelque nom qu'on l'appelle, la déduction, la *composition* ou la genèse du sensible à partir de l'intelligible<sup>11</sup>.

C'est dans les termes d'un tel procès de détermination-de-ce-qui-est-indéterminé que Lautman pose le problème du rapport entre Idées (dialectiques) et théories (mathématiques). Le cœur du dispositif, ce sera l'interprétation des modalités effectives de ce procès, interprétation qui justement le rapproche de Hegel.

## 2. De l'indétermination à la « définition-résolution »

La pensée de Lautman est explicitement dominée par une *antithétique* : le rapport Idées-Théories est chez lui fondé sur un principe de développement, de croissance, et de réalisation historique mobilisant les Idées qui sont entendues comme *dualités*, comme *couples* notionnels<sup>12</sup>.

[N]ous appellerons *Idée* le problème de la détermination de liaison à opérer entre *notions* distinctes d'une dialectique idéale<sup>13</sup>.

Chez Lautman, l'Idée comme couple de notions renvoie au problème de la détermination : le problème est celui du type de liaison entre deux « notions » faisant couple, c'est-à-dire de *la nature de la relation de contrariété qui les associe*. Autrement dit, le problème, c'est celui de *l'indétermination première* de cette relation. Or, dans ce genre de citations, emblématique de toute les définitions de l'Idée qui jalonnent l'œuvre de Lautman, les commentateurs ont beaucoup insisté sur la notion de « problème », Deleuze le premier dans *Différence et répétition*, mais, à nos yeux, franchement pas suffisamment sur « détermination ».

La grande thèse de Lautman est la suivante : il existe donc une indétermination foncière au cœur de l'Idée, puisque c'est une indétermination de la relation unissant les couples de notions par lesquelles il *définit* l'Idée. Or l'opération de *détermination de cette indétermination ontologico-métaphysique* est pour lui *totale*ment l'affaire des mathématiques au cœur de leur histoire : c'est cela le sens de son affirmation selon laquelle les théories sont une « réponse » au dit « problème ». Ces Idées-couples, relativement indéterminées, sont ainsi d'abord caractérisées par une « insuffisance essentielle »,

11. Cavaillès et Lautman, 1939, p. 607. Nous soulignons.

12. Lautman, 1939, p. 242-243.

13. Lautman, 1946, p. 283 (cf. aussi p. 260).

une « virtualité » (Deleuze), c'est-à-dire par une ouverture vers une pluralité de « liaisons possibles » *déterminées* entre notions. Autrement dit les Idées ont « besoin » de la « matière mathématique » pour prendre corps, c'est-à-dire pour subir leur détermination.

Seulement, et c'est là que les choses deviennent complexes, la nature de ce processus de « réponse » ne va pas de soi. Avant d'en dire plus, on peut déjà rappeler que c'est cette perspective particulière qui impose à Lautman la double méthode *non historiciste* — si l'épistémologie historique de ses homologues dialectisants français, comme Cavaillès ou Bachelard, et surtout son maître Brunschvicg est une condition nécessaire, elle n'est à aucun titre *suffisante* — qu'il explicite dans ses *Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques* de 1939. La double méthode consiste soit à *partir de l'Idée pour voir comment la théorie lui donne singulièrement corps*, soit à *partir de la théorie singulière pour voir comment son organisation et sa conceptualité renvoient à l'Idée*.

Dans cette double méthode, d'un côté l'on va de l'Abstrait (Cause) au Concret (Effet), de l'Idée aux théories, selon un développement analytique homologue au passage de l'Un au Multiple par division (diérèse), alors que de l'autre côté, on va justement du Concret (Effet) à l'Abstrait (Cause), des théories à l'Idée, selon un mode synthétique de rattachement, de rassemblement du Multiple en l'Un<sup>14</sup>. On a ici évidemment affaire à une formule de la dialectique doublement *ascendante* et *descendante*. Mais contre Platon et Heidegger, on assiste à une subversion, une annulation *substantielle* de la « différence ontologique » : le rapport ontologique entre Idées-Causes et Théories-Effets n'est évidemment plus celui de la causalité éponymique, mais celui — c'est notre thèse — d'une *actualisation dialectique*.

### 3. L'actualisation dialectique

En quel sens faut-il parler de « d'actualisation dialectique » ici ? Non pas au sens où une théorie *actualiserait*, ferait passer de la « puissance » à « l'acte » un principe supérieur *déjà organisé, pré-établi*, ce qui correspondrait à une lecture platonicienne standard (et légitime). Mais au sens où une théorie « répond » à l'Idée-problème en la *définissant et la résolvant à la fois*, c'est-à-dire, justement, en la *déterminant*. Reprenons une citation fondamentale de Lautman :

La philosophie mathématique, telle que nous la concevons, ne consiste donc pas tant à retrouver un problème logique de la métaphysique classique au sein d'une théorie mathématique qu'à appréhender globalement la structure de cette théorie pour dégager le problème logique qui se trouve à la fois *défini et résolu* par l'existence même de cette théorie<sup>15</sup>.

14. Lautman, 1939, p. 237.

15. Lautman, 1937a, p. 229. Nous soulignons.

L'indéfinition logiquement antérieure du « problème logique », c'est-à-dire de l'Idée, montre à quel point l'Idée est suspendue aux théories pour trouver sa propre consistance : autrement dit, l'Idée n'est pas un simple principe transcendant les théories, qui n'en serait qu'une « réalisation concrète », une « copie », etc. La conséquence, aussi anti-platonicienne qu'anti-socratique, c'est l'impossibilité radicale de toute connaissance directe de l'Idée, c'est-à-dire *l'impossibilité d'une connaissance contemplative de l'Idée*, ce que pourtant la *République* présentait comme le but et la consécration de la méthode dialectique. En effet :

La réalité inhérente aux théories mathématiques leur vient de ce qu'elles participent à une réalité idéale qui est dominatrice par rapport à la mathématique, *mais qui n'est connaissable qu'à travers elle*. Ces Idées sont donc bien distinctes des purs arrangements de signes, mais elles n'en ont pas moins besoin d'eux comme d'une matière mathématique qui leur prête un corps où puisse s'affirmer le dessin de leurs liaisons<sup>16</sup>.

On ne peut connaître l'Idée qu'à travers les théories, et cela, tout simplement parce que l'Idée ne peut devenir « objet » *déterminé* de pensée et de discours qu'à travers ces dernières : les théories sont la « réponse » à un « problème » qu'elles sont *seules à instituer comme problème*. On peut donc maintenant questionner plus avant l'idée d'« actualisation dialectique », au regard de cette *définition-résolution mathématique des Idées*. La première traduction, c'est que les Idées *ne sont pas mathématiquement déterminantes*, c'est-à-dire *ne sauraient préfigurer, pré-formater, pré-déterminer par avance les contenus (les structures, les objets, les méthodes, etc.)* des théories, qui ressortent dès lors *autonomes* dans leur développement historique concret par rapport à ces Idées. C'est pour cela que J. Petitot qualifie les Idées de « réfléchissantes » au sens kantien, lecture dans le sillage de Deleuze qui insistait sur le fait que, descriptivement, le terme de « problème » fait référence à Kant et aux Idées de la raison *qui ne sont pas constitutives d'objets*.

Cependant, comme pour Socrate, on voit tout aussi bien ici que les théories mathématiques n'épuisent pas les « problèmes » auxquels elle donnent une solution déterminée : les Idées sont « distinctes » des théories, même si elles ont « besoin » d'elles pour que « s'affirme le dessin de leurs liaisons », c'est-à-dire pour que s'incarne singulièrement ce dont elles sont « grosses ».

#### 4. Trois degrés possibles d'indétermination de l'Idée

Autrement dit, ces problèmes ne sont que *partiellement* indéterminés. On peut ici établir une gradation entre trois visages ou trois « natures » possibles du « problème », *c'est-à-dire trois conceptions possibles du degré d'indétermination qui le caractérise*. Or de l'option interprétative retenue — sachant

16. Lautman, 1937b, p. 67-68.

que deux des trois seulement sont en réalité *raisonnables* — va découler *une lecture distincte de Lautman*.

- i. La première option n'en est pas vraiment une ici, au sens où elle est absolument étrangère à Lautman. On peut imaginer que le « problème » est en fait simplement une « question » précise, appelant une réponse précise au sens réduit du terme. Ici, on serait en face de la *détermination maximale* au plan métaphysique de l'Idée, le problème étant alors pleinement « positif », scientifiquement « déterminé » et sensé : cela pourrait correspondre à une évacuation positiviste du plan métaphysique.
- ii. En revanche, le problème *comme « problème »* ne peut, lui, appeler qu'une « solution ». *Littéralement parlant*, c'est la perspective de Lautman : il y a déjà une certaine *organisation* de l'Idée-problème au plan métaphysique, c'est-à-dire une *détermination relative, puisqu'elle a la forme d'un couple de notions*. Détermination relative de l'Idée, qui est fort logiquement, et rigoureusement, proportionnée à son « indétermination ». Ici, la dialectique de Lautman est bien une « Problématique », comme cela a été rappelé par divers commentateurs.
- iii. En revanche, une troisième lecture du « problème » a été proposée, celle de J.-M. Salanskis : il ne lit le problème ni comme une question ni comme justement un problème, mais comme une « énigme », appelant cette fois une « compréhension ». Existerait ainsi une « pré-compréhension » par les théories d'une énigme essentiellement, *majoritairement* indéterminée. Cette lecture est conforme à l'idiome de Heidegger, et le terme est effectivement utilisé par Lautman en 1939 dans ses *Nouvelles recherches*. D'où la thèse selon laquelle la « problématique » lautmanienne est ou convoque *non pas une dialectique, mais une « herméneutique »*.

Ainsi, la lecture choisie de l'opération de « définition-résolution » se cristallise sur la lecture de ce qu'est un « problème » logique (c'est-à-dire dialectique), et le partage entre le « problème » (favorisé par la référence à Platon, et à tonalité hégélienne) et l'« énigme » (favorisé par la référence à Heidegger) a un impact majeur important. *La problématique/dialectique ouvre à une antithétique de notions duales, alors que la lecture herméneutique récuse cette antithétique*. Et c'est bien cela que J. Petitot et J.-M. Salanskis défendent, suivant Deleuze et reconduisant son anti-hégélianisme massif : même s'il est « incomplet » le « problème » est déjà *trop déterminé par soi* sous la forme de la dualité, et donc trop proche de Hegel. Plus précisément, les deux affirment que Lautman est bien effectivement proche de Hegel, *mais s'en détachent alors justement pour cela* et accentuent leur lecture explicitement néo-kantienne (comme toute l'épistémologie française-allemande, néo-kantienne et post-hégélienne l'avait d'ailleurs fait), sous

deux déclinaisons proches : heideggerienne chez J.-M. Salanskis, husserlienne chez Petitot (cette fois du fait de la référence de Lautman à « l'eidétique descriptive » lors de la séance de la Société française de philosophie de 1939<sup>17</sup>).

L'essentiel à retenir maintenant, c'est donc que J. Petitot et J.-M. Salanskis ont raison de rapprocher en partie Lautman de Hegel, bien qu'ils n'établissent d'une part qu'incomplètement les raisons de leur proximité, et donc les motifs du rapprochement, et bien que d'autre part, il n'exhibent, là encore qu'incomplètement, ce qui les sépare fondamentalement. Récapitulons ce qui a été établi :

- i. Les Idées ne sont connaissables qu'à travers les théories qui les accomplissent. Ce qui est anti-platonicien : cela signifie qu'il n'y a pas de connaissance proprement contemplative, mais seulement connaissance *régressive* et indirecte de l'Idée sur le fond du procès d'actualisation.
- ii. Conséquence : les Idées, définies et résolues par les théories, leur sont donc à la fois transcendantes et immanentes :

En tant que problèmes posés, relatifs aux liaisons que sont susceptibles de soutenir entre elles certaines notions dialectiques, les Idées de cette dialectique sont certainement *transcendantes* (au sens habituel) par rapport aux mathématiques. Par contre, comme tout effort pour apporter une réponse au problème de cette liaison est, par la nature même des choses, constitution de théories mathématiques effectives, il est justifié d'interpréter la structure d'ensemble en termes d'*immanence* pour le schéma logique de la solution cherchée. Il existe donc un lien intime entre la transcendence des Idées et l'immanence de la structure logique de la solution d'un problème dialectique au sein des mathématiques ; ce lien, c'est la notion de genèse qui nous le donne<sup>18</sup>.

Là encore, on va à l'encontre de Platon et de Heidegger : la différence ontologique est quasiment annulée. Or du fait que les Idées sont des schémas des liaisons spécifiques possibles établies entre notions *contraires* formant couple, et que la dynamique de leur réalisation passe par le jeu de cette dualité, la dialectique de Lautman est clairement une *antithétique*, ce qui est pleinement hégélien : ce qui faisait donc dire à J.-M. Salanskis que « le Platon de Lautman est aussi un Hegel »<sup>19</sup>.

- iii. Les Idées ne sont pas de simples « apparences » ou des produits de la Raison, ni simples esquisses ni « concepts réflexifs », puisqu'elles sont « transcendantes » au sens « *habituel* » (*platonicien*) du terme. Pourtant, la circularité qui les affecte est clairement anti-platonicienne :

17. Cavaillès et Lautman, 1939, p. 609.

18. Lautman, 1939, p. 244.

19. Salanskis, 1991, p. 31.

cette circularité est formulée par J.-M. Salanskis<sup>20</sup> dans les termes d'un *cercle herméneutique*.

*Sur les lectures de G. Deleuze et de J.-M. Salanskis et sur le cercle herméneutique*

Une parenthèse s'impose ici, avant de revenir directement sur le rapport Lautman-Hegel. J.-M. Salanskis écrivait en 1998 que « la lecture de Deleuze m'a incité à lire Lautman, ce dont je ne lui serai jamais assez reconnaissant<sup>21</sup> ». Il faut donc dire quelques mots sur cette intervention deleuzienne, concentrée dans son livre de 1968, *Différence et répétition*. Contre le privilège traditionnellement accordé au même et à l'unité, privilège *appauvrissant* l'appréhension du réel, Deleuze met en avant de façon transversale la différence, dans l'ordre des idées comme celui des phénomènes sensibles, et sans être aucunement le retour du même, la répétition est en réalité celle du singulier. Son orientation est concrètement la suivante : montrer que la « différence » *n'exprime pas la contradiction*, de même que la « répétition » *n'exprime pas l'identité*. L'anti-hégélianisme massif qui est le sien, rappelé dès l'Avant-propos<sup>22</sup>, l'amène à penser une différence qui soit pure divergence, et une répétition qui, derrière ses déguisements, s'enracine dans une « raison cachée » qui n'est autre qu'un *différentiel* à l'œuvre. L'étude du sens du rapport différentiel  $\frac{dx}{dy}$ , qui est pour lui l'objet d'une « Idée »<sup>23</sup>, concentre bien d'ailleurs cette posture : cette étude est gouvernée par la prédominance de la variabilité mutuelle des termes du rapport sur la multiplicité quantitative qu'ils sont censé indiquer, et Deleuze la développe sans référence aucune à la longue « Remarque sur l'infini mathématique » que Hegel consacre dans la *Science de la logique* à cette question, bien que la lecture effectuée du problème soit sensiblement comparable. C'est en tous cas dans la foulée de cette analyse que Deleuze en vient à « l'œuvre admirable »<sup>24</sup> de Lautman, dont il reprend la thèse transversale selon laquelle « un problème n'existe pas hors de ses solutions », mais « insiste et persiste dans ces solutions qui le recouvrent »<sup>25</sup>. Citant Canguilhem et Bouligand<sup>26</sup>, il martèle qu'un problème est irréductible à telle solution qu'on peut lui trouver. Deleuze avait auparavant patronné la discussion de ces Idées-problèmes par la référence kantienne : Kant ne cessait de dire que les Idées étaient « problématiques » ou « problématisantes » au sens de « problèmes sans solution » exprimant une dimension de l'objectivité elle-même, dès lors qu'elle traite d'un au-delà de l'intuition sensible. Ces Idées sont, de là, des « foyers », des horizons totalisants : la

20. *Ibid.*, I, « La mathématique vue comme herméneutique », p. 1-31.

21. Salanskis, 1998.

22. Deleuze, 1968, p. 1.

23. Cf. *Ibid.*, p. 223, et 229-230.

24. *Ibid.*, p. 212.

25. *Ibid.*, p. 213.

26. *Ibid.*, p. 211.

raison certes produit de faux problèmes, puisqu'ils reposent sur un usage illégitimement déterminant de l'Idée, mais, dit Deleuze, ces problèmes ne sont pas nécessairement faux : c'est même la faculté de la raison que de se poser ce genre de « faux problèmes »<sup>27</sup>.

De ce fait, toute Idée est un problème, et « dialectique » au sens kantien. Dès lors, si l'on omet que le problème est Idée *en ce sens*, on tombe dans l'illusion hégélienne de sa puissance *déterminante*, c'est-à-dire dans l'illusion qui fait tomber la dialectique dans la négativité et qui achève la dénaturation de cette « problématicité » irréductible de l'Idée. La difficulté est que Deleuze crédite Lautman de cette lecture sans rappeler à quel point la position de ce dernier n'est pas limpide. L'exemple qu'il prend ensuite conforte à juste titre sa lecture : penser ce mouvement de production de la différence l'amène à tenter de rendre raison du virtuel et du procès d'actualisation. Le slogan lautmanien selon lequel les Idées ou multiplicités — assimilées à la partie « virtuelle » à l'œuvre dans le processus d'individuation — sont des « problèmes » dont les êtres individuels sont les solutions, gouverne alors sa reprise de la discussion par Lautman du rôle des singularités d'un système d'équations différentielles<sup>28</sup> (points singuliers requis pour la détermination d'une courbe) pour montrer, arguant du fait que ces singularités et surtout le mode de leur structuration fournissent le cadre des solutions possibles, que l'Idée est jeu, dans le virtuel, de la différence avec soi, jeu à partir duquel s'engendrent les choses individuelles.

Deleuze s'inscrit ici, comme il le fera dans ses travaux sur Nietzsche, dans le champ de la discussion des grandes figures post-kantiennes de la philosophie allemande, auxquelles on ajoutera évidemment Spinoza, mais surtout *sans Hegel*. Pourtant, cette nature partiellement prescriptive de l'Idée, dont on vient de voir à quel point elle est difficile à proportionner, pourrait sans problème être reformulée « à la Hegel » : l'Idée (le problème) s'auto-prescrit la forme de sa propre résolution, c'est-à-dire se réalise (s'accomplit en dépassant son indétermination) par un auto-développement qui est contradictoire, puisque c'est par la médiation de son autre qu'elle pose comme tel en l'exigeant (le système structuré de singularités). Mais Lautman ne le dit pas ainsi — et ce serait de toutes façons forcer le trait — et Deleuze encore moins. Il n'empêche, là encore la situation est singulièrement instructive : comme le résume J.-M. Salanskis, dans ce chapitre de *Différence et répétition*, Deleuze « fait du » Hegel sans le dire<sup>29</sup>.

27. *Ibid.*, p. 218-219.

28. *Ibid.*, chap. « Synthèse idéelle de la différence », p. 232-4. Cette analyse des singularités des fonctions analytiques se trouve dans Lautman, 1937a, p. 218-221.

29. Salanskis, 1998 : « Deleuze mobilise les mathématiques pour présenter [...] le “jeu de la différence avec elle-même”. [...] Chacune de ces démarches de Deleuze a un point d'appui dans la littérature [...] pour la première, il se réfère en fait sans le dire à la *Science de la logique* de Hegel, à son développement sur les “étapes” mathématiques de la relation et à la grande remarque sur le calcul infinitésimal. »

Revenons maintenant au cercle herméneutique. Selon J.-M. Salanskis, on ne cherche à résoudre que ce qui *pose question*<sup>30</sup>, ce qui « insiste » sans exister comme tel, et la résolution fait exister formellement ce qui ne faisait qu'insister comme sens possible — ce qui *insiste n'existe pas*. La circularité ici ne peut être platonicienne : herméneutique, elle signifie que des problèmes « insistent » dans l'universel-indéterminé et que les théories les font exister dans une particularité déterminée : cette antériorité logique du « souci », de la question sur la réponse, alliée à la priorité gnoséologique de la réponse *effective* trouve sa formulation canonique au § 63 d'*Être et temps* (1927). Objet d'une pré-compréhension sous-jacente, d'une « familiarité » qui est en même temps un « écart » ou « désaisissement », l'énigme pré-mathématique, proto-mathématique, voire extra-mathématique (ce n'est pas tranché) suscite la recherche mathématique qui en retour va affiner sa détermination. Et l'énigme majeure, pour J.-M. Salanskis, c'est l'excès « intuitif » que véhicule l'espace, dans ses attributs infinitaires et continus non réductibles à la captation logico-mathématique<sup>31</sup>.

Malgré tout, rien n'empêche avec les textes de Lautman de dire que, si cercle herméneutique chez Lautman il y a, c'est fort possiblement comme *avatar* conceptuel du cercle dialectique hégélien<sup>32</sup>. Et cela d'autant plus que l'Idée-problème est concrètement difficilement assimilable à l'*énigme*, d'où une autre difficulté dans la lecture qu'en proposait J.-M. Salanskis dans *L'herméneutique formelle*, liée à une autre distinction, celle entre les discours de type « destinal » (ou post-heideggerien) et de type « généalogique ». Le destinal renvoie au motif herméneutique de l'appréhension circulaire d'une énigme indéterminée, le généalogique à celui d'une remontée des théories aux Idées qui serait la remontée vers son *proto-contenu objectif et déterminant*. Or, pour Lautman, *il n'y a rien de tel dans les Idées*. Le discours lautmanien, s'il n'est pas « destinal »-herméneutique au sens d'une réponse à une énigme initialement pré-comprise, n'est pas non « généalogique » en ce second sens, puisqu'il ne propose en rien un discours de l'actualisation d'un *pré-donné*.

- iv. Il y a de surcroît une non-fixité, un *devenir* dialectique des Idées, celles-ci étant constituées et hiérarchisées au sein d'un procès de constitution qui ne renvoie pas à un autre procédé plus primordial auquel il faudrait régresser : ce qui est en propre, outre cette limite objective à la régression, la thèse d'une pluralisation des déterminations de l'Idée.

30. Lautman, 1939, p. 239, 242.

31. Sur laquelle il revient de façon détaillée dans sa contribution « La salutaire in-objectivité des mathématiques » dans Barot et Servois, 2009.

32. Même si son origine historique est factuellement celle des philologues et exégètes allemands (dont Gadamer), à qui Hegel n'était sans doute pas tant que ça étranger.

La métamathématique qui s'incarne dans la génération des Idées et des nombres ne saurait donner lieu à son tour à une métamathématique; la régression s'arrête dès que l'esprit a dégagé les schémas selon lesquels se constitue la dialectique<sup>33</sup>.

Ces quatre points sonnent de façon bien hégélienne. Donc c'est bien de Hegel que Lautman semble se rapprocher le plus. Mais en travaillant ce rapprochement on voit que l'affinité ne tient que jusqu'à un certain point seulement, insuffisamment mis en relief *par ceux-là mêmes qui éloignent Lautman de Hegel*. Nous allons donc leur donner raison, mais en exhibant l'argument qui leur manque.

#### 5. Le fondement du procès logique selon Hegel, et sa différence d'avec Lautman

Dire que Lautman est proche de Hegel n'a rien d'étonnant: Hegel a tout de même forgé sa position au travers d'une lecture étroite de Platon, et il rappelle très clairement leurs affinités dans ses *Leçons sur Platon* de 1825-1826. Voyons donc dans le détail jusqu'où Lautman est au moins aussi hégélien que platonicien. Chez Lautman et Hegel est défendue une dialectique de l'Idée, c'est-à-dire de l'Universel, qui ne se concrétise dans toutes ses potentialités que par son passage dans le multiple: comme Universel qui s'actualise, il est détermination de soi par passage dans le multiple, et, réciproquement, le multiple trouve sa cohésion et son ordre parce qu'il est sous la gouverne de cet Universel. Corrélativement, dans les deux cas, le spéculatif-dialectique est le plan de *ressaisie dans leur nécessité onto-logique* des savoirs théoriques positifs légués par l'histoire des sciences, partiellement aveugles à leurs fondements: cette nécessité, chez les deux, est fondée sur une antithétique de notions contraires.

Pour Hegel, le vrai, c'est le tout dans le mouvement qui fait de lui un résultat, et l'Idée, c'est la totalité des déterminations qui s'accomplit comme totalité innervant cette diversité dans et par un procès multiforme, et avant tout, dans un procès *logique* dans la *Science de la logique* dont son *Concept préliminaire*<sup>34</sup> à *L'Encyclopédie des sciences philosophiques* donne une formule très claire. L'idée comme processus propre et nécessaire est engendrement et fondation en même temps que réappropriation d'un donné d'entendement singulier et de l'existant singulier que ce dernier représente en extériorité — c'est-à-dire exige *pour soi* la médiation de son autre, cette réalisation du plan du réel, afin de pouvoir prendre forme et poursuivre son développement. Chez Hegel, cette auto-diction du Concept joue bien la fonction d'une épistémologie au sens contemporain, mais en reprenant une ambition tout à fait traditionnelle: celle des métaphysiques classiques

33. Lautman, 1937a, p. 232.

34. Cf. Hegel, 1830-1832, § 19.

prétendant livrer, par leur instruments propres, les principes derniers de la connaissance humaine, par-delà les savoirs particuliers acquis dans les sciences. Ainsi, ce méta-discours spéculatif-dialectique est tout sauf seulement d'explicitation et de restitution : il est ontologie au sens où il dit la nature et les conditions d'advenue du réel des sciences (et des mathématiques).

Pourtant, pour Hegel, la science peut de fait se passer du philosophe, mais pas l'inverse. Ainsi disait-il déjà en 1803 que :

La raison sans l'entendement n'est rien, l'entendement sans la raison est pourtant quelque chose<sup>35</sup>.

De la même façon, chez Lautman, les théories naissent et se développent par elles-mêmes, même si au niveau de la conceptualité propre qu'elles déploient, la domination métaphysique des Idées en constitue le principe d'intelligibilité. Or, on l'a rappelé au début, *cette relation de « contrariété » elle-même est relativement indéterminée, ce qui rend possible justement ses multiples traductions : or c'est là le point essentiel sur lequel Lautman et Hegel vont véritablement diverger*. En effet, trois éléments enchâssés les différencient, qui sont à reconduire à une même divergence de fond.

#### A. L'absence d'Aufhebung chez Lautman

Le premier élément, immédiatement visible à la lecture mais non auto-explicatif, c'est l'absence d'*Aufhebung* dans l'antithétique lautmanienne, alors que c'est un maître mot chez Hegel.

Dans la *Science de la logique*<sup>36</sup> Hegel rappelle que Kant part de l'idée que nous ne connaissons pas les choses en elles-mêmes mais comme *Erscheinungen*, comme phénomènes, c'est-à-dire phénoménalisation d'un système de rapports constitutifs du réel comme objet. L'impossibilité d'une connaissance au-delà de ces phénomènes l'amène, dans la « Dialectique transcendante » de la *Critique de la raison pure*, à énoncer les quatre *antinomies* de la raison pure, c'est-à-dire quatre couples d'énoncés dont les concepts sont soit trop « grands » soit trop « petits » pour leur objet, incommensurabilité de la raison à son « objet » due à sa propre nature. Or si la raison ne peut en réalité connaître que des objets sensibles, donnés dans l'espace et le temps, c'est-à-dire des phénomènes, selon Kant rien ne peut supprimer ce mouvement d'illusion en sa racine : on peut en prendre conscience pour s'en préserver autant que possible, et la philosophie doit tenter de limiter et corriger les erreurs de la raison. *Mais on ne peut les détruire sans détruire la raison elle-même*. Le geste kantien aboutit ainsi, en tant que *geste du point de vue du sujet (transcendental)*, à montrer

35. Hegel, 1803-1806, Fragment 47.

36. Cf. l'Introduction extrêmement claire que donne Hegel à sa « Grande Logique » de 1812 : Hegel, 1812, p. 9-32.

l'objectivité et la nécessité des antinomies<sup>37</sup> qui surgissent de la détermination particulière des catégories de la connaissance, donc la nécessité de la *dialectique transcendante*. La finité de ses facultés et des instruments de sa connaissance impliquent pour Kant que ces antinomies mènent à l'impossibilité de produire un concept de l'absolu et de l'infini apte à dépasser au point de vue théorique ces antinomies, et donc, à l'impossibilité de connaître la « chose en soi ».

Au contraire, exposer les quatre antinomies en les dégageant de leurs applications concrètes permet à Hegel d'en trouver la solution véritable, qui

ne peut consister qu'en ce que deux déterminations, en tant qu'elles sont opposées et nécessaires au même concept, ne peuvent valoir dans leur unilatéralité, chacune pour soi, mais en ce qu'elles n'ont leur vérité que de leur être-sursumé<sup>38</sup>.

Les couples de notions opposées qui forment l'Idée sont bien nécessaires à sa détermination comme problème exigeant actualisation pour Lautman, de même que pour Hegel la dissociation unilatérale de chaque notion lui fait perdre le sens même de son effectivité. Mais l'« être-sursumé » qui à chaque étape nous rapproche de la complétude, c'est-à-dire le résultat de l'*Aufhebung* chez Hegel, le moment du dépassement de la contradiction existant entre deux déterminations notionnelles (comme Être et Néant, dont le dépassement à la fois annulant et intégrant leur opposition est le *devenir*), *n'existe pas chez Lautman*. Il n'y a pas chez ce dernier de synthèse supérieure accomplissant et dépassant la contradiction entre notions opposées : l'*antithétique* dialectique ne fonctionne pas selon le même mode chez les deux, c'est-à-dire que la réalisation de l'universel chez Lautman ne s'effectue pas *par contradiction*.

## B. L'absence de contradiction et de négativité interne chez Lautman

Ce qui est sous-jacent à l'absence d'*Aufhebung* chez Lautman, c'est le fait que son antithétique n'en est pas une de la *contradiction*. Son antithétique de la « contrariété », l'extension du concept étant chez lui assez large, est bien plus proche des antithétiques de la « corrélation » caractéristiques des néo-kantiens post-hégéliens, dont Renouvier, Hamelin, jusqu'à Bachelard, sont d'illustres représentants. La seule originalité de Lautman ici, c'est que ce post-hégélianisme de la corrélation n'a pas sa source chez Kant, mais chez Platon même.

Revenons à Hegel : chez ce dernier, les différentes modalités du procès dialectique sont en dernière instance expressives de la modalité centrale qu'est la *contradiction*, et, de façon générale, de la *négativité* à l'œuvre : le passage d'une détermination à sa détermination contradictoire s'opère grâce

37. *Ibid.* p. 28.

38 *Ibid.*, Remarque 2, p. 174.

à la position en soi-même, par la première détermination, de sa contradictoire, c'est-à-dire par auto-négation. Le procès logique d'actualisation de l'Idée, dans la *Science de la logique*, débute par une unique catégorie, la catégorie d'Être: Hegel à cette occasion montre que, comme pour Platon, son problème est celui de la détermination progressive de l'indéterminé. En effet, l'Être est défini comme « *néant-de-déterminations* ». De là, l'Être « passe » immédiatement *dans le néant*, pure *absence de déterminations*: Être et néant sont à la fois identiques et différents. Or ce passage du même dans son autre, voilà chez Hegel la figure primitive du devenir, qui est donc la troisième détermination/catégorie engendrée dans le procès logique: et c'est ici la première détermination du « *néant-de-déterminations* » antérieur.

Ici, c'est bien l'Un-être primitif, de façon immanente à lui-même, qui produit la figure matricielle de la multiplicité, c'est-à-dire la dyade, la *dualité* (entre être et néant). Le procès de détermination s'enracine ici dans l'Un qui *se nie lui-même*. L'auto-négation de l'Être comme Un pur est donc la condition *sine qua non* du procès chez Hegel, et puisque ce procès logique-dialectique produit la multiplicité dans l'immanence d'un principe unique, le moteur du procès doit être immanent à ce principe: ce ne peut donc être qu'un principe *d'auto-différenciation*, c'est-à-dire une négativité interne, dont la contradiction est la forme principale. Voilà ce qui explique la prégnance de l'opérateur « *Aufhebung* »: elle est le *retour à soi*, enrichi de nouvelles déterminations, de cet Un-Universel qui s'est temporairement auto-scindé.

### C. L'origine de la dualité Même-Autre

La grande différence entre Lautman et Hegel se situe finalement à ce niveau, au sujet de l'origine de la dualité entre l'identité et la différence, le Même et l'Autre. Derrière les couples de notions qui constituent les Idées, on a en amont chez Platon et chez Lautman celui de l'Un et de la Dyade (qui est le prototype du multiple et de l'altérité), c'est-à-dire celui du Même et de l'Autre.

Or, pour « la méthode platonicienne de division, telle que l'enseignent le *Sophiste* et le *Philèbe* »,

L'unité de l'Être est une *unité de composition* et un point de départ vers la recherche des principes qui s'unissent dans les idées<sup>39</sup>.

Cette thèse d'une unité de « composition » est radicalement anti-hégélienne. Mais pour Lautman, c'est clair: le Même et l'Autre sont deux principes ontologiques *d'emblée distincts*, et en rien l'auto-déploiement différencié d'un même principe. Bref, contrairement à Hegel, Lautman *ne produit pas la dualité*, il se la *donne*. Même-Autre, Mouvement-Repos, sont des « genres »

39. Lautman 1937d, p. 78-79. Nous soulignons. Cf. Cavailles et Lautman, 1939, p. 607, où l'idée est reprise.

*primitifs* de l'Être, qui communiquent entre eux et se composent, comme l'enseignait le *Sophiste*<sup>40</sup>. Ainsi, dès lors que l'on se *donne*, que l'on *pose* les deux principes, il n'y a pas besoin d'*Aufhebung* ni de contradiction interne, puisque ces deux opérateurs ne font sens que s'il n'y a *qu'un seul principe*. On peut se rappeler aussi cette affirmation de 1946 de *Symétrie et dissymétrie en physique*:

[D]ans le monde intelligible le rôle de l'Idée de l'Autre est d'assurer, par son mélange avec le Même, à la fois la liaison et la séparation des genres. Cette référence à Platon permet de comprendre que les matériaux dont est formé l'Univers ne sont pas tant les atomes et les molécules de la théorie physique que ces grands couples de contraires idéaux comme le Même et l'Autre, le symétrique et le dissymétrique, associés entre eux selon les lois d'un harmonieux mélange<sup>41</sup>.

Concluons cette partie sur une dernière remarque. Pour assimiler pleinement la position de Lautman à celle de Hegel, il faudrait assimiler « l'Autre » platonicien à son « négatif » à lui, ce à quoi très exactement procède Hegel dans ses *Leçons sur Platon*<sup>42</sup>. *Autrement dit, seule la validité de l'interprétation hégélienne de Platon permettrait d'apparenter Lautman à Hegel*, ce qui est justement *stricto sensu* intenable. Quoi que l'on fasse en matière de réhabilitation de Hegel en matière épistémologique, comme c'est notre cas, il est tout à fait impossible de le suivre sur ce point névralgique.

40. *Sophiste*, 254 d-e.

41. Lautman, 1946, p. 267. Cette idée d'unité de composition entre principes primitivement en dualité sonne agréablement, d'ailleurs, aux oreilles kantienne, de Schelling à Natorp, puisque l'opération théorique de départ, c'est la position de la dualité : le Même (l'Idée-forme du *Timée*), principe d'identité, est renvoyé à l'Un, à l'Universel, au concept, c'est-à-dire à l'ordre des catégories pures et *a priori*, alors que l'Autre, le principe d'altérité, est renvoyé au multiple, à l'hétérogène, et est de l'ordre du matériau brut, du sensible, de l'intuitif (la « cause errante » ou *khôra* du *Timée*). Chez Natorp, d'ailleurs, l'*Un-Bien-Anhypothétique* de Platon est même assimilé au principe même de la loi, à la loi de toutes les lois, c'est-à-dire à l'exigence de nécessité des rapports qu'entretiennent ordres hétérogènes et êtres multiples. Mais Lautman, par ailleurs, est tout à fait éloigné de la posture kantienne : ce qu'il retient par exemple du « schème transcendantal », c'est ce qu'il retient dans la même mesure des mixtes platoniciens : la simple idée d'un opérateur de médiation entre ordres hétérogènes, assurant la détermination de l'un par l'autre. Et si Lautman s'inscrit aussi au sens large dans la foulée de « l'interprétation épistémologique » du Kant de l'École de Marbourg, où Bachelard, Cassirer, Gonseth jusqu'à Granger et N. Mouloud se retrouvent, c'est uniquement au sens où le mathématique devient *stricto sensu* le nouveau « transcendantal » de la connaissance physique, c'est-à-dire la médiation nécessaire du procès d'objectivation, idée largement partagée.

42. Hegel, 1825-1826, I, p. 97-101.

## II. D'une divergence conceptuelle à une convergence formelle: le paradoxe de la formalisation des dialectiques de Lautman et Hegel

1. De C. Ehresmann à F. Zalamea: l'esprit catégoricien de la dialectique lautmanienne

Lors de la discussion de la séance de la Société française de philosophie du 4 février 1939, le mathématicien C. Ehresmann, promoteur dès les années 1950 en France de la théorie des catégories (née une décennie plus tôt), dit la chose suivante :

J'ai noté quelques réflexions qui se rapportent à la thèse de M. Lautman [...] je cite une des phrases les plus caractéristiques : « Une des thèses essentielles de cet ouvrage affirme la nécessité de séparer la conception supra-mathématique du problème des liaisons que soutiennent entre elles certaines notions, et la découverte mathématique de ces liaisons effectives au sein d'une théorie. »

Si j'ai bien compris, il ne serait pas possible, dans ce domaine d'une dialectique supra-mathématique, de préciser et d'étudier la nature de ces relations entre les idées générales. Le philosophe pourrait seulement mettre en évidence l'urgence du problème.

Il me semble que, si nous avons le souci de parler de ces idées générales, nous concevons déjà d'une façon vague l'existence de certaines relations générales entre ces idées ; dès lors, nous ne pouvons pas nous arrêter à mi-chemin ; nous devons nous poser le problème vraiment mathématique qui consiste à formuler explicitement ces relations générales entre les idées considérées<sup>43</sup>.

Et un peu plus loin,

Je pense que les problèmes généraux soulevés par M. Lautman peuvent s'énoncer en termes mathématiques, et j'ajouterai que l'on ne peut s'empêcher de les penser en termes mathématiques<sup>44</sup>.

Sans télescoper les périodes — Lautman n'a pas connu la théorie des catégories —, c'est en suivant cette exigence d'Ehresmann que F. Zalamea invite à traduire aujourd'hui dans la théorie des catégories toute la combinatoire d'opérateurs *philosophiques de Lautman*. Et c'est là selon moi que revient au centre le rapport Lautman-Hegel, puisque ce que F. Zalamea propose n'est rien d'autre que ce qui a déjà été tenté avec Hegel, à diverses reprises et dans d'autres idiomes théoriques : une formalisation de la dialectique. Rappelons l'énoncé liminaire qui a déterminé l'orientation de Lautman (l'impossibilité de l'auto-fondation technique de la mathématique dans le Programme de Hilbert, impossibilité sanctionnée par le théorème d'incomplétude de Gödel de 1931) :

43. Cavaillès et Lautman, 1939, p. 618.

44. *Ibid.* p. 619.

Dans la métamathématique d'Hilbert, on se propose d'examiner les théories mathématiques du point des notions logiques de non-contradiction et d'achèvement<sup>45</sup>, mais ce n'est là qu'un idéal vers lequel s'orientent les recherches, et l'on sait à quel point cet idéal apparaît actuellement comme difficile à atteindre. La métamathématique peut ainsi envisager l'idée de certaines structures parfaites, réalisables éventuellement par des théories mathématiques effectives... [...] idées abstraites que nous proposons d'appeler dialectiques<sup>46</sup>.

Un instructif aller-retour est donc en train de se produire : Lautman avait transposé au plan *métaphysique* la métamathématique *technique* d'Hilbert à cause des impossibilités auxquelles elle se heurtait ; F. Zalamea veut re-transposer au plan *technique* la métamathématique métaphysique de Lautman, en l'espèce en théorie des catégories<sup>47</sup>. La différence de nature entre la *rigueur* philosophique et l'*exactitude* scientifique a toujours tendance à s'amenuiser dès qu'on se trouve au plan des fondements ou de la fondation, par essence complexe et hybride. Voici ce que F. Zalamea affirme :

Les « schémas de structure » lautmaniens devançant (dans leur conception) la technique mathématique de son époque, et ils peuvent être nettement précisés seulement dans le contexte plus tardif de la théorie des catégories. Les schémas, la dialectique, le couple Même/Autre, les idées et les mixtes platoniciens acquièrent une notable *exactitude* technique grâce aux notions de *diagramme*, *objet libre*, *foncteur représentable* et *pair adjoint* de la théorie des catégories<sup>48</sup>.

Les « notions » peuvent être précisées grâce aux constructions catégoriciennes libres (diagrammes, limites, objets libres), les « idées » grâce à l'élévation de classes d'objets libres en paires de foncteurs adjoints, les hiérarchies dialectiques grâce aux échelles de niveaux dans les transformations naturelles<sup>49</sup>.

La théorie des catégories n'est pas une théorie d'*objets*, mais une théorie de structures plus larges, plus intuitives que les ensembles, par exemple, qui sont « au-delà des objets » : les catégories sont des collections d'objets et de flèches (morphismes) composables entre elles et allant d'un objet-source vers un objet-but. La théorie met évidemment l'accent sur les morphismes (dont les « transformations naturelles » sont un type particulier) par lesquels une structure peut être préservée. De là elle étudie la façon dont un édifice algébrique plastique sous-tend des univers mathématiques variés, leur variation reposant sur des spécifications progressives des catégories les plus vastes génériques vers les plus restreintes. Elle est ainsi à même d'objectiver les « va-et-vient », les traductions, entrecroisements, expressions mutuelles, imports-exports de méthodes qui peuvent s'opérer entre des configurations techniques déterminées, tout cela formant une vision précise

45. « Achèvement » signifie complétude.

46. Lautman, 1937a, p. 131.

47. Le développement se trouve en *Ibid.*, p. 30-33.

48. *Ibid.*, p. 21, note 2.

49. *Ibid.* p. 31.

de l'unité opérationnelle des mathématiques. Les accents lautmaniens de tous les aspects de cette nouvelle théorie de l'un et le multiple sont effectivement indubitables.

Est-ce Lautman qui est pré-catégoricien, ou la théorie des catégories qui est d'esprit lautmanien ? Les deux formules se trouvent sous la plume de F. Zalamea. Dans tous les cas, l'essentiel, c'est le rôle de la dualité et de la structure : l'approche catégoricienne est l'objectivation-description technique *primitive* des relations structurelles<sup>50</sup>, des « schémas de structures », des opérations duales ou de dualisation qu'entretiennent entre eux des objets variés, ce qui correspond à l'antithétique des Idées-couples. L'idée est fort stimulante, d'autant que, conformément au *Timée* dont il se réclame, Lautman estime que le monde sensible-phénoménal, comme les théories mathématiques, sont autant de « modèles » des structures dialectiques<sup>51</sup>.

La section qui suit vise à mettre doublement en perspective cette proposition extrêmement stimulante, d'abord en la rapprochant des formalisations de la dialectique hégélienne, ensuite en revenant sur les enjeux communs de ces entreprises convergentes.

## 2. Formaliser la contradiction dialectique

Diverses tentatives de « formalisation de la dialectique » hégélienne ont été tentées au siècle dernier, visant d'abord à légitimer techniquement la négativité et l'idée d'une contradiction interne non stérile. G.-G. Granger dans *Formes, opérations, objets* de 1994, affirme, en plus d'un rejet sans appel de toute dialectique autre que descriptive et seconde, qu'au mieux une logique formelle dialectique sera consistante, mais en tous cas pas plus féconde que la logique standard. C'est peut-être vrai, mais présentement *ce n'est pas le problème* : il s'agit pour nous surtout de mesurer les enjeux et les significations de l'entreprise.

### Le système de Doz et Dubarle : Logique et dialectique de 1972

Parmi ces diverses tentatives<sup>52</sup> de démonstration que la négativité hégélienne n'est pas incompatible avec la rationalité logico-mathématique, la plus

50. Le rôle traditionnellement attribué au dispositif ensembliste est par contraste celui de la captation du multiple pur, mais l'idée que la théorie des catégories soit également, voire mieux, apte à traiter ce dernier a été défendue, notamment par Lawvere.

51. Voir pour un exposé complet sur l'exemple du couple local-global, la contribution magistrale qu'a donné F. Zalamea lors du colloque Lautman de l'U de M en mars 2008.

52. L'une des plus récentes, au sein de la constellation du « non-classique », est celui de la paraconsistance, qui est utilisée comme outil de formalisation de la structure du régime paradoxal, épistémique et historique (paradoxes, antinomies, contradictions théoriques et paradigmatiques) des sciences dans la construction de leurs objectivités. L'idée de « dialéthéia », c'est-à-dire de contradiction vraie chez G. Priest (cf. Priest, 1987, 2006 et Shapiro, 2002), mais surtout les développements de N. Da Costa cherchent explicitement à justifier Hegel. Da Costa, dans *Logiques classiques et non classiques. Essai sur les fondements de la logique*, fait le bilan

instructive pour nous, c'est celle de A. Doz et D. Dubarle, datant de 1972 et consignée dans leur ouvrage *Logique et dialectique*<sup>53</sup>. Leur initiative ressemble d'abord à une profession de foi quasi-logiciste :

La philosophie, si elle veut atteindre à la rationalité qu'elle a en vue, doit elle aussi soumettre son discours au contrôle d'une logique, qui, en elle-même, a tous les caractères d'une théorie mathématique. Car la logique [...] est par principe une mathématique commune à toute pensée rationnelle<sup>54</sup>.

D'autre part selon eux, si

*quelque régularité dans les dispositions discursives* se dévoile de façon plus ou moins manifeste, alors, de par sa nature même, cette régularité se présentera sous les espèces d'un schéma sujet à mathématisation<sup>55</sup>.

# 1. Triplicité et quadruplicité des moments du concept

Les auteurs rappellent que le concept

est toujours pour la logique hégélienne [...] cette unité complexe et organisée de trois moments qui lui confèrent une *structure interne* : le moment du concept universel, celui du concept particulier et celui du concept singulier. Ces trois moments sont absolument immanents les uns aux autres dans l'unité indéchirable du concept. Mais si l'idée est nette, elle demande à être examinée et discutée de près avant de pouvoir être [...] traduite en pensée d'une structure mathématique susceptible de fournir la base d'un véritable formalisme logique<sup>56</sup>.

Autrement dit, bien que le Concept hégélien possède une « architecture quasi mathématique<sup>57</sup> », sa formalisation ne va évidemment pas de soi, dans la mesure où le concept hégélien a « ses différences conceptuellement *au-dedans* de lui-même<sup>58</sup> ». Or voilà quelle est la véritable difficulté qui surgit de cette dimension : manque à la triplicité hégélienne Universel/Particulier/Singulier, par laquelle le concept est toujours unité-totalité, *le terme nul*, celui qui serait assimilable au zéro ou au vide, c'est-à-dire algébriquement le *résultat de l'intersection de deux termes complémentaires*, apte à capter le moment strictement négatif de ces « différences » immanentes au concept. D'où une décision théorique décisive :

---

d'une stratégie datant de 1963, qui consiste à affaiblir la négation classique au profit d'une négation « paraconsistante » permettant, sans produire la rédhibitoire contradiction, l'*affirmation d'une proposition P* et celle de sa négation  $\sim P$ , le symbole  $\sim$  désignant la négation paraconsistante : cf. Da Costa 1997, « Appendice 1 : La logique paraconsistante », p. 237 et suiv.

53. Cf. aussi Dubarle, 1970.

54. Doz et Dubarle, 1972, p. 115.

55. *Ibid.*, p. 116-7. Nous soulignons.

56. Doz et Dubarle, 1972, p. 132.

57. Doz et Dubarle, 1972, p. 122.

58. *Ibid.*, p. 134.

Mais pour qu'une mathématique logiquement exploitable de l'unité et de ses moments internes puisse avoir lieu, il semble indispensable que la pensée s'adjoigne cette terminaison conceptuelle vide qui désigne le « néant abstrait » (*abstrakte Nichts*), ainsi que le dit Hegel, jouant fonctionnellement le rôle du zéro. [...] C'est cette adjonction d'un terme nul [...] que, contre Hegel (il ne faut pas s'en cacher) l'on va postuler ici pour libérer la puissance de formulation mathématique que l'enseignement hégélien contient en lui, mais comme à l'état paralysé<sup>59</sup>.

D'où le passage de la triplicité à la quadruplicité Universel/Particulier/Singulier/terme nul. Ce dernier est noté  $\Lambda$ , la quadruplicité elle {U,P,S, $\Lambda$ }.  $\Lambda$ , considéré comme antinomique avec la totalité, est « à sa façon » posé *comme moment et terminaison du concept*. Du reste, les auteurs insistent sur deux choses : d'une part, Hegel aurait lui-même senti la nécessité de ce « doublement », renvoyant à l'auto-différenciation, c'est-à-dire l'auto-dualisation de l'Universel abstrait. À l'appui le passage suivant (c'est nous qui ajoutons entre crochets les lettres du quadruplet {U,P,S, $\Lambda$ }, à des fins de clarté) :

Cette négativité, entendue comme la contradiction se sursumant, est l'établissement de l'immédiateté première, de l'universalité simple ; car c'est immédiatement que l'autre de l'autre, le négatif du négatif, est le positif, l'identique, l'universel. Ce second immédiat [S], si après tout l'on veut compter les moments est dans la totalité du circuit dialectique le troisième moment par rapport au premier immédiat [U] et au moment médiateur [P]. Mais il est aussi le troisième moment vis-à-vis du premier négatif ou négatif formel [P] et de la négativité absolue ou second négatif [ $\Lambda$ ]. Dans la mesure où maintenant ce premier négatif est déjà deuxième terme, alors celui qui est compté comme troisième [S] peut aussi être compté comme quatrième et la forme abstraite être prise comme quadruplicité au lieu de l'être comme triplicité. De cette façon le négatif ou la différence est compté comme une dualité<sup>60</sup>.

$\Lambda$ , terme nul, est donc la « négation absolue » dans le texte. C'est cette quadruplicité qui va organiser la nouvelle formalisation, laquelle est préparée par une « schématisation ». Mais le futur formalisme, tout en se fondant sur cette quadruplicité, devra néanmoins coller au plus près du sens dialectique de cette auto-différenciation, c'est-à-dire du fait que

la différence de l'universel [...] doit être intérieure à l'universel et non se prendre en dehors de celui-ci<sup>61</sup>.

Notons que si Dubarle justifie, contre Hegel, la formalisation de cette schématisation, il ne choisit pas pour autant n'importe quelle structure conceptuelle de la *Science de la logique* : des modalités du dialectique que sont le *passage* (Être), la *réflexion* (Essence) et le *développement* (Concept),

59. *Ibid.*, p. 135.

60. Hegel, 1812, *Doctrine du Concept*, « L'Idee absolue », p. 383.

61. *Ibid.*, p. 147.

c'est la troisième (l'auto-dépassement de l'universel dans le singulier par la médiation du particulier) qu'il retient, arguant de son universalité supérieure par rapport aux autres. Nous pouvons maintenant donner un aperçu synthétique du système formel que les auteurs instituent sur ces bases, et qui va fixer avec certaines contraintes, d'abord dans leur « schématisation » puis dans leur « formalisation », l'expression des opérateurs dialectiques homologués aux transitions conceptuelles majeures de la *Science de la logique*, avec au centre l'auto-négation et l'*Aufhebung*.

## 2. La schématisation

Formaliser une transition dialectique nécessite une double opération, correspondant à l'effectivité *du négatif dialectique* et à celle de l'*auto-différenciation* de l'universel abstrait. Une transition inclut donc une *négation* opposant par exemple  $A$  à son autre  $A'$ , et un rapport *interne* à  $A$  entre ce qui est conservé et ce qui est dépassé. Il y a deux transitions dialectiques mettant en jeu  $\{U, P, S, \Lambda\}$  : pour les objectiver, Doz et Dubarle, commencent par « schématiser » le dispositif, c'est-à-dire en tracer les relations générales, épurées, dites « algébrico-logiques »<sup>62</sup>, ce qui donne la charpente suivante :

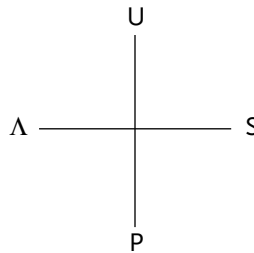


Figure 1 La quadruplicité

où  $U' = P$  et  $\Lambda' = S$  : les relations horizontale et verticale figurent la négation classique (complémentation).

La première transition est celle qui va de l'universel abstrait au particulier : c'est une opération double, moment de négation, de scission interne de l'universel  $U$ , qui le distribue en son contradictoire logique  $P$ , et le suspend simultanément dans le terme nul  $\Lambda$ . Elle se note  $U \rightarrow (\Lambda, P)$  :

62. Doz et Dubarle, 1972, p. 159, auquel nous reprenons tous les schémas qui vont suivre, excepté le dernier.

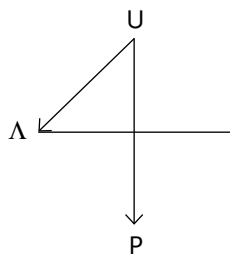


Figure 2  $U \rightarrow (\Lambda, P)$

La seconde transition, elle, va du particulier à l'universel concret, noté  $(\Lambda, P) \rightarrow S$ :

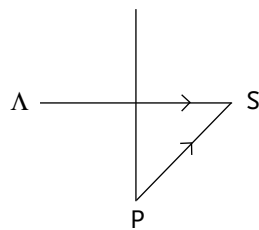


Figure 3  $(\Lambda, P) \rightarrow S$

Dans les termes généraux des moments du Concept, la figure du singulier accompli est ainsi :

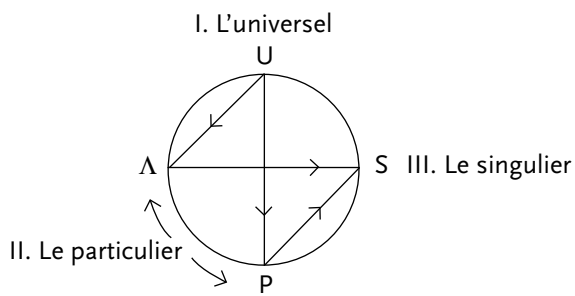


Figure 4 Schéma global de l'Aufhebung

Les jeux de ces triplicités enchevêtrées dans la quadruplicité primitive traduisent pour Dubarle le fait que le Concept, qui est  $Un$ , peut être considéré, « bien que de façon extrêmement triviale en sa détermination explicite, [comme] une entité *mathématique*<sup>63</sup> ». Ces « schémas », ces épures, doivent maintenant être formalisés.

63. Dubarle, 1970, p. 125.

### 3. La formalisation

Associer la logique classique et l'essentiel de « l'économie interne » du procès de l'*Aufhebung* conduit les auteurs à instituer un système formel qui est une extension de la logique classique des *termes* (de style Boole-Schröder), et non directement de la logique des propositions et celle des prédicats qu'ils estiment inadéquates à l'esprit de la logique hégélienne : celle-ci est une logique *du concept*, pas de la distribution de valeurs de vérité, et plus précisément une logique du mouvement de sa structure interne. D'où l'intérêt porté seulement sur les extensions et les intersections (au sens large) des termes. Le langage, la définition des formules par un nombre fini de clauses récursives, et le jeu d'axiomes<sup>64</sup> et de règles d'inférences choisis, relèvent spécifiquement de la logique propositionnelle, de la logique booléenne et de la logique ultra-booléenne (dans l'ordre de complexité)<sup>65</sup>.

#### i. Éléments syntaxiques

Cette *logique des termes notionnels* contient donc d'une part des *termes* spécifiques :

$\Lambda$  : terme nul

$V$  : Univers du discours.

$U$  et  $P$  : universel, particulier.

$A, B, C$ , etc. : *termes indéterminés* (classes, ensembles, concepts, etc.).

D'autre part, aux opérateurs logiques usuels (union, intersection, complément, différence symétrique) sont ajoutés *deux nouveaux opérateurs* monadiques :

$\Delta$ , opérateur dit « d'abstraction »

$\nabla$ , opérateur dit de « déposition »

tels que

$$\Delta \nabla A = \nabla \Delta A = A$$

Ces opérateurs sont strictement complémentaires. L'idée générale est que tout terme conceptuel indéterminé doit être compris comme rassemblant quelque chose qui relève de la constante  $U$ , et quelque chose qui relève de la constante  $P$ . On définit ainsi deux nouvelles opérations assimilables à des opérations générales d'*abstraction*, séparant dans le terme  $A$  ce qui relève de ces deux couches conceptuelles respectives, et inverses l'une de l'autre :  $\Delta A$

64. Des axiomes spécifiques sont ajoutés à ceux de la logique propositionnelle et de la logique booléenne retenus.

65. Cf. les détails de Doz et Dubarle, 1972, p. 148-51, et la présentation de l'alphabet, la syntaxe, l'interprétation, les définitions, les schémas axiomatiques et les règles de déduction, de ce système formel, p. 159-65 ; le tout développe Dubarle, 1970, p. 119-24 et 143-7. Nous nous contentons ici de l'essentiel.

désigne l'opération représentant le moment d'universalité U de A, appelée « abstraction » au sens strict, alors que  $\nabla A$  désigne l'opération représentant le moment de particularité P de A, appelée « déposition » au sens strict. On note A' le complémentaire de A : par définition, les opérations  $\Delta A$  et  $\nabla A$  sont des processus « relativisés » à A, d'où l'introduction par les auteurs d'une règle opératoire complémentaire, dite de « *relativisation* ». Dès que l'on considère une opération dans le cercle d'un terme A précis, comme la négation d'un terme X, celle-ci s'opère par « relativisation à A » par l'opération

$$A \cap X'$$

Techniquement, le système est une algèbre ultra-booléenne de rang 2, dont la structure est la plus simple des algèbres ultra-booléennes<sup>66</sup>, extension *consistante* de la logique booléenne. Voilà pour la mise en situation du « formalisme logico-mathématique » « dérivé du système hégélien »<sup>67</sup>.

Déroulons maintenant les rapports essentiels entre les opérateurs. D'une part :

$$\begin{aligned}\nabla A &= A \cap (\Delta A)' \\ &= A \cap (A \cap U)' \\ &= A \cap (A' \cup U') \\ &= A \cap (A' \cup P) \\ &= A \cap (\Lambda \cup P) \\ &= (A \cap \Lambda) \cup (A \cap P) \\ &= \Lambda \cup (A \cap P) \\ \text{D'où : } \nabla A &= A \cap P\end{aligned}$$

66. Retenons ici qu'un ensemble E possède une *structure d'algèbre de Boole* est munie de deux lois de composition interne associatives et commutatives notées + et  $\times$ . Les lois + et  $\times$  sont distributives l'une par rapport à l'autre et admettent un élément neutre (0 et 1 respectivement); tout élément de E est idempotent pour chaque loi:  $x + x = x$  et  $x \times x = x$ ; tout élément x de E possède un unique élément, dit *complémenté* ou complémentaire de x, noté parfois généralement Cx,  $\bar{x}$ , ou encore (comme ici) x', vérifiant la loi du *tiers exclu*:  $x + x' = 1$  et le principe de *contradiction*  $x \times x' = 0$ . Dans cette algèbre, on peut écrire  $x' = 1 - x$ . Une telle algèbre de Boole contient les lois de De Morgan:  $\Re(A \vee B) \Leftrightarrow \Re A \wedge \Re B$ ,  $\Re(A \wedge B) \Leftrightarrow \Re A \vee \Re B$  (le « ou » est ici inclusif: il *contient* le « et »  $\wedge$ ). Le préfixe « ultra » rajouté sert à rappeler que cette nouvelle algèbre est une *extension* du formalisme initial.

67. Doz et Dubarle, 1972, p. 148.

D'autre part :

$$\begin{aligned}
 \Delta A &= A \cap (\nabla A)' \\
 &= A \cap (A \cap P)' \\
 &= A \cap (A' \cup P') \\
 &= A \cap (A' \cup U) \\
 &= A \cap (\Lambda \cup U) \\
 &= (A \cap \Lambda) \cup (A \cap U) \\
 &= \Lambda \cup (A \cap U) \\
 \text{D'où : } \Delta A &= A \cap U
 \end{aligned}$$

$\Delta A$  et  $\nabla A$  sont donc bien respectivement le moment d'universalité et le moment de particularité de  $A$ . On a ainsi deux égalités fondamentales :

$$\begin{aligned}
 \Delta A \cup \nabla A &= A \\
 \Delta A \cap \nabla A &= \Lambda
 \end{aligned}$$

$\Delta A$  et  $\nabla A$  vont ainsi former le couple de moments logiques conjugués et opposés, couple qui fournit un modèle logique de « contradiction » interne à un concept  $A$ .

ii. *Expression formelle des transitions conceptuelles*

On peut maintenant réécrire la première transition  $U \rightarrow (\Lambda, P)$  en  $\Delta A \rightarrow (\Lambda, \nabla A)$ , avec le schéma suivant :

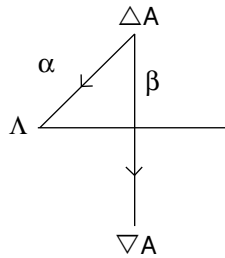


**Figure 5** Formalisation de la première transition conceptuelle

Cette transition repose sur deux opérateurs  $\alpha$  et  $\beta$ , respectivement de « déposition » et de négation, tels que, dans les termes du schéma initial,

$$\begin{aligned}
 \alpha U &= \Delta U = \Lambda \\
 \beta U &= U' = P
 \end{aligned}$$

Ce qui donne ici

$$\text{déposition}^{68} \\ \alpha \Delta A = \nabla (\Delta A) = \Lambda$$

*complémentation-négation de  $\Delta A$  relativisée à  $A$*

$$\beta \Delta A = A \cap (\Delta A)' = A \cap P$$

La seconde transition  $(\Lambda, P) \rightarrow S$  se réécrit elle en  $(\Lambda, \nabla A) \rightarrow A$ :

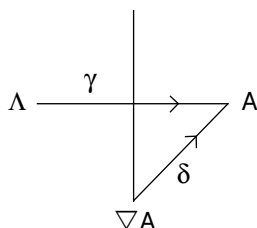


**Figure 6** Formalisation de la seconde transition conceptuelle

Cette fois, la transition se décompose en ces deux opérateurs  $\gamma$  et  $\delta$ , respectivement de négation et de « relèvement », tels que, dans le schéma initial,

$$\gamma \Lambda = \Lambda' = S \\ \delta P = (\nabla P)' = P \cup U = S$$

D'où ici:

$$\text{complémentation-négation de } \Lambda \\ \gamma \Lambda = \Lambda' = A$$

$$\text{relèvement relativisé}^{69} \text{ à } A \text{ de } \nabla A \\ \delta \nabla A = A \cap (\nabla A)' \\ = A \cap (A \cup U) = A \text{ (par absorption)}$$

On a donc:

$$\gamma \Lambda = \delta \nabla A = A$$

Or par définition  $\Delta A \cup \nabla A = A$ , *id est*  $P \cup U = S$ . Déposition et relèvement amènent bien à la totalisation des moments logiques du concept en l'universel concret qu'est le singulier  $A$ . Le relèvement se définit donc par la *négation d'une déposition* (en l'occurrence, la particularisation de la négation de l'universel concret), c'est-à-dire, ici, *négation relativisée à  $A$*  (*c'est-à-dire négation déter-*

68. En effet, du fait que  $\nabla U = U \cap P$  (dont on sait déjà que c'est égal à  $\Lambda$ ), on obtient:  
 $\alpha \Delta A = \nabla (A) = \nabla (A \cap U)$

$= (A \cap U) \cap P = (A \cap P) \cap (U \cap P) = (A \cap P) \cap \Lambda = \Lambda$

69. La justification de cette définition de  $\delta$  n'est pas claire chez les auteurs. Question à creuser.

*minée) de la négation de l'universel par le particulier. L'articulation entre « déposition » et « relèvement » fournit ainsi un modèle logique de l'*Aufhebung*.*

### III. Le pullback de l'*Aufhebung*, et le destin formel du négatif

Maintenant qu'est présenté l'essentiel du dispositif, on peut énoncer la chose suivante : ce modèle logique de l'*Aufhebung* semble littéralement reformulable dans l'idiome catégoricien, ce qui n'est pas sans être paradoxal, puisque cela pourrait indiquer que, formellement parlant, les deux dialectiques de Hegel et de Lautman n'ont pas de différence essentielle, alors qu'on a vu en I que c'est le cas. Ce qui suit vise donc d'une part à attester de cette possibilité de traduction en en esquisant quelques éléments, et à dérouler les implications de cette traductibilité. Nous comptons par avance sur les lecteurs intéressés pour qu'ils nous aident ensuite à approfondir la chose, en quelque sens que ce soit — donc aussi qu'ils nous remettent dans le droit chemin si cette esquisse ne tient pas la route.

#### A. L'*Aufhebung* « à la catégoricienne »

Les transitions conceptuelles fondées sur la négativité reviennent au jeu entre trois pôles, ceux de l'Universel, du Particulier et du singulier, et d'une négativité elle-même relue comme une dualité : le système d'objets et de foncteurs est une « quadruplicité » dont les relations peuvent se traduisent aisément en pullback. Certes, celui-ci n'est qu'une construction universelle parmi d'autres, mais, d'une part, pour reprendre R. Goldblatt,

The pullback is a very important and fundamental mathematical notion, that incorporates a number of well known constructions. It is certainly the most important limit concept to be used in the study (and definition) of topoi<sup>70</sup>.

D'autre part, c'est le type de construction auquel se prête le plus immédiatement le dispositif de Doz-Dubarle. La configuration de la figure 4 « Schéma général de l'*Aufhebung* » peut en effet se présenter sous la forme suivante :

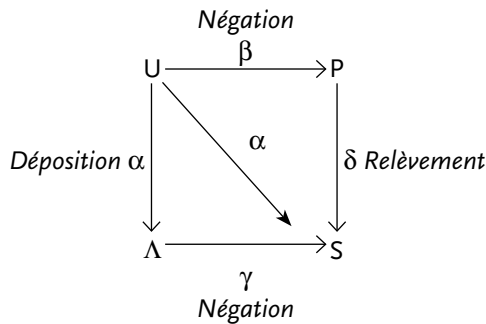


Figure 7 Le pullback de l'*Aufhebung*

70. Goldblatt, 1984, p. 64.

Ce diagramme explicite le produit fibré au-dessus de S :

$$U = \Lambda \times_S P$$

Ce produit est le « pullback » des flèches  $\delta$  et  $\gamma$ , où U est l'objet initial et S l'objet central. Soit  $A : U \rightarrow S$  pour « Aufhebung ». On a donc

$$\delta(\beta(U)) = \gamma(\alpha(U)) = S.$$

C'est-à-dire :

$$A = \gamma \circ \alpha = \delta \circ \beta$$

Le carré est bien *commutatif*.

*Résultat* : le pullback de A proposé pour  $\{\triangle A, \nabla A, A, \Lambda\}$  moyennant relativisation à A de  $\{U, P, S, \Lambda\}$  et  $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ , est le pullback de l'*Aufhebung* par lequel s'opère le *développement* dialectique du terme (ou concept) A.

Une question « sémantique » : quid des domaines et codomaines ?

Au début de la schématisation Doz et Dubarle écrivent que

[il] est bien entendu que ces quatre terminaisons ou moments logiques ne constituent toutes ensemble qu'*un seul* Concept, la question de l'intériorité ou de l'extériorité mutuelle des divers moments du Concept étant pour le moment hors de propos et neutralisé<sup>71</sup>.

Corrélativement, on sait que le schème dialectique (de la schématisation) vaut pour tout terme conceptuel. Il faut donc, au niveau sémantique, combiner cette universalité, et à la fois l'intériorité *conceptuelle* des moments, et leur nécessaire extériorité *technique*. Pas nécessairement pour statuer sur la *nature* mathématique à attribuer à U, P, S et  $\Lambda$ , mais au moins pour expliciter leurs domaines et co-domaines, afin que ce rapprochement ne soit pas simplement suggestif. Les vertus de l'abstraction, des procédés de représentation et de hiérarchisation de modèles permis par la théorie des catégories font qu'une catégorie est avant tout un univers du discours mathématique spécifié par la présence en lui d'un certain type d'objets et un certain type de fonction ou application entre ces objets<sup>72</sup>, l'essentiel n'étant pas la nature de ces éléments, mais la *façon dont ils se comportent entre eux*, s'opposent, s'impliquent ou se composent, etc.

A, B, C, etc. sont des « notations d'indéterminées », des termes indéterminés quelconques, « dont la nature est caractérisée suivant le rang de la logique des termes envisagés<sup>73</sup> », détermination insuffisante au niveau sémantique. Au sens large,  $\{U, P, S, \Lambda\}$  sont donc des constantes logiques et  $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$

71. Doz et Dubarle, 1972, p. 155.

72. Cf. Goldblatt, 1984, p. 23.

73. Doz & Dubarle, 1972, p. 161. Les quelques développements complémentaires donnés sur cette idée ne sont pas parlants.

des foncteurs *invariants par relativisation*, de l'*Univers des termes*. Si ce diagramme de la fig. 7 fait sens pour ce qu'on pourrait appeler la catégorie générale des *concepts dialectiques*, synonyme d'« Univers des termes », ses *objets* sont ces « *moments* » ou *pôles conceptuels*, et les *morphismes* ces « *transitions conceptuelles* ». Qu'en est-il alors des domaines et co-domaines des objets et foncteurs? Un élément important nous est donné: une propriété élémentaire fixée dans le système (par voie axiomatique au besoin)<sup>74</sup>, c'est:

$$\Delta A \subset A$$

où  $\subset$

généralise, en l'appliquant aux termes notionnels présentement envisagés, la notion de la relation d'inclusion booléenne. On continuera d'appeler cette relation *relation d'inclusion*<sup>75</sup>.

On a logiquement aussi  $\nabla A \subset A$ . Rappelons que  $\{\Delta A, \nabla A, A, \Lambda\}$  sont des moments-pôles de A en tant que complètement développé (*i.e.* S relativisé à A): A est donc à la fois la totalité du diagramme en tant que résultat d'une composition d'applications, c'est-à-dire son *objet central*, et un pôle du diagramme. A est donc un « pôle-objet but », par rapport auquel les trois autres pôles, qui au sens large sont les *domaines d'opérativité* des foncteurs, des pôles, sont assimilables à des *sous-objets*, en vertu de cette relation généralisée d'inclusion. Les pôles sont à la fois argument et domaine de définition des foncteurs: le domaine est tout autant l'*input*, l'argument, et le co-domaine tout autant l'*output*, la *cible* (*target*). Si l'on considère par exemple (cf. fig. 7)

$$\nabla A \xrightarrow{\delta} A$$

Ici le pôle-domaine  $\nabla A$ , pôle de particularité de A, est donc en vertu de la proposition  $\nabla A \subset A$  assimilable à un « sous-ensemble » du codomaine A, donc à un *sous-objet* de A, ce qui implique que  $\delta$  est injectif.

En résumant et généralisant, on voit bien ici qu'un enjeu central de cette détermination sémantique, c'est l'établissement précis des propriétés *mathématiques* des foncteurs. Comme la conceptualité dialectique est une conceptualité *qualitative*, et en raison de cette relation d'inclusion généralisée, on pourrait éventuellement penser à une traduction topologique du dispositif. On revient sur d'autres aspects de cette indétermination au § C ci-dessous.

## B. La piste Lawvere

Lawvere a toujours manifesté un puissant intérêt, qui ne s'est jamais démenti, pour une tentative consonante de formalisation catégorique de l'unité et

74. *Ibid.* p. 154.

75. *Ibid.*, p. 161.

identité des opposés (*unity-and-identity-of-opposites*), c'est-à-dire de l'*Aufhebung*. En 1991, dans l'article «Some Thoughts on the Future of Category Theory», il écrit:

Unity-and-identity-of-opposites, the *Aufhebung* relation between two such within a given unity: this is a [...] proposed philosophical guide<sup>76</sup>.

La «formulation mathématique spécifique» de l'*Aufhebung* qu'il vise passe par la clarification de la dimensionnalité en général et des infinitésimaux en particulier, le but étant de capter certains rapports de l'être et du devenir (*Being and Becoming*), dont on a vu en première partie qu'ils sont chez Hegel, à la source, de l'auto-altération par contradiction interne de l'Un-Être. À partir de l'idée que l'uni-dimensionnalité et la connexion sont des concepts philosophiques, il propose d'interpréter la connexion d'un espace arbitraire donné dans les termes du «niveau minimal» et «hégélien» des «figures» situées dans cet espace. En résumé, l'Être devient pour lui une catégorie stratifiée en «niveaux» (*levels*), c'est-à-dire une échelle de niveaux (comme l'évoque F. Zalamea dans la citation du début de section) qu'il propose d'identifier aux dimensions, pour ensuite «*determine what the general dimensions are in particular examples*<sup>77</sup>». Chaque niveau étant alors la donnée de deux catégories et d'un morphisme «descendant» (*downward*) de la première (large) vers la seconde plus petite et munie de deux opérateurs adjoints tels que

Such a pair of categories and triple of functors is a unity-and-identity-of-opposites (UIO) in the sens that the big category unites the two opposites subcategories which in themselves are identical with the smaller category<sup>78</sup>.

Voilà pour l'orientation technique générale (nous laissons ici au lecteur le loisir d'approfondir les développements et précisions qu'en donne Lawvere), où l'on voit bien aussi que la question sémantique est centrale. Nous pousserons plus avant nous-mêmes l'étude en d'autres lieux, en particulier la détermination du degré d'affinité mathématique que le dispositif de ce dernier peut entretenir avec le pullback proposé ci-dessus.

### C. Questions laissées en suspens

#### *Pullback dans une catégorie, ou entre catégories?*

Dans la lignée de ce qui précède, on peut dire que l'une des questions qui se pose est celle de savoir si l'on a affaire, précisément, à un pullback dans une catégorie ou d'un pullback entre catégories distinctes. Le pullback est dans

76. Lawvere, 1991, p. 8. Nous remercions ici Richard Pressanti, étudiant toulousain mathématicien-philosophe, de nous avoir fait découvrir ce texte en 2007 et motivé à mettre le nez dans les rapports entre dialectique et théorie des catégories.

77. Doz et Dubarle, 1972, p. 9.

78. *Ibid.*, p. 6-7.

un topos chez Goldblatt, alors que chez Lawvere la question se pose plus en termes de foncteurs adjoints entre des catégories. Il est essentiel de voir qu'en l'état le pullback tiré du dispositif hégélien formalisé est en fait à mi-chemin entre la métaphore et un véritable début de formalisation : rien chez Hegel ni chez Doz-Dubarle ne peut vraiment aider pour répondre à cela. En hégélien on pourrait répondre que le pullback est à l'intérieur d'une même catégorie, dans la mesure où le dispositif tente d'explicitier le comportement dialectique de l'auto-négation d'un même concept. Mais cela ne serait pas une réponse de logicien ou de mathématicien, ni de philosophe, mais plutôt... d'apprenti-sorcier.

D'un autre point de vue, on peut voir très clairement dans cette indétermination l'état même de la question de la signification ou de la pertinence « sémantique » de l'opération de formalisation : il nous semble que justement seul le passage au formel peut trancher, au sens où le plan philosophique lui-même n'apparaît pas comme le lieu pertinent de la décision. D'un autre point de vue et corrélativement, la question de savoir si c'est, techniquement parlant, à l'intérieur d'une catégorie ou entre des catégories que la chose se joue reste pour cette raison totalement ouverte : l'étude initiée ici mérite d'être dûment approfondie pour qu'elle donne prise à une décision digne de ce nom.

En d'autres termes, l'essentiel ici, pour nous, était de contribuer à poser un problème — les formalisations de la dialectique manquent-elles ou non le noyau conceptuel principal qu'elles s'efforcent de capter ? — et d'en cerner les premières implications, et non de tenter prématurément, en l'absence des outils adéquats, de le résoudre.

### *Où tout cela a-t-il lieu ? Du problème logico-mathématique au problème philosophique*

Ce problème du statut, des contraintes et de la signification logico-mathématique de la « traduction » du système de Doz et Dubarle dans le cadre catégoricien, et même dans le cas d'une « simple » affinité de structure reposant sur la traduction de l'*Aufhebung*, par une configuration à quatre éléments, est un problème essentiellement *logico-mathématique*, portant, pour faire bref, sur les rapports précis que peuvent entretenir les deux systèmes formels. Ce qui n'est pas à confondre avec le *problème philosophique* de la formalisation même de l'*Aufhebung* et de la capacité de la première à capter le noyau rationnel de la seconde.

En ce qui concerne le premier problème, en vertu même des limites du présent travail, on peut du moins tenter de généraliser sa portée avec l'alternative suivante. Esquisser la traduction du système de Doz-Dubarle, qui est une algèbre ultra-booléenne, en théorie des catégories implique-t-il que nous soyons face à un pullback dans la catégorie particulière des algèbres ultra-booléennes ? Cela reviendrait logiquement à *intégrer* ce système dans la théorie des catégories, la traduction du premier dans la seconde étant alors

seulement une reformulation en local. Autrement dit, si l'on peut voir dans le dispositif une « catégorie » à quatre « objets »  $\{U, P, S, A\}$  et à une « propriété universelle » délimitée par ses quatre « foncteurs »  $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ , peut-être est-il simultanément nécessaire de voir, ce qu'indiquerait la systématité des guillemets, qu'on a simplement affaire à une simple *façon de parler*, de présenter les choses : auquel cas la seule chose tangible ici, en l'absence de caractéristiques précises supplémentaires, ce serait cette « affinité » générale *descriptivement parlant*, de structure (et donc l'absorption possible du premier dans la seconde). Mais si au contraire l'on considère le système de Doz-Dubarle et la théorie des catégories comme deux cadres distincts, ce n'est pas en termes d'*intégration* que le problème se pose : la traduction n'est pas alors une « reformulation », mais plutôt une opération générale de *mise en équivalence*, et dans ce cas il faut *démontrer* l'*exactitude* de l'équivalence (comme pour toute affirmation d'équivalence entre deux systèmes formels distincts). Ce qui impliquerait alors, entre autres, que la théorie des catégories n'est pas considérée comme un langage universel, mais plutôt comme une théorie parmi d'autres, ce qui est une thèse, et non une évidence. En tous cas, dans les deux cas, un approfondissement technique et conceptuel conséquent sera nécessaire.

*Mais le plus important ici à nos yeux est que les acquis, aussi minimes soient-ils, de cette analyse du problème logico-mathématique éclairent notablement le problème philosophique.*

#### D. Retour final sur la dualité : le sort fait au négatif

En effet, au niveau « technique » où nous en sommes arrivés, cette affinité de structure, cette traductibilité « grossière » du dispositif de Doz-Dubarle dans l'idiome catégoricien montre la chose suivante : du point de vue des formalisations respectives, effectuées ou esquissées, du noyau de leurs dialectiques respectives, *rien ne permet de façon tangible de séparer ou distinguer Hegel de Lautman*. Cette convergence n'a rien d'anodine et exige une première distinction essentielle, qui est la suivante : que philosophiquement Hegel et Lautman se séparent sur l'*origine* de la dualité (avec toutes les conséquences *philosophiques* que l'on a évoquées ou qui pourraient l'être) n'empêche pas qu'ils *travaillent tous les deux de facto avec la dualité*, dont la quadruplicité de l'*Aufhebung* revisitée comme du dispositif catégoricien est évidemment un produit dérivé, et dont la bivalence classique est bien l'indice probant.

La fin de citation ci-dessus de Hegel dit bien :

Le négatif ou la différence est compté comme une dualité.

Tout est là : *c'est l'hypothèse seule de ce choix qui permet de formaliser Hegel et de l'apparenter à Lautman, et qui rend possible cette convergence « catégoricienne »*. Mais en second lieu, conceptuellement parlant, être « strictement » hégélien et non platonico-lautmanien — on l'a vu en conclusion

du I — *implique justement de ne pas compter le négatif comme une dualité*<sup>79</sup>.

D'où, en l'état, la permanence d'un hiatus irréductible entre les deux ordres (le formel et le dialectique), bien que celui-ci soit substantiellement réduit : la convergence (de près ou de loin) des deux entreprises de formalisation *repose sur une décision inaugurale de Doz et Dubarle qui va contre Hegel* puisque celui-ci a toujours défendu cette irréductibilité de l'ordre conceptuel spéculatif (dialectique) à toute captation technique (analytique), aussi sophistiquée soit-elle. Ce hiatus peut indiquer, de ce fait, que la formalisation de l'*Aufhebung* *manque purement et simplement l'Aufhebung*, conclusion qui serait celle de Hegel, pour qui l'entendement analytique est justement ce qui ne comprend pas qu'une logique conceptuelle *autre et qualitativement distincte* œuvre au-delà de lui. Mais d'un autre côté on pourrait imaginer dire que l'exercice de la formalisation, et plus largement le travail logico-mathématique, dans son « exactitude », *ne porte pas sur l'origine*. Doz et Dubarle écrivent qu'il faut

remarquer expressément que la façon la plus essentielle d'être rationnel dans la condition quantitative qu'il ne peut éviter, c'est, pour un langage humain, de donner lieu à une logique mathématique<sup>80</sup>.

ce par quoi il faut entendre logique mathématique *classique*. Or « classique » rime en dernière instance avec « dualité ». Reste donc le problème-énigme fondateur : même avec la dialectique hégélienne, on retombe ici, certes pas directement sur la bivalence, mais bien sur ce qui semble être encore et toujours la *nécessité d'un primat de la dualité*. Donc, s'il y a un présupposé commun et transversal à questionner encore et toujours, avec et au-delà de Lautman, aux plans philosophique, mathématique, mais aussi anthropologique voire psycho-cognitif, c'est bien ce principe millénaire de la dualité, qui semble bien être, pour reprendre la formule de J.-M. Salanskis, une « énigme » et non un concept, c'est-à-dire une énigme ouverte à une pluralité de conceptualisations.

### « Conclusions » : quelques enjeux du chantier

Cette étude est une invitation, et non une conclusion, dont on peut retenir les issues suivantes.

- i. Les formalisations de la dialectique s'effectuent respectivement, en partie contre l'esprit de Lautman, totalement contre celui de Hegel, comme le savent bien les auteurs — on l'a vu — leur démarche va

79. Certes, mathématiquement parlant, la « dualité » peut recevoir une multitude de traductions : on peut donc toujours imaginer qu'une forme logique ou mathématique de la dualité soit à même de traduire *dans sa singularité* le processus dialectique d'auto-négation. Mais, en l'occurrence, la forme choisie par Doz et Dubarle n'y parvient pas.

80. *Ibid.*, p. 116-7.

« contre Hegel (il ne faut pas s'en cacher)<sup>81</sup> ». Cette différence de degré entre Lautman et Hegel tient selon nous, en dernière instance, à ce qui les sépare : leurs conceptions respectives de *l'origine de la dualité : primitive* chez Lautman reprenant Platon, *dérivée* de l'Être-Un chez Hegel.

- ii. Il y a néanmoins un premier grand mérite à ces formalisations : celui de réduire en partie la difficulté flagrante chez Hegel, moins décelable chez Lautman, mais bien réelle dans les deux cas, qui tient à ce que leurs métadiscours dialectiques entendent, d'une façon ou d'une autre, *récupérer* en leur ordre le sens de ce que les sciences positives livrent, et maintiennent donc en place, un *double régime de vérité*. Ces formalisations jettent donc un pont direct entre philosophie et science, en « lissant », bien que l'entreprise soit délicate, complexe et en tension pour les deux régimes de rationalité, et à la condition de se fonder sur une *interprétation dualisante de la négativité hégélienne* au niveau *fonctionnel*, au prix de son sens *originel*, pour le système formel.
- iii. Mais il reste que cette expérience de *logicisation-mathématisation de la dialectique* constitue bien un véritable *retournement de situation* « dramatique » pour la dialectique, qui semble bien témoigner d'une violence herméneutique au coût élevé. Rappelons un point essentiel : *l'indétermination* dialectique de l'Idée-couple. Vouloir donner de « l'exactitude » par une traduction technique de la problématique lautmanienne, comme on peut le suggérer en catégoricien, n'est-ce pas comme avec Hegel *vouloir l'exactitude là où elle ne peut pas être*, n'est-ce pas prétendre *déterminer* ce qui justement *ne peut pas l'être* ? Certes, si l'on à l'esprit que la théorie des catégories se présente aussi comme *alternative* à l'ensémbliste dominant, comme nouveau schème fondationnel des mathématiques, il est certain qu'elle intervient bien en un registre comparable à celui de Lautman. Mais si l'on s'autorise à cette traduction dans un schème ainsi technico-fondationnel, alors il faut prendre la mesure de ce que ce dernier est clairement plus qu'une théorie logico-mathématique parmi d'autres (aussi large soit-elle) dominée par l'exigence « d'exactitude technique ». Ce qui transfère à son sujet le problème du statut et de la nature des formalisations évoquées : théorie-cadre, théorie-discours, elle devient alors *méta-théorie* et entre de plein pied dans le champ des conceptualisations partiellement méta-techniques, hybrides, qui doivent être examinées comme telles, et dans toute l'ampleur des difficultés que pour cette raison elles soulèvent<sup>82</sup>.

81. *Ibid.*, p. 135.

82. Cette enquête passera nécessairement par *Logique des mondes* (2006) d'A. Badiou. Formaliser l'indéterminé est éminemment paradoxal, or il se trouve que c'est bien ce que semble

- iv. Terminons en tempérant ces enjeux et ce « risque ». Nous ne doutons aucunement de la richesse de la formalisation de Doz et Dubarle, de l'acuité et de la fécondité du programme de Zalamea, ni non plus de l'envergure et de la stimulation du *Logique des mondes* de Badiou. La question n'est sûrement pas aussi « grave » qu'on peut sembler le dire : il est historiquement notoire, rassurant, et indispensable que de tels franchissements de limites, entre petites trahisons et grandes fidélités (ou l'inverse), s'opèrent sous le sceau de l'excitation. L'essentiel est de rester ensemble, que l'on soit mathématicien ou philosophe, lucides sur les enjeux et les implications de l'opération : indiquer les difficultés ou les apories que ces franchissements rencontrent ne signifie aucunement les délégitimer, mais bien au contraire pour nous participer à leur développement.
- v. De ce point de vue là, approfondir le problème logico-mathématique exigera de lever une série d'indéterminations, pointées dans la section III de la seconde partie, et, en particulier, de clarifier le *type* de « traduction » du système de Doz et Dubarle dans le cadre catégoricien. La traduction est-elle une *intégration* du premier, moyennant reformulation dans le second, ou mise en « équivalence » des deux ? Question portant en réalité sur les *statuts* respectivement accordés aux deux dispositifs. Trancher sur ce point névralgique nécessitera de préciser la sémantique propre de la formalisation de Doz et Dubarle, pour progresser dans les caractéristiques proprement mathématiques de ses « foncteurs », « objets », « domaines » et « co-domaines ». Ensuite, par l'autre bout, il faudra dérouler pleinement les propositions catégoriciennes, d'un côté, de Zalamea, de l'autre, de Lawvere, pour mener à bien la comparaison avec la précédente. Enfin, il conviendra de généraliser sur le plan logico-mathématique cette comparaison, notamment par une étude plus vaste des formalisations de visée comparable (avec au premier chef la paraconsistance logique), afin d'être en mesure de dresser un bilan suffisant des vertus et des limites *sur le plan philosophique* de l'entreprise, laquelle semble *en l'état* être l'incapacité foncière du formel à se saisir du noyau rationnel de la dialectique : le travail du négatif.

---

aussi vouloir faire Badiou dans ce livre. Instaurant une nouvelle dialectique rivalisant avec Hegel, pour capter, après le multiple dans *L'Être et l'événement*, les structures de l'apparaître, en maintenant un cap « platonicien » (qui, sans être celui de Lautman, témoigne de l'influence de ce dernier sur Badiou, lequel a toujours rappelé son « admiration » à son égard), il estime que penser l'apparaître passe entre autres par une captation de l'essence du *surgissement* historique des vérités, c'est-à-dire en propre l'événement : or il n'hésite pas à vouloir *formaliser ce surgissement*, par le biais d'un segment particulier de la théorie des catégories justement, mobilisant algèbres de Heyting complètes et  $\Omega$ -ensembles (dans un cadre de surcroît très topologisant, dont on a indiqué plus haut la pertinence sémantique pour toute formalisation du qualitatif), ce qui, là non plus, ne va pas du tout de soi. Autant de motifs qui résonnent de près avec les présentes remarques.

## Références bibliographiques

- Cavaillès, J. et A. Lautman. 1939. « La pensée mathématique », séance de la Société française de philosophie du 4 février 1939, in J. Cavaillès, *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris, Hermann, 1994, p. 593-630.
- Lautman, A. *Les mathématiques, les idées et le réel physique*, Paris, Vrin, 2006.
- . 1946. *Symétrie et dissymétrie en mathématiques et en physique* suivi de *Le problème du temps*, in Lautman, 2006, p. 265-300.
- . 1939. *Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques*, in Lautman, 2006, p. 235-258.
- . 1937b. « De la réalité inhérente aux théories mathématiques », in Lautman, 2006, p. 65-68.
- . 1937a. *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, in Lautman, 2006, p. 125-234.

## Autres

- Barot, E. *Lautman*. Paris, Les Belles-Lettres (coll. Figures du Savoir), 2009.
- Barot, E et J. Servois (dir.). *Kant face aux mathématiques modernes*, Paris, Vrin, 2009.
- Da Costa, N. *Logiques classiques et non classiques. Essai sur les fondements de la logique*, Paris, Masson, 1997.
- Deleuze, G. *Différence et répétition*, Paris, PUF, 1968.
- Doz, A. et D. Dubarle. *Logique et dialectique*, Paris/Berlin, 1972.
- Dubarle, D. « Logique formalisante et logique hégélienne », in J. D'Hondt (dir.), *Hegel et la pensée moderne* (Séminaire de J. Hyppolyte, Collège de France 1967-68), Paris, PUF, 1970, p. 114-59.
- Goldblatt, R. 1984. *Topoi. The Categorical Analysis of Logic*, Mineola-New York, Dover, 2<sup>nd</sup> ed., 2006.
- Hegel, G. W. F. 1825-1826. *Leçons sur Platon*, trad. fr., Paris, Aubier, 1976.
- . 1812. *Science de la logique*, 3 tomes, trad. fr., Paris, Aubier, 1987.
- . 1803-1806. *Notes et fragments d'Iéna*, trad. fr., Paris, Aubier, 1991.
- Lawvere, W. « Some Thoughts on the Future of Category Theory », in A. Carboni, M.-C. Pedicchio & G. Rosolini (eds), *Proceedings of Como 1990, Springer Lecture Notes in Mathematics* 1488, 1991, p. 1-13.
- Petitot. 1987. « « Refaire le *Timée* ». Introduction à la philosophie mathématique d'Albert Lautman, *Revue d'histoire des sciences*, XL n° 1, 1987, p. 79-115.
- Priest, G. *Doubt Truth to be a Liar*, Oxford, Clarendon Press, 2006.
- . *In contradiction*, 1987, Oxford, Clarendon Press, 2006 (éd. revue et augmentée).
- Salanskis, J.-M. « Pour une épistémologie de la lecture », *Alliage* n° 35-36, 1998.
- . *L'herméneutique formelle. L'infini, le continu, l'espace*, Paris, CNRS, 1991.
- Shapiro, S. « Incompleteness and Inconsistency », *Mind*, n° 111, 2002, p. 817-832.
- Zalamea, F. « Lautman et la dialectique créatrice des mathématiques modernes », 2006, in Lautman, 2006, p. 17-33.

## La théorie des nombres chez Herbrand et Lautman

Yvon Gauthier

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039716ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039716ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Gauthier, Y. (2010). La théorie des nombres chez Herbrand et Lautman. *Philosophiques*, 37 (1), 149–161. <https://doi.org/10.7202/039716ar>

### Résumé de l'article

Dans cet article, je compare les vues de Lautman et Herbrand sur la théorie des nombres et la philosophie de l'arithmétique. Je montre que, bien que Lautman eût avoué avoir été marqué par l'influence de Herbrand, les postures fondationnelles des deux amis divergent considérablement. Alors que Lautman versait dans un réalisme platonicien, Herbrand est resté fidèle au finitisme hilbertien. Il est vrai que Lautman était philosophe et que Herbrand était avant tout arithméticien et logicien, mais il demeure que l'oeuvre de Herbrand a une portée philosophique mieux accordée à la logique et aux mathématiques contemporaines.

# La théorie des nombres chez Herbrand et Lautman

YVON GAUTHIER

Université de Montréal

Yvon.gauthier@umontreal.ca

**RÉSUMÉ.** — Dans cet article, je compare les vues de Lautman et Herbrand sur la théorie des nombres et la philosophie de l'arithmétique. Je montre que, bien que Lautman eût avoué avoir été marqué par l'influence de Herbrand, les postures fondationnelles des deux amis divergent considérablement. Alors que Lautman versait dans un réalisme platonicien, Herbrand est resté fidèle au finitisme hilbertien. Il est vrai que Lautman était philosophe et que Herbrand était avant tout arithméticien et logicien, mais il demeure que l'œuvre de Herbrand a une portée philosophique mieux accordée à la logique et aux mathématiques contemporaines.

**ABSTRACT.** — In this paper, I am contrasting Lautman's and Herbrand's views on number theory and philosophy of arithmetic. It is argued that despite the fact that Lautman had acknowledged Herbrand's major influence on his own work, their foundational stances diverge profoundly. Lautman defended a variety of Platonism and Herbrand advocated a personal version of Hilbertian finitism. Of course, Lautman was a philosopher while Herbrand dealt mainly with number theory and logic. It remains though that Herbrand's work is more in tune with contemporary logic and mathematics from a philosophical perspective.

## 1. Introduction

Lautman est un fils spirituel de Brunschvicg, le père de la philosophie française des mathématiques, et il a été l'ami de Herbrand — le premier logicien français au sens de la logique mathématique, né aussi en 1908. Brunschvicg s'alliera à Poincaré dans son refus du logicisme des Frege et Russell: son idéalisme, qu'il appellera constructif, est immanent, et le progrès de la conscience qu'il décrira dans *Les étapes de la philosophie mathématique* de 1912 [5] obéit à une « logique interne » à la démarche mathématique qui demeure réfractaire à la logique formelle. Herbrand, de son côté, optera pour le formalisme, ou plutôt pour le finitisme hilbertien, et s'attaquera au problème de la consistance de l'arithmétique avec un succès partiel, mais sans jamais aller au-delà d'une théorie des démonstrations fidèle à l'esprit hilbertien.

Dans la préface qu'il a écrite pour la réédition des thèses de Lautman, Maurice Loi insiste sur le platonisme de Lautman, mais il y a plus. Outre la thèse principale *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques* [20] et la thèse secondaire *Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel* [19], on trouve un texte intitulé « Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques », où assez curieusement Lautman veut mettre à profit certains concepts heideggériens, comme

l'avait fait Oskar Becker dans son ouvrage de 1927, *Mathematische Existenz* [3], et comme il l'a fait plus tard dans ses *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung* de 1954 [4] — Becker va jusqu'à invoquer les niveaux de la réflexion infinie dans la philosophie transcendantale de Schelling pour tenter de justifier les paliers de la hiérarchie des ordinaux transfinis de Cantor. Mais je ne veux pas m'arrêter aux intérêts existentialistes de Lautman, mais plutôt aux soucis logiques qui tiraillent, dit-il, les mathématiques et les modes de liaison des concepts mathématiques. Les dialectiques mathématiques du fini et de l'infini, du discret et du continu, du local et du global, ne sont que des copies d'une réalité idéale qui domine l'activité mathématique ([19] p. 143 et ss.). On trouve alors chez Lautman des expressions comme « montée vers l'absolu », achèvement, perfection d'une figure mathématique qui, si elles témoignent d'un univers transcendant, ne nous instruisent guère sur les mathématiques réelles et leur pratique. Que nous apprend en effet une épistémologie qui nous dit par exemple que la théorie de Galois pour les corps finis (complétions du corps de base  $K$ ) constitue une montée vers l'absolu ([19] p. 68 et ss.), ou encore que le théorème d'uniformisation pour les courbes algébriques (dû à Poincaré et Koebe) est un achèvement ([19] p. 6 et ss.), ou enfin que c'est une imperfection pour une surface que d'être simplement connexe — un tore serait-il plus parfait qu'un cercle ?

Ces analogies ou métaphores ne peuvent être utiles que dans la mesure où elles décrivent l'activité mathématique, elles sont infécondes si elles visent à décalquer le ciel intelligible des idées mathématiques dans la pratique mathématique. À cet égard, la dialectique au sens où l'entend Lautman n'a rien à voir avec la dialectique au sens de Hegel, elle renvoie plutôt à la dialectique platonicienne qui comporte deux mouvements, l'un ascendant « συναγωγή », synthèse, et l'autre descendant « διαίρεσις », division analytique, comme l'enseigne le dialogue *Parménide* de Platon. Lautman dit par exemple :

Il existe ainsi une descente du tout vers la partie comme une montée vers le tout, ce double mouvement s'éclairant à la lumière de l'idée d'achèvement.

Les conditions d'achèvement, comme le note encore Lautman, sont des généralisations conceptuelles qui ont valeur ontologique.

J'ai dit que l'entreprise de Lautman était en bonne partie issue de l'épistémologie historique de Brunschvicg et de son rationalisme idéaliste. Mais Lautman donnera un tour transcendantal ou platonicien à ce rationalisme, et c'est là-dessus que je voudrais insister pour montrer les carences de l'épistémologie lautmanienne en théorie des nombres.

## 2. Logique et théorie des nombres

Lautman s'inspire de Ingham dans *The Distribution of Prime Numbers* [15] pour discuter du théorème sur les nombres premiers qui énonce

$$\lim \frac{\pi(x)}{x / \log x} = 1$$

ou

$$\pi(x) \sim x / \log x$$

qui est une loi asymptotique pour la distribution des nombres premiers avec  $\pi(x)$  le nombre de nombres premiers  $\leq x$ . Le théorème a fait l'objet de conjectures chez Legendre et Gauss au début du XIX<sup>e</sup> siècle, et ce n'est qu'en 1896 que Hadamard et de la Vallée Poussin en ont donné une preuve analytique. Ingham lui-même, inspiré par Hardy (et Littlewood), avait supposé que les méthodes transcendantes (de l'analyse complexe ici) étaient inhérentes au problème arithmétique et qu'elles ne sauraient être éliminées. Un autre théorème important en théorie des nombres est le théorème de Dirichlet sur l'infinité des nombres premiers dans toute progression arithmétique  $a + nb$  où  $a$  et  $b$  sont relativement premiers, c.-à-d. sans dénominateur commun  $\neq 1$ . Le théorème récent de Green et Tao — lequel vient d'obtenir la médaille Fields pour ses travaux là-dessus — stipule qu'il y a des progressions arithmétiques de longueur arbitraire dans la suite des nombres premiers — le théorème utilise la théorie ergodique et les séries de Fourier, mais on travaille aujourd'hui à en extraire le contenu combinatoire ou constructif, bien qu'il faille entendre constructif dans un sens large puisqu'on admet des méthodes logiques infinitaires (cf. les travaux récents de Avigad, Gerhardy et Townsner [2]). Mais même Terence Tao reconnaît que la méthode de Herbrand pourrait permettre de constructiviser encore davantage les résultats analytiques.

Voici en bref la formulation de Herbrand. Soit  $A$  une formule en forme préfixe, par exemple

$$A \equiv \exists x \forall y \exists z \forall t R(x, y, z, t)$$

avec  $R$  sans quantificateur. On introduit deux nouvelles lettres de fonctions,  $f$  unaire et  $g$  binaire avec les termes  $U_1 \dots U_n, W_1 \dots W_n$ , alors est démontrable dans le calcul des prédicats sous la forme

$$A \equiv B(U_1, f(U_1), W_1, g(U_1, W_1)) \vee \dots \vee B(U_n, f(U_n), W_n, g(U_n, W_n)).$$

Cette disjonction est dérivable dans un calcul propositionnel et peut servir de critère de réfutabilité dans une interprétation négative (voir Hilbert et Bernays [14], II, pp. 170 et ss).

La négation de  $A$  est

$$\neg A \equiv \forall x \exists y \forall z \exists t \neg B(x, y, z, t)$$

ou

$$\neg A \equiv \neg B(x, f(x), z, g(x, y))$$

et si Herbrand a vu la consistance dans la réfutabilité sur un « champ infini » ou indéfini, Kreisel a pensé l'interprétation sans contre-exemple comme une interprétation fonctionnelle sur les types supérieurs; les fonctionnelles récursives sont de la forme

$$Bx_1 \dots x_n [F_1(f_1, \dots, f_n), \dots, F_m(F_1, \dots, F_n)]$$

avec  $B$  ouverte. Pour une formule vraie  $A$ , nous avons

$$B[F(f, g), f(F(f, g)), G(F(f, g), G(F, g))]$$

où les  $F$  et les  $G$  sont évidemment nos nouvelles fonctionnelles récursives sur les types.

La dernière formule  $A$  est vraie s'il n'y a pas de contre-exemple de la forme

$$\neg B[x, f(x), z, g(x, y)]$$

avec  $f$  et  $g$  comme arguments des fonctionnelles récursives  $F$  et  $G$  de type supérieur;  $F$  et  $G$  sont continues et peuvent donc être associées à des polynômes de degré arbitraire: nous pouvons définir la composition de  $F$  et  $G$

$$F \bullet G = \left( \sum_i F_i x^i \right) \left( \sum_j G_j x^j \right) \sum_i \sum_j (F_i G_j x^{i+j}).$$

Puisque nous ne pouvons quantifier sur toutes les fonctionnelles — par diagonalisation il y a une fonctionnelle récursive qui est distincte de toutes les fonctionnelles récursives — nous devons nous restreindre aux polynômes de degré fini et utiliser la descente sur les degrés et les hauteurs de polynômes pour retrouver une version finitiste (voir là-dessus [13] pour cette construction).

Remarquons que les fonctions récursives primitives peuvent se traduire aisément en fonctions polynomiales. La chose est évidente pour les fonctions constantes initiales; la composition et la récursion sont traitées comme un produit de convolution  $G \bullet H$  pour  $G$  et  $H$  de telle sorte que

$$F(x)_{\bar{n}} = G_n(H_1(a_n), \dots, H_p(a_n))$$

$$\text{avec } H \bullet G = \sum_i \sum_j (G_i H_j x^{i+j}).$$

L'opérateur comme l'équivalent au principe du plus petit nombre est remplacé par la descente (finie) infinie sur les puissances décroissantes d'un polynôme de degré fini

$$F(x)_{\bar{n}} = f_0 x^n + f_1 x^{n-1} + \dots + f_{n-1} x + f_n.$$

Selon l'idée de Hilbert d'une suite terminale de prédécesseurs pour un  $n$  donné, la descente fermatienne autorise un processus de réduction fini à la façon d'un ordre linéaire décroissant de puissances pour un polynôme donné.

Les deux théorèmes sur la distribution asymptotique des nombres premiers et le théorème de Dirichlet sur l'infinité des nombres premiers dans toute progression arithmétique, on le sait maintenant, ont des versions élémentaires obtenues par Selberg et Erdős en 1949 et en 1950. Élémentaire signifie ici que l'on n'utilise que des méthodes arithmétiques constructives ou combinatoires comme les sommes finies, sans recours aux méthodes transcendentes comme le prolongement analytique de séries infinies en analyse complexe.

Je ferai remarquer que Dirichlet, dans son texte de 1836, avouait que :

*Es fehlt noch an gehörigen Principien, unter denen transzendente Verbindungen, welche unbestimmte ganze Zahlen enthalten, verschwinden können (Werke I [21], p. 326).*

notant donc qu'il manque encore les principes appropriés en vertu desquels les relations transcendentes (obtenues par les séries infinies) entre des entiers indéterminés pourraient être éliminées. Ce n'est donc pas sans réticence que Dirichlet avait introduit la méthode analytique des séries infinies en théorie des nombres. Kronecker, qui a édité les *Werke* de Dirichlet, a proposé dans ses *Vorlesungen über Zahlentheorie* [17] d'étendre arithmétiquement un intervalle fini  $(\mu \dots \nu)$  pour les entiers  $\mu$  et  $\nu$  afin d'y loger au moins un nombre premier  $hm + r$  pour  $m$  et  $r$  relativement premiers. On pourrait voir là une anticipation des idées de Selberg, qui utilise des formules asymptotiques pour la fonction logarithmique sur des segments ou intervalles finis de  $\mathbb{Z}$  — voir de nouveau [11] p. 36.

Pour Lautman, dans le cas du théorème sur les nombres premiers — associé à l'hypothèse de Riemann pour les zéros de la fonction  $\zeta(s)$  sur la droite réelle  $\frac{1}{2}$  —, il s'agit de la dialectique du continu (analyse) et du discontinu (arithmétique) ([19] p. 233). Je noterai encore que l'hypothèse de Riemann est née d'une remarque marginale dans le texte de 1859 « *Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse* » [22], et que Riemann l'a laissée de côté « *bei Seite gelassen* » puisqu'il s'intéressait d'abord au problème de la distribution des nombres premiers. Cette remarque en appelle une autre, aussi marginale, de Fermat sur son « dernier » théorème ! Dans son exposé, Lautman privilégie l'analyse et va jusqu'à dire que « l'impossibilité d'éliminer l'analyse de l'arithmétique » ([19] p. 214) dans le théorème sur les nombres premiers est comparable au théorème de Gödel sur les preuves de non-contradiction (deuxième théorème d'incomplétude de Gödel) : l'histoire lui a donné tort là-dessus, et il est facile d'expliquer pour quelle raison. L'absence d'un point de vue fondationnel ne lui a pas permis

de voir que le véritable enjeu se situait au niveau des méthodes de preuve, comme l'avait souligné l'intuitionnisme et comme l'avait reconnu Herbrand. Dans ses travaux sur la consistance de l'arithmétique, Herbrand adopte le point de vue finitiste de Hilbert. Herbrand, par-delà Hilbert, revient à la posture fondationnelle de Kronecker, et ce qu'il appelle argument intuitionniste est en fait une procédure constructive quand il déclare qu'il ne suppose pas qu'un objet existe sans qu'on puisse trouver un moyen de le construire; de même ce qu'il appelle un champ infini n'est qu'une abréviation pour la construction itérative du < pas à pas > (< *Schritt zu Schritt* >) d'un champ ou domaine d'objets illimité ou « effini », comme je préfère le dire. Son *théorème fondamental* porte sur l'identité  $a = a$  ou la non-identité  $a \neq a$ , ce que Hilbert désignait par équation ou inéquation. Si  $P$  est une identité, une preuve de  $P$  va nous permettre de trouver un nombre  $h$  tel que  $\neg P$  ne puisse être vraie dans tout domaine d'ordre  $h$ ; de même, si  $P$  n'est pas une identité, pour tout  $h$  on peut construire un domaine d'ordre  $h$  dans lequel  $\neg P$  est vraie. L'idée de Herbrand dans sa preuve de consistance est de se servir d'une induction sans quantificateurs (sans variables liées) et de laisser libre cours à des fonctions récursives générales obtenues par substitution et récursion. Herbrand est bien conscient qu'il n'y a pas de procédure générale ou d'algorithme pour définir toutes les fonctions récursives et que c'est la seule méthode diagonale qui permet à Gödel de passer outre pour démontrer l'incomplétude de l'arithmétique. L'arithmétique récursive de Herbrand peut elle aussi se traduire facilement en termes de polynômes où l'on remplace la notion d'ordre d'un domaine par celle de degré, et il saute aux yeux qu'un polynôme de degré fini obtenu par composition récursive (substitution et récursion) est soumis à la diagonale de Cauchy (ou produit de convolution) et échappe à la diagonale de Cantor qui suppose une quantification sur l'ensemble des nombres naturels, ce que refuse Herbrand dans sa démarche intuitionniste ou constructiviste. C'est cependant dans sa thèse de 1930 qu'il formule son théorème sur la consistance du calcul des prédicats importants aussi en informatique théorique, comme je l'ai annoncé plus haut. Je ne reviendrai pas là-dessus, si ce n'est que pour insister sur le fait que le programme de Herbrand, si on peut l'appeler ainsi, a donné naissance à l'interprétation sans contre-exemple de Kreisel (à partir de l'exposé de Hilbert et Bernays dans *Grundlagen der Mathematik*) et à son programme du < *proof mining* > ou extraction du minerai constructif des théorèmes classiques de l'analyse. Programme qui est relancé aujourd'hui surtout par Ulrich Kohlenbach à Darmstadt. Ce qui importe à nos yeux dans la démarche de Herbrand, c'est son insistance sur les méthodes finitaires et le point de vue fondationnel qui s'y rattache. Ainsi, Herbrand formulera l'hypothèse suivante, que j'ai appelée il y a plusieurs années la conjecture de Herbrand :

Les méthodes transcendantes ne peuvent permettre de démontrer en arithmétique des théorèmes qu'on ne puisse démontrer sans leur aide (*Écrits logiques* [12] p. 152).

Dans un article récent « Number Theory and Elementary Arithmetic » [1], Jeremy Avigad, sans mentionner Herbrand, attribue à Harvey Friedman la conjecture suivante, qu'il appelle *Grand Conjecture*:

Every theorem published in the *Annals of Mathematics* whose statement involves only finitary mathematical objects (i.e. what logicians call an arithmetical statement) can be proved in elementary arithmetic.

Cela inclut évidemment le dernier théorème de Fermat dont la preuve par Andrew Wiles a occupé tout un numéro des *Annals of Mathematics* en 1995: il faudrait donc dégager cette preuve de sa gangue analytique! Le logicien contemporain entend par élémentaire un sous-système de l'arithmétique de Peano du premier ordre ou encore l'arithmétique récursive primitive avec induction bornée. Pour ma part, je soutiens que même l'arithmétique récursive primitive ne capture pas l'arithmétique classique, et j'ai proposé dans mes travaux de substituer la descente infinie de Fermat à l'induction complète que traduit le postulat d'induction de Peano en montrant que les deux principes ne sont pas équivalents du point de vue constructiviste, ce que même les intuitionnistes n'ont pas vu puisqu'ils identifient la descente infinie à l'induction transfinie, et donc à l'induction complète sur les ordinaux de la deuxième classe de nombres de Cantor

$$\lim \omega = \varepsilon_0$$

mais il y a là une double négation sur l'ensemble infini des nombres naturels  $N$ . La conjecture de Herbrand échappe donc à Lautman, et Dieudonné a mal évalué les dons de prophétie de Lautman, comme il le prétendait dans l'avant-propos critique de l'*Essai sur l'unité des sciences mathématiques* [19]. On pourrait d'ailleurs minimiser la comparaison que Lautman tente d'établir avec le deuxième théorème d'incomplétude de Gödel ou théorème sur les preuves de consistance, puisque Gödel lui-même n'écarte pas la possibilité d'une preuve finitaire de la consistance de l'arithmétique dans une remarque de son texte de 1931 sur laquelle il reviendra plus tard — on peut penser qu'il a tenté de formuler une telle preuve dans son interprétation *Dialectica* « *Über eine noch nicht benützte Erweiterung des finiten Standpunktes* » où l'on a des fonctionnelles de type fini au lieu de l'induction transfinie de Gentzen et Ackermann.

Mais on ne doit pas jeter le bébé avec l'eau du bain, disait déjà Riemann « *das Kind mit dem Bade ausschütten* » dans un autre contexte — il s'agissait de l'a priori formel kantien qu'il voulait remplacer par un a priori matériel, comme son maître en philosophie Johann Friedrich Herbart l'enseignait. Si on ne peut nier l'utilité des méthodes analytiques, tous les mathématiciens s'entendent pour accorder un statut particulier aux preuves constructives directes, « effectives » qui donnent plus d'information que les méthodes transcendantes souvent plus élégantes, parce qu'elles empruntent un détour via les objets idéaux, dirait Hilbert. C'est en réalité une théorie

des preuves, constructives ou autres, qui aura manqué à l'entreprise de Lautman.

### 3. Dialectique et théorie des nombres algébriques

Sa dialectique des genèses et des structures, Lautman aurait voulu l'enrichir par une théorie des mixtes au sens platonicien des genres composés, dyades ou mélanges d'essence et d'existence, ou encore par un principe de dualité entre le continu et le discontinu. Je voudrais donner un autre exemple, cette fois en théorie des nombres algébriques, et montrer comment la dialectique des concepts est à certains égards superficielle ou artificielle. Il s'agit de la distinction entre corps de nombres algébriques et corps de fonctions algébriques que Lautman voudrait dissocier dans la dualité du continu et du discontinu.

Prenons  $Q[x]$  l'anneau des polynômes en une indéterminée avec coefficients dans le corps  $Q$  des nombres rationnels. Un corps de fonctions algébriques à une variable dans  $Q$  est une extension de degré fini de  $Q[x]$ . Les corps de fonctions algébriques définis sur  $Q[x]$  sont les analogues « parfaits » des corps de nombres algébriques définis sur l'anneau des entiers  $Z$ . Le sous-corps des quotients  $Q(x)$  de  $Q[x]$  est par exemple le corps des fonctions rationnelles avec coefficients dans  $Q$ . La géométrie algébrique récente fait son pain quotidien de ces sous-corps. La théorie des schémas de Grothendieck, par exemple, c'est Dieudonné lui-même qui l'a reconnu, est la descendante de la théorie des domaines de rationalité « *Rationalitätsbe-reiche* » de Kronecker, qui, soit dit en passant, préférerait ce terme à celui de corps « *Körper* » employé par Dedekind et qu'il trouvait trop chargé de matière — ce qui aurait sans doute plu à l'idéaliste Lautman s'il avait connu Kronecker et sa théorie des formes ou polynômes homogènes. Kronecker se contentait des extensions simples par l'adjonction d'un seul élément à la fois, alors que l'on a maintenant des extensions infinies, algébriques ou transcendentes, celles-ci étant adjointes en bloc d'ensembles, peut-on dire.

Je remarquerai en plus que la géométrie algébrique que l'on renomme aujourd'hui géométrie arithmétique a pris acte de l'intime connexion des deux corps, le corps des nombres algébriques et le corps des fonctions algébriques, dans le programme de Langlands notamment. Langlands s'inspire directement du < *Jugendtraum* > de Kronecker (voir Langlands [18]), pour qui l'analyse était le point de départ et l'algèbre le moyen d'atteindre la cible qui est l'arithmétique. Pour Kronecker, c'est bien l'arithmétisation de l'algèbre qui est la fin ultime. Pour le programme motivique ou théorie des correspondances algébriques de Grothendieck, on le considère encore trop spéculatif, mais ce sont les résultats de finitude (de points rationnels sur les courbes elliptiques) de Faltings sur la conjecture de Mordell et de Deligne sur la conjecture de Weil pour l'hypothèse de Riemann sur les variétés rationnelles qui ont été le point focal de l'attention dans cette direction en géométrie arithmétique contemporaine. Il y a là un fil directeur : Poincaré a

étudié d'abord les propriétés arithmétiques des courbes algébriques en utilisant une version de la descente infinie dans l'expression « un nombre fini d'hypothèses », Mordell a ensuite démontré la conjecture de Poincaré sur la génération finie des points rationnels sur une courbe elliptique en définissant la descente infinie comme méthode partant d'un entier  $n$  donné pour descendre finiment ; enfin la conjecture de Mordell sur le nombre fini de points rationnels sur une courbe elliptique de genre  $> 1$  a été démontrée par Faltings qui a eu recours à une forme de descente généralisée. Quant à André Weil, qui a joué un rôle majeur dans toute cette histoire, on sait que sa méthode de preuve privilégiée était « la descente finie dans les corps finis ». Récemment le mathématicien français Laurent Lafforgue, médaillé Fields, a réussi à montrer la correspondance exacte de Langlands entre morceaux de l'espace modulaire (ou variété algébrique) et points rationnels (dénombrables) à l'aide d'une technique d'itération des chtoukas de Drinfeld — « штука » du russe vient de l'allemand « Stücke », morceaux. Le corps de base de la correspondance de Langlands est un corps fini  $F$  avec groupe de Galois  $G$ . Ici, Lautman parlerait plutôt d'imperfection du corps de base ([19] p. 65) et dirait qu'il faut engendrer un sur-corps par montée vers l'achèvement, alors qu'il ne s'agit que d'une extension du corps de base, et le corps  $\mathbb{Q}$  des rationnels n'est qu'un sous-corps du corps  $\mathbb{R}$  des réels, lui-même sous-corps de  $\mathbb{C}$  des nombres complexes. Mais ici, dans la théorie des corps finis, la descente infinie de Fermat s'applique parfaitement, comme l'a bien montré André Weil dans son ouvrage *Number Theory. An approach through history. From Hammourabi to Legendre* [23], et comme il l'a fait dans sa pratique<sup>1</sup>. Ce que Lautman ne pouvait voir évidemment. Ni Cavaillès d'ailleurs, qui assez naïvement disait que toute théorie contenant l'arithmétique des entiers tombait sous le coup de l'incomplétude de Gödel, et il ajoutait que c'est à peu près toute théorie mathématique qui était ainsi atteinte — voir *Sur la logique et la théorie de la science* ([6] p. 70). Lautman eût-il caractérisé la descente infinie comme descente vers l'imparfait s'il l'avait connue ? Et la théorie du corps de classes d'idéaux qui relève de la

---

1. Je pourrais faire remarquer ici que les théoriciens des modèles contemporains s'inspirent largement de la théorie des corps finis, comme le notait Ehud Hrushovski dans une conférence plénière du dernier congrès de *Logique, méthodologie et philosophie des sciences* à Beijing en août 2007. La conférence de clôture de Hrushovski portait sur l'héritage de Gödel, et Hrushovski a insisté avec justesse sur le fait que le théorème de complétude était plus important pour la théorie des modèles que les résultats d'incomplétude ; pour lui, les résultats d'André Weil en théorie des corps finis jouaient un rôle encore plus important en théorie contemporaine des modèles. Là-dessus, je lui ai fait remarquer que justement l'outil privilégié de Weil en théorie des corps finis était la méthode de la descente infinie (en réalité finie) de Fermat et que Weil n'admettait pas la méthode diagonale de Cantor comme méthode de preuve valide en théorie des nombres, et on sait qu'elle est cruciale dans le premier théorème d'incomplétude de Gödel ; ce que Hrushovski aurait dû relever, comme je le lui ai suggéré. J'ai ajouté que le phénomène d'incomplétude affectait moins de 20 % des mathématiques actuelles... ce qu'il a reconnu aussi.

théorie algébrique des nombres et que Lautman a abordée après que Herbrand l'eut pratiquée — avec des méthodes arithmétiques — repose sur l'idée que le nombre de classes d'idéaux est fini...

Les quelques résultats de Herbrand en théorie des nombres sont classiques: ils établissent une relation entre les nombres de Bernoulli, valeurs numériques des coefficients  $x^2/2!$ ,  $x^4/4!$ , ..., dans l'expansion de  $x/(1 - e^{-x})$ , avec la structure de groupe des classes d'idéaux de  $\mathbb{Q}(\zeta_p)$  pour la fonction  $\zeta$  sur les nombres premiers — voir K. Ireland et M. Rosen, *A classical Introduction to Number Theory* [16]. D'ailleurs, Herbrand a aussi travaillé à la théorie des corps cyclotomiques qu'il appelle circulaires en s'inspirant du 12<sup>e</sup> problème de Hilbert sur « L'extension de la proposition de Kronecker sur les corps abéliens dans un domaine de rationalité algébrique »; le théorème de Kronecker-Weber stipule que toute extension abélienne de  $\mathbb{Q}$  appartient au corps cyclotomique des racines de l'unité, comme l'avait décrit Kummer — cf. l'ouvrage de Herbrand *Le développement moderne de la théorie des corps algébriques. Corps de classe et lois de réciprocité*, [13] publié en 1936 par son ami Claude Chevalley. Dans ce contexte, la dialectique de Lautman est sinueuse, puisqu'il évoque en les approuvant ([19] p. 189) les résultats arithmétiques pour la fonction  $\zeta$  sur les corps finis (de nombres rationnels); il reconnaît aussi que les mathématiques classiques avant Cantor sont d'essence constructiviste! Mais il ne faut pas accabler Lautman là-dessus. Même des philosophes des mathématiques contemporains comme David Corfield, dans son essai récent *Towards a Philosophy of Real Mathematics* [8], lequel parle de « *disanalogy* » ou fausse analogie entre corps de nombres et corps de fonctions, alors que le mathématicien parle d'analogie profonde ou de correspondance exacte ou encore d'une théorie unifiée comme Harold Edwards dans sa *Divisor Theory* [9]. Enfin, je pourrais ajouter ici avec un brin d'ironie que la distinction entre géomètres et arithméticiens tient (peut-être) au fait que les géomètres n'ont lu que la première partie des *Livres* d'Euclide sur la géométrie, alors que les arithméticiens les ont lus jusqu'au bout en incluant les *Livres arithmétiques*. Et les arithméticiens, ce sont eux qui font aujourd'hui de la géométrie arithmétique!

#### 4. Conclusion

Je voudrais terminer en commentant quelques remarques de Lautman sur la logique. Je cite Lautman ([19] p. 39):

La véritable logique n'est pas a priori par rapport aux mathématiques, mais il faut à la logique une mathématique pour exister.

Il ajoutait que si la logique n'admet pas les définitions imprédicatives, les mathématiques s'en nourrissent. Cette conception brunshvicgienne et poincaréenne, nous la partageons, et elle est commune chez les mathématiciens, mais elle ne justifie pas pour autant les preuves d'existence, véritables

preuves ontologiques de l'existence des êtres mathématiques dans l'esprit de Lautman. Pour Lautman, l'idée de parfait précède l'idée d'imparfait, comme chez Descartes qui pensait que l'idée d'infini ne pouvait être injectée dans un esprit fini que par un être infini — mais Descartes, comme Leibniz, comme Gauss, comme Cauchy, rejetait l'idée d'infini mathématique. La logique ou la dialectique interne des constructions mathématiques n'a pas besoin de recourir aux « relations logiques entre l'essence et l'existence » ([19] p. 80) pour rendre compte de l'objectivité des mathématiques. Poincaré, avant Herbrand, dans ses *Dernières Pensées* pensait que l'infini n'est qu'une abréviation du fini, c'est-à-dire que l'infini est une approximation du fini, une idée reprise par Y. Gurevitch, un des créateurs de la théorie contemporaine des modèles finis. Si Lautman parle de l'indépendance de la logique dialectique — au sens où il l'entend — et des mathématiques ([19] p. 139), c'est qu'il se fonde sur un platonisme des relations entre les théories mathématiques et le ciel d'idéalités qui les domine. Lautman évoque volontiers la nature imparfaite de certains êtres mathématiques plutôt que des constructions d'objets déficientes. Il dit de la théorie des démonstrations que c'est une théorie structurale alors que le point de vue ensembliste est extensif; pour lui la notion de réalisation dans un champ infini, en réalité potentiellement infini, chez Herbrand est la création d'êtres mathématiques hybrides ou mixtes entre deux genres de l'être ([19] chap. III).

Je n'insisterai pas davantage sur ces remarques disparates de Lautman, si ce n'est pour conclure que si sa culture logique était mince, sa culture mathématique en menait large, trop large peut-être pour ne pas demeurer superficielle dans bien des cas. Quoi qu'il en soit, le réalisme platonicien de Lautman est impuissant à définir une option fondationnelle. Si Lautman possédait sans doute parmi les philosophes la plus vaste érudition mathématique, Cavaillès, qui n'était pas aussi savant, était cependant un philosophe plus pénétrant. Cavaillès tente de penser plus concrètement « le mouvement des liaisons intellectuelles dans leur développement dialectique », selon l'expression de Lautman; c'est le lien entre la superposition intuitive et la dialectique des concepts qui reste le problème fondamental de la philosophie mathématique, écrit Cavaillès dans sa *Philosophie mathématique* ([7] p. 273). Il entendait par superposition intuitive une sorte de méta-intuition, comme on dit métalangage, qui s'appuie sur une intuition première, laquelle est toujours en procès de dissolution. Qu'entendait-il par dialectique du concept? Il refusait la primauté de la conscience transcendante dans la théorie husserlienne sur l'enchaînement dialectique des concepts. L'interaction des gestes constructeurs et des objets construits n'est pas définie une fois pour toutes, elle est la reprise indéfinie du jeu dialectique dans une histoire dont la seule nécessité est interne. On pourrait reprocher à Cavaillès d'avoir trop peu exemplifié son propos: l'histoire de la théorie des ensembles qu'il a surtout privilégiée n'est qu'un petit chapitre dans l'histoire des mathématiques. Il n'avait pas le vaste horizon de Lautman. Le mérite de

Cavaillès est d'avoir indiqué que les idéalités — les constructions — mathématiques jouissent de l'autonomie d'un texte continu unifié par le concours d'actes dont on peut dire qu'ils convergent uniformément si l'on tient compte de la continuité historique des théories mathématiques. Il n'y pas d'histoire mieux enchaînée, plus liée que l'histoire des mathématiques, et pourtant, à chacun de ses moments, elle n'est que la suite aléatoire des concepts nouveaux, répétition du même dans l'autre et reduplication des possibles dans un langage neuf.

Un Desanti qui s'inspire de Cavaillès et de Husserl n'a pas su retenir tous les éléments de cette synthèse presque brunschvicgienne de l'intuitif et de l'axiomatique (Brunschvicg disait vérification), synthèse que la logique mathématique contemporaine a retrouvée par d'autres moyens — voir là-dessus mon article « L'épistémologie française des mathématiques », dans la revue *Critique*, paru en 1979 ([10], pp. 3-36). C'est l'égologie transcendante de Husserl qui est mise entre parenthèses chez Desanti comme chez Cavaillès, mais ce sont les idéalités mathématiques comme chez Lautman que Desanti veut réanimer, cette fois dans la dialectique objective d'une procession abstraite des concepts. Mais Desanti perpétue en quelque sorte la méfiance à l'égard de la logique héritée de Poincaré et de Brunschvicg, relayée par Lautman et Cavaillès, et il faudra attendre les travaux de Lacombe et Fraïssé, puis ceux de Poizat et Girard parmi d'autres pour reprendre la logique mathématique là où l'avait laissée Herbrand en France. Seul Herbrand aura eu une descendance, et son ami Lautman n'aura pas eu d'héritiers d'obédience platonicienne en philosophie mathématique ou en fondements des mathématiques, ou encore en recherche fondationnelle, comme on doit dire maintenant<sup>2</sup>.

### Références bibliographiques

- Avigad, J. « Number Theory and Elementary Arithmetic », *Philosophia Mathematica* XI, 2003, pp. 257-284.  
 Avigad, J., P. Gerhardy et A. Townsner. « Local Stability of Ergodic Averages », à paraître dans *Trans. of A.M.S.*

---

2. P.S. Sur une note personnelle. Brunschvicg a été la première influence et peut-être la plus durable — j'ai rédigé un mémoire de maîtrise sur Brunschvicg au département de philosophie de l'Université de Montréal il y a près d'un demi-siècle ! L. Brunschvicg avait déjà utilisé dans son ouvrage *Les étapes de la philosophie mathématique* de 1912 les termes d'arithmétisme — et de logique interne, mais dans un sens différent du mien — que j'ai réintroduit dans un ouvrage récent sur l'arithmétisation de la logique. Pour lui, l'arithmétisme ou le pythagorisme s'opposait à ce qu'il appelait à l'époque logistique — il emploie même le terme < logistisme > pour logicisme —, mais c'était un dogme rigide qui n'épousait pas la dialectique interne de la création mathématique, une terminologie qui évoque cette fois la longue lignée des héritiers de Brunschvicg, Lautman, Cavaillès ou Desanti qui, en se détachant de Husserl pour les deux derniers, ne s'éloignent pas pour autant de Brunschvicg et de son constructivisme ou idéalisme immanent, dont je me réclame aussi librement...

- Becker, O. « Mathematische Existenz », *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* IX, 1927.
- . *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*, Alber, Freiburg/München, 1954.
- Brunschvicg, L. *Les étapes de la philosophie mathématique*, PUF, Paris, 1947.
- Cavaillès, J. *Sur la logique et la théorie de la science*, Vrin, Paris, 1976.
- . *Philosophie mathématique*, Hermann, Paris, 1962.
- Corfield, D. *Towards a philosophy of real mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
- Edwards, H. *Divisor Theory*, Birkhäuser, Basel, 1990.
- Gauthier, Y. « L'épistémologie française des mathématiques », *Critique*, Paris, 1979, pp. 3-36.
- . *Internal Logic. Foundations of Mathematics from Kronecker to Hilbert*, Kluwer « Synthese Library », Dordrecht/Boston/London, 2002.
- Herbrand, J. *Écrits logiques*, PUF, Paris, 1968.
- . *Le développement moderne de la théorie des corps algébriques. Corps de classe et lois de réciprocité*, Gauthier-Villars, Paris, 1936.
- Hilbert, D. et P. Bernays. *Grundlagen der Mathematik I et II*, 2 Aufl., Berlin, Springer-Verlag, 1968 et 1970.
- Ingham, A. E. *The Distribution of Prime Numbers*, Cambridge University Press, Cambridge, 1932.
- Ireland, K. et M. Rosen. *A Classical Introduction to Modern Number Theory*, Berlin, Springer-Verlag, 1980.
- Kronecker, L. *Vorlesungen über Zahlentheorie*, vol. I, K. Hensel (ed.), Teubner, Leipzig, 1901.
- Langlands, R.P., « Some Contemporary Problems with Origins in the Jugendtraum », *Mathematical developments arising from Hilbert's problems*, American Mathematical Society, Providence, R.I., 1976.
- Lautman, A. *Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel*, Hermann, Paris, 1938.
- . *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, Hermann, Paris, 1938.
- Lejeune Dirichlet, P.G. *Werke I*, hrsg. v. L. Kronecker, Reimer, Berlin, 1889.
- Riemann, B. *Gesammelte mathematische Werke, wissenschaftlicher Nachlass und Nachträge*. Collected Papers neu hrsg. v. R. Narasimhan, (B.G Teubner, Springer-Verlag, Berlin, New York, Leipzig), 1990.
- Weil, A. *Number Theory. An Approach Through History. From Hammurabi to Legendre*, Birkhäuser, Basel, 1984.

# La participation problématique des mathématiques à la dialectique

André Lebel

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039717ar>  
DOI : <https://doi.org/10.7202/039717ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)  
1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Lebel, A. (2010). La participation problématique des mathématiques à la dialectique. *Philosophiques*, 37 (1), 163–167. <https://doi.org/10.7202/039717ar>

Résumé de l'article

On propose ici trois avenues de recherche susceptibles d'élucider le lien un peu mystérieux entre dialectique et mathématiques dans la philosophie d'Albert Lautman.

# La participation problématique des mathématiques à la dialectique

ANDRÉ LEBEL

Cégep Champlain St. Lawrence, Québec  
alebel@slc.qc.ca

**RÉSUMÉ.** — On propose ici trois avenues de recherche susceptibles d'élucider le lien un peu mystérieux entre dialectique et mathématiques dans la philosophie d'Albert Lautman.

**ABSTRACT.** — This note proposes three lines of work that might help to shed some light on the problematic nexus between dialectical ideas and mathematical theories in Albert Lautman's thinking.

## 1. Introduction

Le problème fondamental auquel doit faire face toute interprétation de la pensée d'Albert Lautman consiste à éclaircir le rapport du mathématicien, en tant qu'ensemble de faits, d'êtres et de théories, à une dialectique dominante, rapport que Lautman conçoit comme constitutif de la *réalité mathématique* comme telle. Car, malgré de multiples, savantes et fascinantes tentatives, il semble bien que Lautman n'ait pas vraiment réussi à en rendre compte d'une manière pleinement satisfaisante. Un certain flottement terminologique, une évolution par exemple dans l'emploi des termes « concret » et « abstrait » d'un texte à l'autre, vient ajouter aux considérables difficultés intrinsèques que soulève cette question. Le respect, voire l'admiration, que plusieurs générations de mathématiciens portèrent jadis et portent encore de nos jours à l'œuvre de Lautman ne saurait faire oublier l'expression fréquente d'un certain scepticisme quant aux parties proprement philosophiques de son travail. On le constatera par exemple en relisant le compte rendu de la séance de la Société française de philosophie tenue en 1939, remarquable de par la présence de nombreux mathématiciens de très grande valeur (Maurice Fréchet, Élie Cartan, Paul Lévy et le jeune Charles Ehresmann, un formidable quatuor d'esprits mathématiques). Ce flottement, ces hésitations sont, il va sans dire, à mettre au compte de la brièveté de la carrière du philosophe, et il faut absolument tirer de cette tragédie quasi galloisienne tout le bien qu'il est possible, car il est très vrai — comme Lautman le rappelle lui-même à propos des sciences — que « les théories essayées et à peine ébauchées sont aussi fructueuses que les résultats définitifs<sup>1</sup> ».

Pour faire progresser la compréhension du rapport entre dialectique et mathématiques, je propose aux philosophes et mathématiciens que cette

---

1. Lautman, 2006, p. 46. À moins d'indication contraire, toutes les notes renvoient à Lautman, Albert, *Les mathématiques, les idées et le réel physique*, Paris, Vrin, 2006.

œuvre intéresse trois pistes, trois voies de recherche qui, si elles sont toutes les trois esquissées ou même essayées par Lautman dans ses textes, mériteraient à mon avis de plus amples développements et surtout plus précis.

## 2. La voie « heideggerienne »

C'est la plus difficile à décrire et à pratiquer pour le mathématicien que je suis, et le concours des philosophes sera donc déterminant. Il s'agirait en gros de comparer le « rapport originaire » qui existe toujours entre la *réalité-humaine* (traduction de *Dasein* par Henri Corbin en 1938) et un *monde*, avec la relation problématique qui existerait entre dialectique et mathématiques. C'est Lautman lui-même qui, en 1939, suggère cette analogie :

Heidegger décrit ainsi, comme nous venons de la voir, une genèse du concept ontique de Monde à partir de l'idée de la réalité humaine ; son intérêt primordial se porte donc sur le problème du Moi, mais ce primat des préoccupations anthropologiques dans sa philosophie ne saurait empêcher sa conception de la genèse des notions relatives à l'Existant, au sein de l'analyse des Idées relatives à l'Être, d'avoir *une portée très générale*<sup>2</sup> [...] on peut, à propos des rapports de la Dialectique et des mathématiques, serrer de près le mécanisme de cette opération où l'analyse des Idées se prolonge en création effective, où le virtuel se transforme en réel<sup>3</sup>.

Ainsi, Heidegger a donné des descriptions qui, en dépit de leur caractère « anthropologique », sont néanmoins fort précises. Il faut espérer qu'un retour sur ces descriptions heideggeriennes permettra de clarifier ce que Lautman entend par « analyse ontologique », et contribuera enfin à déterminer avec plus de sûreté si la transposition ou l'analogie que propose Lautman dans son essai de 1939 tient bien la route<sup>4</sup>. Une conclusion négative serait à cet égard tout aussi intéressante qu'une conclusion positive. Une conclusion positive serait un enrichissement pour les études lautmaniennes et peut-être, qui sait, pour les études heideggeriennes, s'il est vrai que les

2. *Ibid.*, p. 240. Je souligne.

3. *Ibid.*, p. 242.

4. Cette « analyse ontologique » n'est peut-être rien d'autre que l'« eidétique descriptive » invoquée par Lautman durant le débat de 1939. Comme l'a souligné récemment Charles Alunni, les interprètes n'accordent pas à cette question toute l'importance qu'elle mérite (Alunni, Charles, « Albert Lautman et le souci brisé du mouvement », *Revue de Synthèse*, 5<sup>e</sup> série, 2005, p. 283-301). Une lettre de Cavallès à Lautman montre bien que celui-ci ne pouvait ignorer le risque de contre-sens dans sa lecture de Heidegger (H. Sinaceur, « Lettres inédites de Jean Cavallès à Albert Lautman », *Revue d'histoire des sciences*, XL (1) 1987, p. 123). Il me semble qu'avant de rejeter en bloc l'interprétation que Lautman donne de Heidegger il faudrait analyser sérieusement l'essai *Vom Wesen des Grundes* dans le contexte de la pensée du Heidegger de la fin des années vingt. À cette époque, loin d'afficher l'anti-platonisme qui fut plus tard le sien, Heidegger « n'hésite [...] aucunement à se solidariser avec Platon », écrit Jean Grondin dans son *Introduction à la métaphysique*, P.U.M., Montréal, 2004, p. 310.

mathématiques peuvent jouer pour la métaphysique « le rôle de modèles où observer comment les choses viennent à l'existence<sup>5</sup> ».

### 3. La voie « mathématique »

Cette seconde approche envisage une réflexion mathématique un peu plus poussée sur la paire essence-existence. Elle mettrait ainsi à profit la véritable identité de nature qui existe entre les genèses « verticales » (dialectique → mathématiques) de l'essai de 1939 et les genèses « horizontales » (essence → existence) de la thèse principale. Lautman est on ne peut plus clair à cet égard : « [...] *aucune différence de nature* ne sépare la genèse des théories mathématiques à partir de la Dialectique, des genèses qui s'opèrent, au sein des mathématiques, des structures aux existences<sup>6</sup> ». Les genèses horizontales sont purement mathématiques, et Lautman en donne plusieurs exemples avec lesquels on pourrait immédiatement travailler. Parmi les théories considérées, le couple surface-intégrales fournirait certainement le cas le plus riche et le plus intéressant, s'il n'impliquait une technicité considérable. À cet égard, la paire groupe-représentations me semble plus pure et donc plus accessible. Du reste, dans tous les exemples cités par Lautman, on retrouve toujours la même idée : l'« essence » lautmanienne correspond en gros à ce que les scolastiques appelaient une « propriété nécessaire<sup>7</sup> ». Dans le cas des groupes, l'essence (au sens traditionnel ou scolastique) est constituée des axiomes de groupe, tandis que la propriété essentielle (c'est-à-dire l'essence ou la structure selon Lautman), c'est la division en classes de conjugaison. C'est cette division, découlant de l'essence du groupe, qui contrôlerait l'existence des caractères, ainsi que leur nombre. Cette « division créatrice », à l'origine d'une genèse horizontale, peut-elle nous donner quelque idée de cette autre genèse qu'est le passage de la dialectique aux mathématiques ?

### 4. La voie « problématique »

Si la première voie misait sur la philosophie et la seconde sur les mathématiques, la troisième est résolument « philosophico-mathématique ». S'y engager impliquera une réflexion à partir de certaines « anomalies » qu'une lecture de Lautman permettra de localiser. J'en donne pour principal exemple le passage suivant, qui est rarement cité par les commentateurs. C'est à la fin

---

5. Lautman 2006, p. 242.

6. Je souligne. Relire à ce sujet la conclusion de l'essai de 1939 dans Lautman, 2006, p. 256 et 257.

7. Voir Breton, Stanislas, *Approches phénoménologiques de l'idée d'être*, Emmanuel Vite, Paris 1959, p. 41. Évidemment, Lautman n'est pas « essentialiste », et il partage, il me semble, l'antiaristotélisme de son maître Brunschvicg.

d'une discussion serrée d'un certain problème dialectique que Lautman écrit :

L'idée de comparer les rapidités de croissance à l'infini de deux quantités constamment croissantes, et liées l'une à l'autre, *est rationnellement antérieure à la distinction du continu et du discontinu*. Elle peut donc se réaliser en des théories aussi distinctes que la théorie de la croissance des fonctions entières et la théorie de la répartition des nombres premiers<sup>8</sup>.

Cette « antériorité rationnelle », qui admet plus d'une interprétation, n'a rien de limpide, et elle présente il me semble un écart sensible par rapport aux deux thèses, écart qui n'a pas été suffisamment reconnu et expliqué. Comment affirmer que l'idée somme toute assez technique de comportement asymptotique est *antérieure* à la distinction entre le continu et le discret — distinction « ancienne » s'il en est une — alors que les notions qu'elle met en jeu semblent appartenir aux mathématiques ? Et comment au juste doit-on l'articuler en un couple de notions opposées ? Et d'ailleurs, les Idées dialectiques impliquent-elles nécessairement des notions en opposition ? Lautman n'écrit-il pas dans son travail posthume que la « dialectique semble constituée *principalement* par des couples de contraires<sup>9</sup> » ?

La question sous-jacente se rattache à celle de la nature des « problèmes logiques » et de la hiérarchie qui existerait au sein de l'ensemble de ces problèmes. Loin d'aller jusqu'à proposer la réalisation entière du « programme de Lautman » — programme qui préconise justement l'établissement d'une nouvelle théorie des idées — je suggère au contraire de réfléchir à la faisabilité *a priori* d'un tel programme : « [I]l n'est pas exclu qu'il soit possible, et c'est la seconde des tâches assignables à la philosophie mathématique, d'établir une hiérarchie des idées et une théorie de la genèse des idées les unes à partir des autres, comme l'avait envisagé Platon<sup>10</sup>. » Rappelons que les problèmes dialectiques ne sont rigoureusement connus, au-delà de la simple conscience de leur urgence, que par le truchement des théories mathématiques. Mais le philosophe, s'il recherche l'exactitude, et s'il tente de constituer une dialectique, une théorie de la composition et de la dissociation des notions, échouera *en tant que philosophe*, puisqu'il se métamorphosera nécessairement en mathématicien. Si le programme de Lautman est réalisable, ce ne sera certes pas en extériorité par rapport aux mathématiques, car il n'y a pas de dialectique pure. La découverte d'une hiérarchie et de relations entre les idées ne pourra être validée qu'au sein des mathématiques. Hors mathématiques, une telle dialectique ne pourra jamais être conçue que comme problématique pure. Et cela devrait faire douter, à mon

8. Lautman, 2006, p. 255. Je souligne.

9. *Ibid.*, p. 276.

10. Lautman, dans Cavaillès, Jean, *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris, Hermann, 1994, p. 609.

sens, de la possibilité de réaliser un pareil programme<sup>11</sup>. De là, peut-être, la grande prudence de Lautman : « *il n'est pas exclu* » qu'une pareille théorie des idées soit réalisable...

## 5. Conclusion

Récapitulons. Je propose d'étudier la connexion dialectique-mathématique par le biais de deux rapports dont Lautman nous dit qu'ils en sont des analogues : le rapport *Dasein*-Monde dans la philosophie de Heidegger, et le schéma de genèse essence-existence, dans ses multiples incarnations mathématiques. De plus, je note l'urgence de clarifier la distinction entre notion dialectique et notion mathématique, et conséquemment de revenir sur le concept d'antériorité, que cette dernière soit de nature ontologique, transcendante ou autre.

Il faut espérer que ces trois enquêtes, bien distinctes dans leur style, fourniront un noyau dur de résultats propres à faire progresser les études lautmaniennes, et plus généralement la philosophie mathématique.

Il y a un dernier point sur lequel il convient d'attirer l'attention. La qualité pédagogique de ces enquêtes devra être proportionnée à la profondeur de l'œuvre étudiée. Le mathématicien Maurice Fréchet réclamait à bon droit de notre philosophe des explications « en langage ordinaire<sup>12</sup> ». Mathématiciens et philosophes devront avoir les uns pour les autres le souci de la *lisibilité* et retrouver le bonheur d'expression et le sens pédagogique qui caractérisent les meilleures pages d'Albert Lautman.

---

11. Comment déterminer par exemple si l'antériorité rationnelle rapportée par Lautman dans la citation de la page 255 est vérifiée dans *tout* contexte mathématique où elle a un sens ? Si la hiérarchie des problèmes est validée par plongement au sein des théories mathématiques, elle est incertaine, car l'histoire des mathématiques est imprévisible ; si par contre elle est purement dialectique, son existence contredit l'opinion exprimée par Lautman dans de nombreux passages de son œuvre, opinion très clairement réaffirmée devant le philosophe Jean Hyppolite en 1939, en réponse aux interrogations de ce dernier quant à la nature de la « dialectique » de Lautman.

12. Lautman, 2006, p. 260.

# La vision unificatrice de Grothendieck : au-delà de l'unité (méthodologique ?) des mathématiques de Lautman

Mathieu Bélanger

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039718ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039718ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Bélanger, M. (2010). La vision unificatrice de Grothendieck : au-delà de l'unité (méthodologique ?) des mathématiques de Lautman. *Philosophiques*, 37 (1), 169–187. <https://doi.org/10.7202/039718ar>

Résumé de l'article

Dans sa thèse complémentaire intitulée « Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel » Albert Lautman analysa la question de l'unité des mathématiques en considérant différentes paires antithétiques de concepts mathématiques, notamment le continu et le discret. Dans le cadre de sa refonte de la géométrie algébrique abstraite, le mathématicien français Alexandre Grothendieck considéra également l'opposition traditionnelle du continu et du discret selon un cadre conceptuel fort similaire à celui de Lautman. En comparaison, l'introduction du concept de topos lui permit de donner une réponse strictement mathématique et parfaitement claire à cette question.

# La vision unificatrice de Grothendieck: au-delà de l'unité (méthodologique?) des mathématiques de Lautman

MATHIEU BÉLANGER

mathieu.belanger@umontreal.ca

Université de Montréal

**RÉSUMÉ.** — Dans sa thèse complémentaire intitulée «Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel» Albert Lautman analysa la question de l'unité des mathématiques en considérant différentes paires antithétiques de concepts mathématiques, notamment le continu et le discret. Dans le cadre de sa refonte de la géométrie algébrique abstraite, le mathématicien français Alexandre Grothendieck considéra également l'opposition traditionnelle du continu et du discret selon un cadre conceptuel fort similaire à celui de Lautman. En comparaison, l'introduction du concept de topos lui permit de donner une réponse strictement mathématique et parfaitement claire à cette question.

**ABSTRACT.** — Albert Lautman's complementary thesis, entitled "Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel", analysed the unity of mathematics through various antithetical pairs of mathematical concepts such as the continuous and the discrete. As part of his renewal of abstract algebraic geometry, French mathematician Alexandre Grothendieck also considered the traditional opposition between the continuous and the discrete and adopted a conceptual framework very similar to that of Lautman. However, the topos concept allowed Grothendieck to come up with a purely mathematical and, in comparison, much clearer solution.

En termes philosophiques, la question de l'unité des mathématiques peut être abordée de différents points de vue. Par exemple, la théorie des ensembles met de l'avant une unité ontologique dans la mesure où elle considère tous les objets mathématiques comme étant des ensembles. Pour sa part, la théorie des catégories suggère une unité épistémologique. En effet, en théorie des catégories, la connaissance d'un objet mathématique s'acquiert par l'entremise des morphismes qui le relie à d'autres objets<sup>1</sup>.

La thèse complémentaire d'Albert Lautman, complétée en 1937 et intitulée «Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel», privilégie également un point de vue philosophique sur la question de l'unité des mathématiques. À cet égard, la contribution de Lautman s'avère fort singulière et originale en ce qu'il avance une unité métaphysique. La proposition de Lautman est d'autant plus singulière que la problématique y est

---

1. Ces exemples sont dus à Jean-Pierre Marquis.

campée à l'aide de paires de concepts antithétiques qui sont quant à eux résolument mathématiques.

Pour cette raison, le présent article s'affaire à mettre en parallèle la position métaphysique de Lautman sur l'unité des mathématiques avec celle du mathématicien français Alexandre Grothendieck. En effet, Grothendieck envisagea la question de l'unité des mathématiques en des termes mathématiques similaires à ceux de Lautman. En contrepartie, le concept de topos lui permit de résoudre l'opposition antithétique fondamentale à l'aide des mathématiques elles-mêmes.

## 1. L'unité des mathématiques chez Lautman

Lautman envisage le problème de l'unité des mathématiques sous la forme d'un commentaire de la préface du livre *Gruppentheorie und Quantenmechanik* de Hermann Weyl. S'inspirant de Weyl, Lautman développe une opposition entre deux pôles de concepts dont la réconciliation dévoilerait l'unité à l'œuvre en mathématiques.

### 1.1 Le problème de l'unité des mathématiques

L'« Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel » s'ouvre sur une longue citation de Weyl où sont distinguées deux tendances dans le développement historique des mathématiques<sup>2</sup>. La première, héritée des traditions indienne et arabe, se caractérise par un système de nombres universel. Les mathématiques dites « classiques », c'est-à-dire l'analyse tel qu'il se développa jusqu'à la théorie des fonctions de variable complexe, en sont le fruit. La seconde, que Weyl associe aux Grecs, affirme que tout domaine donne lieu à un système de nombres lui étant propre. La coexistence de plusieurs systèmes de nombres, chacun étant associé à des domaines différents, devient alors possible. L'algèbre abstraite, et plus particulièrement la théorie des groupes, est l'archétype de ce courant qu'il convient d'appeler mathématiques « modernes ».

Lautman voit dans cette distinction deux courants au sein des mathématiques contemporaines.

[Weyl] affirme de la façon la plus nette l'existence d'une division essentielle dans les mathématiques contemporaines; il faudrait en effet distinguer l'une de l'autre la mathématique « classique » qui, partant de la notion de nombre entier aboutit à l'analyse, et la mathématique « moderne » qui s'opposant à la mathématique des nombres, affirme au contraire le primat de la notion de domaine par rapport aux nombres attachés à ce domaine. [1977b, p. 155-156]

Lautman oppose deux pôles qu'il fait correspondre aux mathématiques « classiques » et aux mathématiques « modernes ». La caractérisation que donne Lautman de ces pôles s'avère malheureusement assez confuse

---

2. Voir Lautman [1977b, p. 155-156].

dans la mesure où elle englobe des considérations historiques, méthodologiques, disciplinaires, etc. et se trouve du coup à jouer sur plusieurs niveaux simultanément. Cette opposition entre deux pôles est à un moment ou l'autre caractérisée par les paires suivantes<sup>3</sup>:

| mathématique classique                   | mathématique moderne                    |
|------------------------------------------|-----------------------------------------|
| primat du nombre                         | primat du domaine                       |
| mathématiques du XIX <sup>e</sup> siècle | mathématiques du XX <sup>e</sup> siècle |
| point de vue local                       | point de vue global                     |
| approche constructiviste                 | approche axiomatique                    |
| arithmétique et analyse                  | arithmétique et algèbre moderne         |
| nature numérique des objets              | nature abstraite des objets             |

Nonobstant cette confusion et contrairement à ce que la citation ci-dessus pourrait laisser croire, l'opposition ne semble pas être historique, c'est-à-dire que les pôles des mathématiques « classiques » et « modernes » ne peuvent être assimilés respectivement à celles du XIX<sup>e</sup> siècle et du XX<sup>e</sup> siècle. En effet, la division se situe au sein des mathématiques contemporaines. D'autre part, le cas de la topologie fait également dire à Lautman que cette opposition ne se réduit pas à un renversement en faveur du primat du concept de domaine sur celui de nombre — tout important cet aspect soit-il. Bien que les propriétés des fonctions dépendent de leurs domaines de définition, Lautman ne manque pas de souligner que « [l]a distinction que Weyl établit entre l'analyse classique et la mathématique géométrique moderne ne saurait donc tendre à opposer les unes aux autres les méthodes de la théorie des fonctions et celles de la topologie; ce sont les mêmes (...) » [1977b, p. 158]

Le propos de la thèse suggère plutôt que, aux yeux de Lautman, la distinction fondamentale réside entre l'analyse classique et l'algèbre abstraite, cette dernière étant comprise selon la conception popularisée par van der Warden dans son célèbre livre *Moderne Algebra*.

À cet égard, Lautman met en évidence quatre aspects qui caractérisent l'algèbre abstraite<sup>4</sup>:

- 1) Priorité de la structure globale d'un domaine par rapport aux nombres attachés à ce domaine;
- 2) Priorité de la notion de domaine sur celle de nombre;
- 3) Possibilité de multiplications non commutatives;
- 4) Caractère fini et discontinu des structures algébriques.

3. Cf. Lautman [1977b, p. 159].

4. Pour une description plus détaillée de chacun de ces aspects, voir Lautman [1977b, p. 158-160].

Lautman trace ainsi une distinction entre l'analyse classique et l'algèbre abstraite et, du coup, donne également une caractérisation de l'opposition qui l'intéresse, à savoir celle entre le pôle des mathématiques « classiques » et celui des mathématiques « modernes ».

Le problème de l'unité des mathématiques se résume alors à l'interprétation de cette opposition entre l'analyse classique et l'algèbre abstraite. Lautman envisage deux possibilités :

Les méthodes et les conceptions fondamentales de l'algèbre moderne étant ainsi distinguées de celles de l'analyse, on peut chercher à interpréter le sens de cette dualité qui apparaît profondément installée au sein des mathématiques contemporaines. Est-ce une dualité essentielle entre théories irréductibles les uns [*sic*] aux autres ou bien n'est-ce qu'une dualité de méthodes susceptibles d'être un jour rapprochées ? [1977b, p. 160]

Se réclamant de Hilbert, la position de Lautman est claire : il n'y a pas de dualité essentielle au sein des mathématiques, mais bien une unité.

## 1.2 Une unité méthodologique ?

Lautman affirme que, dans une perspective mathématique, l'unité qu'il envisage est méthodologique, c'est-à-dire que l'unité se réalise au niveau des méthodes employées par les mathématiciens. Selon Lautman, les mathématiques contemporaines dissipent l'opposition entre l'analyse et l'algèbre abstraite par le recours à des méthodes typiques de cette dernière pour la résolution de problèmes d'analyse.

Nous nous proposons dans les pages qui vont suivre de montrer comment la mathématique moderne est engagée dans la voie de cette unification de l'algèbre et de l'analyse et ceci par la pénétration de plus en plus poussée des méthodes structurales et finitistes de l'algèbre dans le domaine de l'analyse et du continu. En somme le conflit des méthodes entre l'algèbre et l'analyse se dissiperait au profit de l'algèbre ; la distinction des deux mathématiques de Weyl semble ainsi ne correspondre qu'aux conditions historiques du développement des mathématiques et laisser intacte l'unité des mathématiques et l'unité de l'intelligence. [Lautman 1977b, p. 160]

La thèse complémentaire prend alors la forme d'un long argument visant à exemplifier cette infiltration des méthodes algébriques en analyse. Chacun des quatre chapitres aborde un des aspects caractérisant l'algèbre abstraite de façon à montrer que celui-ci est à l'œuvre dans les recherches contemporaines d'analyse. Voici la présentation que donne Lautman de son argument :

Nous nous proposons dans les quatre chapitres de cet ouvrage de montrer comment on peut retrouver dans les théories modernes de l'analyse les aspects qui nous ont paru caractériser l'algèbre moderne : L'idée [*sic*] algébrique de dépendance d'une grandeur par rapport au domaine auquel elle appartient nous a amené à étudier l'influence de la structure « dimensionnelle » d'un

ensemble sur le mode de décomposition individuelle de ses éléments et à envisager l'importance des décompositions dimensionnelles en théorie de fonctions (chapitre I<sup>er</sup>) La priorité de la topologie de certains domaines sur les nombres attachés à ces domaines se retrouve dans le rôle des métriques non euclidiennes de la théorie des fonctions analytiques (chapitre II); nous étudions ensuite (chapitre III) l'algèbre non commutative qui intervient dans la théorie de l'équivalence des équations différentielles. Enfin nous montrons comment la considération de structures algébriques finies et discontinues peut servir à déterminer l'existence de fonctions de variable continue (chapitre IV). [1977b, p. 160]

Dans les faits, chacun des quatre chapitres aborde effectivement un des quatre aspects l'algèbre moderne identifiés par Lautman. En contrepartie, l'identification de ces aspects dans les exemples mathématiques présentés pose parfois problème. Dans les trois premiers chapitres, les différents exemples présentés insistent d'abord et avant tout sur la réduction de problèmes d'analyse à des problèmes d'algèbre. Par le fait même, les considérations annoncées à la fin de l'introduction — voir la citation précédente — sont reléguées à l'arrière-plan au profit de la présentation de moult théories ou exemples mathématiques.

Par exemple, l'exemple central du premier chapitre est la théorie des fonctions linéaires intégrales telle que développée par Hilbert.

Soit l'équation linéaire intégrale

$$f(s) = \varphi(s) - \lambda \int_0^1 k(s, t) \varphi(t) dt$$

où  $\varphi$  est la fonction recherchée. La résolution de cette équation peut être ramenée à la résolution d'un système d'équations algébriques. Pour ce, l'approche de Hilbert consiste à considérer un système de fonctions continues orthonormales  $\omega_p(s)$  ( $0 \leq s \leq 1$ ) qui satisfassent la condition suivante relativement à une fonction continue  $u(s)$ :

$$\int_0^1 u(s)^2 ds = \left[ \int_0^1 u(s) \omega_1(s) ds \right]^2 + \left[ \int_0^1 u(s) \omega_2(s) ds \right]^2 + \dots$$

Le système des fonctions  $\omega_p(s)$  forme une base pour l'espace des fonctions  $u(s)$ . Sont alors construites les expressions

$$x_p = \int_0^1 \varphi(s) \omega_p(s) ds$$

$$f_p = \int_0^1 f(s) \omega_p(s) ds$$

$$k_q = \int_0^1 k(s, t) \omega_q(t) dt$$

$$k_{pq} = \int_0^1 \int_0^1 k(s, t) \omega_p(s) \omega_q(t) ds dt$$

telles que les séries  $\sum x_p^2$ ,  $\sum f_p^2$ ,  $\sum k_q(s)^2$  et  $\sum k_{pq}(s)^2$  convergent.

Sous ces conditions, le système d'une infinité d'équations linéaires algébriques à une infinité de variables suivant se déduit de l'équation intégrale de départ :

$$\begin{aligned}(1 - \lambda k_{11}) x_1 - \lambda k_{12} x_2 - \dots - \lambda k_{1n} x_n \dots &= f_1 \\ -\lambda k_{21} x_1 + (1 - \lambda k_{22}) x_2 - \dots - \lambda k_{2n} x_n \dots &= f_2 \\ \vdots & \\ -\lambda k_{m1} x_1 - \lambda k_{m2} x_2 - \dots + (1 - \lambda k_{mm}) x_n \dots &= f_m \\ \vdots &\end{aligned}$$

Ainsi, le problème d'analyse originel — trouver la solution d'une équation intégrale — se réduit à un problème algébrique — trouver la solution d'un système d'équations algébriques.

En effet, toute solution du système d'équations algébriques ci-dessus permet d'obtenir une solution de l'équation intégrale. Soit  $x_1, x_2, x_3, \dots$  une solution de ce système. Il suffit de former la série uniformément convergente suivante pour obtenir une solution de l'équation intégrale :

$$\varphi(s) = f(s) + \lambda \sum_q k_q(s) x_q$$

Or, cette solution dépend de ce que Lautman appelle la structure dimensionnelle de l'espace. En effet, la fonction  $\varphi$  admet un développement en série de Fourier :

$$\varphi(s) = \sum_{p=1}^{\infty} x_p \omega_p(s)$$

où les coefficients sont donnés par

$$x_p = \int_0^1 \varphi(s) \omega_p(s) ds$$

Le point important est que le développement en série de Fourier se fait relativement à la base de l'espace des fonctions  $u(s)$ , c'est-à-dire au système de fonctions orthonormales  $\omega_p$ . Ceci signifie que la structure de l'espace coordonne le processus de réduction du problème d'analyse à un problème d'algèbre.

Le quatrième et dernier chapitre emprunte une voie différente des précédents. Là où les trois premiers chapitres montraient comment des problèmes d'analyse se réduisaient à des situations algébriques, le quatrième se tourne vers la question d'une théorie des rapports du continu et du discret. La perspective de Lautman est la suivante : « (...) étudier, au sein de la théorie analytique des nombres elle-même, le mécanisme des liaisons qui s'y affirment entre le continu et le discontinu. » [1977b, p. 188]

Lautman présente deux situations mathématiques à cet égard. La première est la fonction zêta sur un corps  $K$ , c'est-à-dire la fonction

$$\zeta_K(s) = \sum \frac{1}{[N(\mathcal{A})]^s}$$

définie sur tous les idéaux entiers  $\mathcal{A}$  de  $K$  où  $s$  est une variable complexe telle que  $s > 1$  et  $N(\mathcal{A})$  désigne la norme d'un idéal  $\mathcal{A}$ .

Cette fonction peut également s'écrire sous la forme d'un produit

$$\zeta_K(s) = \prod \frac{1}{1 - \frac{1}{[N(\mathcal{J})]^s}}$$

portant sur tous les idéaux premiers de  $K$ .

Lautman rappelle d'abord que la fonction zêta permet d'obtenir différentes propriétés des idéaux du corps  $K$ , notamment qu'il existe une infinité d'idéaux premiers dans toute classe d'idéaux de  $K$ .

Ceci étant posé, Lautman affirme que « l'utilisation arithmétique sur le corps  $K$  de la fonction  $\zeta_K(s)$  n'est possible que parce que la détermination de cette fonction implique déjà la connaissance de certaines propriétés structurales et discontinues du corps de base. » [1977b, p. 191]

Par exemple, l'existence dans toute classe d'idéaux de  $K$  d'une infinité d'idéaux premiers dépend de la formule

$$\lim_{s \rightarrow 1} (s-1) \zeta_K(s) = h\kappa$$

où  $h$  est le nombre de classes du corps  $K$  et  $\kappa$  un invariant de  $K$ . Ainsi, la fonction  $\zeta$  dépend de la décomposition du corps  $K$  en ses classes d'idéaux.

Ceci signifie que la fonction  $\zeta_K(s)$  existe en vertu de la structure algébrique du corps  $K$  et qu'elle permet à son tour d'étudier  $K$ . Comme le dit Lautman :

En somme on obtient le schéma suivant : la décomposition en classes du corps  $K$  permet de conclure à l'existence de la fonction  $\zeta_K(s)$  dont la connaissance peut, par choc en retour sur le corps de base, servir à une étude plus approfondie de ce corps. [1977b, p. 191]

La seconde situation présente la dépendance des fonctions automorphes relativement au groupe modulaire. Un schéma similaire y est met en évidence.

À la lumière de ces considérations, le quatrième chapitre semble marquer un changement de point de vue sur l'unité des mathématiques, changement auquel il importe de s'attarder.

### 1.3 L'unité des mathématiques à travers la dualité du continu et du discret

Dans l'introduction et les trois premiers chapitres de l'« Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel », Lautman tente de

dissiper l'opposition entre l'analyse classique et l'algèbre abstraite. L'unité des mathématiques s'incarnerait ainsi dans la réconciliation de l'analyse et de l'algèbre. Toutefois, les considérations développées dans le quatrième chapitre laissent présager que cette opposition dépendrait d'une autre opposition encore plus fondamentale, c'est-à-dire la dualité du continu et du discret.

Lautman écrit au tout début du quatrième chapitre que les pôles des mathématiques « classiques » et « modernes » correspondent respectivement au continu et au discret.

Nous avons vu dans l'Introduction de cet ouvrage comment la distinction des deux mathématiques de Weyl pouvait être interprétée en termes d'une opposition entre la mathématique du fini et celle de l'infini ou plus exactement du dénombrable et du continu. [1977b, p. 187]

Ceci constitue certainement un changement de point de vue puisque, malgré l'affirmation de Lautman à cet effet, la dualité du continu et du discret n'était certainement pas présente explicitement dans l'introduction.

La conclusion de l'« Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel » confirme ce changement de point de vue ; l'unité des mathématiques doit être considérée à travers la dualité du continu et du discret :

Il est donc légitime d'opposer la mathématique du  $xx^e$  siècle à celle du  $xix^e$  siècle, mais elles s'opposent comme la physique du continu et du discontinu. Il existe ainsi une certaine analogie entre la physique contemporaine et la mathématique contemporaine, en ce sens qu'elles offrent l'une et l'autre le spectacle de faits susceptibles d'être à la fois étudiés par le calcul du continu et par le calcul du discontinu, mais alors que cette dualité de méthodes relatives aux mêmes faits est la source des principales difficultés de la physique contemporaines, elle est au contraire le témoignage de l'unité profonde des mathématiques. [Lautman 1977b, p. 195]

Deux remarques s'imposent à propos de cette citation. Premièrement, elle confirme que la tension fondamentale en est bel et bien une entre le continu et le discret. Malheureusement, son interprétation est compliquée — encore une fois — par le flottement terminologique de Lautman. Tout au long du quatrième chapitre et de la conclusion, les paires de termes qu'oppose Lautman varient fréquemment au point que chacune des suivantes soit utilisée au moins une fois :

| pôle du continu                 | pôle du discret                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| continu                         | discontinu                     |
| infini                          | fini                           |
| continu                         | dénombrable                    |
| analyse                         | arithmétique                   |
| analyse                         | algèbre                        |
| mathématiques du $xix^e$ siècle | mathématiques du $xx^e$ siècle |

Ce flottement terminologique induit un flou conceptuel. En effet, le fini, le dénombrable et le discontinu sont assurément des concepts mathématiques qui ne peuvent être assimilés l'un à l'autre. Dans le même ordre d'idées, il serait simpliste de réduire la dualité du continu et du discret à celle de l'infini et du fini. Il s'agit de deux problématiques distinctes. Lautman amalgame donc des concepts forts différents. Ceci est d'autant plus surprenant que les nombreux exemples présentés dans « Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel », mais aussi dans les autres écrits de Lautman, traduisent une vaste culture mathématique et qu'il était sans aucun doute parfaitement conscient des différences fondamentales entre ces concepts.

Deuxièmement, l'analogie avec la physique insiste sur le caractère méthodologique de l'unité des mathématiques. Selon Lautman, la réalité physique peut être traitée du point de vue du continu ou encore du point de vue du discret. Selon le cas, elle est appréhendée respectivement par le biais d'outils mathématiques continus, c'est-à-dire en utilisant des équations différentielles, ou d'outils mathématiques discrets, c'est-à-dire la théorie des groupes, le calcul des matrices, les statistiques quantiques, etc. Nonobstant le point de vue et donc les méthodes privilégiés, il s'agit toujours de la même réalité physique qui est étudiée.

Par ricochet, les rapports du continu et du discret en physique suggèrent qu'une même réalité mathématique — au sens de l'objet d'étude du mathématicien — puisse être appréhendée de différentes façons. Étrangement, Lautman ne fait pas cette déduction dans la conclusion de sa thèse complémentaire. Il clôt cependant le premier chapitre avec une remarque à cet effet :

Les exemples que nous avons donnés nous permettent ainsi de comprendre que s'il y a des modes de pensée différents en mathématiques, il est peu vraisemblable qu'à ces différences de méthodes correspondent des différences de domaines. (...) Les mêmes êtres sont étudiables [*sic*] [de] deux façons et c'est cette rencontre des méthodes qui fait l'unité profonde des mathématiques. [1977b, p. 172]

Il y a ici un glissement : Lautman associe mode de pensée et méthode. Pourtant, des méthodes sont certainement différentes de modes de pensée. Les premières interviennent dans la manipulation d'objets mathématiques. Certaines peuvent prendre la forme de techniques standardisées, voire d'algorithmes, comme le calcul du déterminant d'une matrice  $n \times n$ , la construction d'une métrique à partir de la topologie d'un espace, la résolution d'une équation différentielle de deuxième ordre, etc. D'autres peuvent avoir une portée beaucoup plus vaste, notamment les méthodes de la théorie des catégories. La caractérisation d'un mode de pensée serait beaucoup plus délicate, mais, indépendamment de la réponse qui serait apportée à cette question, elle rattacherait probablement un mode de pensée à une activité intellectuelle.

Ce glissement est révélateur dans la mesure où il indique que, selon Lautman et contrairement à ce que l'introduction et les quatre chapitres de la thèse complémentaire laissent croire, l'unité des mathématiques se réalise au niveau de la pensée.

Les dernières phrases de la thèse complémentaire vont dans cette direction en réintroduisant la problématique des schémas logiques au cœur de l'« Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématique » — sa thèse principale<sup>5</sup>. Selon Lautman, le continu et le discret s'inscrivent dans une relation dialectique qui balise le développement des mathématiques.

En s'attachant ainsi chaque fois, non pas à la quantité des éléments, mais à l'existence ou à l'armature des ensembles que l'on compare, on découvre ainsi entre le fini et l'infini des analogies de structures et des adaptations réciproques, d'où il résulte que l'unité des mathématiques est essentiellement celle des schémas logiques qui président à l'organisation de leurs édifices. Notre *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques* [sic] tend en effet à montrer qu'il est possible de retrouver au sein des théories mathématiques, des Idées logiques incarnées dans le mouvement même de ces théories. Les analogies de structures et les adaptations d'existences que nous avons essayé de décrire ici entre l'analyse et l'algèbre n'ont d'autre but que de contribuer à mettre en lumière l'existence au sein des mathématiques de schémas logiques, qui ne sont connaissables qu'à travers les mathématiques elles-mêmes, et en assurent à la fois l'unité intellectuelle et l'intérêt spirituel. [1977b, p. 198]

Chez Lautman, le problème de l'unité des mathématiques trouve donc sa solution, non pas dans les mathématiques elles-mêmes, mais au niveau de la pensée. Dans une perspective mathématique, la conception de l'unité des mathématiques présentée dans la thèse complémentaire, mais plus particulièrement la solution métaphysique au problème posé en termes mathématiques dans l'introduction, ne peut que laisser perplexe.

Cet aspect de l'« Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel » semble aussi avoir laissé perplexe Bernays comme l'exprime la conclusion du compte-rendu qu'il en publia en 1940 :

*In general, it might be thought that for a thorough inquiry into the relations of analysis to algebra and of the continuous to the discontinuous it would be more advantageous to go back to the primitive elements than to consider the theories which Lautman here takes as examples. But perhaps here the consideration of these theories is the main purpose and the philosophical theme is intended merely as a framework.* [1940, p. 22]

L'idée d'une réconciliation du continu et du discret est également un des principaux thèmes de l'œuvre mathématique de Grothendieck. Cette réconciliation prend toutefois une forme totalement différente de celle avancée par Lautman dans son « Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel ».

---

5. Voir Lautman [1977a].

## 2. La vision unificatrice de Grothendieck

Dans *Récoltes et semailles*, Grothendieck envisage les mathématiques selon un cadre conceptuel qui rappelle celui de Lautman. Toutefois, la question du rapport entre le discret et le continu y trouve une solution strictement mathématique. La structure des mathématiques elles-mêmes permet de rendre compte de l'unité du discret et du continu.

### 2.1 Une vision des mathématiques

Selon Grothendieck, trois aspects de la réalité mathématique sont traditionnellement distingués :

- 1) le nombre ou l'aspect arithmétique ;
- 2) la grandeur ou l'aspect analytique, aussi appelé aspect métrique ;
- 3) la forme ou l'aspect géométrique.

Il ajoute que, loin d'être mutuellement exclusifs, ces aspects se retrouvent dans la majorité des situations mathématiques et y sont en interaction. Ces aspects peuvent donc être compris comme autant de facettes de la réalité mathématique. En extrapolant, une situation donnée n'est pas intrinsèquement arithmétique — par exemple — mais est plutôt qualifiée d'arithmétique parce qu'envisagée sous cet aspect. Au nombre, à la grandeur et à la forme correspondent alors des points de vue par l'entremise desquels peut être appréhendée la réalité mathématique.

À l'exception des travaux d'analyse fonctionnel de ses débuts, Grothendieck considère que ses recherches logèrent à l'enseigne de la forme, c'est-à-dire qu'elles portèrent sur l'aspect géométrique des mathématiques. Plus particulièrement, Grothendieck s'intéressa à la forme telle qu'elle s'incarne dans les structures.

C'est dire que s'il y a une chose en mathématique qui (depuis toujours sans doute) me fascine plus que toute autre, ce n'est ni « le nombre », ni « la grandeur », mais toujours la forme. Et parmi les mille-et-un visages que choisit la forme pour se révéler à nous, celui qui m'a fasciné plus que tout autre et continue à me fasciner, c'est la **structure** cachée dans les choses mathématiques. [Grothendieck 1985, p. P27]<sup>6</sup>

Ainsi, Grothendieck voit son travail mathématique comme ayant été voué au dévoilement des structures qui animent les choses mathématiques. À ses yeux, le mathématicien ne construit ni n'invente des structures, mais les met progressivement en évidence. Ce faisant, il adopte une attitude philosophique résolument réaliste.

---

6. Grothendieck a souvent recours au gras dans *Récoltes et semailles*.

La structure d'une chose n'est nullement une chose que nous puissions « inventer ». Nous pouvons seulement la mettre à jour patiemment, humblement en faire connaissance, la « **découvrir** ». S'il y a inventivité dans ce travail, et s'il nous arrive de faire œuvre de forgeron ou d'infatigable bâtisseur, ce n'est nullement pour « façonner », ou pour « bâtir », des « structures ». Celles-ci ne nous ont nullement attendues pour être, et pour être exactement ce qu'elles sont ! Mais c'est pour **exprimer**, le plus fidèlement que nous le pouvons, ces choses que nous sommes en train de découvrir et de sonder, et cette structure réticente à se livrer, que nous essayons à tâtons, et par un langage encore balbutiant peut-être, à cerner. [Grothendieck 1985, p. P27]

Dans cette optique, deux tâches fondamentales organisent le travail mathématique. La première est le développement du réseau de concepts — Grothendieck parle du langage — par l'entremise duquel la réalité mathématique est appréhendée. La seconde est l'organisation de ces concepts en théories de façon à saisir la structure intime des mathématiques. La suite de la citation précédente décrit brièvement ces deux tâches :

Ainsi sommes-nous amenés à constamment « **inventer** » le langage apte à exprimer de plus en plus finement la structure intime de la chose mathématique, et à « **construire** » à l'aide de ce langage, au fur et à mesure et de toutes pièces, les « théories » qui sont censées rendre compte de ce qui a été appréhendé et vu. Il y a là un mouvement de va-et-vient continu, ininterrompu, entre l'**appréhension** des choses, et l'**expression** de ce qui est appréhendé, par un langage qui s'affine et se re-crée au fil du travail, sous la constante pression du besoin immédiat. [Grothendieck 1985, p. P27]

À la lumière de cette conception du travail mathématique, le point de vue du nombre est utilisé pour saisir la structure du discret alors que le point de vue de la grandeur permet de saisir la structure du continu. Il en résulte que l'arithmétique et l'analyse chapeautent respectivement l'étude du discret et celle du continu.

On peut dire que « le nombre » est apte à saisir la structure des agrégats « discontinus », ou « **discrets** » : les systèmes, souvent finis, formés d'éléments ou « objets » pour ainsi dire isolés les uns par rapport aux autres, sans quelque principe de « passage continu » de l'un à l'autre. « La grandeur » par contre est la qualité par excellence, susceptible de « **variation continue** » ; par là, elle est apte à saisir les structures et phénomènes continus : les mouvements, espaces, « variétés » en tous genres, champs de force etc. Ainsi, l'arithmétique apparaît (grosso-modo [*sic*]) comme la **science des structures discrètes**, et l'analyse, comme la **science des structures continues**, [*sic*] [Grothendieck 1985, p. P28]

Pour sa part, l'aspect géométrique ne peut être associé exclusivement à un type de structures au même titre que les aspects arithmétique et analytique. La géométrie recoupe à la fois l'étude des structures discrètes et des structures continues.

Grothendieck rappelle que, traditionnellement, l'étude des figures géométriques pouvait se faire de deux points de vue distincts. Premièrement, la

topologie combinatoire telle qu'elle se développa dans la foulée de la formule d'Euler s'attardait aux propriétés discrètes des figures. Deuxièmement, la géométrie — analytique ou synthétique, distinction que le Programme d'Erlangen de Klein rendit caduque — examinait les propriétés continues de ces mêmes figures et se basait notamment sur l'idée de grandeur exprimée en termes de distance entre deux points. Ainsi, la géométrie étudiait à la fois le discret et le continu, mais de manière indépendante.

De plus, le développement de la géométrie algébrique abstraite au  $xx^e$  siècle inaugura un renouvellement de l'aspect de la forme en imposant un unique point de vue qui participe simultanément à l'étude des structures discrètes et continues. Pour Grothendieck, l'idée-clé de la géométrie algébrique est la transposition de la géométrie classique, construite sur le corps des réels ou des complexes, à des corps discrets. En effet, étant donné un nombre premier  $p$ , une théorie de caractéristique  $p$  peut être construite. La géométrie algébrique considère ainsi des théories calquées sur la géométrie classique, mais dans un contexte discret. Dans le cadre de la géométrie algébrique abstraite, les structures continues et discrètes ne peuvent être considérées indépendamment les unes des autres.

La mathématique unifiée de Grothendieck s'inscrit dans la continuité de ce renouvellement.

## 2.2 Les conjectures de Weil ou le nécessaire rapprochement du discret et du continu

La géométrie algébrique abstraite fut à l'origine l'œuvre du mathématicien français André Weil. Dans une note aux *Comptes rendus de l'Académie des sciences* de 1940, Weil annonça être en mesure de résoudre l'hypothèse de Riemann pour les courbes de genre arbitraire. La pierre de touche de la solution de Weil fut la perspective inédite — géométrique il va sans dire — sur la fonction zêta que lui donna l'élaboration de la géométrie algébrique abstraite sur des corps finis. [Houzel 1994, p. 401]

Les recherches subséquentes de Weil le conduisirent à formuler dans un article de 1949 quatre conjectures, communément appelées conjectures de Weil. Pour les besoins de la suite, il suffit de savoir que les conjectures portent sur la fonction zêta des variétés algébriques sur des corps finis<sup>7</sup>.

Ayant formulé ce problème, Weil avança une piste de solution : l'existence d'une théorie cohomologique propre aux variétés algébriques sur un corps fini permettrait de les démontrer. Plus précisément, l'idée est de construire une théorie cohomologique qui satisferait certaines conditions topologico-fonctorielles<sup>8</sup> de façon à avoir les mêmes propriétés que les théories cohomologiques des variétés algébriques sur le corps des complexes  $\mathbb{C}$ .

7. Pour plus de détails sur les conjectures elles-mêmes, voir Houzel [1994, p. 409]

8. Voir Houzel [1994, p. 410] pour les conditions.

Or, si Weil savait que l'existence d'une telle théorie fournirait une solution, la construction de cette théorie n'en représentait pas moins un défi considérable. Mathématiquement, au-delà de la très grande généralité des résultats recherchés, la difficulté inhérente aux conjectures tenait à ce qu'elles suggéraient l'application d'invariants topologiques — les groupes de cohomologie — à des variétés algébriques. Autrement dit, des méthodes relevant de l'étude du continu devraient être appliquées à des espaces discrets.

Selon Grothendieck, les conjectures de Weil exigeaient la construction d'un pont entre les structures discrètes et les structures continues. En postulant une réconciliation du continu et du discret, elles mettaient donc en lumière la nécessité d'une refonte de la géométrie algébrique qui déboucherait sur une nouvelle géométrie façonnée sur mesure pour satisfaire cette exigence inédite.

Les conjectures de Weil jouèrent un rôle fondamental dans l'élaboration de la nouvelle géométrie envisagée par Grothendieck. Premièrement, l'essentiel des travaux de Grothendieck entre 1958 et 1970 forment le cadre technique qui rendit possible la résolution des conjectures en 1973 par Deligne. Deuxièmement et plus important encore, les conjectures de Weil servirent de guide à l'élaboration de cette nouvelle géométrie. Elles représentaient un test évitant le dérapage ou l'effondrement de la construction globale. En effet, la réconciliation du discret et du continu sous-jacente aux conjectures de Weil laissait entrevoir un territoire mathématique inexploré que Grothendieck s'appliquerait à cartographier. Les conjectures constituaient son unique point de repère dans cette tâche. Ainsi, tant que la théorie qu'il s'affairait à construire permettait d'avancer dans la démonstration des conjectures, celle-ci demeurerait susceptible de réaliser la vision unificatrice. Comme l'écrit Cartier, « Mais pour Grothendieck, les conjectures de Weil ne sont pas tant intéressantes en elles-mêmes que comme test de la solidité de ses conceptions générales. » [2000, p. 17]

Cette refonte de la géométrie algébrique abstraite débouchera ce que Grothendieck appelle dans *Récoltes et semailles* la géométrie arithmétique.

### 2.3 L'unité dans le contexte de la géométrie arithmétique

La vision unificatrice des mathématiques qui anime les recherches de Grothendieck s'incarne dans la géométrie arithmétique. Dans cette optique, la motivation derrière l'élaboration de cette dernière apparaît comme l'accomplissement de cette synthèse du discret et du continu.

On peut considérer que la géométrie nouvelle est avant toute autre chose, une synthèse entre ces deux mondes, jusque là [*sic*] mitoyens et étroitement solidaires, mais pourtant séparés: le monde «arithmétique», dans lequel vivent les (soi-disants) «espaces» sans principe de continuité, et le monde de la **grandeur continue**, où vivent les «espaces» au sens propre du terme, accessibles aux moyens de l'analyste et (pour cette raison même) acceptés par lui comme dignes

de gîter dans la cité mathématique. Dans la vision nouvelle, ces deux mondes jadis séparés, n'en forment plus qu'un seul. [Grothendieck 1985, p. P30]

À cette fin, Grothendieck doit cependant se munir d'un nouveau concept d'espace, mais plus précisément de l'espace dans sa compréhension topologique. Le concept d'espace topologique traditionnel, c'est-à-dire celui hérité de Hausdorff, est effectivement inadéquat compte tenu des exigences que devrait satisfaire la théorie cohomologique postulée par les conjectures de Weil.

Ce problème est d'abord technique. Le concept traditionnel d'espace ne possède pas la souplesse requise pour saisir les invariants topologiques de la géométrie arithmétique, c'est-à-dire les groupes de cohomologie qui rendront compte de la forme des variétés algébriques sur un corps fini.

Or, le problème est également conceptuel puisqu'aucun concept d'espace n'était plus général que celui-là. Encore dans les années 1950, une topologie est considérée comme la structure la plus dépouillée et donc la plus générale dont peut disposer un espace. En effet, ce concept englobe tous les autres concepts d'espace. Pour donner un exemple simple, tout espace métrique est un espace topologique, mais l'inverse n'est pas vrai. Conséquemment, même la structure spatiale la plus souple à la disposition des mathématiciens ne l'était pas suffisamment pour le problème que soulevaient les conjectures.

La pierre angulaire de la nouvelle géométrie ne pouvait donc être qu'un concept d'espace permettant de transcender la généralité maximale du concept d'espace topologique traditionnel. En définissant le concept de topos, Grothendieck parvint à se donner un concept d'espace possédant la souplesse requise par les conjectures de Weil.

C'était l'apparition d'un tel « principe nouveau » décidément, et rien de moins, qui pouvait faire se consommer ces « épousailles du nombre et de la grandeur » ou de la « géométrie du discontinu » avec celle du « continu », dont un premier pressentiment se dégageait des conjectures de Weil. [Grothendieck 1985, p. P34]

Le concept de topos fournira à Grothendieck la généralisation recherchée.

L'idée de la généralisation consiste à remplacer le treillis des ouverts  $\mathcal{O}(X)$  qui, par définition, détermine la structure d'un espace topologique au sens traditionnel. Pour ce, Grothendieck a recours à la notion de faisceau. Intuitivement, un faisceau est un outil permettant de décrire une structure mathématique définie localement sur un espace  $X$  par un processus de restrictions et de collage. Par exemple, soient un espace topologique  $X$  et une fonction  $f : U \rightarrow \mathbb{R}$  où  $U \in \mathcal{O}(X)$ . On considère les restrictions  $f|_V$  sur les sous-ensembles ouverts  $V \subset U$ . En choisissant correctement certains sous-ensembles

ouverts  $V_i$ , il est possible de retrouver la fonction  $f$  en collant les restrictions  $f|_{V_i}$ <sup>9</sup>.

Tout d'abord, Grothendieck considère la totalité des faisceaux  $F : \mathcal{O}(X)^{\text{op}} \rightarrow \text{Ens}$  sur un espace topologique  $X$ . Ces faisceaux forment une catégorie: la catégorie des faisceaux sur l'espace  $X$ , dénotée  $\text{Sh}(X)$ . Cette catégorie est fondamentale: elle permet de retrouver la structure topologique de l'espace — c'est-à-dire le treillis des ouverts  $\mathcal{O}(X)$  — et du coup les propriétés essentielles de l'espace. Ceci signifie que la structure topologique de l'espace  $X$  est en fait déterminée par la catégorie des faisceaux. Autrement dit, il est possible de faire abstraction de l'espace de départ pour ne se préoccuper que de la catégorie  $\text{Sh}(X)$ <sup>10</sup>.

La construction de la catégorie des faisceaux opère donc un passage d'une situation topologique, c'est-à-dire qui relève du continu, vers une situation catégorico-algébrique et donc foncièrement discrète. L'intérêt de ce passage tient à ce que la structure catégorico-spatiale est beaucoup plus souple que la structure topologique. En fait, elle possède la souplesse recherchée par Grothendieck pour transcender la désormais apparente généralité maximale du concept d'espace topologique traditionnel.

Parallèlement, Grothendieck définit une notion de topologie ancrée dans le langage de la théorie des catégories. Elle a l'avantage d'être plus générale et plus souple que la notion ensembliste traditionnelle. Cette topologie « nouveau genre » fait appel à la notion de crible.

**Définition.** Soient  $\mathcal{C}$  une petite catégorie et  $C$  un objet de  $\mathcal{C}$ . Un *crible*  $S$  sur  $C$  est une famille de morphismes dans  $\mathcal{C}$ , chacun ayant  $C$  pour codomaine, telle que si  $f \in S$ , alors  $f \circ g \in S$  pour tout morphisme  $g$  dont la composition avec  $f$  est définie.

Plus simplement, un crible est une famille de morphismes fermée sous la composition à droite. De plus, si  $S$  est un crible sur  $C$  et  $h : D \rightarrow C$  est un morphisme, alors

$$h^*(S) = \{g \mid \text{cod}(g) = D \text{ et } h \circ g \in S\}$$

est un crible sur  $D$ .

Une des particularités des topologies de Grothendieck, puisqu'il s'agit du nom que porte cette nouvelle notion, est d'être définies sur une catégorie et non sur un ensemble. Grosso modo, une topologie de Grothendieck sur une catégorie  $\mathcal{C}$  est une fonction qui associe à tout objet  $C$  de  $\mathcal{C}$  une collection de cribles sur  $C$  et qui respecte certaines propriétés. La définition rigoureuse s'énonce comme suit:

9. Pour une présentation technique de la notion de faisceau, voir Mac Lane et Moerdijk [1992].

10. Pour le détail technique, voir Mac Lane et Moerdijk [1992].

**Définition.** Une *topologie de Grothendieck* sur une catégorie  $\mathcal{C}$  est une fonction  $J$  qui assigne à tout objet  $C$  de  $\mathcal{C}$  une collection  $J(C)$  de cribles sur  $C$  tel que

- 1) le crible maximal  $t_c = \{f \mid \text{cod}(f) = C\}$  est dans  $J(C)$ ;
- 2) si  $S \in J(C)$ , alors  $h^*(S) \in J(D)$  pour tout morphisme  $h: D \rightarrow C$ ;
- 3) si  $S \in J(C)$  et  $R$  est un crible sur  $C$  tel que, pour tout  $h: D \rightarrow C$ ,  $h^*(R) \in J(D)$ , alors  $R \in J(C)$ .

La notion de topologie de Grothendieck permet à son tour de définir un site.

**Définition.** Un *site* est une paire  $(\mathcal{C}, J)$  où  $\mathcal{C}$  une petite catégorie et  $J$  une topologie de Grothendieck sur  $\mathcal{C}$ .

La notion de site rend possible l'étude de la catégorie  $\mathcal{C}$  d'un point de vue local. En ce sens, elle remplit un rôle similaire à celui des voisinages pour les espaces topologiques. Il est d'ailleurs facile de démontrer qu'un espace topologique au sens traditionnel est en fait un cas particulier de site<sup>11</sup>. La structure de topologie de Grothendieck généralise donc bel et bien la structure du treillis des ouverts.

Finalement, la construction de la catégorie des faisceaux  $\text{Sh}(X)$  peut être transposée de manière à construire la catégorie des faisceaux  $\text{Sh}(\mathcal{C}, J)$  sur un site  $(\mathcal{C}, J)$ . Ceci donne lieu à la notion de topos :

**Définition.** Un *topos*  $\mathcal{E}$  est une catégorie de faisceaux qui est équivalente à la catégorie des faisceaux  $\text{Sh}(\mathcal{C}, J)$  sur un site  $(\mathcal{C}, J)$ .

Ainsi, le concept de topos fournit la généralisation recherchée du concept d'espace topologique. Comme l'écrit Grothendieck dans *Récoltes et semailles* :

(...) un « espace nouveau style [ », *sic*] (ou topos), généralisant les espaces topologiques traditionnels, sera décrit tout simplement comme une « catégorie » qui, sans provenir forcément d'un espace ordinaire, possède néanmoins toutes ces bonnes propriétés (explicitement désignées une fois pour toutes, bien sûr) d'une telle « catégorie de faisceaux ». [1985, p. P39]

Le topos est la pierre angulaire de la vision unificatrice qui sous-tend l'élaboration de la géométrie arithmétique. Les travaux de Grothendieck établiront que, étant donné une variété algébrique de caractéristique  $p$ , le topos permet de construire la théorie cohomologique postulée par Weil qu'il nommera cohomologie étale  $l$ -adique.

En conséquence, dans la géométrie arithmétique telle que développée par Grothendieck, l'unité des mathématiques s'organise autour du concept de topos.

---

11. Voir Mac Lane et Moerdijk [1992, p. 111] pour une démonstration.

[L'idée de topos] englobe, dans une intuition topologique commune, aussi bien les traditionnels espaces (topologiques), incarnant le monde de la grandeur continue, que les (soi-disant) « espaces » (ou « variétés ») des géomètres algébristes abstraits impénitents, ainsi que d'innombrables autres types de structures, qui jusque là [*sic*] avaient semblé rivées irrémédiablement au « monde arithmétique » des agrégats « discontinus » ou « discrets ». [Grothendieck 1985, p. P37]

Plus généralement, ceci signifie que l'outil topologique, en permettant d'appliquer des invariants topologiques à une variété algébrique sur un corps fini, fait de la géométrie un pont entre les aspects arithmétique et analytique des mathématiques, c'est-à-dire entre le discret et le continu.

C'est le thème du topos (...) qui est ce « lit », ou cette « rivière profonde », où viennent s'épouser la géométrie et l'algèbre, la topologie et l'arithmétique, la logique mathématique et la théorie des catégories, le monde du continu et celui des structures « discontinues » ou « discrètes ». [Grothendieck 1985, p. P43]

En conclusion, l'« Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel » de Lautman adopte un point de vue philosophique original sur l'unité des mathématiques. Celui-ci peut effectivement être qualifié de métaphysique puisque l'unité est le résultat des schémas logiques à l'œuvre en mathématiques.

Paradoxalement, le thème d'une unité métaphysique n'est introduit qu'à la toute fin de la thèse complémentaire. Il demeure par conséquent sous-développé et difficile à interpréter, et ce encore plus si celle-ci est étudiée indépendamment de l'« Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématique ». L'introduction et les quatre chapitres annoncent plutôt une unité méthodologique qui se baserait ultimement sur une réconciliation du continu et du discret.

Dans une perspective mathématique, l'unité induite par le concept de topos dans le cadre des recherches de Grothendieck s'avère beaucoup plus satisfaisante. Ceci ne doit toutefois pas nécessairement être compris comme un rejet définitif du traitement de Lautman de la dualité du continu et du discret — les solutions de Lautman et Grothendieck répondent après tout à des préoccupations fort différentes. Toutefois, malgré sa difficulté technique, la clarté de l'approche de Grothendieck l'avantage.

Finalement, à la lumière de la vaste infiltration du concept de topos dans plusieurs champs des mathématiques depuis les années 1960, il serait certainement intéressant d'approfondir la nouvelle portée qu'acquerrait une conception de l'unité des mathématiques basée sur les topos.

## Bibliographie

- Bernays, Paul (1940). « Review of “Essai sur l’unité des sciences mathématiques dans leur développement” », *The Journal of Symbolic Logic*, 5, 1, p. 22.
- Cartier, Pierre (2000). « Grothendieck et les motifs », *Prépublications de l’Institut des Hautes Études Scientifiques*, coll. Notes sur l’histoire et la philosophie des mathématiques, n° IV, p. 2-34.
- Grothendieck, Alexandre (1985). *Récoltes et semailles*, Montpellier, Université des Sciences et Technologies du Languedoc.
- Houzel, Christian (1994). « La Préhistoire des conjectures de Weil » dans Pier, Jean-Paul, *Development of Mathematics 1900-1950*, Basel, Birkhäuser, p. 385-414.
- Lautman, Albert (1977a). « Essai sur les notions de structure et d’existence en mathématique », dans *Essai sur l’unité des mathématiques et divers écrits*, Paris, Union générale d’éditions, coll. 10/18, p. 23-154.
- Lautman, Albert (1977b). « Essai sur l’unité des mathématiques dans leur développement actuel », dans *Essai sur l’unité des mathématiques et divers écrits*, Paris, Union générale d’éditions, coll. 10/18, p. 155-202.
- Mac Lane, Saunders et Ieke Moerdijk (1992). *Sheaves in Geometry and Logic: A First Introduction to Topos Theory*, New York, Springer, coll. Universitext.

## Philosophiques

philosophiques

### Précis de *Lautman*

Emmanuel Barot

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039719ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039719ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

#### Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

#### ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

#### Citer ce document

Barot, E. (2010). Précis de *Lautman*. *Philosophiques*, 37 (1), 189–195.

<https://doi.org/10.7202/039719ar>

# Disputatio

## Précis de *Lautman*<sup>1</sup>

EMMANUEL BAROT

Université Toulouse-II Le Mirail

Le but de ce livre est d'introduire aux thèses principales de la philosophie mathématique d'Albert Lautman, dont la méconnaissance constituait naguère et constitue toujours une carence importante dans le champ de la philosophie et de l'épistémologie, francophones en particulier.

### Le rapprochement nécessaire de la métaphysique et des mathématiques

La double singularité de Lautman, par le type de philosophie qu'il convoque, dont l'anachronisme semble la marque majeure, et par la technicité parfois très haute de ses exposés mathématiques, à la fois explique certainement cette méconnaissance, mais *a contrario* est tout aussi fortement stimulante, en raison notamment du fait, qui n'est pas anodin, de la légitimité qu'il a pu recueillir en son temps et ensuite chez un certain nombre de mathématiciens. Si l'argument d'autorité ne fait pas l'autorité de l'argument, cette reconnaissance m'a semblé encourager à la lecture de cette œuvre dense et foisonnante en raison des ouvertures et des reprises qu'elle a déjà ponctuellement suggérées, et dont on peut raisonnablement imaginer qu'elle est loin d'avoir livré toute sa fécondité. La volonté est donc double : ouvrir sur certaines pistes lautmaniennes à suivre *aujourd'hui*, comme prolongement naturel d'une introduction limitant l'exposé aux grandes thèses du penseur. Cependant l'ambition, d'une part, est d'illustrer suffisamment ces thèses pour qu'elles prennent corps sans que les détails n'en obscurcissent les significations majeures, mais d'autre part de ne faire l'impasse sur aucune de ces dernières, sans gommer indûment les tensions ou dimensions éventuellement aporétiques qui leur sont attachées.

Le fil conducteur du livre est l'affirmation de Lautman selon laquelle le « *rapprochement de la métaphysique et des mathématiques n'est pas contingent, mais nécessaire*<sup>2</sup> ». L'exposition et l'interrogation des raisons et des voies de cette nécessité requiert l'articulation permanente entre les différents plans où elle prend sa source et s'atteste : ce qui implique, systématiquement, afin que les thèses majeures de Lautman prennent tout leur relief, d'exposer (1) les conditions et les significations du point de vue *historique*

---

1. Emmanuel Barot, *Lautman*, Paris, Les Belles-Lettres, Collection « Figures du Savoir », 2009.

2. A. Lautman, « Nouvelles Recherches sur la structure dialectique des mathématiques », *Les mathématiques, les Idées et le réel physique*, Paris, Vrin, 2006, p. 237.

de leur période d'énonciation, l'entre-deux-guerres français, et cela, dans le domaine des mathématiques comme dans celui de la philosophie, et (2) de restituer les problèmes théoriques *spécifiques* de chacun des deux champs (2a) dès lors qu'ils étaient ce par rapport ou en fonction de quoi Lautman a *pris position* ou a été orienté dans ses enquêtes, (2b) ou réciproquement selon la portée ou l'impact qu'ont pu avoir les positions de Lautman sur leur traitement ultérieur.

D'où la progression retenue en quatre chapitres, dont les éléments essentiels sont les suivants.

# I

Le premier chapitre « **Les trois cadres de la pensée lautmanienne** » est une sorte de seconde introduction détaillée, qui présente l'essentiel des révolutions, qui ont débuté au milieu du XIX<sup>e</sup> siècle, de l'analyse (son arithmétisation), de la géométrie (son algébrisation), et au niveau du développement de méthodes structurales pré-axiomatiques puis axiomatiques, en relation d'ailleurs avec la naissance de la nouvelle logique libérée de sa forme antérieurement aristotélécienne. C'est tout cela qui constitue la « matière » mathématique dont Lautman examine les formes les plus contemporaines, notamment celles des algébristes allemands et des futurs bourbakistes français.

En second lieu, c'est le point de vue de la métamathématique hilbertienne qui retient l'attention, puisque c'est exactement ce point de vue que Lautman entend reconduire, mais en l'investissant au travers d'une rupture qualitative avec le programme également hilbertien de réduction *technique* du problème des « fondements » de la mathématique. Lautman en défend au contraire une *replatonisation*, c'est-à-dire la ré-assimilation de cette métamathématique à une *dialectique* de type métaphysique selon une perspective (néo)platonicienne plutôt complexe. L'idée est, dès ce moment du livre, d'indiquer que la philosophie lautmanienne va rapidement se débattre avec les difficultés attachées aux tentations « régaliennes » des métaphysiques qui, jadis, prétendaient être le lieu de saisie et de formulation des principes d'une science mathématique posée comme inapte, en elle-même et par elle-même, à s'en charger.

Enfin est présenté le troisième « cadre », celui des épistémologies à la fois historicisantes et « dialectiques » ou « dialectisantes » de l'entre-deux-guerres dans lequel il intervient. Par là, Lautman est clairement réinscrit dans un milieu intellectuel dont les membres partagent un ensemble assez net de soucis et d'interrogations. Avec Bachelard, Cavaillès, ou encore Gonsseth, il s'efforce de rendre raison de l'objectivité et de la nécessité des mathématiques tout en assumant leur historicité et la contingence des découvertes ou crises qu'elles rencontrent. De même s'efforce-t-il de mettre en valeur le dynamisme, la temporalité de cette connaissance contre sa réduction plus ou moins fixiste et désincarnée, et d'identifier le type d'objets et d'objectivité *irréductibles* qui sont les siennes contre leur rabattement sur des propriétés

logico-syntaxiques des langages formels : autant de préoccupations convergeant à la fois contre les orientations pré-historicistes — par exemple, de la tradition transcendantale kantienne et néo-kantienne dans le premier cas —, contre le développement conquérant du néo-positivisme, entre empirisme radical et logicisme dans le second.

Cette triple réinscription permet de montrer que la philosophie de Lautman n'est pas, loin s'en faut, un îlot incommensurablement isolé. Mais elle rend du même mouvement possible la mise en lumière, en un second temps, de la *posture décentrée* que Lautman va développer, notamment vis-à-vis de ses coréligionnaires dialectisants.

## II

L'objectif de ce premier chapitre était de préparer le terrain à l'exposé en deux temps, ou plutôt en deux « strates », qui constitue l'essentiel du second chapitre « Du réel en mathématiques ». On y expose, en en laissant de côté les apories, en le prenant pour « acquis » si l'on peut dire, le rapport générique établi par Lautman entre théories mathématiques d'un côté et Idées et notions métaphysiques (dialectiques) de l'autre, rapport qui s'énonce comme *différence ontologique* entre deux plans de ce qui fait la « réalité » des mathématiques, de ce qu'elles sont et de ce qu'elles prennent en charge. Ce rapport s'éclaire chez Lautman à travers son enquête sur le caractère radicalement non monolithique de la « réalité » mathématique. Dominé par le souci platonicien de saisir son unité au travers de sa multiplicité, il enregistre et questionne les quatre formes majeures qu'elle prend : des « faits » (découvertes, ruptures, etc.) qui scandent l'histoire aux « Idées » qui en gouvernent l'organisation synchronique et diachronique, en passant par les « théories » dont il examine alors analogies structurelles et affinités méthodologiques, à partir et au-delà des différents domaines sémantiques, champs d'objectivité, bref, des types ou classes d'« êtres » qui les peuplent.

Pour Lautman le processus historique de la mathématique est un processus d'incarnation, de réalisations successives de grandes Idées, c'est-à-dire de quelques grands couples de notions qui constituent à ses yeux de véritables « problèmes » ou énigmes de la rationalité connaissante depuis l'Antiquité. Les exemples pris dans le livre, choisis dans des champs mathématiques variés (le couple structure-existence en logique mathématique, le couple intrinsèque-extrinsèque en topologie, le couple continu-discontinu en analyse et en arithmétique, etc.), servent ainsi à montrer de façon détaillée comment des domaines mathématique *différents* « incarnent » pour lui *une même* Idée, et réciproquement, comment une même Idée se *pluralise* lorsqu'elle « passe » au plan des théories. C'est par ces allers-retours répétés de la multiplicité à l'unité que Lautman prétend capter « l'unité des mathématiques dans leur développement actuel », pour reprendre le titre d'une de ses deux thèses de 1937, c'est-à-dire capter la nature et les ressorts dynamiques de la productivité mathématique au cours de son développement historique, sur

la base des effets produits par ces décennies révolutionnaires antérieures dont il tire les leçons.

Par là est exposé à un premier niveau, relativement schématisé, le rapport ontologie/histoire au cœur du dispositif, à partir des grandes lignes d'interprétation reprises par Lautman, et en particulier l'opposition entre la mathématique « classique », et la mathématique « moderne » qui est avant tout marquée du sceau de l'esprit et des méthodes algébriques.

### III

Le second chapitre visait avant tout à illustrer la façon dont Lautman procède dans son œuvre pour *présenter et interpréter le texte de la mathématique*, et ce qui ressort de cette interprétation, et à fournir un premier cadre de présentation du problème philosophique de l'articulation métaphysique/histoire. Le troisième chapitre « La différence ontologique face à l'histoire » est donc consacré, en détail cette fois, aux difficultés proprement philosophiques soulevées par cette « différence ontologique » et ces « Idées » qu'il reprend à Platon, et en partie au Platon « ésotérique », celui de la doctrine orale des premiers principes indirectement transmise par la *Métaphysique* d'Aristote. La nature hautement problématique de ces Idées tient à leur « dialectique » spécifique qu'il reformule pour partie avec la distinction de Heidegger entre Être et étants, mais selon une tournure qui semble fortement apparentée avec le processus d'actualisation de l'Idée tel que Hegel le présente dans sa *Science de la logique*. D'où les confrontations successives de Lautman avec ces figures, en particulier celle avec Hegel qui n'allait pas de soi puisque Lautman ne le cite *jamais*.

Le bilan de ces rapprochements est finalement assez simple : Lautman est un parfait hétérodoxe qui se saisit, chez une autorité quelconque, de motifs théoriques qui entrent en résonance avec les mathématiques dans lesquelles il baigne, et *en raison de cette résonance*, mais au travers d'« infidélités » et de torsions infligées avec une grande liberté aux usages ou définitions d'origine des concepts ou opérateurs théoriques en question. Le résultat est qu'il n'est ni heideggerien, ni hégélien, ni platonicien non plus, mais plutôt promoteur d'une métaphysique *d'esprit* platonicien qui l'apparente jusqu'à un certain point, mais un certain point seulement, à certains traits hégéliens, en particulier du fait de la thèse selon laquelle l'Idée dialectique, par elle-même *transcendante*, ne peut pourtant s'incarner, se réaliser et surtout se *déterminer* — *sans jouer sur les mots, trouver à la fois « complétude » et « consistance »* — que par la médiation historique de la théorisation et de la formalisation, c'est-à-dire dans *l'immanence* des pratiques mathématiques historiquement situées.

Schématiquement résumé, on peut dire que pour Lautman l'histoire est le lieu ou le plan de résolution de problèmes non historiques par eux-mêmes, problèmes qui ne sont pourtant jamais épuisables par les théories dans leurs développements et successions, justement parce qu'en leur ordre

propre, ces « problèmes » sont « indéterminés », c'est-à-dire ouverts par principe à une multiplicité, *a priori* sans limite, de traductions. Bref, l'histoire est une réponse continuée et sans fin à des énigmes irréductibles et insolubles *comme telles*. Telle est pour Lautman la loi du progrès mathématique, ce qui fait son unité profonde, « organique », son unité vitale, à l'intérieur comme au-delà de la diversité des champs, domaines d'objets, et méthodes qui en font toute l'exponentielle richesse. Son insistance sur ce plan ontologico-métaphysique, son affirmation réitérée selon laquelle ce dernier n'est pas soluble dans l'historicité des théories, est très exactement ce par quoi Lautman impose sa singularité et se décentre des épistémologies principalement historicistes de ses congénères, et de leur maître commun qu'avait été Brunschvicg.

#### IV

Le quatrième chapitre « Une cosmologie physique sous tension » cherche, enfin, à clarifier le chantier partiellement distinct de cette nouvelle « philosophie de la physique » que Lautman a progressivement défriché. À la dualité Idées/théories se rajoute alors un troisième pôle, celui des phénomènes naturels objectivés en physique. L'orientation principale de Lautman en ce domaine ne surprend pas : *de même que les Idées « dominent » les théories, elles dominent les phénomènes*. C'est là que ses rapports avec le kantisme s'éclairent : derrière la reprise partielle de formules issues de la philosophie transcendante, c'est bien le modèle anti-kantien du *Timée* qui reste déterminant, avec lequel la confrontation était donc indispensable. Sur le temps, tout particulièrement, Lautman développe l'idée selon laquelle la distinction entre le « paramètre indépendant » de la mécanique classique et la « quatrième dimension » du continuum relativiste est l'expression *physique* d'une dualité proprement, et de façon logiquement antérieure, *mathématique*, qui n'est elle-même que l'expression de la dualité *dialectique* entre le « Même » et l'« Autre » platoniciens. Cette dérivation du métaphysique au phénoménal trouve d'ailleurs aussi sa formulation, dans le *Timée*, dans la création démiurgique de l'univers sensible (spatio-temporel) du devenir, qui est en son principe le résultat d'une composition de figures mathématiques, les polyèdres réguliers.

On présente là encore d'autres exemples de « situations » illustrant cette triade hiérarchisée phénomène-théorie-Idées afin de montrer la transversalité de la thèse lautmanienne. Par exemple son interprétation de la répartition des fonctions d'onde en symétriques et en dissymétriques, par lesquelles sont modélisées les trajectoires respectives de particules élémentaires selon les caractéristiques du système physique considéré, qui repose pour lui sur le nombre pair ou impair de leurs constituants. Ce qui l'amène à dire le fondement même du rapport entre le phénoménal et le physique relève des propriétés du pair et de l'impair en théorie des permutations. Mais comme ces propriétés sont expressives de la domination du couple

symétrique-dissymétrique qui est l'une des Idées dialectiques principales, c'est bien là encore la dualité Même-Autre (laquelle n'a elle-même qu'un visage de la dualité originelle entre l'Un et la dyade) qui apparaît comme fondamentale.

Rien n'empêche d'imaginer que cette cosmologie « qualitative », très certainement en porte-à-faux avec les idées dominantes en la matière, ne puisse constituer aujourd'hui un authentique et stimulant « programme métaphysique de recherche ».

### La leçon de Lautman

En conclusion on s'efforce d'articuler les deux types de réception, mathématique et philosophique de cette œuvre en se concentrant sur quelques-uns de leurs lieux majeurs ou figures principales. On rappelle synthétiquement d'une part que G. Deleuze dans *Différence et répétition* fut le premier et seul véritable « passeur » de Lautman dans la philosophie de l'après-guerre, et que son geste fut reconduit dans la seconde moitié des années 1980 par J. Petitot et J.-M. Salanskis. Les accents phénoménologiques-transcendants et herméneutiques qui dominent les lectures de ces derniers, manifestement en décalage partiel avec la *lettre* de l'œuvre, ont néanmoins marqué, dès lors, que cette œuvre est susceptible de réappropriations et de poursuites fécondes attestant l'ampleur de ses vues.

La réception mathématique, quant à elle, est présentée en deux temps. Après avoir souligné la proximité d'esprit et d'orientations, la communauté d'objets et de préoccupations de Lautman avec la génération fondatrice de Bourbaki, on souligne les radicales divergences conceptuelles qui s'attachent à leurs lectures respectives du *sens* de cette expérience mathématique : le réalisme *mathématique* des seconds et le « réalisme » *métaphysique* des Idées du premier ont en effet peu en commun. C'est justement ce hiatus que des héritiers comme C. Ehresmann ont ultérieurement suggéré de résorber en esquisant une « traduction » du motif principal de la dualité, qui est au cœur du dynamisme des Idées, dans les termes d'un idiome mathématique à la fois transversal et spécifique, celui des catégories. Raison pour laquelle on met alors essentiellement l'accent sur le problème de la « formalisation » des Idées que F. Zalamea, dans le sillage d'Ehresmann, a récemment réactualisé. Ce projet constitue en effet un point d'ancrage majeur de tout examen renouvelé de la « nécessité » qui lie mathématiques et philosophie, c'est-à-dire de toute tentative pour en ré-identifier aujourd'hui les contours respectifs, les « territoires », et donc les types, modes et lieux, qu'ils soient propices à de fortes tensions ou non, de possibles collaborations.

Parasiter ainsi les partages disciplinaires, promouvoir une stratégie interprétative de ces champs trop souvent indûment réifiés et figés dans leurs univers respectifs, mobiliser à cette fin des schèmes dialectiques qui sont par tradition et par définition des schèmes de la *médiation* et d'une compréhension adéquate, contre tout relativisme et tout fixisme à la fois, de la réalité

dynamique du multiple, telle est la grande leçon de Lautman. Cette leçon l'extrait de façon emblématique des problématiques souvent étroitement confinées de la discipline des « fondements » de la logique et des mathématiques, et l'impose, en toute son ampleur, comme un protagoniste d'envergure du dialogue millénaire nouant la science la plus « pure » et la métaphysique la plus ambitieuse. Par la liberté dont Lautman a témoigné à la fois théoriquement et pratiquement dans son combat général contre la tyrannie du fait et la soumission à l'établi, il ressort en ce sens comme un grand « classique », si l'on veut bien entendre par là non pas un penseur du passé et/ou dépassé, mais un penseur qui s'est *mis à la hauteur* des interrogations et des enjeux qui lui faisaient face, dans leur globalité, dans leur substance énigmatique, et même dans leur beauté. À mes yeux, nul doute que dans cette posture réside l'un des facteurs majeurs de son isolement, mais tout autant l'un des puissants motifs pour sa re-lecture aujourd'hui.

Qu'on partage ou non les *thèses* de Lautman est tout à fait secondaire par rapport *au sens des enjeux* dont il fait preuve dans la façon dont il traite ce qu'il se donne comme objet. Contribuer à la diffusion de sa *posture*, indépendamment même de la littéralité de ses *positions*, est en tous cas l'objectif *majeur* du livre, et ce qui a constitué dès le départ sa principale motivation.

## Commentaire sur Emmanuel Barot : *Lautman*

Pierre Cassou-Noguès

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039720ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039720ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce document

Cassou-Noguès, P. (2010). Commentaire sur Emmanuel Barot : *Lautman*. *Philosophiques*, 37 (1), 197–200. <https://doi.org/10.7202/039720ar>

## Commentaire sur Emmanuel Barot : *Lautman*

PIERRE CASSOU-NOGUÈS

CNRS et Université Lille III

Les noms des philosophes de cette génération semblent aller, dans notre imaginaire, par paire : Sartre et Merleau-Ponty, ou Cavaillès et Lautman. Cependant, alors que les œuvres de Sartre et de Merleau-Ponty font chacune l'objet d'études indépendantes, il reste difficile de parler de Lautman sans évoquer Cavaillès. De quelques années son cadet — Cavaillès est né en 1903, Lautman en 1908 —, élève de Cavaillès à l'ENS — la même année que Merleau-Ponty —, se plongeant à la suite de Cavaillès dans les mathématiques contemporaines, résistant pendant la guerre, fusillé quelques mois après Cavaillès, Lautman est par ce cheminement comme par l'amitié qui les liait, très proche de Cavaillès. Leurs œuvres partagent aussi une référence aux mathématiques de leur temps et un fort héritage brunshvicgien. Cela dit, il faut bien reconnaître que le travail de Lautman ouvre une autre perspective, qui est différente de celle de Cavaillès ou n'en est pas, comme on voudrait parfois le croire, un double à la fois un peu pâle et un peu obscur. Or, malgré le volume édité par F. Zalamea en 2006, l'œuvre de Lautman reste méconnue. L'ouvrage d'Emmanuel Barot est la première monographie qui lui soit consacrée. Et il faut saluer l'excellente analyse, aussi instructive que stimulante, que donne E. Barot. On y trouve une présentation claire des principales sources de Lautman, y compris des grandes notions mathématiques qu'utilise Lautman, et un examen précis des problèmes que Lautman a rencontrés et sur lequel il a sans doute buté jusqu'à la fin de cette œuvre interrompue par une mort prématurée.

Le premier chapitre discute des trois « cadres » de la pensée de Lautman : le développement des mathématiques au XIX<sup>e</sup> siècle jusqu'à la controverse sur le problème des fondements dans les années vingt ; la métamathématique de Hilbert, que E. Barot isole en raison de l'importance que lui donne Lautman et de l'interprétation singulière qu'il en propose ; la tradition épistémologique en France, de Brunshvicg, Bachelard ou Cavaillès, dans laquelle s'inscrit également Lautman.

Le deuxième chapitre, « Du réel en mathématique », retrace dans ses grandes lignes l'épistémologie des mathématiques de Lautman à partir de la distinction entre le niveau proprement mathématique, le niveau des théories mathématiques, et le niveau idéal, le niveau des Idées qui animent les théories mathématiques et leur donnent leur objectivité. Il serait inutile, dans ce volume consacré tout entier à la pensée de Lautman, de tenter d'esquisser en quelques lignes son épistémologie des mathématiques. Il faut souligner cependant que E. Barot en profite pour introduire de façon très pédagogique

aux notions mathématiques auxquelles se réfère Lautman dans ses principaux exemples.

Le troisième chapitre, « La différence ontologique face à l'histoire », est consacré au grand problème de la pensée de Lautman, celui du rapport entre les Idées et les théories mathématiques. Comment penser le rapport entre ses deux niveaux, l'un qui est historique, celui des théories mathématiques, et l'autre, celui des idées, qui n'a pas à proprement parler d'histoire ? Comment penser la « procession », l'incarnation pour ainsi dire des Idées dans les théories mathématiques ? E. Barot distingue trois modèles, montrant à chaque fois leur inadéquation à la pensée de Lautman ou la façon dont Lautman déforme ces modèles antérieurs pour tenter de fixer ce rapport des Idées aux mathématiques. Le premier modèle est platonicien. Le deuxième modèle, qui s'appuie sur quelques références de Lautman au philosophe allemand, est heideggerien. Le troisième modèle, que propose E. Barot, est hegelien. Il faut dire que Lautman lui-même ne se réfère jamais à Hegel. Mais le point de départ d'E. Barot — qui s'inscrit dans une thèse plus large sur un hegelianisme inavoué de la tradition épistémologique en France — est que le développement des Idées dans les théories mathématiques relève d'une dialectique que l'on peut comparer à celle de Hegel : « du fait que ces Idées sont des schémas de liaisons possibles entre notions *contraires*, la dynamique de leur réalisation est bien une *antithétique* de style hégélien » (p. 146, E. Barot souligne). Les Idées sont formées de couples de notions opposées, le discret et le continu, le local et le global, et les théories mathématiques ont bien pour but de lier, en un sens, ces notions opposées. Cela dit, E. Barot doit immédiatement reconnaître, d'une part, que le développement des théories mathématiques les unes à la suite des autres ne relève pas de la seule négativité, comme c'est le cas dans la dialectique de Hegel, et d'autre part, que les oppositions, qui se marquent dans l'épistémologie de Lautman au sein des Idées, ne sont pas dépassées, annulées, dans les théories mathématiques, comme elles le sont dans la dialectique de Hegel. Si l'on veut, l'arithmétisation de l'analyse donne une version de l'opposition entre le discret et le continu, une façon de lier ces notions idéales, mais ne les dépasse pas pour les intégrer dans une troisième notion — comme l'être et le néant se dépasse dans la dialectique hégélienne dans le devenir — qui pourrait être à son tour niée pour former une nouvelle opposition à son tour dépassée, et ainsi de suite jusqu'au savoir absolu. Les oppositions idéales dans l'épistémologie de Lautman ne font pas l'objet d'une telle « sursomption ». Ce troisième modèle, pour intéressant qu'il soit, est finalement un échec : « Il n'y a pas d'*Aufhebung* chez Lautman, ni téléologie, ni finalisme de l'Idée, ni tension vers un savoir absolu réuni » (p. 148). La nature de la « différence ontologique », si elle est éclairée par ces trois modèles, reste ce qu'elle est dans les textes de Lautman : un problème.

Le quatrième chapitre aborde les derniers textes sur la physique. La conclusion retrace les grandes interprétations à laquelle l'œuvre de Lautman

a donné lieu. E. Barot distingue deux réceptions mathématiques : avec Bourbaki et l'interprétation de l'Idée comme « structure » ; dans la lecture de F. Zalamea qui rapproche la pensée de Lautman de la théorie des catégories. La brève généalogie des réceptions philosophiques passe par la position de Deleuze dans *Différence et répétition*, la perspective phénoménologique de J. Petitot et de J.-M. Salanskis, et le platonisme de A. Badiou. Je dois dire que, dans l'analyse de ces réceptions, E. Barot ne donne pas à mes yeux assez de place à la lecture que fait Deleuze de Lautman, dans *Différence et répétition*. Historiquement, celle-ci a été tout à fait importante aussi bien dans l'économie de la pensée de Deleuze que pour la réception de l'œuvre de Lautman. En fait, Deleuze a donné la principale, sinon la seule, lecture de Lautman chez les philosophes entre les années quarante et les années quatre-vingt.

Mais je voudrais surtout revenir sur la « différence ontologique » et le problème de définir le rapport entre le niveau des Idées et celui du développement mathématique : comment ce qui n'a pas à proprement parler d'histoire peut-il venir diriger, ou donner son objectivité, à un développement qui est historique ? On pourrait montrer, je crois, que ce problème n'est pas résolu par Lautman, que le philosophe y revient toujours à nouveau pour lui proposer des solutions différentes et qui restent insatisfaisantes.

Or, en se plaçant sans doute à une certaine distance, le problème de Lautman semble trouver un écho de ce qu'il est convenu d'appeler le dilemme de Benacerraf. Pour le formuler rapidement, dans l'article de 1973, « Mathematical Truth », P. Benacerraf montre que la philosophie des mathématiques est confrontée à une alternative : ou bien elle met l'accent sur la notion de vérité, elle est alors conduite à poser des objets idéaux, auxquels les énoncés mathématiques se réfèrent, mais elle ne peut alors rendre compte de notre connaissance de ces objets idéaux ; ou bien elle met l'accent sur la nécessité, disons épistémologique, de rendre compte de la connaissance mathématique, elle est alors conduite à une sorte de formalisme, qui ne permet pas d'obtenir une notion satisfaisante de vérité en mathématiques. Sans doute, les Idées de Lautman ne se confondent pas avec les objets idéaux auxquels pense P. Benacerraf. La réalité idéale de la théorie des ensembles, pour Lautman, serait dans les notions de continu et du discret plutôt que dans un univers d'ensembles qu'elle décrirait et qui rendrait « vrais » ces énoncés. Les Idées de Lautman ne représentent pas des modèles pour les théories mathématiques. D'autre part, lorsque P. Benacerraf pose comme problème notre connaissance des objets mathématiques — dans l'hypothèse où l'on accepte de tels objets idéaux —, il l'entend dans le cadre d'une théorie causale, selon laquelle je ne peux connaître un objet, ou un état de chose, que lorsque celui-ci exerce une influence causale qui s'étend jusqu'à moi : je ne peux percevoir et ne peux connaître que la neige tombe que si le fait que la neige tombe a une influence causale sur moi. Et le problème alors est qu'un objet idéal hors de l'espace et du temps ne semble pas pouvoir exercer d'influence

causale sur un être qui s'inscrit dans l'espace et dans le temps. Lautman n'accepterait sans doute pas une telle théorie de la connaissance. Néanmoins, et avec ces différences, il est confronté à un dilemme qui reste semblable à celui que met en évidence Benacerraf. D'un côté, Lautman est convaincu que des épistémologies comme celles de Cavaillès sont insuffisantes : il faut inscrire dans l'expérience mathématique la référence à une objectivité idéale et extérieure à l'expérience mathématique proprement dite. Mais, d'un autre côté, dès lors que l'on pose une réalité idéale, qui n'a pas la temporalité des théories mathématiques, le rapport des théories mathématiques à cette réalité idéale et la façon dont nous développons cette réalité idéale dans des théories mathématiques apparaissent incompréhensibles, et ni la référence à Platon, ni celle à Heidegger, ni un éventuel écho hegelien ne suffisent à résoudre de façon satisfaisante ce problème. Il faudrait donc ou bien mettre l'accent sur le développement des théories mathématiques — et en ce sens la connaissance mathématique, en excluant toute référence à une objectivité extérieure, ce qui conduit à une épistémologie comme celle de Cavaillès qui pour Lautman est insuffisante —, ou bien accepter la référence à une objectivité extérieure au risque de perdre alors le moyen de rendre compte de la connaissance mathématique à partir de cette réalité idéale. C'est, à une certaine distance bien sûr, et surtout traduit dans les termes d'une tout autre tradition philosophique, un dilemme analogue à celui de P. Benacerraf.

Lautman me semble participer à une sorte de renouveau du platonisme qui marque en profondeur la philosophie des mathématiques de son époque, de Russell à Gödel, disons, mais que l'on retrouverait également à l'extérieur de la philosophie des mathématiques. Je pense par exemple aux « idées sensibles » que Proust met en évidence — cet élément dans l'expérience de la madeleine, qui semble traverser le temps pour ramener en un seul bloc l'enfance du narrateur à Combray — idées sensibles qu'a reprises Merleau-Ponty et qui se lient dans le virtuel, tel que le décrit Deleuze, aux Idées de Lautman. C'est peut-être alors dans un contexte plus large qu'il s'agirait de replacer le platonisme de Lautman et les problèmes que le philosophe rencontre pour les éclairer, même dans ce que ceux-ci peuvent avoir d'insolubles au regard de nos catégories usuelles. Mais il ne fait pas de doute qu'il faut d'abord lire Lautman dans la perspective des traditions épistémologiques et mathématiques qui sont les siennes, et dans lesquels son platonisme prend sa spécificité. Et, de ce point de vue, je le répète, l'étude de E. Barot est excellente et donne une introduction aussi intéressante que pédagogique aux notions dont part Lautman et à ses principales thèses.

# Harmonies (néo)platoniciennes chez Lautman ? Questions à E. Barot

André Lebel

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039721ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039721ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce document

Lebel, A. (2010). Harmonies (néo)platoniciennes chez Lautman ? Questions à E. Barot. *Philosophiques*, 37 (1), 201–206. <https://doi.org/10.7202/039721ar>

# Harmonies (néo)platoniciennes chez Lautman?

## Questions à E. Barot

ANDRÉ LEBEL

Cégep Champlain St. Lawrence, Québec  
alebel@slc.qc.ca

[T]ous les visages de Platon ont leur vérité  
sur chacun des miroirs de la tradition.  
Il se peut que le plus fidèle de ces miroirs  
ait été celui de Plotin [...].

LÉON ROBIN, *Platon*, 1935, p. 239

1. En nous donnant un premier livre sur un sujet fascinant, mais ô combien ardu, car à la fois techniquement exigeant et philosophiquement sous-déterminé, un livre qui combine si heureusement clarté, érudition et pénétration, il ne fait nul doute qu'Emmanuel Barot a rendu un service considérable à celles et ceux qui s'intéressent à Albert Lautman. Il ne sera enfin plus nécessaire de chaque fois s'épuiser en explications *ab origine* avant de dire ou d'écrire quelque chose de neuf sur Lautman : il suffira désormais de renvoyer au *Barot* pour une première initiation ! Pour son beau travail, amorce d'« approfondissements collectifs » qui prendront, il faut le souhaiter, une tournure interdisciplinaire, Emmanuel Barot doit être félicité et remercié.
2. Les quelques remarques qui suivent auraient pu s'intituler « Questions d'un mathématicien à un philosophe », et j'espère que cette indication suffira à en excuser la naïveté. Mon attention se portera principalement sur quelques-unes des nombreuses affinités avec le néoplatonisme que je crois déceler chez Lautman, et la question en forme de critique que j'adresse à Barot est un peu la suivante : ce qu'il pourrait y avoir d'hégélien chez Lautman — et que Barot, en pionnier, a cherché à mettre en évidence — ne se réduit-il pas, en définitive, à ce qu'il pourrait y avoir de néoplatonicien chez Hegel<sup>1</sup> ?
3. Si certains parmi les premiers commentateurs de Lautman l'ont qualifié de « néoplatonicien », c'était parfois sans même préciser s'il s'agissait

---

1. La préférence bien connue de Hegel, dans la sphère de la philosophie ancienne, pour le néoplatonisme est fondée, écrit H. J. Krämer, sur « *an actual affinity of content* » (voir H. J. Krämer, *Plato and the Foundations of Metaphysics*, SUNY Press, 1990, p. 157). Paul Bernays

là d'une référence au néoplatonisme historique, ou simplement de l'énonciation d'une évidence, à savoir que la pensée de Lautman se présente comme un « nouveau platonisme<sup>2</sup> ». L'usage relativement fréquent par notre philosophe du vocabulaire néoplatonicien de la *procession* ou de l'*émanation* suggère en effet cette lecture, et je tenterai de montrer plus bas qu'il ne s'agit pas d'un simple emprunt terminologique.

On pourrait objecter à ce point de vue qu'il n'y a pas de référence directe au néoplatonisme dans les écrits d'Albert Lautman (de même qu'on y cherchera en vain un quelconque renvoi à Hegel), et qu'il paraît assez improbable que Lautman ait été un lecteur secret de Plotin ou de Proclus<sup>3</sup>. Il existe cependant une très simple explication à la présence d'éléments néoplatoniciens dans ses travaux. Comme le note Barot, la lecture de Platon par Lautman se déroule sous l'influence de l'interprétation de Léon Robin. Or cette interprétation, avec son insistance sur le rôle central de la doctrine non écrite, flirte quelque peu avec certaines formulations néoplatoniciennes. Ce fait est bien connu des platonisants, et Robin lui-même l'a d'emblée reconnu<sup>4</sup>. Toutefois, il me semble que ce sont les textes qui importent, et ceux de Lautman — on le constatera — sont assez clairs à cet égard. Ne pourrait-on pas

---

a le premier suggéré un rapprochement entre Hegel et Lautman dans sa recension des deux thèses de Lautman (voir *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 5, n° 1 [mars 1940], p. 20).

2. Par contre, Catherine Chevalley soutient que « le véritable sens platonicien » dont se réclame Lautman est en réalité tiré par celui-ci « vers une perspective plotinienne ». Voir son « Lautman et le souci logique », *Revue d'histoire des sciences*, XL (1) 1987, p. 61. Barot lui-même reconnaît le caractère plotinien de certaines formules de Lautman. Cf. E. Barot, *Lautman*, Paris, Les Belles Lettres, 2009, p. 134.

3. Plotin ne constituait certes pas une référence évidente pour un penseur rationaliste. On lira avec profit les remarques de Brunschvicg sur Plotin, dans un chapitre portant sur le « mysticisme alexandrin » (L. Brunschvicg, *Le progrès de la conscience dans la philosophie occidentale*, Paris, P.U.F., 1953, p. 80-94), ou encore l'importante monographie de Bréhier, parue pour la première fois en 1928 (E. Bréhier, *Plotin*, Paris, Vrin, 1998). Le cas de Proclus mériterait également considération, ainsi du reste que celui de Leibniz. Ce dernier constitue peut-être l'une des sources du néoplatonisme diffus de Lautman.

4. Jean Trouillard soutient que « de bons platonisants modernes comme Léon Robin estimaient que Platon s'orientait [dans ses grands dialogues métaphysiques] vers une procession intégrale du réel » (voir l'article « Néo-platonisme » de l'*Encyclopaedia Universalis*). Au terme de son grand travail de 1908, Léon Robin écrivait en effet que « ce qui se dégagerait de ces considérations, c'est, si je ne craignais d'employer prématurément ce terme de la langue néoplatonicienne, l'Idée d'une « procession » de l'Être », et plus loin « Aristote nous a mis sur la voie d'une interprétation néoplatonicienne de la philosophie de son maître ». Cf. *La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote. Étude historique et critique*, Georg Olms Verlag, 1984, p. 598-600. Je dois préciser que Lautman ne cite pas cet ouvrage, mais plutôt l'ouvrage-synthèse de 1935, L. Robin, *Platon*, Paris, P.U.F., 1935.

tout simplement envisager la possibilité que Lautman ait « redécouvert » certains éléments d'un mode atemporel du penser ?

4. Le rapprochement entre Lautman et le néoplatonisme s'opère en au moins trois points distincts : la doctrine plotinienne des deux actes, la dialectique perfection-production et l'« incomplétude » des Idées.
  - i) *La doctrine des deux actes.* La distinction entre un acte *intérieur* d'une essence (ou substance), activité *de* l'essence, et d'un acte *extérieur*, activité *à partir de* l'essence, joue un rôle considérable dans les *Ennéades* de Plotin<sup>5</sup>, qu'elle s'applique à une unique essence, ou qu'elle ait pour fonction d'expliquer le rapport entre deux hypostases « consécutives ». C'est à ce deuxième cas qu'est associé le schéma classique procession-conversion. D'après Plotin « en chaque chose, il y a un acte qui appartient à la réalité et un acte qui provient de la réalité ; l'acte qui appartient à la réalité est la chose elle-même, et l'acte qui provient de la réalité doit à tous égards en être la conséquence nécessaire, tout en étant différent de la chose même<sup>6</sup> ». Comme l'ont noté plusieurs commentateurs, l'acte intérieur chez Plotin se traduit souvent en un morcellement ou une division de la réalité (par exemple, en genre et espèces). L'acte extérieur, par contre, est production nécessaire d'un autre, avec imitation (partielle) du producteur. Or, dans les passages lautmaniens de l'essence à l'existence, on observe exactement les mêmes moments : distinction entre la structure interne d'un être mathématique, qui est bien souvent division en classes, découpage structural de nature topologique, etc., et création ou émanation d'un *autre* être, rendue possible par ce morcellement du domaine de base : « Le passage de l'essence à l'existence devient ainsi une liaison entre la décomposition structurale d'un être et l'existence d'autres êtres que cette décomposition fait naître<sup>7</sup>. » Et Lautman ajoute que dans certains cas, des « relations d'imitation [...] peuvent exister entre la structure de cet abstrait [le produit] et celle du concret de base [le producteur]<sup>8</sup> ». Un examen plus approfondi des exemples mathématiques de Lautman révèle un remarquable parallélisme entre ses

5. Ma référence pour cette doctrine est J.-M. Narbonne, *La métaphysique de Plotin*, Paris, Vrin 2001, p. 61.

6. Traité 7, 25-35. Voir Plotin, *Traité 7-21*, trad. fr. L. Brisson et J.-F. Pradeau, Paris, GF 2003, p. 22.

7. Albert Lautman, *Les mathématiques, les idées et le réel physique*, Paris, Vrin, 2006, p. 190.

8. *Ibid.*, p. 195.

descriptions et la structure procession-conversion du néoplatonisme<sup>9</sup>.

- ii) *La dialectique perfection-production*. Dans son commentaire du traité 7 de Plotin, Jean-François Pradeau qualifie l'énoncé suivant de véritable « axiome plotinien » : « Or, dès que n'importe laquelle des autres choses atteint sa perfection, nous constatons qu'elle engendre, c'est-à-dire qu'elle ne supporte plus de rester en elle, mais qu'elle produit une chose différente<sup>10</sup>. »

Comment ne pas rapprocher un tel « axiome » de cette affirmation de Lautman : « [I]l se trouve que certaines de ces définitions artificielles aient pour conséquence d'amener un ensemble ou une surface à un tel état d'achèvement ou de perfection que cette perfection interne s'épanouisse en affirmation d'existence de nouvelles fonctions définies sur cet ensemble<sup>11</sup>. » Et il me semble que Plotin aurait bien pu lui-même soutenir que « l'achèvement interne d'un être s'affirme dans son pouvoir créateur<sup>12</sup> ».

L'atteinte de la perfection interne, chez nos deux platoniciens, se manifeste toujours par la production d'un autre, par émanation ou procession. Une partie importante de la thèse principale de Lautman est de fait tout entière consacrée, écrit-il, « à l'étude de la *procession* des êtres mathématiques les uns à partir des autres et, comme nous le verrons, poursuit Lautman, *ce mouvement n'est possible que si la structure de l'être dont procèdent d'autres êtres a été amenée au préalable à un certain état de perfection*<sup>13</sup> ».

- iii) *L'« incomplétude » des Idées*. Barot soutient que « Hegel et Lautman défendent tous deux une dialectique de l'Universel dans laquelle celui-ci ne se concrétise dans toutes ses potentialités que par son passage dans le multiple<sup>14</sup> ». J'abonde tout à fait dans ce sens, mais je note que la référence à Hegel est inutile, puisque cette antique vérité appartient originellement au néoplatonisme. C'est Gadamer qui attribue à ce courant de pensée l'intuition qu'un seul et même sens (disons une « Idée ») se réalise diversement dans l'histoire, se donnant par cette concrétisation une sorte de « surcroît d'être ».

---

9. Il y a par exemple une place pour un analogue de la « matière intelligible » de Plotin dans la pensée de Lautman. On sait que cette dernière forme en quelque sorte le premier « moment » de la procession et peut être identifiée à la Dyade indéfinie de la doctrine non écrite.

10. Traité 7, 1, 25-30.

11. Voir J. Cavailles, *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris, Hermann, 1994, p. 630.

12. Lautman, 2006, p. 186.

13. *Ibid.*, p. 171.

14. E. Barot, *Lautman*, Paris, Les Belles Lettres, 2009, p. 146.

Utilisant comme Lautman le langage de l'émanation, Gadamer écrit dans *Vérité et Méthode*, en faisant référence à l'« émané », que ce dont il émane n'en est pas diminué. Le développement de cette idée dans la philosophie néo-platonicienne [...] fonde le rang ontologique positif de l'image. Car *du moment que l'Un originel ne s'appauvrit pas en laissant s'épancher hors de lui-même le multiple, cela signifie bien croissance d'être*<sup>15</sup>.

Gadamer replace ainsi dans un contexte néoplatonicien deux idées-forces de Lautman, justement mises en relief par Barot : si les Idées dialectiques trouvent une sorte de complétion du fait de leurs réalisations (mathématiques ou autres), elles n'en restent pas moins « intactes », non amoindries, conservant ainsi toute leur problématique puissance. Les Idées-Problèmes de Lautman demeurent, pour employer l'idiome des mathématiciens, des « problèmes ouverts ». Et si Lautman a pu écrire que les Idées sont pour les théories mathématiques « la raison de leur structure et la cause de leur existence, leur principe et leur origine<sup>16</sup> », c'est qu'il a dû penser qu'« il n'est pas nécessaire que ce qui donne possède ce qu'il donne<sup>17</sup> ».

5. Après ces rapprochements, qui ne forment qu'un simple échantillon, il faut dire quelque chose des divergences, car il serait ridicule de faire de Lautman un néoplatonicien orthodoxe ! Je ne mentionne que la principale. Elle réside à l'évidence dans la cooriginarité des principes de l'Un et de la dyade indéfinie dans le platonisme reconstitué par Robin, qui tranche nettement avec la procession néoplatonicienne des hypostases à partir d'un principe solitaire, l'Un. Mais comme le reconnaît Barot, ce fait constitue également une obstruction à tout rapprochement avec Hegel. Il me semble toutefois que ce cette cooriginarité ne joue pas un grand rôle pour Lautman — ses remarques sur l'Un et la dyade sont vagues, difficiles à comprendre, et relèvent peut-être plus du commentaire que de la présentation de son propre point de vue. Il est donc malaisé d'en tirer une position bien dessinée quant au rôle que joue la cooriginarité des principes dans sa pensée.
6. La philosophie de Lautman penche-t-elle vraiment vers une sorte de « nouveau néoplatonisme » ? Plus que le rapprochement avec Hegel, cette mise en regard me semble conforme à l'inspiration profonde qui traverse son œuvre en entier, depuis ses premières remarques sur le caractère « bienfaisant » de la référence à Platon<sup>18</sup> jusqu'à l'étonnant

15. H.G. Gadamer, *Vérité et Méthode*, Paris, Seuil, 1996, p. 158 [145] (je souligne).

16. Lautman, 2006, p. 255.

17. Traité 38, 17, 1-5. Voir Plotin, *Traité* 38-41, trad. fr. L. Brisson et J.-F. Pradeau, Paris, GF, 2007, p. 69.

18. Lautman, 2006, p. 64.

essai de « physique platonicienne<sup>19</sup> » que constituent les textes posthumes. À l'instar de Lautman, les néoplatoniciens accordèrent une grande valeur au témoignage d'Aristote sur l'enseignement oral de Platon. Dans un article sur Gadamer, le philosophe américain Robert Sokolowski posait la question du sens à donner à la doctrine non écrite dans l'univers intellectuel contemporain : « How is the truth in Plato's esoteric teaching to be stated *now*<sup>20</sup> ? » L'œuvre d'Albert Lautman présente une réponse fragmentaire, discutable, mais extrêmement brillante à cette intrigante question.

---

19. C'est ainsi que Philip Merlan qualifie la philosophie de la physique de Lautman. Voir P. Merlan, *From Platonism to Neoplatonism*, The Hague, Martinus Nijhoff, 1960, p. 64.

20. Cf. *The Philosophy of Hans-Georg Gadamer*, The Library of Living Philosophers, Vol. XXIV, Chicago and La Salle, Illinois, Open Court, 1997, p. 232 (je souligne).

## Commentaire sur Emmanuel Barot : *Lautman*

David Corfield

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039722ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039722ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce document

Corfield, D. (2010). Commentaire sur Emmanuel Barot : *Lautman*. *Philosophiques*, 37 (1), 207–211. <https://doi.org/10.7202/039722ar>

# Commentaire sur Emmanuel Barot : *Lautman*

DAVID CORFIELD

University of Kent

D.Corfield@kent.ac.uk

Emmanuel Barot a rendu un grand service au monde philosophique en offrant cette fort utile présentation des travaux de Lautman. J'ai trouvé particulièrement intéressant le rapprochement qu'il fait entre Lautman et Hegel dans la section III.3, mais pour ma contribution à cette *Disputatio* je souhaite focaliser mon attention de manière très étroite sur la section 1.2 de la conclusion. Barot examine ici la question de la place des Idées dans le système de Lautman, lesquelles se trouvent engagées dans un jeu dialectique qui se manifeste dans les théories mathématiques. Lautman semble considérer ces Idées comme résidant dans un royaume transcendantal :

Nous voudrions montrer, avant de conclure, comment cette conception d'une réalité idéale, supérieure aux mathématiques et pourtant si prête à s'incarner dans leur mouvement, vient s'intégrer dans les interprétations les plus autorisées du platonisme (Lautman 2006, p. 230)<sup>1</sup>.

Et pourtant, comme le fait observer Barot, la tentation existe de les situer à l'intérieur des mathématiques elles-mêmes.

Rappelons, par conséquent, que Lautman décompose la réalité mathématique de quatre manières : entités, faits, théories et idées. Or une comparaison utile peut être faite avec Ernst Cassirer. Dans *Determinism and Indeterminism in Modern Physics* [*Déterminisme et indéterminisme dans la physique moderne*], Cassirer (1956) divise les énoncés de la physique en quatre catégories, à savoir : les observations, les lois, les principes, et finalement ce qu'il appelle « le principe général de la causalité ». Ce sont [les membres] de la troisième catégorie qui entretiennent la ressemblance la plus étroite avec les Idées de Lautman. Pour Cassirer, les principes, tels que le principe de la moindre action, tiennent lieu de matrice, ou de lieu d'origine, pour les lois physiques. Ils ont pour fonction heuristique de guider la formation et la formulation de telles lois. Bien qu'ils soient suffisamment définis pour remplir ce rôle, ils comportent en même temps un vague qui leur est inhérent. Par exemple, bien qu'il ait été maintes fois reconnu que les systèmes physiques minimisent ou maximisent une certaine quantité, aucun énoncé définitif ne peut être produit concernant la nature de cette quantité.

Or le point essentiel est que, pour Cassirer, ces principes sont immanents à la pratique de la physique elle-même :

---

1. En français dans le texte (texte corrigé). [NDLT].

Les principes de la physique ne sont fondamentalement rien d'autre que de tels moyens d'orientation, [c'est-à-dire] des moyens d'examiner qui permettent d'acquérir une perspective. Ils ne sont d'abord valides que sous formes d'hypothèses. Ils ne peuvent pas d'entrée de jeu stipuler de manière dogmatique un résultat d'investigation particulier. Mais ils peuvent nous enseigner comment trouver la direction dans laquelle nous devons avancer. Nous devons nous élever encore et toujours au-dessus du niveau des perceptions immédiates, de même qu'au-dessus du niveau des données expérimentales et des lois particulières, afin de retrouver une base solide au sein de tous ces niveaux. Le mouvement vers l'extérieur et vers le haut qui est exigé ici ne sert par conséquent les visées d'aucune espèce de transcendance, mais uniquement celles d'une pure immanence, [à savoir] la construction interne et la confirmation de l'expérience (Cassirer, 1956, p. 53-54).

Ailleurs, Cassirer reconnaît aux mathématiques une structure similaire à niveaux multiples. Dans *The Concept of Group and the Theory of Perception* [*Le concept de groupe et la théorie de la perception*] (Cassirer 1944), il décrit comme un principe l'application de la théorie des groupes dont le rôle s'est révélé si important dans la deuxième moitié du dix-neuvième<sup>2</sup> siècle. Cependant, étant donné le fait que les principes ont pour lui une « indétermination iridescente » (Cassirer, 1956, p. 51), une meilleure formulation du principe mathématique cassirerien le serait en termes de symétrie : pour comprendre une entité mathématique, saisissez-en les symétries.

Nous pourrions par conséquent dire que le principe mathématique de symétrie a poursuivi sa mission heuristique, bien après l'époque de Galois et de Klein. À mesure que le vingtième siècle progressait, de nouveaux dispositifs pour mesurer la symétrie faisaient leur apparition — groupoïdes (Weinstein, 1996), groupes quantiques (Street, 2007), groupes catégorifiés (Baez et Lauda, 2003). Chacun développe plus avant l'idée de symétrie dans une direction différente. Nous aimerions affirmer, contrairement à Lautman, que tout comme les principes de la physique sont immanents à la pratique de celle-ci, il en va de même pour les principes mathématiques. Certes, les idées ou les principes des mathématiques trouvent leur source dans notre vie courante, mais leur exploration logique fait partie des mathématiques.

Dans son article sur les groupes et la perception, Cassirer remarque que les germes de l'expression de la symétrie en termes de théorie des groupes sont à trouver dans notre perception quotidienne. Les variations réversibles dans les sensations que nous recevons des objets causent la perception que nous avons des objets de taille, de forme et de couleur constantes. Mais « cette forme de *systématisation* logique qui est à la fois possible et nécessaire dans le domaine de la pensée géométrique est, une fois pour toutes, inaccessible à la perception » (Cassirer, 1944, p. 26). Dans une veine

---

2. Hermann Weyl (1964), *Symétrie et mathématique moderne*, traduction française de *Symmetry* (1952), Coll. Champs, Flammarion.

similaire, Hermann Weyl écrit dans *Symmetry (Symétrie et mathématique moderne)*<sup>3</sup>:

[O]n part de quelque principe général mais vague (la symétrie au premier sens retenu); puis on se trouve devant un cas particulier important (la symétrie bilatérale) qui permet de donner à cette notion un sens concret et précis et, enfin, à partir de ce cas, on s'élève à nouveau peu à peu jusqu'au général, guidé par la construction et l'abstraction mathématiques mieux que par les mirages de la philosophie. Alors, avec un peu de chance, on aboutit à une idée non moins universelle que celle dont on était parti. Peut-être aura-t-elle perdu, chemin faisant, son attrait émotionnel, mais elle aura conservé, ou même accru son pouvoir d'unification dans le domaine de la pensée. Enfin elle sera exacte, et non plus vague (Weyl, 1964, p. 14 et 16).

Les deux semblent considérer l'élaboration des principes comme immanente aux mathématiques.

Pour en revenir à Lautman, on pourrait peut-être objecter que la symétrie ne peut pas être considérée comme une idée selon Lautman, puisqu'elle n'implique pas un couplage de notions contraires, alors que dans les exemples lautmaniens classiques cette caractéristique est exigée. Le genre de résultat tant goûté par Lautman se produit lorsque des notions contraires, telles que le *global* et le *local*, se déterminent mutuellement. Ainsi, dans le cas d'une surface lisse fermée, une notion de courbure est définie localement à chaque point. Mais l'intégrale de la courbe locale est déterminée par une quantité topologique globale, à savoir son genre. Si vous pressez sur un ballon de soccer et en aplatissez une partie, vous augmenterez nécessairement la courbure à un autre endroit. Cependant, le fait de considérer toutes les Idées de Lautman comme bipartites constitue une exagération. Lautman lui-même a donné l'exemple de la réciprocité comme idée:

Cette idée dialectique de réciprocité entre éléments inverses peut être si nettement distinguée de ses réalisations en arithmétique ou en analyse qu'il est possible de trouver un certain nombre d'autres [3] théories mathématiques en lesquelles elle se réalise pareillement (Lautman, 2006, p. 248)<sup>4</sup>.

Cependant, la double nature de la réciprocité ne me semble pas être de même sorte que l'appariement du « discontinu » et du « continu » ou du « fini » et de l'« infini ». L'idée de réciprocité elle-même est celle d'un couple ou d'un jumelage, mais elle ne se décompose pas en deux notions.

Par ailleurs, comme l'explique Barot, une manière d'établir que l'activité de niveau supérieur du genre de celle dont nous discutons est elle-même une partie des mathématiques est de montrer que les idées elles-mêmes peuvent être mathématisées, c'est-à-dire reformulées dans les termes d'une

3. Hermann Weyl (1964), *Symétrie et mathématique moderne*, traduction française de *Symmetry* (1952), Coll. Champs, Flammarion.

4. En français dans le texte (texte corrigé). NDLT.

théorie démonstrative. Zalamea (2006) a choisi cette option dans sa contribution à l'édition récente des œuvres de Lautman. Il soutient dans ce texte que la théorie des catégories, développée après la mort de Lautman en partie par certains de ses familiers, peut fournir les ressources nécessaires à la formulation des idées de ce dernier. J'estime que ce projet est prometteur. Comme je l'ai remarqué dans mon article, des thèmes tels que la dualité peuvent être traités de manière tout à fait adéquate à l'intérieur des mathématiques elles-mêmes par la théorie des catégories. Un point d'interrogation demeure cependant, selon moi, à savoir si les niveaux admis par la théorie des catégories correspondent précisément à ceux de Lautman. Cette question exigerait peut-être un examen plus approfondi.

Un second problème est que les exemples d'une idée ne sont pas tous capturables par la théorie des catégories. Ce serait une proposition risquée que d'affirmer que la théorie des catégories pourrait à elle seule rendre compte de manière exhaustive de la gamme de notions et d'idées du genre de celles considérées par Lautman. J'ai fait allusion dans mon article au jumelage conceptuel de la structure et du pseudo-hasard. Étant donné que ce jumelage conjoint des notions opposées, on pourrait s'imaginer que Lautman serait heureux de l'accepter en tant qu'idée, et pourtant Terence Tao (2005) a su admirablement en rendre compte sans avoir eu besoin de recourir à la théorie des catégories. En tout cas, la formulation des idées dans les termes de la théorie des catégories constitue simplement, à mon avis, un signe très fort de leur immanence. Quelque chose qui échapperait à une telle formulation pourrait n'être pas moins immanent.

Reste la question, soulevée par Barot, de savoir si quelque chose qui demeure irréductiblement réfractaire à la formulation à l'intérieur d'une théorie démonstrative peut être appelé mathématique.

Cela exige de surcroît une extension importante du champ mathématique lui-même, largement au-delà de sa dimension strictement démonstrative, ce qui soulève alors le problème de l'identification *distinctive* du « mathématique », c'est-à-dire des critères de sa reconnaissance *comme tel* (Barot, 2009, p. 206)<sup>5</sup>.

Cette remarque est juste et peut à mon sens recevoir une réponse de type cassirien qui tienne compte de l'unité organique des niveaux au sein de disciplines telles que les mathématiques et la physique. En ce qui regarde la physique, Cassirer nous invite à cesser de concevoir celle-ci sous la forme d'une pyramide de niveaux hiérarchique, et de nous l'imaginer plutôt comme un espace dans lequel tous les niveaux se déterminent mutuellement. D'une manière similaire, j'estime que nous devrions considérer l'élaboration de notions comme une partie des mathématiques, cette activité étant ce qui rend possible la production de théories susceptibles d'engendrer des résultats déductivement établis.

---

5. En français dans le texte (texte corrigé). [NDLT].

Il y aurait davantage à le dire ici, mais nous ne sommes peut-être pas tout à fait en position de le faire dès à présent. Les philosophes ont d'abord besoin de reconnaître plus avant le terrain que Lautman a commencé à défricher. Nous devons pouvoir décrire comment les idées, les notions, les principes — quel que soit le nom qu'on veuille leur donner —, interagissent les uns avec les autres, comment ils se font jour à travers les caractéristiques communes perçues dans les théories existantes, et comment ils donnent forme à de nouvelles théories émergentes. À cette fin nous devons, comme Lautman lui-même l'a fait avant nous, nous immerger complètement dans les mathématiques. Emmanuel Barot a écrit un livre qui pourra inspirer la prochaine génération à poursuivre une telle tâche.

*Traduit de l'anglais par Anne-Marie Boisvert*

## Références

- Baez, J. et A. Lauda. « Higher-Dimensional Algebra V: 2-Groups », [en ligne: <http://front.math.ucdavis.edu/0307.5200>] 2003.
- Cassirer, E. « The Concept of Group and the Theory of Perception », *Philosophy and Phenomenological Research*, V(1), 1944, 1-36.
- . *Determinism and Indeterminism in Modern Physics*, Yale University Press, 1956. Traduction de *Determinismus und Indeterminismus in der modernen Physik*, par O. Benfrey, 1936.
- Lautman, A. *Les mathématiques, les idées et le réel physique*, Vrin, 2006.
- Street, R. *Quantum Groups: A path to current algebra*, Cambridge University Press, 2007.
- Tao, T. « The dichotomy between structure and randomness, arithmetic progressions, and the primes », [en ligne: <http://front.math.ucdavis.edu/math.NT/0512114>] 2005.
- Weinstein, A. « Groupoids: Unifying internal and external symmetry », *Notices of the American Mathematical Society*, 43, 1996, pp. 744-752.
- Weyl, H. *Symmetry*, Princeton University Press, 1983.
- Zalamea, F. « Albert Lautman et la dialectique créatrice des mathématiques modernes », in Lautman, 2006, pp. 17-33.

## Réponses à mes critiques : La madeleine, entre procession et mathématisation

Quelques réponses à D. Corfield A. Lebel, et P. Cassou-Noguès

Emmanuel Barot

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039723ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039723ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Barot, E. (2010). Réponses à mes critiques : La madeleine, entre procession et mathématisation : quelques réponses à D. Corfield A. Lebel, et P. Cassou-Noguès. *Philosophiques*, 37 (1), 213–217.  
<https://doi.org/10.7202/039723ar>

## Réponses à mes critiques :

### La madeleine, entre procession et mathématisation.

### Quelques réponses à D. Corfield A. Lebel, et P. Cassou-Noguès

EMMANUEL BAROT

Université Toulouse-II Le Mirail

J'exprime d'abord ici ma gratitude à MM. Corfield, Cassou-Noguès et Lebel pour les lectures et les questionnements attentifs dont ils témoignent ici, et à J.-P. Marquis qui a suscité cet échange. L'écriture de ce livre a été soumise à une difficulté majeure : il est à notre connaissance le premier sur la philosophie mathématique de Lautman, et a trouvé place dans une collection qui ne s'adresse pas à des spécialistes. Déterminations harmonieuses, mais qui impliquent que le livre soit une *introduction* aux grandes thèses de Lautman : destiné à susciter un intérêt au-delà de cercles plus ou moins étroits, la contrepartie fut la nécessité de le limiter, justement, à ces grandes lignes. D'où la réduction à la portion congrue d'une masse de questionnements et d'approfondissements auxquels je souhaitais initialement procéder, par exemple autour de certains débats contemporains sur les « fondements » des mathématiques ou centrés sur des questions de filiation. Que ce soit sur le néo-platonisme (A. Lebel), le débat central vérité/nécessité au croisement des aires continentales et anglo-saxonnes ou le rôle de Deleuze (P. Cassou-Noguès), ou la traductibilité « transcendantale » revue et corrigée de la dialectique des Idées et leur extériorité-intériorité au territoire mathématique (D. Corfield), le livre est ainsi au mieux laconique, sinon silencieux.

Je me réjouis de la variété de ces remarques, parce que le but était que ces limites de l'ouvrage soient ainsi levées, mais surtout parce qu'elle confirment bien que c'est dans la totalité des champs, philosophique, historique, scientifique, et plus encore, que Lautman peut et doit constituer un puissant inspirateur.

I

Partons des questions d'A. Lebel, qui se présente comme philosophiquement « naïf » alors que sa contribution au sujet de l'architecture néo-platonicienne et plotinienne du dispositif de Lautman est remarquablement instruite. Sur les actes intérieur/extérieur, la perfection/production et l'incomplétude des Idées, ses rapprochements sont indéniables. Il a soin de les faire relever non pas tant d'une orthodoxie plus qu'improbable (dont l'affirmation serait effectivement « ridicule », l'hétérodoxie étant le trait le plus frappant de tous les usages lautmaniens) ou de lectures stylo en main des néoplatoniciens.

Qu'il soit question d'un « flirt » néoplatonisant de Léon Robin dont on sait qu'il fut un passeur majeur de Platon vers Lautman, ou d'une « redécouverte » immanente à la logique de questionnement dont ce dernier fit preuve (idée probante mais difficile à étayer, sinon indirectement — ce qui ne peut suffire — par l'absence de références explicites), je souscris à son argument. A. Lebel propose donc une substitution intéressante à la question « qu'y a-t-il d'hégélien chez Lautman ? », de la question « qu'y a-t-il de néoplatonicien chez Hegel ? », ce qui est effectivement à la fois consonnant avec les *Leçons sur Platon* de 1825-1826, et les affinités spéculatives dont il rappelle les plus établies.

Sur deux points cependant je m'écarte de sa lecture. D'une part l'idée que la cooriginarité de l'Un et de la dyade indéfinie « *ne joue pas un très grand rôle* » pour Lautman. C'est pourtant cette cooriginarité qui gouverne toute l'esquisse de la « physique » de ses textes posthumes, en la forme de celle entre le Même et l'Autre, et d'autre part qui innerve aussi sa reprise polymorphe de la méthode platonicienne de « division » destinée à rendre raison d'un des processus majeurs de la « découverte » mathématique. D'autre part et corrélativement, et c'est le plus important à mes yeux, A. Lebel tire de la substitution ci-dessus, l'absence de références à Hegel à l'appui, que « *la référence à Hegel est inutile* ». Littéralement parlant, en termes philologiques, c'est tout à fait vrai.

Mais il faut s'entendre sur le sens de cette absente ou inapparente « utilité » : la confrontation des modèles hégélien et lautmanien, dans ce qu'elle éclaire et justement aussi par sa limite objective, s'entend selon moi à trois titres. D'abord, les comparses dialectisants de Lautman, Cavaillès et Bachelard notamment, ont, eux, assumé que leurs prises de position étaient aussi à entendre par rapport à Hegel — contre lui —, et il est assez peu probable que par un biais ou un autre (et rien n'empêche d'aller creuser sur d'éventuels usages par Robin des leçons hégéliennes sur l'histoire de la philosophie), Lautman n'ait pas été en contact avec des discussions sur Hegel même. On peut supputer beaucoup de choses, mais du moins savons-nous que bien des absences de mention de Hegel, notamment dans le champ continental de l'entre-deux-guerres et ensuite (à l'image de Deleuze dans *Différence et répétition*), sont loin de faire preuve pour l'absence réelle de ses schèmes spéculatifs. Ensuite, et surtout, Hegel s'est confronté comme Lautman aux mathématiques de son temps à lui, selon des préoccupations certes diverses, mais selon une modalité proche de celle de Lautman, celle d'une forme de différence ontologique assortie d'un différentiel de rationalité, qui soulève des problèmes de nature *philosophiquement comparable*. L'« utilité » du recours au motif hégélien eût certainement été plus visible si cette comparaison avait été effectuée dans le livre, mais cela aurait entraîné trop loin. Un dernier motif enfin, prospectif cette fois, a puissamment joué, quoique juste furtivement exprimé en conclusion : les formalisations tentées de la dialectique hégélienne, récemment esquissées pour celle de Lautman, aboutissent

à des rapprochements paradoxaux qui donnent rétroactivement à penser au sujet de leurs affinités et de leurs différences. Mais ce n'est plus tant la compréhension spécifique de la métaphysique lautmanienne qui est en jeu ici qu'une interrogation transversale sur le sens et les limites de toute formalisation *technique* d'un dispositif *conceptuel*.

## II

D. Corfield commence justement son compte rendu sur cette confrontation Hegel-Lautman dont il défend également l'utilité. Son insistance majeure porte sur la nécessité de caractériser l'immanence des principes aux pratiques physiques et mathématiques qu'ils structurent, et sur la pertinence de recalibrer autant que possible les Idées de Lautman selon cette caractérisation. La référence au néo-transcendentalisme de Cassirer tombe effectivement à point nommé — et cela, indépendamment du dispositif de sa « phénoménologie » de la connaissance<sup>1</sup>, non husserlienne mais de posture hégélienne, et par rapport à quoi l'on peut rajouter, en sus des références donnés par D. Corfield, la lecture que Cassirer propose dans *La théorie de la relativité d'Einstein* (1921) de la nature du rôle de la théorie des groupes de transformation dans la refonte relativiste de l'espace-temps. Elle nourrit en effet une compréhension double de la *nature* de ce qu'est un principe : sans être une excroissance de type « méta » par rapport à la praxis scientifique, ce n'est pas non plus quelque chose d'un ordre comparable à un contenu de connaissance dûment construit, « transcendantal » étant le nom de la juridiction porteuse de nécessité et d'opérativité dont un principe a besoin pour être principe.

On peut être sceptique en lautmanien « orthodoxe » sur la possibilité de rendre immanentes les Idées ou de les transcendantaliser (la référence à Hegel sert aussi de point d'appui alternatif à cette stratégie), mais on ne saurait minimiser ni ce problème de l'immanence ni la suggestion afférente dont il faut savoir gré à F. Zalamea de l'avoir dûment mise sur la scène, de la *mathématisation* des Idées, à condition cependant de ne pas rabattre du même coup le *rendre-raison* de la science sur la simple explicitation ou technicisation de ses contenus et de ses procédures. D. Corfield rappelle en conséquence à juste titre, que la nature notionnellement duale des Idées est partiellement rétive à leur reformatage, par exemple en termes de lois, et qu'il faut regarder ce projet de mathématisation en théorie des catégories comme un projet à la fois « prometteur » et incertain. Rien n'assure par avance la « capturabilité » catégoricienne des Idées, ni que « *the levels recognised by category theory match precisely those of Lautman's*<sup>2</sup> ». En lien

1. Ernst Cassirer, *Philosophie des formes symboliques*, tome III, *La phénoménologie de la connaissance*, 1929, trad. franç. C. Fronty, Paris, Minuit, 1972.

2. Ma contribution au présent volume s'efforce de dire quelques enjeux généraux de cette éventuelle capture.

avec la nécessaire clarification du rapport entre « transcendantalisation » et mathématisation des Idées, cela constitue un terrain d'enquête fameux sur lequel je suivrai volontiers et concrètement D. Corfield à l'avenir<sup>3</sup>.

### III

Enfin, je remercie P. Cassou-Noguès de faire ici avec sa clarté coutumière un travail que j'aurais aimé fournir — et que j'aurais sans aucun doute *dû*, et en tous cas *pu* fournir si « l'obsession » du chantier évoqué à l'instant ne m'avait pas poussé vers d'autres choix. Il eût clairement fallu approfondir les réceptions philosophiques autant que leur généalogie, effectivement trop « brève », en particulier pour Deleuze qui a véritablement constitué pendant quarante ans la seule porte par laquelle Lautman soit sorti de la confidence. Mais c'est la façon dont P. Cassou-Noguès prend en charge et dépasse cette limite qui me paraît suggestive, et cela à deux titres.

Il suggère un rapprochement de la différence ontologique lautmanienne avec le dilemme de Benacerraf : cela a l'incomparable mérite, que nous espérons programmatique, de faire parler Lautman dans un contexte et un idiome qui n'étaient pas les siens. C'est clairement la voie qui le fera publiquement exister. Sur le fond il est limpide que Lautman cherche au-delà du procédural et du formel ce qui peut rendre raison, non seulement de la véritable nécessité, qui ne saurait être — ou être seulement — technique, à l'œuvre dans la connaissance mathématique (et physique), mais il le fait justement au prix de cette *extériorité des Idées* dont on voit bien qu'elle gêne tout le monde, et qui opacifie également la question de la vérité. Il me semble cependant que « *l'objectivité idéale et extérieure à l'expérience mathématique proprement dite* », selon la formule de P. Cassou-Noguès, des idéalités de Benacerraf, n'est clairement pas de même nature que celle des Idées de Lautman, qui sont d'essence pré-, proto-, méta-, etc., et en tous cas *non mathématiques* par elles-mêmes, objet d'un réalisme *métaphysique* qui atteste que ce n'est pas seulement cette extériorité qui est en question, mais la déconnection principielle lisible chez Lautman entre l'Idée et ses actualisations *singulières* frappées du sceau d'une claire contingence. D'où un rapport à la question de la vérité, et Badiou ne s'y est pas trompé, qui me semble assez incommensurable avec sa formule ici benacerrafienne : l'analogie ne fonctionne pas seulement si l'on met entre parenthèses la différence des contextes théoriques — plus exactement, *faire travailler* cette différence est notoirement fécond ou instructif — mais aussi, et surtout le fait que *les deux dispositifs n'ont pas le même objectif, ne cherchent pas à rendre compte de la même chose*. Lautman cherche à expliquer ce qui fait qu'il y

---

3. Sans être kantien pratiquant, la référence au transcendantalisme nous a semblé également essentielle pour diverses raisons qui furent à l'origine d'un ouvrage collectif que nous avons co-dirigé avec Julien Servois : *Kant face aux mathématiques modernes*, Paris, Vrin, 2009 (coll. Bibliothèque d'histoire de la philosophie).

a de la mathématique de telles façons et pas autrement, quelles voies de son progrès sont anticipables, ce que son édifice exprime ou ce dont il témoigne, etc. C'est la nécessité et les modalités contingentes de son accomplissement qui lui importent, mais pas tant la nécessité *scientifique* que les procédures déductives ont en charge que celle onto-cosmologique de l'actualisation des Idées. À mes yeux, en résumé, Lautman, qui n'est pas épistémologue mais métaphysicien, *ne se pose pas la question de la vérité* : pour le dire crûment, c'est la *vie* des mathématiques qu'il lui importe de saisir, leur vérité, elle, *va de soi*. C'est sûrement cela d'ailleurs qui le rapproche de beaucoup de mathématiciens, et qui l'a éloigné de certaines préoccupations sur les « fondements » — à tort ou à raison.

Et l'on tombe sur la seconde suggestion de l'auteur, très certainement plus dans « l'esprit » lautmanien, puisqu'elle prolonge le questionnement de son œuvre (celui qui l'anime comme celui qui anime le lecteur à son endroit) *à l'extérieur* de l'arène épistémique. Ses suggestions proustiennes et merleau-pontiennes résonnent en profondeur avec la posture dont quelques extraits et divers témoignages de première main créditent Lautman : le développement transversal de son platonisme, au « renouveau » duquel il participe résolument, en métaphysique en général certes, mais notamment dans le champ esthétique, était bien chez lui en projet. De ce point de vue il aurait fallu mieux cerner dans le livre ce *sentiment esthétique* qui anime Lautman en permanence, sentiment du beau, face aux harmonies et dissonances, temps et contretemps de la mathématique, qui n'est pas exempt d'une certaine religiosité qu'on ne saurait ramener à du simple « lyrisme » comme le livre a parfois tendu à le faire.

## Ernst Bloch et les Juifs.

### Autour d'une traduction récente

Étude critique de : Ernst Bloch, « *Symbole : les Juifs* » : *Un chapitre "oublié" de L'Esprit de l'utopie (1918)*, Paris, Éditions de l'Éclat (collection « Philosophie imaginaire »), 2009, 175 p.

Lucien Pelletier

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039724ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039724ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Pelletier, L. (2010). Ernst Bloch et les Juifs. Autour d'une traduction récente / Étude critique de : Ernst Bloch, « *Symbole : les Juifs* » : *Un chapitre "oublié" de L'Esprit de l'utopie (1918)*, Paris, Éditions de l'Éclat (collection « Philosophie imaginaire »), 2009, 175 p. *Philosophiques*, 37 (1), 219–236.  
<https://doi.org/10.7202/039724ar>

# Ernst Bloch et les Juifs.

## Autour d'une traduction récente

Étude critique de: Ernst Bloch, « *Symbole: les Juifs* »: *Un chapitre "oublié" de L'Esprit de l'utopie* (1918), Paris, Éditions de l'Éclat (collection « Philosophie imaginaire »), 2009, 175 p.

LUCIEN PELLETIER

lpelletier@usudbury.ca

Le premier livre d'Ernst Bloch, *Geist der Utopie* (« Esprit de l'utopie »), a connu trois versions: la première, rédigée d'avril 1915 à mai 1917, parut en 1918<sup>1</sup>. La deuxième date de 1923: sans modifier la doctrine, Bloch refond complètement l'ouvrage, écartant plusieurs textes circonstanciés (la plupart de ces textes furent repris avec d'autres essais dans le petit recueil de 1923 *Durch die Wüste*<sup>2</sup>, « À travers le désert ») de manière, dit-il, à donner au texte une forme systématique qui faisait défaut dans la première version<sup>3</sup>. La troisième version, parue chez Suhrkamp en 1964 comme tome 3 des *Ceuvres complètes*, supprime certains passages de l'édition précédente et en réécrit d'autres; la plupart de ces corrections, précise l'auteur, étaient prêtes dès la fin des années 1920<sup>4</sup>. C'est évidemment cette ultime version qui a été traduite en français en 1977. *L'Esprit de l'utopie* n'a connu à ce jour aucune édition critique, et il est difficile de prendre la mesure exacte des modifications effectuées d'une version à l'autre.

Raphaël Lellouche donne au public francophone un accès à deux courts textes de la première version de *L'Esprit de l'utopie* qu'on ne retrouve pas dans la version finale: il s'agit de « *Symbole: les Juifs* », suivi de « *À propos de la théorie de la connaissance motrice-fantasmatique de cette proclamation* », textes qui couvrent respectivement les pages 319-332 et 332-342 de l'édition originale. Dans le livre préparé par Lellouche, les textes de Bloch comptent pour moins du cinquième: c'est qu'ils sont précédés d'une longue présentation dans laquelle le traducteur explique leur intérêt à

---

1. Ernst Bloch, *Geist der Utopie*, Munich/Leipzig, Duncker & Humblot, 1918. Cette édition a été reprise par Bloch en fac-similé comme tome 16 de ses *Ceuvres complètes* (Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1971).

2. Ernst Bloch, *Durch die Wüste: kritische Essays*, Berlin, Cassirer, 1923.

3. Ernst Bloch, *Geist der Utopie*, Berlin, Cassirer, 1923; voir la note éditoriale de l'auteur à la page [iii].

4. Ernst Bloch, *Geist der Utopie: bearbeitete Neuauflage der zweiten Fassung von 1923*, Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1964 (voir la note éditoriale de l'auteur à la page 347; trad. française: *L'Esprit de l'utopie: version de 1923 revue et modifiée*, trad. par Anne-Marie Lang et Catherine Piron-Audard, Paris, Gallimard, 1977, p. 335).

ses yeux. Nous reviendrons plus loin sur cette présentation. Pour l'instant, il importe de signaler que Lellouche ne se soucie pas de situer ces textes par rapport à l'ensemble dont il les extrait. Or une saine interprétation exige de comprendre les parties en regard du tout ; cette tâche s'impose d'autant plus, dans le cas de *L'Esprit de l'utopie*, que le texte explose à chaque page en gerbes d'étincelles et qu'il est difficile d'y discerner les idées centrales si on n'est pas attentif à la trajectoire d'ensemble. Aussi est-ce à cet exercice que nous allons d'abord nous livrer avant de commenter plus avant l'interprétation de Lellouche.

Les textes traduits sont extraits de la cinquième partie de *L'Esprit de l'utopie*, intitulée « Sur l'atmosphère idéologique de ce temps », qui se veut tout d'abord une critique salvatrice des principaux courants philosophiques contemporains. Ce développement culmine dans un parallèle établi entre Kant et Hegel, érigés en figures emblématiques de toute la pensée allemande contemporaine, et dont Bloch cherche à montrer les vérités complémentaires. Enfin, la dernière section, « Décision, programme et problème », où se situent nos deux textes, élargit la perspective en se faisant critique culturelle. Bloch y porte d'abord un jugement sur l'idéologie allemande contemporaine, marquée par un militarisme prussien qui a conduit à la catastrophe de la Grande Guerre : « Cela ne peut plus continuer ainsi<sup>5</sup> », cherche-t-il à montrer, et c'est en ce sens qu'il peut parler d'une « décision » (*Beschluss*, au sens d'une décision qui clôt une délibération). Le « programme » est celui d'un renouveau de l'Allemagne à partir de ses sources spéculatives authentiques, celles

[d'] une autre Allemagne, non encore apparue dans l'histoire — Karl Marx, le socialisme comme science, la vieille philosophie allemande, tous ces livres qui hier, à la frontière russe, tombaient inmanquablement aux mains de la censure, le système de la liberté organisée, ces livres donnés aux prétoriens qui aujourd'hui, dans la révolution russe, établissent pour la première fois le Christ comme empereur<sup>6</sup>.

Le programme est donc, pour partie, celui d'une synthèse de la Russie et de l'Allemagne, c'est-à-dire, au fond, d'une réappropriation par l'Allemagne des fruits révolutionnaires et socialistes de sa propre pensée. À ce point, Bloch introduit un long excursus intitulé « La marche d'Alexandre<sup>7</sup> », qui présente les linéaments d'une véritable philosophie de l'histoire universelle au sein de laquelle il cherche plus particulièrement à situer le destin allemand ; assurément, ce développement n'a valeur d'excursus qu'eu égard à la visée d'actualité du chapitre qui l'inclut, car il introduit par ailleurs des

5. *Geist der Utopie* (1918), p. 295.

6. *Ibid.*, p. 298-299.

7. *Ibid.*, p. 304-319. La deuxième édition remanie considérablement ce texte (p. 199-211) ; la troisième reprend pour l'essentiel cette dernière version tout en l'abrégant (p. 212-218 ; trad. fr. : p. 206-212).

éléments essentiels à la progression générale du livre. La marche d'Alexandre symbolise ici l'attrait immémorial éprouvé par la culture européenne pour l'Orient et sa profondeur mystique. Si l'Occident se caractérise par l'action, ce qu'il recherche confusément à travers la succession de ses époques est la quiétude orientale, l'arrivée à un terme utopique encore insaisissable, sis aussi dans sa propre intériorité. En ce sens, Occident et Orient se complètent : « Alexandre avait autant besoin de l'Asie que, à l'inverse, Isaïe et Paul sont éminemment européens et visaient l'Europe, cette terre animée d'un esprit luciférien, ce soubassement, ce noyau subjectif de l'Asie, dont la substance constitue non pas un attribut mais un problème<sup>8</sup> ». Le programme dessiné par Bloch, particulièrement pour l'Allemagne en tant que culture éminemment spéculative, consiste donc en la saisie pratique de l'énigme, du « problème » que l'humanité représente pour elle-même. Ce thème de l'inconnu du sujet humain sera développé dans la sixième partie de *L'Esprit de l'utopie*, sur « la forme de la question inconstructible », où Bloch introduira le motif fondamental de son œuvre : l'énigme de l'existant, manifestée chez le sujet dans l'obscurité de l'instant vécu et dans le non-encore-conscient en tant qu'amorce d'une élucidation.

Mais auparavant, Bloch termine la cinquième section avec les deux textes qui intéressent Lellouche. Le premier, « Symbole : les Juifs », est un petit essai autonome dont la composition remonte aux années 1912-1913<sup>9</sup>. Pourquoi « symbole » ? Le texte lui-même ne s'explique pas sur le sens de ce terme, et il faut se rabattre sur des écrits ultérieurs de l'auteur pour le comprendre : les symboles, dira Bloch, ont une valeur proprement religieuse d'index d'une unité de sens au sein du multiple singulier ; ils sont axés « sur l'*Unum necessarium* d'un aboutissement<sup>10</sup> ». Si le peuple juif constitue un symbole, c'est par la force de transcendance qu'il incarne : « l'histoire d'aucun peuple n'a, à l'égal de la sienne, eu simplement besoin d'être rédigée pour apparaître comme histoire sacrée et comme anthropogénie canonique-mystique<sup>11</sup> ». Le « sentiment juif du monde », en effet, se caractérise à la fois par une rupture avec le monde existant, par une pulsion à « transformer la vie vers la pureté, la spiritualité et l'unité », enfin par l'orientation « vers un

8. *Geist der Utopie* (1918), p. 318-319.

9. Ce renseignement chronologique ne se trouve que dans une réédition remaniée du petit recueil de 1923 (*Durch die Wüste: frühe kritische Aufsätze*, Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1964, p. 122).

10. Ernst Bloch, *Das Prinzip Hoffnung* (tome 5 des *Œuvres complètes*), Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1959, p. 301 (trad. fr. : *Le Principe Espérance*, tome 1, trad. par Françoise Wuilmar, Paris, Gallimard, 1976, p. 214). Cette conception du symbole, inspirée des romantiques, était déjà présente dans la première version de *Geist der Utopie*, mais mentionnée seulement en passant (p. 383 ; voir aussi éd. de 1923, p. 238 = éd. de 1964, p. 245, trad. fr. : p. 237). Dans son texte de présentation, Lellouche avance une conjecture fort peu convaincante pour rendre compte du terme « symbole » (cf. p. 130-131).

11. *Geist der Utopie* (1918), p. 321 ; trad. de Lellouche, p. 142 (traduction légèrement modifiée).

but messianique non encore existant<sup>12</sup> ». L'histoire des juifs manifeste ces trois traits de manière paradigmatique; aussi, dira Bloch dans des écrits ultérieurs, le judaïsme a-t-il pour symbole central l'Exode<sup>13</sup>. Sa destination est l'homme: contrairement aux religions qui considèrent ce dernier comme simple élément de cycles cosmiques, le livre de Daniel annonce le Fils de l'homme en tant que détermination de l'Adam primordial; l'Alpha n'y est « défini que par l'Oméga, auquel on ne parvient que de manière d'abord motrice-messianique<sup>14</sup> ». En ce sens, la figure chrétienne de l'homme-Dieu, pense Bloch, appartient en propre au judaïsme et, croit-il, c'est ce que la jeune génération de penseurs juifs allemands entrevoit. Prolongeant le thème, esquissé dans les textes précédents, de l'Allemagne utopique comme coïncidence des opposés, Bloch constate dans « Symbole: les Juifs » qu'un esprit nouveau se fait jour chez ces penseurs, où devient caduque l'atavique haine envers Jésus. Dans le même sens, il cite longuement et commente deux textes célèbres, d'abord le chant du Serviteur souffrant du deutéro-Isaïe, qui à son avis ne peut renvoyer qu'à Jésus, et surtout de longs passages des chapitres 10 et 11 de l'Épître aux Romains, dans lesquels Paul explique que si les juifs ont refusé Jésus, c'est afin que tous les Gentils s'emparent d'abord de la foi nouvelle et que, le jour où ce dessein sera accompli, les juifs réintègrent l'alliance divine universelle en retrouvant pleine reconnaissance de leur statut d'ainés dans la promesse. Ces textes signalent au fond une identité entre judaïsme et christianisme. Le caractère provocant de cette thèse s'atténue si l'on voit que, pour Bloch, Jésus a certes représenté un éminent « signe d'amour et d'intériorité », qu'il fut certes un secours, « mais non pas le Rédempteur » et que « le lointain Messie n'est pas encore venu<sup>15</sup> ». Contre les prétentions du christianisme, le judaïsme s'est raidi « dans un traditionalisme purement formel et un déisme<sup>16</sup> », attitude qu'une compréhension meilleure de ce qui se joue dans la figure de Jésus pourrait désormais surmonter. L'interprétation du judaïsme (et tout aussi bien du christianisme) offerte par Bloch s'appuie sur des vues métaphysiques développées plus loin dans *L'Esprit de l'utopie*, selon lesquelles Dieu n'existe encore aucunement, sinon comme pas-encore, sous la forme inchoative que constitue en nous le caractère insupportable de l'obscurité de l'instant vécu, lequel ne pourrait trouver de solution, au terme d'un acheminement pratique tâtonnant, que dans un autre instant, celui de la plénitude qui mettrait fin au temps; le *deus absconditus* ne se dévoilerait ainsi que dans sa coïncidence avec ce qui n'est

12. *Ibid.*, p. 321-322; trad. Lellouche, p. 142.

13. Cf. notamment Ernst Bloch, *Experimentum mundi: Frage, Kategorien des Herausbringens, Praxis* (tome 15 des *Œuvres complètes*), Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, p. 207 (trad. fr.: *Experimentum mundi: question, catégories de l'élaboration, praxis*, trad. par Gérard Raulet, Paris, Payot, 1981, p. 199), ainsi que le chapitre 53 du *Principe Espérance*.

14. *Geist der Utopie* (1918), p. 322; trad. Lellouche, p. 143.

15. *Ibid.*, p. 331; trad. Lellouche, p. 155.

16. *Ibid.*, p. 330; trad. Lellouche, p. 154 (traduction légèrement modifiée).

présentement que pressenti en nous, l'*homo absconditus*. C'est l'idée de cette coïncidence mystique de l'homme avec le divin que Bloch retrouve dans la figure du Christ à venir ; ce dernier lui semble appartenir tout autant au judaïsme qu'au christianisme, bien que ce dernier y soit davantage sensible à cause de Jésus, qui introduit une conception moins hautaine, déjà humaine du divin.

Le texte « Symbole : les Juifs » prend fin sur un paragraphe séparé par un astérisque et qui a manifestement pour fonction de raccorder le thème judaïque aux parties précédentes de la cinquième section, évoquant à nouveau la complémentarité de l'Allemagne et de la Russie, ainsi que de l'Europe « motrice » et de l'Orient mystique d'où ont surgi Moïse et Jésus, dans l'attente active et rien moins qu'assurée du « dernier Christ encore inconnu », « Dionysos, le prodigieux théurge ». Le texte prend fin sur la « proclamation » d'un « nouvel éon », d'une « époque absolue », préparée par le judaïsme allié avec la germanité, en union avec l'esprit révolutionnaire russe<sup>17</sup>. Il ressort de tout cela que la communauté à laquelle l'auteur de *L'Esprit de l'utopie* s'identifie principalement est celle des Allemands ; s'il s'adresse aux Juifs allemands, c'est certes en tant que communauté distincte, mais susceptible de féconder la communauté plus vaste dont ils font aussi partie.

Suit le dernier texte, traduit lui aussi par Lellouche : « À propos de la théorie de la connaissance motrice-fantasmagique de cette proclamation », qui expose à très grands traits la démarche épistémologique étayant la proclamation d'un possible dépassement du monde, et esquisse le programme d'un « Système du messianisme théorique », ouvrage en plusieurs tomes sur lequel l'auteur travaillait depuis de nombreuses années (il renoncera un peu plus tard à ce projet). Ce texte très dense et hérissé de difficultés ne sera jamais réédité par Bloch, mais celui-ci publiera en 1922 un article important, « Sur l'intention motrice-mystique dans la connaissance<sup>18</sup> », qui développe en s'efforçant de les clarifier les thèses épistémologiques ici présentées. Au sein de *L'Esprit de l'utopie*, le texte opère une transition entre les parties antérieures, qui relèvent principalement du genre de l'essai, et les suivantes où Bloch énonce sa métaphysique et ses applications politiques et religieuses. L'essai, explique-t-il, permet de séjourner auprès d'un objet singulier, d'y pénétrer par empathie et de saisir sa tendance, son état d'inachèvement, à quoi demeure imperméable une stricte approche scientifique. L'intention « motrice » dans la connaissance consiste précisément à accélérer pratiquement cette tendance inhérente à l'objet en saisissant ce qui, en elle, coïncide avec notre propre tendance volitive. L'intention « fantasmagique », pour sa part, extrapole cette tendance : elle renvoie à une rationalité désormais dégagée

17. *Ibid.*, p. 331-332 ; Lellouche, p. 156-157.

18. Ernst Bloch, « Über motorisch-mystische Intention in der Erkenntnis », maintenant dans Bloch, Ernst, *Tendenzen—Latenzen—Utopie* (tome de compléments aux *Œuvres complètes*), Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1978, p. 108-117.

de l'emprise des faits, « car ce qui est ne peut être vrai, mais cela veut revenir chez soi grâce aux hommes<sup>19</sup> ». Bloch évoque ici une vérité à inventer et à rêver, mais en stricte conformité avec les exigences éthiques pures et *a priori* d'un Moi utopique.

Il faudrait se féliciter de ce que soient rendus accessibles aux lecteurs francophones ces deux nouveaux textes du jeune Bloch mais, hélas, la manière dont le traducteur et présentateur s'acquitte de sa tâche, loin de dissiper les lieux communs dont est victime cette œuvre complexe et exigeante, dans la sphère francophone et ailleurs, va sans doute contribuer plutôt à les aggraver. S'il avait voulu aider à la compréhension de l'œuvre de Bloch, Lellouche aurait pu traduire la totalité de la section « Sur l'atmosphère idéologique de ce temps » dont nous avons donné un aperçu. Mais son intérêt va presque exclusivement au texte sur les juifs qui, affirme-t-il un peu vite, enveloppe « *in nucleus* l'essentiel de la philosophie de *L'Esprit de l'utopie*<sup>20</sup> ». Il traduit et présente aussi le texte épistémologique qui y fait suite, mais sans expliquer ce choix et surtout en se méprenant sur l'intention du texte : il croit que la « proclamation » dont Bloch cherche à rendre compte sur le plan épistémologique se rapporte au seul texte sur les juifs<sup>21</sup>, alors qu'elle résulte plutôt, nous l'avons montré, d'une philosophie de l'histoire plus vaste ; et parce qu'il trouve dans le second texte l'annonce d'un « Système du messianisme théorique », il en conclut que le motif messianique constitue le cœur de la doctrine blochienne et que celle-ci est d'abord d'inspiration juive, négligeant du même coup l'insistance des parties ultérieures de l'ouvrage sur la forme chrétienne du messianisme.

De façon générale, le présentateur s'est concentré sur les deux textes qu'il a traduits sans les rapporter à l'ensemble du livre et sans non plus vraiment s'intéresser à l'œuvre ultérieure de Bloch, dont pourtant il aurait pu obtenir des éclaircissements pour lever certaines difficultés d'une écriture souvent bousculée ; à part de rares et furtives références à *L'athéisme dans le christianisme* ou au *Principe Espérance*, il ne cite jamais de textes de Bloch autres que *L'Esprit de l'utopie*. Il ne recourt qu'à quelques commentaires en français, ignorant par exemple l'étude éclairante consacrée à « Symbole : les Juifs », par Daniel Krochmalnik<sup>22</sup>, professeur à l'École supérieure d'études juives de Heidelberg. Il est évident, en outre, que Lellouche n'a pas examiné de près les différentes versions de *L'Esprit de l'utopie*<sup>23</sup> et notamment,

19. *Geist der Utopie* (1918), p. 338 ; Lellouche, p. 166 (traduction modifiée).

20. Lellouche, p. 18.

21. *Ibid.*, p. 18, 51, 111.

22. Daniel Krochmalnik, « Ernst Blochs Exkurs über die Juden », *Bloch-Almanach*, vol. 13, 1993, p. 39-58.

23. Il écrit par exemple (p. 28, n. 44) que l'essai sur « le héros comique » ou la discussion de la théorie du drame de Lukács, qu'on trouve dans la première version (p. 55-67 et 67-77), ne sont pas repris dans les versions suivantes, ce qui est erroné : le premier texte est présent aussi dans la deuxième version (p. 271-279), et le second est repris sous une forme remaniée

comme nous allons le montrer, qu'il n'a pas consulté la deuxième. La traduction elle-même se ressent évidemment du manque flagrant de familiarité avec la pensée de Bloch.

La longue présentation de Lellouche ne se prive pas de digressions et conjectures multiples qui entravent l'argumentation et qui, dans la troisième partie notamment, où l'auteur se propose de présenter de plus près « Symbole : les Juifs », parviennent à complètement embrouiller le contenu d'un texte pourtant clair dans ses grandes lignes. *L'Esprit de l'utopie*, peut-on y lire, est « l'explicitation philosophique complète du programme de la conscience juive<sup>24</sup> » telle qu'on le trouve dans « Symbole : les juifs ». Ces dires ne sont nullement étayés par une analyse de l'ensemble de l'ouvrage ou par une discussion des principaux concepts blochiens (par exemple l'obscurité de l'instant vécu et le thème du non-encore-conscient), dont Lellouche semble tout ignorer, mais ils lui suffisent pour tenter d'inscrire Bloch dans une tradition juive hétérodoxe, en opérant des rapprochements suggestifs avec des personnages tel que Jacob Frank ou de multiples textes canoniques ou hérétiques, ou encore des doctrines anciennes se rapportant à la question juive (Marcion). Lellouche s'inspire beaucoup, sur ces points, de Jacob Taubes dont il a traduit un ouvrage (*Eschatologie occidentale*) paru récemment chez le même éditeur. Ces commentaires soulèvent souvent l'intérêt, mais plutôt à titre de digressions.

De façon plus centrale, Lellouche se propose de montrer que la philosophie utopique du jeune Bloch tire son inspiration principale du judaïsme et que certains événements politiques et son adhésion ultérieure au marxisme l'ont amené à occulter ce fait. Selon ces vues, Bloch, originaire d'un milieu juif très assimilé, se serait intéressé au judaïsme vers 1911, sous l'influence de son ami Lukács qui venait de s'enthousiasmer pour le hassidisme tel que Martin Buber le donnait à connaître au grand public. C'est dans ce contexte qu'il aurait écrit « Symbole : les Juifs ». Mais un fait trouble Lellouche : ce dernier texte, dit-il, disparaît en 1923, dans la deuxième version de *L'Esprit de l'utopie*. Pour expliquer cela, il avance plusieurs conjectures : Bloch aurait voulu se libérer de l'influence de Lukács ; il aurait été sensible aux vives critiques que Benjamin et Scholem opposaient à sa conception du judaïsme ; enfin et surtout, l'échec en 1919 de la révolution de Bavière, menée par des juifs comme Gustav Landauer, l'aurait convaincu de dissimuler les sources juives de sa pensée, devenues trop compromettantes sur le plan politique. L'allégeance socialiste, en 1918 comme en 1923, ne serait pas un facteur déterminant dans cette occultation, car Bloch, dans toutes les versions de *L'Esprit de l'utopie*, se montre souverain, accueillant mais aussi fort critique à l'égard de Marx (et Lellouche, évoquant longuement les paroles

---

aussi bien dans la deuxième version (p. 279-287) que dans la troisième (p. 274-283 ; trad. fr. : p. 263-271).

24. *Ibid.*, p. 54.

désobligeantes du Marx de *La question juive* envers le judaïsme, exprime sa gratitude pour l'attitude combien plus sympathique de Bloch); mais plus tard, devenu un des principaux représentants de la pensée marxiste occidentale, et Marx (ou Lénine, ou Staline) étant un dieu jaloux, Bloch aurait accentué encore la dissimulation de ses propres sources juives.

Ces vues ne résistent pas à l'examen. D'abord, le texte « Symbole: les Juifs » n'est pas du tout « oublié », il ne disparaît aucunement de la deuxième édition de *L'Esprit de l'utopie*: il y est bel et bien présent, quelque peu remanié mais tout de même bien reconnaissable en sa lettre et en sa teneur, et même augmenté de deux pages truffées de nouvelles références à des textes de la tradition juive; mais le titre est différent (et difficilement traduisible: « La conscience (*Gewissen*, au sens de conscience morale) de l'inconditionné et la conscience (*Bewusstsein*, au sens d'être-conscient-de) de l'invisible<sup>25</sup> »). Ce fait n'évacue certes pas la question du destin du texte sur les juifs dans l'œuvre ultérieure de Bloch (après tout, il disparaît bel et bien de la troisième version, en 1964), ou plus généralement la question de l'attitude du philosophe devenu marxiste envers le judaïsme, mais il la pose à nouveaux frais. Pour tenter d'y répondre, il faut s'enquérir de la place du judaïsme dans la genèse de la pensée de Bloch; or, sur ce point encore, on va voir que les vues de Lellouche ne tiennent pas.

Saisir le rapport de Bloch au judaïsme requiert que l'on distingue entre son attitude personnelle et son attitude théorique, car l'une et l'autre n'étaient pas congruentes au départ et n'en sont venues à coïncider que peu à peu. En ce qui concerne l'attitude personnelle, Bloch déclarait à Jean-Michel Palmier un an ou deux avant sa mort:

Pour comprendre mon rapport au judaïsme, je crois qu'il faut parler de mon enfance et de mes parents. Mon père était un fonctionnaire royal de Bavière qui n'avait aucun rapport avec le judaïsme. Moi-même, j'ai grandi sans rapport avec le judaïsme. Ce que j'en ai appris, c'est plus tard en rencontrant une étudiante sioniste à Wurtzbourg. Elle m'a fait connaître le judaïsme non pas par les écrits de Buber mais par d'autres sources encore, et tout cela au cours de longues promenades. [...] c'est moi qui me suis assimilé au judaïsme. Plus tard, je me suis intéressé à la Kabbale mais aussi à la Gnose, à la philosophie et à la tradition romantique allemande. Le judaïsme n'est qu'un élément parmi tout cela — malheureusement peut-être. Je suis né juif, par hasard<sup>26</sup>.

L'intérêt premier pour le judaïsme remonte donc aux années d'études à Wurtzbourg (1906-1908), puis il s'est accru au gré des rencontres et des lectures. L'« assimilation » au judaïsme fut telle qu'en 1918, outré par certaines insinuations antisémites d'un ami, Bloch pouvait écrire: « Je suis un juif conscient de sa race, je suis fier de mon peuple ancien et mystérieux, par

25. *Geist der Utopie*, (1923), p. 287-299.

26. Jean-Michel Palmier, « La traversée du siècle d'Ernst Bloch (II): l'après-guerre de Marcuse à Sartre », *Les Nouvelles littéraires*, vol. 54, n° 2531, 1976, p. 8.

le meilleur de moi-même je suis de sang juif et j'assume la grande tradition religieuse de mon peuple<sup>27</sup>. »

Sur le plan théorique, la judéité de Bloch a pris forme autrement. Il semble que l'idée de la synthèse judéo-allemande à laquelle, nous l'avons vu, aspirait *L'Esprit de l'utopie* ait germé très tôt chez cet auteur : un texte autobiographique rapporte que dans « Sur la force et son essence », premier essai marquant écrit à l'âge de dix-sept ans, l'adolescent entrevoyait une synthèse de l'hellénique et du germanique, mais aussi déjà du judaïque : « Jéhovah, écrivait-il, dieu du tonnerre, brandit la masse de Thor<sup>28</sup>. » Paroles étonnantes si l'on considère qu'elles n'étaient soutenues par aucune religiosité personnelle ou familiale : il faut plutôt comprendre cette référence dans le contexte des multiples appels, dans l'Allemagne du début du siècle, à une religion nouvelle, religion souvent inspirée par l'affirmation nietzschéenne de la vie et le wagnérisme, et fondée sur les qualités propres du peuple allemand. Ces appels relèvent de ce que l'historien G. L. Mosse<sup>29</sup> a qualifié d'« idéologie *völkisch* ». Parmi ces concepteurs d'une religion nationale nouvelle, il faut aussi compter Eduard von Hartmann et son disciple Arthur Drews, avec lesquels l'adolescent Bloch avait un contact épistolaire<sup>30</sup>. Hartmann et Drews revendiquaient une « religion de l'esprit » où le salut s'acquiert sans recours à une transcendance ; il s'agissait toutefois, conformément au « pessimisme métaphysique » de ces auteurs, d'un salut à la Schopenhauer, où le monde comme volonté inconsciente s'élève peu à peu au Soi et à la conscience à travers l'homme, mais seulement pour réaliser l'inanité de l'eudémonisme et finalement choisir l'extinction de soi. Dans un gros ouvrage de philosophie de la religion, Hartmann consacrait au judaïsme et au christianisme de longues sections très informées des travaux récents d'exégèse, d'histoire et de mythologie ; il considérait le judaïsme, « religion de la loi », comme une étape essentielle dans l'affranchissement à l'égard de l'eudémonisme individuel —

27. Ernst Bloch, *Briefe 1903-1975*, Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1985, p. 232-233.

28. Voici le passage en entier : « Dix-sept ans [...] qui haïssent la Bible, ou bien prennent dans l'Écriture [...] quelque chose de tout différent du Décalogue qui est aux antipodes de la "Vie". On se ralliait à une sorte de bédouinisme associé à des idées germaniques-*völkisch*, sans le moindre sentiment d'incohérence, représentant la "religion de la nature" partout ensevelie qu'il fallait restaurer : Jéhovah, dieu du tonnerre, brandit la masse de Thor » (Bloch, Ernst, *Spuren* (tome 1 des *Œuvres complètes*), Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1969, p. 91 ; trad. fr. : *Traces*, traduit par Pierre Quillet et Hans Hildenbrand, Paris, Gallimard, 1968, p. 77, traduction modifiée).

29. George L. Mosse, *The Crisis of German Ideology: Intellectual Origins of the Third Reich*, New York, Grosset & Dunlap, 1964 ; trad. fr. : *Les racines intellectuelles du Troisième Reich : la crise de l'idéologie allemande*, trad. par Claire Damon, Paris, Calmann-Lévy, 2006. Pour ce qui suit, voir notre article « Bloch a-t-il plagié Landauer ? » (*Bloch-Almanach*, vol. 27, 2008, p. 73-120) où la formation de la pensée de Bloch est rapportée à ce contexte.

30. Michael Landmann, *Gespräche mit Ernst Bloch*, t. 1, p. 143 (cet ouvrage inédit peut être consulté au Ernst-Bloch-Archiv de Ludwigshafen-sur-le-Rhin). L'influence de Hartmann est sensible dès le texte « Sur la force et son essence ». Cette influence est considérable, et Bloch l'a reconnue à toutes les étapes de son œuvre.

mais ce, de manière partielle seulement puisque l'optimisme s'y maintenait dans une eschatologie associée à des conceptions éthiques; il tenait le judaïsme pour dépassé par le christianisme, religion certes encore insuffisante puisqu'elle recourait à un médiateur — mais à un médiateur humain, ce qui ouvrait la voie à une suppression de la transcendance<sup>31</sup>. L'influence des vues hartmanniennes sur le jeune Bloch est certaine mais encore mal comprise; elle aide à expliquer, en tout cas, qu'en 1905, dans son premier article intitulé « Pensées sur des choses religieuses<sup>32</sup> », il fasse déjà sienne la critique anthropologique de la transcendance divine et promeuve à son tour l'idée d'une nouvelle religion, tout en déplorant que les tentatives en ce sens soient demeurées jusque là intellectualistes. Ce même texte, en un refus évident du pessimisme hartmannien, en appelle à « un nouvel optimisme<sup>33</sup> », sous les traits d'un panthéisme mystique post-chrétien puisant à la fois dans Maître Eckhart et dans Nietzsche. C'est dans ce contexte que, loin d'être tenues pour rétrogrades, les conceptions eschatologiques du judaïsme et du christianisme ont pu intéresser le jeune Bloch: il y voyait sans doute quelque chose d'historiquement incontournable, une contribution à l'optimisme métaphysique, mais à dépasser dans une religiosité d'un type nouveau, dans une « *foi sans Dieu*<sup>34</sup> », une paradoxale mystique athée. *L'Esprit de l'utopie* prolonge au fond cette intention.

Assurément, le jeune Bloch comprit très tôt le judaïsme en de tels termes. Mais cette connaissance a-t-elle joué un rôle dans la genèse de sa pensée? Jusqu'à quel point le judaïsme est-il constitutif des concepts centraux de sa philosophie? Nos propres recherches sur la formation de la pensée de Bloch indiquent que ces concepts, axés sur le problème de l'obscurité de l'instant vécu, sont issus d'une appropriation de la *phénoménologie* qui était en pleine émergence au début du xx<sup>e</sup> siècle, et sur fond de préoccupations issues de la mystique chrétienne, de Maître Eckhart en particulier, relativement à la subjectivité et au rapport du temps et de l'instant comme éternité<sup>35</sup>. Les conceptions juives n'ont exercé aucune influence directe sur cette genèse. C'est bien plutôt le complexe de l'idéologie *völkisch*, notamment sa recherche d'une religion nationale et sa lecture post-chrétienne des mystiques allemands, qui a donné le branle à la recherche de Bloch. Essentiellement, le judaïsme et le christianisme étaient pour lui des figures du passé, relayées par de nouvelles aspirations, et leur actualité ne résidait plus qu'en leur dimension mystique.

31. Voir principalement Eduard von Hartmann, *Das religiöse Bewusstsein der Menschheit im Stufengang seiner Entwicklung*, Berlin, Duncker, 1882.

32. Ernst Bloch, « Gedanken über religiöse Dinge », *Das Freie Wort*, vol. 5, 1905-1906, p. 690-694 ; repris dans *Bloch-Almanach*, vol. 12, 1992, p. 9-13.

33. *Ibid.*, p. 13.

34. *Ibid.*, p. 12.

35. Voir notre article: « Bloch à la rencontre de la phénoménologie », *Bloch-Almanach*, vol. 28, 2009.

Ceux qui connaissent l'attitude antimoderne et souvent antisémite des ténors de l'idéologie *völkisch* s'étonneront peut-être d'y voir associé le nom de Bloch. Mais c'est que dans les années 1900, plusieurs penseurs de la jeune génération, souvent de gauche et même juifs, ont su tirer profit de manière originale du rejet *völkisch* des valeurs libérales, ainsi que de leur contrepartie, une nostalgie romantique de la communauté<sup>36</sup>. À Berlin en particulier, la « Société allemande pour une culture éthique », une organisation proche des cercles libres penseurs, a beaucoup fait pour orienter vers la gauche et l'universalisme les valeurs *völkisch*. C'est dans ce contexte que le groupe berlinois « Communauté nouvelle » des frères Julius et Heinrich Hart a promu un panthéisme mystique qui a beaucoup marqué Gustav Landauer et son ami Martin Buber<sup>37</sup>. Bloch n'était certes pas à Berlin à cette époque mais, de près ou de loin, il a eu connaissance de ces idées, diffusées par l'éditeur Diederichs ou encore par l'influente revue *Ethische Kultur* ; son deuxième article, en 1906, évoque en ce sens « le mouvement éthique<sup>38</sup> » comme symptomatique de la volonté de renouveau caractéristique du temps présent. C'est à partir de ce contexte général qu'il faut comprendre les affinités entre le jeune Bloch et des auteurs tels que Buber et Landauer, plutôt que de prétendre à une influence de ceux-ci sur celui-là<sup>39</sup>. Tout comme Bloch, en ces années-là, les socialistes Buber et Landauer proclamaient une mystique immanente qui cherchait à affirmer et élever la vie<sup>40</sup>.

36. Voir en particulier George L. Mosse, « The Influence of the Volkish Idea on the German Jewry », dans George L. Mosse, *German and Jews: The Right, the Left, and the Search for a « Third Force » in Pre-Nazi Germany*, New York, Fertig, 1970, chap. 4.

37. L'influence de l'idéologie *völkisch* sur Landauer a été bien montrée par son biographe Eugene Lunn, *Prophet of Community: The Romantic Socialism of Gustav Landauer*, Berkeley/Los Angeles/Londres, University of California Press, 1973. La même influence a aussi été démontrée chez Buber : cf. Mendes-Flohr, Paul, *From Mysticism to Dialogue: Martin Buber's Transformation of German Social Thought*, Detroit, Wayne State University Press, 1989, chap. 3.

38. Ernst Bloch, « Über das Problem Nietzsches », *Das freie Wort*, vol. 6, 1906, 566-570 ; repris dans *Bloch-Almanach*, vol. 3, 1983, p. 76-80 ; cf. p. 78. Signalons encore l'influence marquante sur Bloch, attestée au moins pour les années 1910, de Friedrich Wilhelm Foerster, une des principales figures de la « Société allemande pour une culture éthique » ; en 1911, Bloch recommande instamment à Lukács la lecture d'un de ses ouvrages (*Briefe 1903-1975*, p. 55, 67).

39. Voir notre article « Bloch a-t-il plagié Landauer ? ». L'idée selon laquelle Landauer aurait directement influencé le jeune Bloch est aujourd'hui très répandue, et reprise par Lelouche (p. 46-49). On parle aussi fréquemment d'une influence de Buber sur Bloch (cf. principalement Christen, Anton F., *Ernst Blochs Metaphysik der Materie*, Bonn, Bouvier, 1979, chap. 1.2). Ces thèses s'appuient toujours sur de simples analogies textuelles plutôt que sur des preuves formelles.

40. Cf. Gustav Landauer, *Skepsis und Mystik: Versuche im Anschluss an Mauthners Sprachkritik*, Berlin, Fleischel, 1903 ; Buber, Martin, *Extatische Konfessionen*, Iéna, Diederichs, 1909 (trad. fr : *Confessions extatiques*, trad. par Jean Malaplate, Paris, Grasset, 1995).

Pour en revenir au texte « Symbole: les Juifs », sa nouveauté, par rapport à l'attitude antérieure probable de Bloch envers le judaïsme, tient à ce que, par certains aspects, ce dernier n'y est plus tenu pour une figure passée: Bloch y voit plutôt un *allié* inattendu de sa propre métaphysique, construite, elle, à partir d'autres matériaux. Le judaïsme de la jeune génération, pense Bloch, est un allié d'abord par sa redécouverte du hassidisme, selon lequel « la joie est plus grande que la Loi<sup>41</sup> ». Comme le note Lellouche après d'autres, l'allusion est claire, ici, aux travaux de Buber sur la « mystique juive », particulièrement sur sa forme hassidique. Bloch, dont la pensée avait acquis ses traits propres en 1907 et 1908<sup>42</sup>, prit connaissance en 1911 seulement (peut-être par l'entremise de Lukács, comme le prétend Lellouche, mais la chose importe peu) des merveilleux récits hassidiques publiés par Buber, et sa réaction fut très enthousiaste<sup>43</sup>. Mais surtout, c'est l'interprétation du judaïsme procurée par Buber et par ses partisans qui l'a intéressé. Dans des conférences prononcées par Buber de 1909 à 1911<sup>44</sup>, et plus encore dans un recueil d'articles publié par d'anciens élèves de l'école juive supérieure Bar-Kochba de Prague et qui est principalement inspiré par Buber<sup>45</sup>, Bloch trouvait des formules qui semblaient avaliser explicitement son refus d'une transcendance divine préétablie, ainsi que sa conception d'un Dieu *in statu nascendi* dans le non-encore-conscient, et de l'agir éthique comme devenir-Dieu de l'humanité. Dans son interprétation de la mystique juive (Kabbale et hassidisme), Buber avançait l'idée d'une « rédemption de Dieu par la créature<sup>46</sup> »; la Chekhinah, disait-il, présence de Dieu dans le monde, se trouve dispersée et peut être recueillie et délivrée grâce à l'acte humain, qui acquiert ainsi une fonction absolue:

le Divin, écrivait Buber, est tapi dans les choses et ne peut être réveillé que par celui qui les aborde avec un respect sacré et se sanctifie à travers elles. La réalité sensible est divine, mais elle attend d'être *réalisée* dans sa divine réalité par l'intermédiaire de celui qui la vit dans la vérité. La Chekhinah est exilée dans les ténèbres; elle gît, ligotée, au fond de chaque chose, et de là elle sera rédimée grâce à celui qui saura, par son regard sur les choses et son commerce avec

41. *Geist der Utopie* (1918), p. 330 ; trad. Lellouche, p. 154.

42. Cf. sa thèse doctorale, *Kritische Erörterungen über Rickert und das Problem der modernen Erkenntnistheorie*, Ludwigshafen-sur-le-Rhin, Baur, 1909 (reprise partiellement dans *Tendenz—Latenz—Utopie*, p. 55-107).

43. Cf. *Briefe 1903-1975*, p. 59.

44. Martin Buber, *Drei Reden über das Judentum*, Francfort-sur-le-Main, Rütten & Loening, 1911 (trad. fr.: *Judaïsme*, trad. par Marie-José Jolivet, Lagrasse, Verdier, 1982, chap. 1-3).

45. *Vom Judentum: ein Sammelbuch*, Leipzig, Wolff, 1914. L'importance de ce livre pour Bloch a été signalée par Krochmalnik, « Ernst Blochs Exkurs über die Juden », et, bien avant lui, par Gershom Scholem dans sa correspondance avec Benjamin (comme le rappelle Lellouche, p. 85).

46. Buber, *Judaïsme*, p. 23.

elles, libérer l'âme qu'elles renferment. Ainsi chacun est-il appelé à agir sur le destin de Dieu par sa propre vie<sup>47</sup>.

Dans *L'Esprit de l'utopie*, Bloch évoquera dans le même sens l'idée de la Chekhinah<sup>48</sup>. Un autre texte avec lequel il a senti une complicité toute particulière est l'article d'un disciple de Buber, Hugo Bergmann, intitulé « La sanctification du Nom (Kiddouch Hachem) » et inclus dans le recueil pragoïse. Pourquoi, demande Bergmann, le livre du Lévitique parle-t-il de sanctification du nom de Dieu, comme si Dieu avait besoin de l'homme pour que son nom devienne saint ? Sa réponse est que, sans nier le Dieu créateur, « du point de vue de l'homme, Dieu est essentiellement une tâche et, dans cette mesure, son destin dépend de l'homme ». C'est seulement en restaurant par son agir moral l'unité de la création que l'homme peut vraiment appeler Dieu par son nom. « Le destin de Dieu est dans la main du juste. Quelques citations à l'appui : [...] Il est dit dans le midrash *Berechit rabba*, par. 69 : "Les méchants subsistent grâce à leur dieu, mais les justes — Dieu subsiste grâce à eux"<sup>49</sup>. » Le texte « Symbole : les Juifs » reprend en partie cette doctrine, évoquant le « *kiddouch hachem* à réaliser de manière motrice, morale, métaphysique comme sanctification du Nom de Dieu<sup>50</sup> ». Mais on comprendra mieux encore, en lisant la phrase célèbre sur laquelle s'achève *L'Esprit de l'utopie*, l'enthousiasme ressenti par Bloch à la lecture de ce texte et, plus généralement, à l'idée d'une rédemption de Dieu par l'homme ; il écrit en effet :

Car nous sommes puissants ; seuls les méchants subsistent grâce à leur dieu, mais les justes — Dieu subsiste grâce à eux ; et c'est entre leurs mains qu'est déposée la sanctification du Nom, la nomination même de Dieu, Dieu qui en nous frémît et progresse, qui est le porche pressenti, la question la plus obscure, l'intériorité débordante ; Dieu qui n'est pas un fait mais au contraire un problème entre les mains de notre philosophie qui le conjure et de la vérité en tant que prière<sup>51</sup>.

On aura noté la reprise littérale de la phrase du midrash citée par Bergmann. Pour sa part, D. Krochmalnik<sup>52</sup> a signalé d'autres idées empruntées directement par Bloch à Buber et Bergmann, notamment celle selon laquelle

47. Buber, « Der Mythos der Juden », in *Vom Judentum*, p. 30 (trad. fr. : *Judaïsme*, p. 88).

48. *Geist der Utopie* (1918), p. 441 (voir aussi l'édition de 1964 : p. 341 ; trad. fr. : p. 329).

49. Hugo Bergmann, « Die Heiligung des Namens (Kiddusch Haschem) », dans *Vom Judentum*, p. 33-34.

50. *Geist der Utopie* (1918), p. 330 ; trad. Lellouche : p. 154. Voir aussi *ibid.*, p. 381 ; éd. de 1964 : p. 273 (trad. fr. : p. 262).

51. *Ibid.*, p. 445 ; édition de 1964 : p. 346 (trad. fr. : p. 334). Dans l'édition de 1923, les mots « Dieu qui n'est pas un fait mais au contraire un problème » sont absents (p. 365).

52. Krochmalnik, « Ernst Blochs Exkurs über die Juden », notamment p. 44, 52.

la personne de Jésus et sa doctrine originelle ne sont pas contraires au judaïsme : selon Buber en effet, « le christianisme enseigne ce qu'enseignaient les prophètes : l'inconditionnalité de l'acte » ; il espère « le jour où nous aurons surmonté l'horreur superstitieuse que nous nourrissons à l'égard du mouvement nazaréen » et souhaite replacer celui-ci « là où il se situe : à l'intérieur de l'histoire spirituelle du judaïsme<sup>53</sup> ». On comprend mieux, après tout cela, quels sont les jeunes intellectuels juifs dont Bloch se dit proche dans son texte sur les juifs, et pour quelles raisons. À cette époque, il se sentait tellement de plain-pied avec cette lecture du judaïsme qu'il pouvait écrire à une amie, avec la mégalomane caractéristique de ses lettres de jeunesse :

Ainsi, ce qu'il y a de meilleur et de plus authentique dans l'esprit du judaïsme court de Moïse aux prophètes et aux hassidim et maintenant est incarné dans mon manuscrit. [...] Les juifs sont élus pour nommer Dieu, lui donner le Nom qui à chaque fois a validité : ils possèdent l'esprit de l'alliance. Je vais le restaurer et, lorsqu'arrivera le Jugement dernier comme théodicée, je serai assis à la droite de Moïse, de Jésus et de Spinoza. Cela, je vais le faire, et mon Dieu me donnera la grâce<sup>54</sup>.

Le texte « Symbole : les Juifs » manifeste un premier effort de la part de son auteur pour se familiariser avec la littérature juive post-biblique, mise en valeur par Buber. Dans ce corpus, à l'époque très difficile d'accès pour un non-hébraïsant, Bloch cherchait des idées susceptibles de cautionner et de nourrir sa propre pensée. Dans la deuxième édition du texte, en 1923, il ajoute des citations du midrash *Chemot rabba*, du midrash *Kohélet*, du *Zohar*, du *Tseror hamor* ; les sources mentionnées sont la *Philosophie der Geschichte* de F. J. Molitor et l'ouvrage de J. A. Einsenmenger, *Entdecktes Judenthum*<sup>55</sup>. Après avoir fait la connaissance de Gershom Scholem en 1919, Bloch cherchera à tirer profit de son érudition ; mais Scholem, scandalisé par le texte de ce dernier sur les juifs, se gardera de le satisfaire<sup>56</sup>. Au total, en dépit d'efforts sincères, l'érudition juive de Bloch ne fut jamais considérable<sup>57</sup>.

Dans l'œuvre de Bloch, le dernier texte à considérer le judaïsme comme tout à fait contemporain, pertinent pour les problèmes métaphysiques du

53. Buber, *Judaïsme*, p. 38 ; cf. aussi Bergmann, « Die Heiligung des Namens (Kiddusch Haschem) », p. 39.

54. Lettre de Bloch à Margarete Susman, dans Margarete Susman, « *Das Nah- und Fernsein des Fremden* » : *Essays und Briefe*, éd. par Ingeborg Nordmann, Francfort-sur-le-Main, Jüdischer Verlag, 1992, p. 79.

55. *Geist der Utopie* (1923), p. 296-297. Bloch dira à M. Landmann : « Ce qu'on trouve du *Zohar* dans *L'Esprit de l'utopie*, je l'ai pris de Molitor » (Landmann, *Gespräche mit Ernst Bloch*, t. 2, p. 40).

56. Cf. Gershom Scholem, *Walter Benjamin : histoire d'une amitié*, trad. par Paul Kessler, Paris, Calmann-Lévy, 1981, p. 109-110.

57. Cf. Daniel Krochmalnik, « Ernst Bloch im jüdischen Messianismus », *Bloch-Almanach*, vol. 26, 2007, p. 16.

présent, est précisément la deuxième version de « Symbole : les Juifs », incluse dans l'édition de 1923 de *L'Esprit de l'utopie*. L'œuvre ultérieure, en particulier le chapitre 53 du *Principe Espérance* et les pages consacrées aux prophètes et à Job dans *L'Athéisme dans le christianisme*, mettront certes en valeur l'héritage de la « religion de l'Exode », sa contribution unique et essentielle à la culture universelle, mais plus jamais Bloch ne présentera le judaïsme comme une figure d'actualité. Et, redisons-le, la troisième édition de *L'Esprit de l'utopie*, en 1964, n'inclut plus « Symbole : les Juifs » (mais, cette même année, le texte est intégré à une nouvelle édition de *Durch die Wüste*, de sorte qu'on aurait tort de parler ici d'une tentative d'occultation par Bloch de son propre passé, d'autant plus qu'il a lui-même tenu à intégrer la version originale de *L'Esprit de l'utopie* en fac-similé dans ses *Œuvres complètes*). Discrètement, la position a changé. Que s'est-il donc passé ? Les hypothèses avancées par Lellouche ne tiennent pas, car elles partent du constat erroné selon lequel le texte sur les juifs disparaît de *L'Esprit de l'utopie* en 1923. Faut-il invoquer alors le passage au marxisme, opéré dans les années 1920 ? Il est certain que le ralliement à Marx a entraîné des changements importants dans la production de Bloch, introduisant de nouveaux thèmes et signalant d'autres fronts pour l'action. La métaphysique du jeune auteur a un peu retraité derrière la lutte plus urgente contre le fascisme et pour le communisme, mais elle n'a en rien disparu. Dès *L'Esprit de l'utopie*, et dans d'autres textes encore en 1918, Bloch signalait que le marxisme était à « repenser de fond en comble<sup>58</sup> » et il n'a jamais dérogé de cette intention, de sorte qu'il faut comprendre son ralliement au marxisme bien plutôt comme une tentative de le transformer de l'intérieur. L'ouvrage de l'ami Lukács, *Histoire et conscience de classe*, paru lui aussi en 1923, a certes beaucoup compté pour Bloch : il l'a conduit à se défaire du ballast le plus explicitement *völkisch* de sa pensée<sup>59</sup>, à mieux percevoir l'ancrage social des idées et à recourir dorénavant d'une manière systématique à la critique des idéologies ; mais, précise-t-il dès la recension qu'il consacre à ce livre, cela doit se faire sans préjudice pour la dimension métaphysique des problèmes, en restant à distance d'une approche « presque exclusivement sociologique<sup>60</sup> » comme celle de Lukács. Le résultat de la transformation blochienne « de fond en comble » du marxisme fut *Le Principe Espérance*, un ouvrage

58. Ernst Bloch, *Kampf, nicht Krieg: Politische Schriften 1917-1919*, éd. par Martin Korol, Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1985, p. 517, 556.

59. Voir la critique succincte mais efficace que fait Lukács des vues de son ami, dans Georg Lukács, *Gesamtausgabe*, t. 2: *Frühschriften*, II: *Geschichte und Klassenbewusstsein*, Darmstadt et Neuwied, Luchterhand, 1977, p. 379-380 (trad. fr.: *Histoire et conscience de classe: essais de dialectique marxiste*, trad. par Kostas Axelos et Jacqueline Bois, Paris, Minuit, 2<sup>e</sup> éd., 1976, p. 237-238).

60. Ernst Bloch, « Aktualität und Utopie: zu Lukács Geschichte und Klassenbewusstsein » (1923), maintenant dans Ernst Bloch, *Philosophische Aufsätze zur objektiven Phantasie* (tome 10 des *Œuvres complètes*), Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1969, p. 618.

qui ne sacrifie rien des préoccupations de la jeunesse, qui inclut une philosophie de la religion, qui discute de parapsychologie, d'un au-delà de la mort, même du miracle. Il y a certes des différences entre l'œuvre de jeunesse de Bloch et celle de sa maturité, que lui-même a résumées de manière précise par ces deux mots : « mesure et détermination<sup>61</sup> ». La « détermination » est manifestement celle apportée par le marxisme. Le terme « mesure », lui, s'explique autrement : il signale *a contrario* la démesure des œuvres de jeunesse, de *L'Esprit de l'utopie* et de *Thomas Münzer*, leur recours même prudent à des motifs occultes, leur précipitation à annoncer l'apocalypse, la métempsycose, le socialisme comme Église terrestre et la démocratie mystique des âmes comme Église invisible. L'œuvre de maturité se fait moins affirmative : elle ne renonce à aucun de ces thèmes mais s'attache plus modestement à montrer qu'ils relèvent du possible, qu'ils sont des objets légitimes de l'espérance. Les prophéties de la jeunesse ne s'étaient pas réalisées, la révolution réclamée par le *Thomas Münzer* paraissait de moins en moins possible, la route vers l'utopie s'était révélée longue et tortueuse, mais l'espérance ne s'était pas tarie : voilà ce qui a amené la « mesure » de l'œuvre de maturité. Dans tout cela, aucun motif pour une autocensure, pour une occultation d'affirmations antérieures. Alors, pourquoi le discours sur le judaïsme, lui, ne s'est-il pas maintenu ?

Les documents disponibles nous orientent vers l'hypothèse suivante : le changement d'attitude résulterait d'une déception, de ce que Bloch aurait perçu comme une volte-face de la part de Buber quant à l'interprétation du judaïsme. Après la guerre, ce dernier avait évolué d'un panthéisme mystique à un point de vue religieux plus orthodoxe<sup>62</sup>. En 1923, il publia un nouveau recueil de ses discours sur le judaïsme ; l'ensemble était augmenté d'une importante préface où l'auteur apportait des explications visant à clarifier, disait-il, certaines imprécisions ou inexactitudes de ses discours ayant suscité des malentendus : il y était question, pour l'essentiel, de l'idée qui avait tant intéressé Bloch, celle d'une « réalisation de Dieu ». Cette expression, écrivait-il,

est susceptible de nous attirer dans le piège de la chatoyante théorie que Dieu est une "idée" qui ne peut devenir "réalité" qu'à travers l'homme, à la notion pernicieuse et sans issue que Dieu n'est pas, mais devient, soit dans l'homme, soit dans l'humanité. Je qualifie de pernicieuse et sans issue une telle conception, qui apparaît aujourd'hui sous toutes sortes de travestis, non que je ne sois certain d'un devenir divin dans l'immanent, mais parce qu'il n'y a qu'à

61. *Geist der Utopie* (1964), p. 347 (trad. fr. : p. 335) ; voir aussi Ernst Bloch, *Thomas Münzer als Theologe der Revolution* (tome 2 des *Œuvres complètes*), Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1960 (1<sup>ère</sup> éd. : 1921), p. 230 (trad. fr. : *Thomas Münzer, théologien de la révolution*, trad. par Maurice de Gandillac, Julliard/Union générale d'éditions, coll. « 10/18 », Paris, 1975 [2<sup>e</sup> éd.], p. 309).

62. Cf. Mendes-Flohr, *From Mysticism to Dialogue*, p. 113-119.

partir de la certitude fondamentale de l'existence divine que nous pouvons toucher le mystère du devenir divin [...] sans cette certitude fondamentale, il ne peut y avoir qu'un usage déplacé et abusif du nom de Dieu<sup>63</sup>.

Ces lignes visent notamment, peut-être même tout particulièrement Bloch ; l'erreur décriée concorde en tout cas pleinement avec la doctrine de *L'Esprit de l'utopie*. Bloch et Buber se connaissaient sans doute personnellement<sup>64</sup>, et on imagine difficilement que ce dernier n'ait pas lu des sections de l'ouvrage de Bloch. Prenant connaissance de la préface de Buber et de son point de vue théiste conventionnel, Bloch s'est sûrement senti désavoué, lui qui avait vu dans les formules les plus audacieuses des discours bubériens sur le judaïsme une confirmation de sa propre métaphysique. Après 1923, en tout cas, Bloch prendra toujours soin de bien démarquer sa pensée de celle de Buber, exprimant même du dédain pour lui<sup>65</sup>. En 1926, il déclarait son complet accord avec des critiques émises par Siegfried Kracauer à l'encontre de la pensée de Buber et de Rosenzweig, prise à partie pour sa religiosité qu'il trouvait dépourvue de pertinence sociale<sup>66</sup> ; à mi-mot, Bloch reconnaissait quelque bien-fondé à des reproches analogues adressés auparavant par ce même Kracauer à son *Thomas Münzer*<sup>67</sup>, ce qui suggère que le désaveu reçu de Buber a sans doute contribué à la réorientation plus résolument marxiste de sa pensée et à l'abandon de la phraséologie religieuse, qui trompait des lecteurs même très avisés sur ses intentions véritables.

C'est sur ce parcours, nous semble-t-il, qu'il faut inscrire le texte de Bloch « Symbole : les Juifs » si on veut bien en saisir la signification. De 1911 à 1923 environ, Bloch s'est intéressé à une certaine interprétation du judaïsme, celle de Buber, qu'il croyait corroborer ses propres vues métaphysiques. Mais dans le même temps, et pour les mêmes raisons, il manifestait un intérêt tout aussi vif et qui, lui, ne fut pas qu'épisodique, pour certains

63. Martin Buber, *Reden über das Judentum*, Francfort-sur-le-Main, Rütten & Loening, 1923, préface ; trad. fr. : Buber, *Judaïsme*, p. xiii-xiv.

64. Nous n'avons trouvé aucun document donnant des détails sur cette relation, sauf une lettre de 1920 dans laquelle Margarete Susman tente d'expliquer à Buber la psychologie personnelle de Bloch (cf. Susman, « *Das Nah- und Fernsein des Fremden* », p. 96).

65. Krochmalnik rapporte qu'il déplorait que leurs livres se retrouvent sur les mêmes tablettes des librairies (« Ernst Bloch im jüdischen Messianismus », p. 30).

66. Cf. Siegfried Kracauer, « Die Bibel auf Deutsch » (1926), repris dans Siegfried Kracauer, *Das Ornament der Masse: Essays*, Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1963 (trad. fr. : *L'ornement de la masse : essais sur la modernité weimarienne*, trad. par Sabine Cornille, Paris, La Découverte, 2008, p. 163-175). Bloch déclare son accord avec cette critique dans ses lettres des années 1920 à Kracauer.

67. Cf. Siegfried Kracauer, « Prophetentum » (1922), maintenant dans Siegfried Kracauer, *Schriften*, t. 5.1 : *Aufsätze 1915-1926*, Francfort-sur-le-Main, Suhrkamp, 1990, p. 196-204. Bloch avait d'abord vertement réagi à ce compte rendu (cf. *Durch die Wüste* (1923), p. 61-65, et *Briefe 1903-1975*, p. 265-267) ; l'article contre Buber et Rosenzweig lui a permis, admet-il, de mieux comprendre la teneur de la critique antérieure de Kracauer contre son propre ouvrage (*ibid.*, p. 269-270).

aspects du christianisme, dont témoigne l'ouvrage de 1921 sur Thomas Münzer. Dans l'œuvre ultérieure, seul le christianisme hérétique mystico-révolutionnaire fut maintenu comme forme religieuse encore actuelle, cette actualité tenant à la figure du Christ utopique, de l'humano-divinité comme *eschaton*. Aussi doit-on conclure, tout compte fait, qu'à part une insistance, assurément sans équivalent dans la pensée contemporaine, sur la dimension d'avenir et d'espérance du judaïsme, l'œuvre de Bloch, prise dans son ensemble, n'a rien à offrir à des lecteurs juifs en quête d'une confirmation ou d'un approfondissement de leur foi particulière.

Récanati, François, *Philosophie du langage (et de l'esprit)*,  
Gallimard, Folio essais, 2008, 268 p.

Richard Vallée

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039725ar>  
DOI : <https://doi.org/10.7202/039725ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)  
1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce compte rendu

Vallée, R. (2010). Compte rendu de [Récanati, François, *Philosophie du langage (et de l'esprit)*, Gallimard, Folio essais, 2008, 268 p.] *Philosophiques*, 37 (1), 237–241. <https://doi.org/10.7202/039725ar>

## Comptes rendus

Récanati, François, *Philosophie du langage (et de l'esprit)*, Gallimard, Folio essais, 2008, 268 p.

*Philosophie du langage (et de l'esprit)* est une introduction à la fois très sophistiquée et tout à fait accessible à la philosophie du langage contemporaine. Le livre aborde le sujet par thèmes, et non par auteurs ou par époques, comme c'est souvent l'habitude dans le monde francophone. Enfin, Récanati n'examine pas par le menu des théories comme la sémantique frégéenne, la théorie des descriptions de Russell, la sémantique de Davidson ou la théorie de la désignation rigide de Kripke, théories souvent présentées dans d'autres textes introductifs. Il présente de façon concise certaines thèses essentielles — comme celle de Grice concernant la signification non naturelle (chapitre V) ou celle de Russell concernant les descriptions — en les problématisant véritablement, sans faire une simple récapitulation des idées sur le sujet et sans se perdre dans les dédales de la littérature secondaire. De grands principes, comme le principe de compositionnalité, et certaines notions fondamentales sont introduits au début du livre, alors que la dernière partie concerne des questions relatives à l'interface entre la philosophie du langage et la philosophie de l'esprit. On peut aussi se réjouir de voir discuter dans un même livre des questions d'intérêt général, comme la relation entre la syntaxe, la sémantique et la pragmatique (chapitre IV) ou les relations entre le langage et la pensée, qui intéresseront un large public, en plus de certains sujets plus particuliers, comme la sémantique des expressions indexicales ou la distinction entre termes désignatifs et termes prédicatifs, tout en rendant ces derniers sujets accessibles. Enfin, je dois souligner que, même si ce n'est pas mentionné dans le titre, l'on retrouve la présentation de notions d'ontologie (objet, propriété, état de choses) qui sont pertinentes tant en sémantique qu'en métaphysique. Dans la dernière partie du livre, Récanati prend position sur certaines questions actuelles en philosophie du langage. *Philosophie du langage (et de l'esprit)* constitue une lecture obligatoire pour tous ceux qui veulent s'initier à la philosophie du langage contemporaine, et j'en recommande vivement la lecture attentive.

Dans une longue préface, l'auteur explicite le contexte qui a présidé à la rédaction du livre. Récanati est un des philosophes français les plus respectés actuellement. On lui reproche, en France, d'être peu présent sur la scène nationale. Il est en effet difficile d'être à la fois très actif sur la scène internationale et très présent sur la scène nationale. On a cependant tort de lui proposer un faux dilemme entre ces deux scènes. Ce livre est une version remaniée d'un cours donné à Harvard. Ses onze chapitres en font un texte de base idéal pour un cours intermédiaire de philosophie du langage. Le livre comprend quatre sections. Une première, intitulée *Sémantique et référence*, est divisée en trois

chapitres. Une seconde, *Sémantique et emploi*, et une troisième, *Sémantique et représentation mentale*, contiennent chacune deux chapitres. Une dernière section, *Le langage, la pensée et le monde*, est divisée en quatre chapitres. Chaque chapitre est court et concis, et ne s'éloigne jamais du sujet. Il n'y a ni digression ni rhétorique. Le livre contient aussi un très riche et très utile glossaire en appendice. L'auteur défend une sémantique référentielle. Une telle sémantique donne la signification des termes en se basant sur la relation que ceux-ci entretiennent avec le monde. Récanati montre clairement que la signification d'un terme ne peut être donnée en disant que c'est une idée dans l'esprit. On ne fait alors qu'associer une représentation linguistique à une représentation mentale, et l'on devrait expliciter ce qui relie la représentation mentale et le monde. La sémantique ne peut non plus être faite en disant que la signification est l'usage ou l'emploi de certains termes, comme le préconisent certains. On néglige alors les contenus des phrases et, ajouterais-je, la richesse de la syntaxe. La sémantique référentielle fournit cependant un tremplin pour examiner tant l'esprit que l'usage.

Dans le premier chapitre, R. présente et explique les notions importantes que l'on retrouve chez Frege — sens et référence —, et Carnap — intension et extension — de même que la distinction entre terme sujet et terme prédicat, et la différence entre le « est » de l'identité et celui de la prédication. Dans le second chapitre, il présente le modèle sémantique de Kaplan, où sont distingués le caractère, le contenu et l'extension, qui permet de traiter les indexicaux, les noms propres, les descriptions définies et les prédicats, de même que la différence entre détermination du contenu et évaluation de la valeur de vérité du contenu. Certaines expressions, les indexicaux, ont un caractère (ou signification linguistique) qui introduit un objet (ou extension) dans le contenu en exploitant l'énonciation ou l'occurrence, objet qui est alors fixé dans un contexte, mais qui demeure le même dans différentes situations. D'autres expressions, les descriptions définies ou les prédicats, ne mettent pas à profit l'énonciation ou l'occurrence, et introduisent des propriétés dans le contenu. Ces propriétés sont possédées par différents objets selon les situations et font donc que l'extension va varier selon les situations. Le contenu d'une phrase indexicale contient un objet; le contenu d'une phrase non indexicale contient des propriétés. Ce qui satisfait ces propriétés varie selon les situations mais pas selon les contextes, et donc l'objet désigné par une description définie varie selon les situations. C'est ce qui explique que ce que désigne une énonciation de « Je » dans un contexte varie selon le locuteur mais pas selon les situations, alors que ce que désigne « Le Premier ministre du Canada » ne varie pas selon le locuteur, mais peut varier selon les situations. Les noms propres sont aussi discutés dans ce chapitre. On aurait aimé un texte un peu plus long, insistant sur la différence entre contexte et situation, et distinguant un peu plus clairement la théorie de Kaplan de celle de Perry. Le chapitre III se base sur l'examen d'éléments lexicaux afin d'entamer l'étude de la phrase. Ce chapitre est particulière-

ment intéressant, puisqu'on retrouve l'argument de Frege dont l'idée est que la phrase ne dénote pas un état de choses, mais plutôt une valeur de vérité, de même qu'un argument de R. contre cette thèse très classique. Récanati réintroduit alors les états de choses par le biais de la sémantique de Kaplan, sous la rubrique de contenu donné par le caractère, alors que la valeur de vérité est récupérée sous la rubrique extension. Le caractère de Kaplan devient le mode de présentation des contenus ou états de choses. Ce chapitre se termine sur une fascinante et trop rare discussion du problème de l'unité de la proposition. Comment une phrase peut-elle exprimer une entité unique ayant une grande cohésion et une valeur de vérité? Qu'est-ce qui fait qu'on peut unir, par une phrase, un objet et une propriété? R. s'en remet à l'idée que la cohésion de la phrase, fournie par la syntaxe permettant d'unir un sujet et un prédicat, et les caractéristiques sémantiques du sujet et du prédicat permettent d'expliquer ce qu'est un état de choses (76). Certains diront que l'ontologie ne fait alors que refléter la syntaxe et la sémantique des langues naturelles. Je crois que c'est là un excellent point de départ afin d'entamer une discussion ontologique et métaphysique. Remarquons que le même principe, combinant syntaxe et sémantique, permet de donner des pensées structurées, qui ne reflèteraient, elles aussi, que les caractéristiques des langues naturelles.

Le chapitre IV disqualifie les sémantiques fondées sur l'usage. Le chapitre V est en grande partie une présentation des thèses de Grice sur la signification non naturelle. Le chapitre VI porte sur le principe de compositionnalité, le langage et la pensée. Le principe de compositionnalité veut que la signification d'une expression complexe soit fonction de la signification de ses constituantes et de leurs relations syntaxiques. Ce principe est motivé par le fait que l'on peut produire et comprendre un nombre infini de phrases construites à partir d'un vocabulaire fini. Cela donne des raisons de croire que les pensées sont elles-mêmes structurées et compositionnelles, et produites à partir d'un nombre fini de constituantes élémentaires. Comme le mentionne R., demeure la question de savoir si l'on doit aller du langage vers la pensée, ou inversement? Il oppose ensuite à l'idée de la compositionnalité des phrases ou des pensées le problème de l'inarticulation (voir Perry, « Pensée sans Représentation » dans *Problèmes d'indexicalité*, éditions CSLI): certaines phrases ont une valeur de vérité qui varie selon les contextes sans que cette variation puisse être reliée à une expression indexicale. Ainsi, différentes énonciations de « Il pleut » sont vraies selon les lieux. Par exemple, mon énonciation de « Il pleut » est vraie si, et seulement si, il pleut à San Francisco; votre énonciation de la même phrase est vraie si, et seulement si, il pleut à Montréal. Cependant, rien n'indique de lieu dans cette phrase. Récanati argue que la phrase prononcée évoque un lieu dans la pensée du locuteur et qu'il y a inarticulation en ce qui concerne la phrase, mais pas en ce qui concerne la pensée, puisqu'il y aurait une représentation mentale d'un lieu dans la pensée. R. réussit ici à résumer en quelques pages un problème complexe et

très actuel en utilisant des notions importantes introduites précédemment, et propose une solution plausible. Si l'on se fie au problème de l'inarticulation, certains éléments de la pensée exprimée par l'énonciation d'une phrase ne trouvent pas écho dans cette phrase. La sensibilité au contexte d'une énonciation de cette phrase ne dépend donc pas d'éléments lexicaux. La pensée aurait alors une certaine autonomie relativement au langage, lequel ne capture pas toujours intégralement les pensées exprimées. Il se dégage du livre, et en particulier de la dernière section, une image très complexe des relations entre le langage et la pensée. C'est probablement à partir de cette image que l'on devrait concevoir ces relations. La sensibilité au contexte de certains items lexicaux, comme « je » et « ici », est facile à enchâsser dans une sémantique compositionnelle. L'auteur s'y attarde au chapitre IX. Le chapitre VII porte sur la notion de représentation, aborde le fameux problème de l'intentionnalité — est-ce une propriété *sui generis* de l'esprit ? — et se termine sur une passionnante discussion de la distinction entre signification naturelle et signification non naturelle (Grice). Le problème de l'intentionnalité du mental demeure cependant sans explication. Récanati conclut sur les projets de naturalisation du mental — Dretske et Millikan — qui constituent des voies prometteuses afin de fournir une réponse plausible au fameux problème de l'intentionnalité.

Dans le chapitre VIII sont introduites les notions de connaissance par description, et celles de connaissance directe (aussi connue sous le nom de connaissance par *acquaintance*), la différence entre usage attributif et usage référentiel des descriptions définies, de même que le descriptivisme, cette thèse voulant qu'il n'y ait que des propositions générales et que les contacts que le langage entretient avec les objets ne soient jamais liés qu'à des conditions générales. Comme le montre le chapitre IX, le descriptivisme ne capture ni les conditions de vérité d'énonciations de phrases indexicales ou démonstratives ni l'externalisme, qui est maintenant une position philosophique acceptée, et demeure internaliste, ce qui constitue une position difficilement défendable. Une sémantique kaplanienne, distinguant caractère, contenu et extension, permet de saisir les indexicaux et les démonstratifs, et la singularité de la référence de même que les propositions singulières. La dernière partie du livre est une exploration d'une approche non descriptiviste du langage et de la pensée, et des relations entre le langage, la pensée et les objets. C'est aussi une généralisation de l'indexicalité aux représentations mentales. La position défendue veut que l'on accepte des modes de présentation non descriptifs des objets, modes qui saisissent une relation directe par perception, ou un mode de présentation indexical, pour « je » et « ici » par exemple. Les modes de présentation non descriptifs viennent en deux catégories : les modes de présentation ou concepts indexicaux — épisodiques pour « je », ou durables comme le concept d'une personne (non propre) ou d'un tigre (termes d'espèce naturelle) — et les entrées d'encyclopédie, « qui servent à emmagasiner les informations obtenues sur un objet,

quelle que soit la relation en vertu de laquelle l'information se trouve accessible » (222). Récanati explore alors des idées développées par Perry dans *Reference and Reflexivity* en particulier. Ici, on quitte, selon moi, le terrain de la philosophie du langage pour entrer carrément sur celui de la philosophie de l'esprit. En fait, il semble s'agir de la philosophie de l'esprit conçue pour affronter nos relations particulières avec des objets singuliers et les pensées singulières imposées par l'indexicalité, les noms propres et les termes d'espèce naturelle. La sémantique a commencé sa vie avec la généralité et l'étude d'expressions types, et une philosophie de l'esprit idoine. Les travaux récents, dont ceux de Récanati en particulier, abordent la singularité et l'examen d'occurrences d'expressions, et semblent chercher une philosophie de l'esprit correspondante. Il sera intéressant de voir comment on peut attribuer de tels modes de présentation non descriptifs en contexte d'attitude propositionnelle. Si cela se révélait impossible ou nécessitait d'importantes modifications dans notre conception des termes d'attitudes propositionnelles, le choc en retour sur la sémantique se révélerait important et fort intéressant (sur ce point, voir J. Perry, « The Search for the Semantic Grail », dans P. Bouquet, L. Serafini et R. H. Thomason (dir.), *Perspectives on Contexts*, CSLI Publications, 2008, 65-77). Le livre de Récanati se conclut donc sur un sujet controversé et invite le lecteur à poursuivre sa propre réflexion.

RICHARD VALLÉE

Université de Moncton, Campus de Shippagan

Manuel Rebuschi, *Qu'est-ce que la signification ?*, Paris, Vrin, coll. « Chemins philosophiques », 2008.

Depuis le tournant linguistique qui a eu lieu à l'aube du vingtième siècle, le langage a occupé une place de premier choix dans les discussions en philosophie analytique. On a pu considérer, dans la perspective de la philosophie linguistique qui a dominé jusque dans les années 1960, qu'il était possible de soumettre les problèmes philosophiques traditionnels à une analyse rigoureuse grâce aux outils formels fournis par les développements les plus récents en logique. La question de la signification ne fait pas exception : elle a elle-même été soumise à un examen minutieux, ce qui a contribué à l'élaboration d'un champ de réflexion spécifique, la philosophie du langage. Au cours du vingtième siècle, l'analyse formelle et l'analyse philosophique ont ainsi été développées de façon parallèle pour tenter d'apporter une réponse satisfaisante à la question de savoir ce qu'est la signification. Ce sont les principales étapes de ce développement que Manuel Rebuschi présente dans un ouvrage récemment publié, intitulé : *Qu'est-ce que la signification ?* Plus précisément, l'auteur s'attache à reconstruire l'histoire des différentes conceptions de la signification qui ont été proposées à partir du cadre posé par Frege, en

## Philosophiques

philosophiques

Manuel Rebuschi, *Qu'est-ce que la signification ?*, Paris, Vrin, coll. « Chemins philosophiques », 2008

Delphine Chapuis-Schmitz

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039726ar>  
DOI : <https://doi.org/10.7202/039726ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)  
1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce compte rendu

Chapuis-Schmitz, D. (2010). Compte rendu de [Manuel Rebuschi, *Qu'est-ce que la signification ?*, Paris, Vrin, coll. « Chemins philosophiques », 2008]. *Philosophiques*, 37 (1), 241–245. <https://doi.org/10.7202/039726ar>

quelle que soit la relation en vertu de laquelle l'information se trouve accessible » (222). Récanati explore alors des idées développées par Perry dans *Reference and Reflexivity* en particulier. Ici, on quitte, selon moi, le terrain de la philosophie du langage pour entrer carrément sur celui de la philosophie de l'esprit. En fait, il semble s'agir de la philosophie de l'esprit conçue pour affronter nos relations particulières avec des objets singuliers et les pensées singulières imposées par l'indexicalité, les noms propres et les termes d'espèce naturelle. La sémantique a commencé sa vie avec la généralité et l'étude d'expressions types, et une philosophie de l'esprit idoine. Les travaux récents, dont ceux de Récanati en particulier, abordent la singularité et l'examen d'occurrences d'expressions, et semblent chercher une philosophie de l'esprit correspondante. Il sera intéressant de voir comment on peut attribuer de tels modes de présentation non descriptifs en contexte d'attitude propositionnelle. Si cela se révélait impossible ou nécessitait d'importantes modifications dans notre conception des termes d'attitudes propositionnelles, le choc en retour sur la sémantique se révélerait important et fort intéressant (sur ce point, voir J. Perry, « The Search for the Semantic Grail », dans P. Bouquet, L. Serafini et R. H. Thomason (dir.), *Perspectives on Contexts*, CSLI Publications, 2008, 65-77). Le livre de Récanati se conclut donc sur un sujet controversé et invite le lecteur à poursuivre sa propre réflexion.

RICHARD VALLÉE

Université de Moncton, Campus de Shippagan

Manuel Rebuschi, *Qu'est-ce que la signification ?*, Paris, Vrin, coll. « Chemins philosophiques », 2008.

Depuis le tournant linguistique qui a eu lieu à l'aube du vingtième siècle, le langage a occupé une place de premier choix dans les discussions en philosophie analytique. On a pu considérer, dans la perspective de la philosophie linguistique qui a dominé jusque dans les années 1960, qu'il était possible de soumettre les problèmes philosophiques traditionnels à une analyse rigoureuse grâce aux outils formels fournis par les développements les plus récents en logique. La question de la signification ne fait pas exception : elle a elle-même été soumise à un examen minutieux, ce qui a contribué à l'élaboration d'un champ de réflexion spécifique, la philosophie du langage. Au cours du vingtième siècle, l'analyse formelle et l'analyse philosophique ont ainsi été développées de façon parallèle pour tenter d'apporter une réponse satisfaisante à la question de savoir ce qu'est la signification. Ce sont les principales étapes de ce développement que Manuel Rebuschi présente dans un ouvrage récemment publié, intitulé : *Qu'est-ce que la signification ?* Plus précisément, l'auteur s'attache à reconstruire l'histoire des différentes conceptions de la signification qui ont été proposées à partir du cadre posé par Frege, en

mettant en lumière leur articulation problématique et la manière dont chacune vise à proposer une solution des problèmes rencontrés ou laissés en suspens par les précédentes. Il retrace ainsi l'histoire du développement problématique de la sémantique, depuis sa mise en place par les acteurs du tournant linguistique, Frege et Russell, jusqu'aux développements contemporains qui visent à proposer une approche renouvelée de la signification.

L'ouvrage est organisé, conformément à la maquette de la collection « chemins philosophiques », en deux parties : la première consiste en une exposition systématique ; dans la seconde, deux textes originaux sont reproduits et commentés. Ces deux parties sont complémentaires, non pas au sens où la seconde illustrerait des thèses présentées dans la première, mais au sens où elle permet à l'auteur de poursuivre son examen de l'évolution de la sémantique commencé dans la première. Ainsi, après avoir présenté : 1) la conception standard de la signification telle qu'elle a été mise en place dans les années 1940-1950 sur la base des apports fondamentaux de Frege et Russell ; 2) les possibilités nouvelles d'analyse offertes par les sémantiques formelles dans les décennies suivantes ; et 3) les nouvelles théories de la référence qui mettent en cause, dans les années 1970, le paradigme dominant hérité de Frege, Manuel Rebuschi s'appuie sur deux textes plus récents, l'un de David Chalmers (1996), l'autre de Jon Barwise et John Perry (1983), pour introduire respectivement la sémantique bi-dimensionnelle et la sémantique des situations, qui tentent toutes deux de pallier certains problèmes du paradigme dominant et des nouvelles théories de la référence — nous reviendrons sur ce point par la suite.

Les différentes conceptions de la signification présentées par l'auteur partagent un cadre commun : elles prennent appui sur l'intuition première selon laquelle nos énoncés décrivent ou représentent certains états du monde, et elles appréhendent corrélativement la notion de signification à partir de la fonction représentative du langage. En d'autres termes, la signification est conçue comme étant essentiellement liée à la capacité qu'a le langage à décrire ou à représenter certains faits. Dans une telle perspective, on est conduit à placer la notion de vérité au centre de la théorie de la signification et à affirmer que la signification d'un énoncé est déterminée par les conditions dans lesquelles il est vrai. Sur cette base, différentes voies peuvent être suivies afin de spécifier les conditions de vérité d'un énoncé, et Manuel Rebuschi les présente en mettant en lumière les caractéristiques qui leur sont propres.

D'un autre côté, il semble que la signification d'une phrase ne soit pas seulement dépendante de l'état du monde qu'elle est censée décrire ou représenter, mais aussi des capacités cognitives et linguistiques des locuteurs qui l'utilisent. La stratégie frégeenne qui consiste à distinguer de manière systématique le sens et la référence des différentes expressions linguistiques peut ainsi apparaître comme une première tentative de faire place à des composantes distinctes de la signification. À cela, Russell et les défenseurs de la

nouvelle théorie de la référence ont opposé une conception moniste, qui conduit à assimiler la signification d'une expression à sa référence. Or, Manuel Rebuschi souligne, de façon convaincante me semble-t-il, qu'une explication philosophique adéquate de la notion de signification ne peut faire l'impasse sur sa dimension cognitive ; elle doit plutôt pleinement rendre compte de ses différents aspects pour être éclairante à l'égard de nos intuitions pré-systématiques — et de ce point de vue, l'approche de Frege conserve une pertinence certaine, même si les termes dans lesquels il a établi la distinction ne vont pas sans poser problème. Le point de vue à partir duquel Manuel Rebuschi organise son exposé tend alors à suggérer une lecture téléologique des différents développements de la sémantique au vingtième siècle, selon laquelle ces derniers représenteraient autant d'étapes vers une conception de la signification adéquate, qui analyserait de manière appropriée les constituants essentiels de cette notion tout en montrant comment ils peuvent être articulés de manière cohérente.

Par ailleurs, Manuel Rebuschi a le souci de présenter dans une perspective unifiée les approches philosophiques et logico-formelles de la sémantique, afin de montrer dans quelle mesure elles fournissent des points de vue complémentaires pour l'analyse de la signification. Il est ainsi conduit à donner un aperçu des méthodes et des outils logico-formels qui peuvent avoir une pertinence pour l'explication philosophique de la notion de signification, tels que la définition de la vérité de Tarski, la sémantique des mondes possibles, la logique modale, ou encore la logique intensionnelle de Montague. On peut néanmoins se demander si son souci d'exhaustivité ne va pas parfois à l'encontre du caractère introductif de l'exposé, annoncé comme un des objectifs de la collection qui s'adresse à des lecteurs non spécialistes ; la présentation est en effet parfois un peu dense en raison de l'espace limité dont dispose l'auteur. D'un autre côté, elle a le mérite de placer les résultats de l'analyse formelle dans une double perspective philosophique : dans une perspective que l'on qualifiera de large, l'auteur indique les implications que peuvent avoir ces résultats en ce qui concerne des problèmes qui dépassent le champ de la seule philosophie du langage et qui touchent notamment à nos conceptions du mental et à nos positions métaphysiques. Dans une perspective que l'on peut qualifier d'étroite, il s'interroge sur le type d'explication philosophique de la signification qu'ils permettent d'obtenir. Il est ainsi conduit à examiner les présupposés ontologiques qui sous-tendent les approches frégréennes, russellienne et quiniennne de la signification d'une part ; et d'autre part à interroger l'usage que l'on peut faire de la définition tarskienne de la vérité, de la logique modale et de la sémantique des mondes possibles, pour produire une explication philosophique satisfaisante de la signification.

Plus généralement, l'auteur a le souci de mettre en perspective les outils formels pour en interroger la pertinence philosophique. Il met au jour certaines de leurs limites, qu'il attribue cependant non pas aux formalismes

eux-mêmes qui, « en tant que tels sont muets » (p. 8), mais aux présupposés philosophiques qui en sous-tendent l'interprétation. Ainsi, au terme de son examen des conceptions sémantiques classiques dans la première partie de l'ouvrage, Manuel Rebuschi suggère que le cadre véri-conditionnel dans lequel les sémantiques formelles ont été développées de manière privilégiée est peut-être trop étroit, notamment en raison du fait qu'il conduit, comme il a déjà été évoqué, à mettre de côté certains aspects intuitivement pertinents de la signification, en particulier le fait que le contenu d'un énoncé est lié aux capacités cognitives et linguistiques des locuteurs. La deuxième partie de l'ouvrage donne alors une idée de la manière dont on peut affiner les formalismes et développer de nouveaux outils afin de faire place à ces différents aspects de la notion de signification. Deux axes d'ouverture sont envisagés : le premier tend à concilier les aspects représentationnel et cognitif de la signification, c'est l'objectif des sémantiques duelles ; le second tend à inclure dans la détermination de la signification d'un énoncé des éléments de son contexte d'occurrence, c'est l'objectif de la sémantique des situations. Avec ces deux textes, Manuel Rebuschi veut montrer qu'il est possible de développer des formalismes qui puissent être utilisés de manière fructueuse pour fournir une compréhension plus complète et plus adéquate de la signification.

Cependant, comme le note Manuel Rebuschi lui-même, ces deux ouvertures ne mettent pas véritablement en question le cadre de la sémantique véri-conditionnelle. En particulier, elles laissent inchangé son présupposé fondamental selon lequel la signification doit être appréhendée à partir de la fonction représentative du langage. Les ouvertures examinées visent à intégrer des éléments nouveaux, notamment cognitifs et contextuels, à ce cadre fondamental, sans véritablement le mettre en question. Or, d'autres approches de la signification ont été développées hors d'un tel cadre : on peut penser aux conceptions inférentialistes, selon lesquelles la signification d'un énoncé est déterminée par le rôle qu'il joue dans certaines chaînes inférentielles, ou, plus largement, aux approches pragmatistes, dont l'objectif est d'élaborer une conception de la signification à partir de l'idée wittgensteinienne selon laquelle la signification d'un énoncé est déterminée par l'usage qui en est fait — c'est ce que visent entre autres des auteurs comme Dummett ou Brandom, mais aussi Travis par exemple. De telles approches ont en commun de rejeter le présupposé selon lequel la signification devrait être analysée dans une perspective représentationnelle ou dénotationnelle. Lorsqu'elles mettent l'accent sur la variété des usages linguistiques, elles peuvent en outre conduire à mettre en question le primat accordé aux assertions au détriment des autres fonctions du langage ; l'analyse de la signification se voit alors rapportée aux différents contextes d'usage de nos énoncés. On peut par conséquent penser que la raison pour laquelle Manuel Rebuschi laisse de côté cet autre type d'approche de la signification n'est pas seulement due à un manque d'espace, comme il l'indique en note (p. 9). Quoi

qu'il en soit, c'est finalement une histoire partielle de la notion de signification qu'il retrace dans son livre. La manière dont il la présente est certes tout à fait cohérente, et il ne serait pas approprié de lui reprocher ici le parti pris qu'il a choisi d'adopter. Néanmoins, on aurait pu attendre qu'il l'explicite, afin qu'un lecteur novice en la matière puisse situer le propos de l'ouvrage, et ses enjeux, dans le champ général de la philosophie du langage.

Notons pour finir que si l'on prend pour point de départ de l'analyse de la signification non pas la fonction représentative du langage, mais l'usage qui est fait de nos énoncés, les outils formels devront être adaptés en conséquence. Pour spécifier la notion de signification des énoncés assertoriques, on pourra par exemple faire appel, selon l'orientation retenue, aux approches preuves-théoriques ou bien à la logique dialogique. En outre, si on met l'accent sur la variété des usages linguistiques, on sera conduit à s'interroger sur la mesure dans laquelle la plasticité de la notion de signification peut être adéquatement appréhendée au moyen d'outils logico-formels; il semble que ceux-ci devront pour le moins faire preuve d'une souplesse correspondante. Par conséquent, s'il serait en effet tout à fait excessif, comme le note Manuel Rebuschi lui-même, de « jeter le bébé (formel) avec l'eau du bain (vériconditionnel) » (p. 80), on soulignera toutefois que le rejet du modèle représentationnel semble devoir nous conduire à réévaluer de manière fondamentale nos présupposés philosophiques quant à la nature des outils logiques pertinents pour l'analyse de la signification.

DELPHINE CHAPUIS-SCHMITZ

CNRS/IHPST (Paris)

Robert Brandom, *Between Saying and Doing: Towards an Analytic Pragmatism*, Oxford, Oxford University Press, 2008, 251 p.

Ce livre est composé des Conférences John Locke présentées par Robert Brandom à Oxford en 2006, auxquelles est ajouté un chapitre répondant aux principales objections qui leur ont été adressées. L'auteur y développe des thèmes semblables à ceux abordés dans *Making It Explicit* (Cambridge, Harvard, 1994) et *Articulating Reasons* (Cambridge, Harvard, 2000), mais spécifie sa problématique, sa méthode et ses arguments de façon différente. Il propose un programme de recherche formalisant les relations entre vocabulaires selon une approche qu'il qualifie de « pragmatisme analytique ». Les trois premières conférences élaborent ainsi une technique d'analyse des relations entre vocabulaires, l'« analyse signification-usage », s'appuyant sur des diagrammes; tandis que les trois dernières conférences appliquent cette nouvelle méthode à des vocabulaires d'intérêt saillant pour la philosophie du langage (les vocabulaires modal, normatif, intentionnel et logique classique), et leurs relations mutuelles. Nous résumerons les trois premiers chapitres en un bloc, puis les suivants chacun à leur tour.

Robert Brandom, *Between Saying and Doing : Towards an Analytic Pragmatism*, Oxford, Oxford University Press, 2008, 251 p.

Gwennaél Bricteux

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039727ar>  
DOI : <https://doi.org/10.7202/039727ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)  
1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce compte rendu

Bricteux, G. (2010). Compte rendu de [Robert Brandom, *Between Saying and Doing : Towards an Analytic Pragmatism*, Oxford, Oxford University Press, 2008, 251 p.] *Philosophiques*, 37 (1), 245–249. <https://doi.org/10.7202/039727ar>

qu'il en soit, c'est finalement une histoire partielle de la notion de signification qu'il retrace dans son livre. La manière dont il la présente est certes tout à fait cohérente, et il ne serait pas approprié de lui reprocher ici le parti pris qu'il a choisi d'adopter. Néanmoins, on aurait pu attendre qu'il l'explicite, afin qu'un lecteur novice en la matière puisse situer le propos de l'ouvrage, et ses enjeux, dans le champ général de la philosophie du langage.

Notons pour finir que si l'on prend pour point de départ de l'analyse de la signification non pas la fonction représentative du langage, mais l'usage qui est fait de nos énoncés, les outils formels devront être adaptés en conséquence. Pour spécifier la notion de signification des énoncés assertoriques, on pourra par exemple faire appel, selon l'orientation retenue, aux approches preuves-théoriques ou bien à la logique dialogique. En outre, si on met l'accent sur la variété des usages linguistiques, on sera conduit à s'interroger sur la mesure dans laquelle la plasticité de la notion de signification peut être adéquatement appréhendée au moyen d'outils logico-formels; il semble que ceux-ci devront pour le moins faire preuve d'une souplesse correspondante. Par conséquent, s'il serait en effet tout à fait excessif, comme le note Manuel Rebuschi lui-même, de « jeter le bébé (formel) avec l'eau du bain (vériconditionnel) » (p. 80), on soulignera toutefois que le rejet du modèle représentationnel semble devoir nous conduire à réévaluer de manière fondamentale nos présupposés philosophiques quant à la nature des outils logiques pertinents pour l'analyse de la signification.

DELPHINE CHAPUIS-SCHMITZ

CNRS/IHPST (Paris)

Robert Brandom, *Between Saying and Doing: Towards an Analytic Pragmatism*, Oxford, Oxford University Press, 2008, 251 p.

Ce livre est composé des Conférences John Locke présentées par Robert Brandom à Oxford en 2006, auxquelles est ajouté un chapitre répondant aux principales objections qui leur ont été adressées. L'auteur y développe des thèmes semblables à ceux abordés dans *Making It Explicit* (Cambridge, Harvard, 1994) et *Articulating Reasons* (Cambridge, Harvard, 2000), mais spécifie sa problématique, sa méthode et ses arguments de façon différente. Il propose un programme de recherche formalisant les relations entre vocabulaires selon une approche qu'il qualifie de « pragmatisme analytique ». Les trois premières conférences élaborent ainsi une technique d'analyse des relations entre vocabulaires, l'« analyse signification-usage », s'appuyant sur des diagrammes; tandis que les trois dernières conférences appliquent cette nouvelle méthode à des vocabulaires d'intérêt saillant pour la philosophie du langage (les vocabulaires modal, normatif, intentionnel et logique classique), et leurs relations mutuelles. Nous résumerons les trois premiers chapitres en un bloc, puis les suivants chacun à leur tour.

Brandom tient à s'inscrire dans les traditions analytique et pragmatiste de la philosophie contemporaine et reconstitue donc pour commencer une histoire du projet classique de l'analyse, projet faisant face à un défi pragmatiste. Le projet classique de l'analyse consiste à faire ressortir les significations propres à un vocabulaire par l'élaboration logique des significations mieux définies d'un autre vocabulaire de base. Ce type d'analyse ne se préoccupe donc que des relations sémantiques entre vocabulaires. Le défi pragmatiste (Brandom fait référence surtout à Wittgenstein) consiste à soutenir que d'autres aspects du langage servent à la constitution de la signification, en particulier les pratiques linguistiques. Brandom prétend récupérer et étendre le projet classique de l'analyse en tenant compte du défi pragmatiste et en formalisant en conséquence l'aspect pragmatique du langage dans sa relation à l'aspect sémantique. Cette formalisation se fait par le biais de l'analyse signification-usage, dans laquelle est introduite la notion de « relation sémantique pragmatiquement médiatisée ». Plusieurs types élémentaires de relation sont distingués dans l'analyse. Ainsi, un vocabulaire peut suffire à spécifier un ensemble de pratiques discursives ou habiletés comportementales, et un ensemble de pratiques discursives ou habiletés comportementales peut par converse suffire à déployer un certain vocabulaire. Un vocabulaire de base sert de métavocabulaire pragmatique pour un vocabulaire cible lorsqu'il permet de spécifier des pratiques ou habiletés, qui elles-mêmes permettent de déployer le vocabulaire cible. Il en résulte une relation pragmatiquement médiatisée entre le vocabulaire de base et le vocabulaire cible, par laquelle le premier en vient à suffire pour caractériser le second. Les relations sémantiques ne sont donc pas remplacées, mais accompagnées de relations pragmatiques médiatrices.

Brandom développe plus avant ce schéma de base de l'analyse signification-usage en considérant la théorie des automates en intelligence artificielle. Cette considération lui permet de faire ressortir le problème des limites apparentes du rôle expressif accordé à certains vocabulaires, qui est particulièrement manifeste lorsqu'un vocabulaire est très différent de son métavocabulaire pragmatique. La portée expressive du vocabulaire de base est expliquée par l'« élaboration algorithmique », à partir des pratiques spécifiées par le vocabulaire de base, d'un autre ensemble de pratiques qui permet à son tour de déployer plus avant le vocabulaire de base et de lui donner de la sorte la portée nécessaire à la mise en relation résultante avec le vocabulaire cible. Le métavocabulaire est donc à la fois élaboré à partir — et explicatif (ou explicatif) — de pratiques qui constituent un ensemble de pratiques discursives autonomes. L'élaboration algorithmique est ce qui explique, par exemple, la portée expressive des automates qui produisent un langage plus riche que leur langage de programmation initial. La possibilité d'un tel développement soutenu de soi-même (*bootstrapping*) est ce qui justifie le fonctionnalisme en IA aux yeux de Brandom, dont le pragmatisme analytique entend donc poursuivre le projet. À la fin de ces trois premiers chapitres,

l'auteur fait un rapprochement entre les pratiques linguistiques et l'apprentissage, dont le processus est conçu comme l'élaboration pédagogique d'un ensemble d'habiletés en un autre.

Au chapitre suivant, Brandom présente une thèse, qu'il dit dériver de Kant et Sellars, selon laquelle et dans les mots de Sellars, «le langage des modalités est un langage des normes “transposé”» (p. 100, nous traduisons). Brandom traduit cette thèse dans les termes de son analyse signification-usage comme voulant dire que le vocabulaire normatif est un métavocabulaire pragmatique pour le vocabulaire modal, qui est lui-même un métavocabulaire pragmatique pour le vocabulaire empirique. Le vocabulaire modal est plus spécifiquement un vocabulaire à la fois élaboré à partir — et explicatif — de pratiques discursives contrefactuellement robustes, tandis que le vocabulaire normatif est un métavocabulaire à la fois élaboré à partir — et explicatif — de pratiques discursives qui consistent à donner et demander des raisons. Ces pratiques discursives, élaborant et expliquées par les vocabulaires modaux et normatifs, sont autonomes, car assertoriques et inférentielles.

Les pratiques qui consistent à donner et demander des raisons, les plus fondamentales des pratiques discursives, impliquent que l'agent du discours puisse être considéré comme engagé (*committed*) ou en droit (*entitled*) aux revendications (*claims*) exprimées par différentes phrases. Cette capacité à considérer une personne en droit ou engagée se fonde sur une habileté à répondre pratiquement de façon différentielle à son discours. Dans le cinquième chapitre, Brandom approfondit la logique de l'analyse signification-usage en traduisant formellement cette habileté primitive à répondre pratiquement de façon différentielle en termes d'un type de relation inférentielle qu'il nomme «incompatibilité» ou plus précisément «incompatibilité matérielle». L'incompatibilité sert donc de relation inférentielle de base à l'élaboration suivante d'une sémantique modale plus conséquente avec l'approche pragmatique analytique que la sémantique modale standard, plutôt basée sur les notions de monde possible et de relation d'accessibilité. La sémantique de l'incompatibilité est plus essentiellement une sémantique directement modale qui ne fait pas appel à la notion de vérité. L'auteur identifie de plus le système S5 comme logique modale intrinsèque aux relations d'incompatibilité standards. Les résultats de son analyse sont formalisés dans le sens de leur axiomatisation et prouvés dans cinq appendices techniques faisant suite à ce chapitre.

Le sixième chapitre, qui représente en quelque sorte le clou de l'exposé, présente l'intentionnalité comme une relation sémantique pragmatiquement médiatisée. Brandom y reprend le motif de son analyse signification-usage, mais l'enrichit d'un certain pragmatisme (Brandom fait référence au concept d'expérience de Dewey et à la critique par ce dernier du concept psychologique d'arc-réflexe), à la portée que nous dirions phénoménologique, dépassant le cadre plus strictement langagier de la pragmatique. Le point

supplémentaire de ce pragmatisme consiste à faire ressortir plus clairement le fondement matériel, ancré dans le monde actuel, des pratiques desquelles émergent les relations sémantiques intentionnelles. De l'engagement pratique d'un agent dans le monde ressort une intentionnalité pratique fondant le vocabulaire intentionnel qui permet de déployer des pratiques discursives autonomes. L'auteur distingue alors, au sein de ces pratiques, des pratiques normatives subjectives, qui permettent de déployer un vocabulaire normatif, et des pratiques modales objectives, qui permettent de déployer un vocabulaire modal, et cela dans un cycle d'élaboration des vocabulaires et d'explicitation des pratiques ou habiletés. C'est donc le retour d'un niveau du langage sur un autre qui rend l'intentionnalité saisissable par la raison. Dans les termes de Brandom :

La triangulation qui consiste à reconnaître des incompatibilités et des inférences matérielles est, en un mot, la façon dont la demande normative pour une unité d'aperception (jugements) rationnelle rend intelligible la finalité [*purport*] représentationnelle: ce que c'est que de prendre ou de traiter des jugements en pratique comme représentant ou étant à propos d'objets (p. 188, en gras dans le texte d'origine, nous traduisons).

Brandom conclut que la pratique de la rectification rationnelle permet à son tour de spécifier des vocabulaires normatifs et modaux de l'incompatibilité, c'est-à-dire de traiter des engagements comme normativement incompatibles et des propriétés comme modalement incompatibles.

Les critiques auxquelles répond Brandom dans le dernier chapitre s'attachent surtout à l'aspect analytique de son approche. Mais il nous semble que Brandom argumente alors suffisamment sa défense et que, malgré l'obscurité apparente du texte au premier abord, les diagrammes qui soutiennent sa technique d'analyse aident aussi grandement à la saisir. La difficulté serait plutôt dans la compréhension des innombrables syntagmes figés qui font le style de Brandom ainsi que de la dialectique à contresens qui est particulière à sa pensée. Un point intéressant, toutefois, dans les réponses de Brandom, est lorsqu'il souligne que le développement de la méthode analytique en une certaine métaphysique est en fait une ouverture méthodologique, qu'il décrit (en faisant référence à David Lewis) dans des termes rappelant l'esprit du pragmatisme: le philosophe doit être prêt à analyser *toutes sortes de vocabulaires possibles* afin de mieux saisir la signification de ses propres conceptions (un principe qu'il faut comprendre en un sens régulateur). Il s'agit peut-être là de la réflexion la plus authentiquement pragmatiste de ce livre. Car il nous semble, pour le reste, que ce qui porte le plus à débat dans le pragmatisme analytique de Brandom n'est pas sa partie analytique, somme toute classique dans son aspect formel et sa perspective langagière, mais bien les nuances réelles que l'on doit apporter à son pragmatisme. Il ne semble pas en effet dériver son pragmatisme des mêmes présupposés et en tirer les mêmes conséquences que le pragmatisme classique. Le pragmatisme

d'origine, celui de Peirce, met l'emphasis sur la continuité entre les différents éléments de la réalité, alors que Brandom cherche avant tout à distinguer le conceptuel du non-conceptuel. De plus, le pragmatisme peircéen est motivé par un principe de dépendance non réciproque ordonnant en une hiérarchie solidaire les aspects fondamentaux de la réalité, au niveau phénoménologique (phanéoscopique), et les composantes de la relation de signification, au niveau sémiotique, tandis que Brandom fait émerger la signification de la pratique, dans un renversement ou une sursomption du référentialisme par un inférentialisme. Finalement, les notions d'inférence et d'incompatibilité matérielles que déploie Brandom vont peut-être à l'encontre de l'approche phénoménologique qu'il semble vouloir retenir du pragmatisme (deweyen), puisqu'il n'est pas sûr que nous puissions distinguer un monde matériel et actuel dès le premier abord du phénomène; ainsi, le *phaneron* peircéen se présente plutôt comme une totalité vague au sein de laquelle les premiers éléments distingués (tels la qualité d'une sensation, le fait brut et la raison médiatrice) précèdent la distinction entre un esprit et le monde, qui plus est d'un monde dont les faits bruts puissent être conçus en termes d'incompatibilité matérielle. Bref, l'engin analytique de Brandom est admirable et pourrait certainement s'avérer des plus productifs, mais nous devrions en l'abondant réfléchir aux présupposés logiques (sémiotiques) et phénoménologiques (phanéoscopiques) de son pragmatisme.

GWENNAËL BRICTEUX

Université du Québec à Montréal

Cossette, Claude, *Éthique et publicité*, Presses de l'Université Laval, 2009, 148 p.

Dans *Éthique et publicité*, Claude Cossette propose une réflexion sur le mariage forcé entre deux notions qui fait souvent figure d'oxymoron. En effet, on questionne souvent la possibilité même d'un lien entre éthique et publicité, lien qui pour plusieurs est tout simplement une contradiction dans les termes (p. 79). Contradiction peut-être, mais on estime que le Nord-Américain moyen est en contact avec 3 000 messages publicitaires par jour<sup>1</sup>. Par conséquent, une réflexion plus fondamentale sur cette pratique n'est jamais superflue, ce que confirme la publication de cet ouvrage.

Heureusement, l'auteur a choisi de ne pas se complaire dans la condamnation en bloc et d'aborder le problème de front en présentant de façon très

---

1. C'est le nombre avancé par le Réseau Éducation Médias, qui précise que les techniques pour présenter efficacement ces messages varient beaucoup, au point d'échapper souvent au consommateur potentiel: placement de produit, marketing croisé, publicité ciblée, publicité d'ambiance, etc. Source: [http://www.media-awareness.ca/francais/parents/marketing/publicite\\_partout.cfm](http://www.media-awareness.ca/francais/parents/marketing/publicite_partout.cfm), page consultée le 1<sup>er</sup> mai 2009.

## Philosophiques

philosophiques

Cossette, Claude, *Éthique et publicité*, Presses de l'Université Laval, 2009, 148 p.

Mélissa Thériault

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039728ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039728ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce compte rendu

Thériault, M. (2010). Compte rendu de [Cossette, Claude, *Éthique et publicité*, Presses de l'Université Laval, 2009, 148 p.] *Philosophiques*, 37 (1), 249–254.  
<https://doi.org/10.7202/039728ar>

d'origine, celui de Peirce, met l'emphasis sur la continuité entre les différents éléments de la réalité, alors que Brandom cherche avant tout à distinguer le conceptuel du non-conceptuel. De plus, le pragmatisme peircéen est motivé par un principe de dépendance non réciproque ordonnant en une hiérarchie solidaire les aspects fondamentaux de la réalité, au niveau phénoménologique (phanéoscopique), et les composantes de la relation de signification, au niveau sémiotique, tandis que Brandom fait émerger la signification de la pratique, dans un renversement ou une sursomption du référentialisme par un inférentialisme. Finalement, les notions d'inférence et d'incompatibilité matérielles que déploie Brandom vont peut-être à l'encontre de l'approche phénoménologique qu'il semble vouloir retenir du pragmatisme (deweyen), puisqu'il n'est pas sûr que nous puissions distinguer un monde matériel et actuel dès le premier abord du phénomène; ainsi, le *phaneron* peircéen se présente plutôt comme une totalité vague au sein de laquelle les premiers éléments distingués (tels la qualité d'une sensation, le fait brut et la raison médiatrice) précèdent la distinction entre un esprit et le monde, qui plus est d'un monde dont les faits bruts puissent être conçus en termes d'incompatibilité matérielle. Bref, l'engin analytique de Brandom est admirable et pourrait certainement s'avérer des plus productifs, mais nous devrions en l'abondant réfléchir aux présupposés logiques (sémiotiques) et phénoménologiques (phanéoscopiques) de son pragmatisme.

GWENNAËL BRICTEUX

Université du Québec à Montréal

Cossette, Claude, *Éthique et publicité*, Presses de l'Université Laval, 2009, 148 p.

Dans *Éthique et publicité*, Claude Cossette propose une réflexion sur le mariage forcé entre deux notions qui fait souvent figure d'oxymoron. En effet, on questionne souvent la possibilité même d'un lien entre éthique et publicité, lien qui pour plusieurs est tout simplement une contradiction dans les termes (p. 79). Contradiction peut-être, mais on estime que le Nord-Américain moyen est en contact avec 3 000 messages publicitaires par jour<sup>1</sup>. Par conséquent, une réflexion plus fondamentale sur cette pratique n'est jamais superflue, ce que confirme la publication de cet ouvrage.

Heureusement, l'auteur a choisi de ne pas se complaire dans la condamnation en bloc et d'aborder le problème de front en présentant de façon très

---

1. C'est le nombre avancé par le Réseau Éducation Médias, qui précise que les techniques pour présenter efficacement ces messages varient beaucoup, au point d'échapper souvent au consommateur potentiel: placement de produit, marketing croisé, publicité ciblée, publicité d'ambiance, etc. Source: [http://www.media-awareness.ca/francais/parents/marketing/publicite\\_partout.cfm](http://www.media-awareness.ca/francais/parents/marketing/publicite_partout.cfm), page consultée le 1<sup>er</sup> mai 2009.

transparente sa position. Venant d'un pionnier de la publicité québécoise et un de ses artisans les plus influents, l'exercice est digne d'intérêt. Moins polémique — du moins en apparence — qu'un ouvrage précédent (*La publicité, déchet culturel*, également aux PUL), *Éthique et publicité* permet au lecteur d'avoir une vue d'ensemble des enjeux éthiques auxquels sont confrontés les professionnels de ce secteur d'activité. Son style limpide et les repères bibliographiques qu'il contient en font un ouvrage utile pour qui s'intéresse au cas particulier de la publicité. Il faut souligner d'entrée de jeu le caractère sans prétention de l'ouvrage, présenté par l'auteur comme le fruit d'un questionnement qui a accompagné sa pratique professionnelle. *Éthique et publicité* vise principalement à conscientiser les futurs publicitaires ou étudiants en communication aux enjeux éthiques liés à leur travail, mais aussi à les inciter à faire preuve d'esprit critique dans l'exercice de leur profession.

Quelques définitions seront utiles ici. Le but de toute publicité est bien sûr de « *proposer des objets (des expériences ou des offres) censés contenir en eux-mêmes un plaisir, un plaisir commun à tous les destinataires* » (p. 17). Mais qu'est-ce qu'un publicitaire? Cossette insiste sur la différence entre ceux dont le travail se limite à rédiger des réclames et les véritables publicitaires: « *Les publicitaires professionnels, eux, travaillent surtout à mettre au point des plans de communication, à ce qu'il est convenu d'appeler des campagnes de publicité* » (p. 19). Bien qu'il distingue nettement *publicité* et *marketing* (notion plus large qui englobe la publicité mais également l'ensemble des étapes qui visent à orchestrer sa conception et sa diffusion), Cossette s'arrime néanmoins sur le langage courant (qui désigne comme publicité l'ensemble des moyens utilisés pour faire connaître un produit à un public) et utilise le terme au sens large. Quelques points ont retenu notre attention: ils seront regrouvés ici en trois thèmes.

Publicité et responsabilité: « *Si, pour un publicitaire, la passion du métier devient dévorante au point de lui faire oublier ses autres responsabilités, ses autres rôles, il se transforme en monstre* » (p. 27). Voilà qui a le mérite d'être clair: le publicitaire ne saurait se décharger de ses responsabilités sur le plan éthique. Peut-on être un publicitaire efficace sans renier ses obligations morales? Cossette répond par l'affirmative: « *Un publicitaire éthique préserve ses qualités de cœur tout en étant techniquement efficace* » (p. 27). La compartimentalisation entre vie professionnelle et vie personnelle est mise au banc des accusés: le publicitaire ne peut se décharger de sa responsabilité au nom des exigences du travail. Cossette se rallie par ailleurs aux thèses développées par Comte-Sponville sur la responsabilité des personnes morales et l'éthique d'entreprise dans *Le capitalisme est-il moral?*<sup>2</sup>. Il note par ailleurs — et avec raison — que la diversité des approches en

---

2. Comte-Sponville, André, 2004. *Le Capitalisme est-il moral?* Paris, Albin-Michel, 252 pages.

éthique touche aussi les publicitaires (p. 54). Cela pourrait amener à penser que tout n'est qu'une question de perspective et que personne n'est en mesure de trancher quant à ce qui est éthique ou non en matière de publicité, position commode pour qui cherche à se décharger des implications morales liées à ses actes. Or la divergence de point de vue quant aux enjeux éthiques n'autorise pas les publicitaires à se décharger de leurs responsabilités sous prétexte qu'il n'y a pas de réponse univoque aux problèmes qui surviennent dans le cadre de leur activité professionnelle. Cossette évoque les tensions fréquentes entre les approches qu'il désigne comme *idéalistes* et *pragmatistes* (p. 53-54), mais conclut que la contradiction entre les points de vue face à un problème ne nous condamne pas au relativisme moral. Prenons par exemple le problème typique de la réglementation de la publicité destinée aux jeunes: que l'on soit ou non en faveur d'une réglementation, il demeure que le publicitaire a des obligations inaliénables face au consommateur, peu importe dans quelle perspective il aborde le problème.

Très critique face à ceux qui se retranchent derrière les impératifs de l'industrie pour se décharger de leur responsabilité individuelle, l'auteur écorche au passage le postulat néolibéral selon lequel: « *les humains prennent toujours la meilleure décision du point de vue de leur bien-être* » (p. 84). Peut-on laisser aux publicitaires les coudées franches au nom de la liberté de choix? Non, répond Cossette, pour la simple raison que des « *psycho-économistes ont établi que la rationalité n'est pas toujours au rendez-vous* » et que les « *consommateurs procéderont à une bonne partie de leurs achats sur des critères pseudo-rationnels* » (p. 84-85). Le postulat de la rationalité du consommateur a en effet le dos large: on déleste souvent le publicitaire de toute responsabilité, laissant le poids de la décision au destinataire du message publicitaire. Or, demande Cossette, les « *publicitaires qui utilisent astucieusement les données de la recherche psychosociale pour manipuler les consommateurs ne devraient-ils pas se questionner sur leur responsabilité éthique?* » (p. 25).

C'est là un problème de taille: « *Il existe en effet des consommateurs qui sont incapables de résister aux sirènes de la publicité parce qu'ils sont handicapés par des maladies ou des faiblesses psychologiques. Faut-il les laisser se débrouiller face aux plus forts, aux plus habiles publicitaires?* » (p. 66). On répond par la négative, ajoutant que l'État doit voir à protéger les consommateurs: « *Ils ont plutôt besoin d'une protection ferme parce qu'ils sont incapables de se protéger eux-mêmes* » (p. 66) Au-delà des cas évidents comme la publicité pour enfants, qui a fait l'objet de réglementation dans plusieurs pays (de même que la publicité de produits tels que le tabac et l'alcool), il demeure que la publicité est le miroir des peurs et faiblesses de quiconque vit dans un monde axé sur l'hyperconsommation.

L'ouvrage se présente par moments comme un plaidoyer contre l'hypocrisie. Puisqu'il faut rendre à César ce qui est à César (que ce soit en bien ou en mal), on ne saurait blâmer les publicitaires de tous les maux et leur

faire porter l'odieux de nos choix en matière de consommation. Le consommateur est souvent désarmé face à la puissante armée des publicitaires, mais ces derniers n'ont pas pour autant tout les torts.

Certes, l'industrie de la publicité n'est pas sans taches: elle encourage une nouvelle forme d'aliénation qu'on peut appeler « *la servitude à la marque* » (p. 24), problème dont la gravité a été révélée notamment par *No Logo* de Naomi Klein<sup>3</sup>. Elle contribue directement au désastre écologique découlant de la surconsommation et des problèmes reliés qui surviennent depuis que « *le désir a pris la place du besoin* » (p. 21). Mais si toute publicité, par définition, vise à vendre quelque chose, elle ne cherche pas nécessairement à « piéger » le client. C'est le cas notamment de la publicité dite *sociale*, qui sert à vendre non pas des produits, mais des idées et des comportements: de saines habitudes alimentaires, le transport en commun, le don d'organes, etc. Après tout, la publicité peut avoir ses vertus et jouer un rôle positif: si ce n'est pas le cas de la majorité des messages publicitaires, « *cela ne justifie pas d'[accuser le publicitaire] de tous les maux de nos sociétés* » (p. 20). Souvent confiné au rôle de bouc émissaire, le publicitaire n'a pas à porter seul la responsabilité des comportements des consommateurs: « *la société dans laquelle nous vivons, une société qui encourage l'apparence, l'épate, le gaspillage* » (p. 20). Cossette insiste ainsi sur une hypocrisie courante: nous voulons nous déresponsabiliser et mettre sur le dos des publicitaires nos choix en matière de consommation et souhaitons pouvoir blâmer en prime les acteurs de cette industrie (p. 20). Or, même si l'industrie est puissante, même si les publicitaires sont astucieux, la majorité d'entre nous devrait pouvoir résister un tant soit peu à aux tentations du monde de la consommation.

Le point le plus intéressant de l'ouvrage est sans doute la réflexion présentée autour de la distinction entre *éthique*, *déontologie* et *autoréglementation*. Cossette définit la déontologie comme un « *ensemble de règles arrêtées par une corporation, une association* » qui dictent « *comment une personne doit normalement se comporter dans sa vie professionnelle* » (p. 37). L'auteur est formel: on ne peut, sous aucune considération, réduire l'éthique à une déontologie, encore moins à des codes de conduite autorégulés de l'industrie. Exemples à l'appui, il explique en quoi il n'existe au Québec aucune corporation régulant les pratiques des publicitaires (p. 37), ce qui au moins permettrait de sanctionner des conduites non conformes, et encore moins un « souci » de se préoccuper des enjeux moraux reliés à leurs pratiques (p. 18). Il existe en revanche un code « volontaire » proposé par l'Association des agences de publicité du Québec<sup>4</sup> qui énonce quelques

3. Klein, Naomi, 2001, *No logo: la tyrannie des marques*, Leméac, 573 pages.

4. Préoccupés par la bonne conduite en matière de publicité, des intervenants de l'industrie proposent un mécanisme de plaintes contre la publicité dérangeante ou discriminatoire par l'intermédiaire de l'organisme *Normes canadiennes de la publicité*. Malheureusement, cette

principes, mais cela ne saurait être suffisant : « *Le Code effleure donc quelques points de l'éthique et c'est bien, mais on garde l'impression que l'esprit du Code est davantage celui d'une entente entre entreprises en concurrence et qui veulent protéger leurs marchés respectifs. Pour le fond, ce n'est aucunement un code d'éthique* » (p. 63).

Deux problèmes sont soulignés quant à cette absence de réglementation. D'abord, le besoin des publicitaires de « s'annoncer » comme éthiquement corrects est suspect (p. 34) : lorsqu'on agit éthiquement, on ne ressent pas le besoin de s'en vanter, et encore moins de se servir de cela en guise d'argument promotionnel. Or la pratique est courante dans l'industrie (la variante la plus récente de ce phénomène étant sans doute le *greenwashing*, ce procédé marketing qui vise à donner une image « verte » à une entreprise ou une corporation en vue de convaincre le client de sa bonne conduite en matière de protection de l'environnement). L'auteur illustre à l'aide d'un exemple historique : « *c'est depuis que les boulangeries sont industrielles qu'elles annoncent toutes du "vrai pain de ménage"* ; *quand c'était vraiment le cas, on n'avait pas besoin de le crier sur les toits, de le publiciser* » (p. 34). Ensuite, l'autoréglementation qui a cours présentement, ce « *méli-mélo de vœux pieux* » (p. 61) n'est pas suffisant pour convaincre qu'il existe un code d'éthique encadrant les pratiques publicitaires, l'hypocrisie que Cossette dénonce au passage. Si c'est l'interprétation que font les publicitaires de l'adage voulant que *la loi qu'on se donne à soi-même est liberté*, c'est Kant qui doit se retourner dans sa tombe.

Il y a en effet une différence entre une *position éthique* et une *mise en garde juridique à des fins d'autoprotection* (p. 61) : en règle générale, les publicitaires se donnent des normes de conduites lorsque des pressions se font de la part des autorités gouvernementales ou du public (p. 67), et pas avant. Par ailleurs, respecter ses engagements (que les résultats concordent avec ce qui a été produit) et livrer la marchandise promise, ce n'est pas agir éthiquement : c'est agir stratégiquement afin de conserver sa clientèle : « *Un commerçant se conduira éthiquement quand il respectera le consommateur pour ce qu'il est comme humain et non pour ce qu'il rapporte comme client* » (p. 69). Cela est d'autant plus important qu'*information* et *publicité* (p. 91) sont souvent confondues dans les codes d'autoréglementation, confusion qui est particulièrement problématique lorsqu'il est question de produits dont la consommation a des répercussions sur la santé publique, par exemple, les médicaments (p. 92).

Autre hypocrisie relevée par Cossette : celle des publicitaires qui réclament le droit à la libre expression et à l'immunité morale dans la mesure où ils n'enfreignent pas la loi. Cossette fait un parallèle avec l'expérience de Milgram (p. 50) : ne peut-on pas dire qu'il en est un peu de même avec la

---

procédure qui permet aux citoyens de s'exprimer sur les publicités qu'ils subissent demeure peu connue et peu exploitée.

publicité, lorsque le publicitaire se décharge de toute responsabilité en invoquant les directives de ses supérieurs et le caractère légal des procédés employés lorsqu'il collabore à une campagne éthiquement critiquable ? Cette parade commode pour les rédacteurs des poncifs commerciaux est dénoncée par l'auteur, qui rappelle à juste titre que : « *Comme les autres citoyens, les publicitaires sont donc soumis absolument à la loi. Mais tout ça, c'est du droit. Redisons-le encore une fois : la loi n'est pas l'éthique* » (p. 49). Il est par ailleurs d'autant plus facile de respecter la loi lorsque celle-ci est à peu près muette sur le sujet et, pour cette raison, Cossette plaide en faveur d'une certaine réglementation de la publicité. S'il est discutable de réduire, tel que le fait l'auteur, la notion d'espace public avec l'espace médiatique, c'est avec raison qu'il souligne que « *[l']espace public est un espace commun et c'est pourquoi quand l'État en balise l'accès, c'est sous certaines conditions. Or, la publicité, elle aussi, utilise l'espace public. C'est normal que la société lui concède le droit d'y accéder, mais ce serait également acceptable qu'elle le fasse en imposant un minimum de conditions assurant également le respect des droits collectifs* » (p. 81).

Bref, *Éthique et publicité* aborde des problématiques intéressantes, et on souhaite que la démarche n'en reste pas là, puisque les sections courtes risquent de laisser certains lecteurs sur leur faim. Il n'en demeure pas moins que cet ouvrage présente une synthèse utile sur un phénomène incontournable, à savoir cette « *forme d'art la plus répandue, la plus connue et la plus prisée du grand public* » (p. 119) qui nous affecte tous quotidiennement. Le propos du livre nous invite à condamner, critiquer et apprécier selon le cas ces messages qui nous entourent, et surtout, à exiger que ces messages respectent notre humanité. L'éthique en publicité n'est pas que l'affaire des publicitaires : elle engage la société tout entière.

MÉLISSA THÉRIAULT

Cégep de Rimouski

Chauviré, Christiane, *L'œil mathématique, Essai sur la philosophie mathématique de Peirce*, Paris, Kimé, 2008, 288 p.

Ce livre reprend, pour l'essentiel, la thèse de doctorat défendue par Christiane Chauviré en 1988. L'objectif de cette étude est d'exposer la philosophie mathématique de Peirce et de la situer par rapport à ses concurrentes. L'ouvrage est divisé en trois parties. Dans la première partie, « Schématisation et analytisme », l'auteure soutient qu'il faut distinguer deux concepts d'analytisme chez Peirce, l'un logique, et l'autre épistémique. Dans la deuxième partie, « Logification de l'analytisme », elle expose les critiques de Peirce contre les insuffisances de la conception kantienne de l'analytisme, puis elle soutient que la logique développée par Peirce permet d'évaluer les possibilités et les limites des machines logiques. Enfin, dans la troisième et dernière partie,

**Chauviré, Christiane, *L'oeil mathématique, Essai sur la philosophie mathématique de Peirce*, Paris, Kimé, 2008, 288 p.**

Jérôme Havenel

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039729ar>  
DOI : <https://doi.org/10.7202/039729ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)  
1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce compte rendu

Havenel, J. (2010). Compte rendu de [Chauviré, Christiane, *L'oeil mathématique, Essai sur la philosophie mathématique de Peirce*, Paris, Kimé, 2008, 288 p.] *Philosophiques*, 37 (1), 254–262. <https://doi.org/10.7202/039729ar>

publicité, lorsque le publicitaire se décharge de toute responsabilité en invoquant les directives de ses supérieurs et le caractère légal des procédés employés lorsqu'il collabore à une campagne éthiquement critiquable ? Cette parade commode pour les rédacteurs des poncifs commerciaux est dénoncée par l'auteur, qui rappelle à juste titre que : « *Comme les autres citoyens, les publicitaires sont donc soumis absolument à la loi. Mais tout ça, c'est du droit. Redisons-le encore une fois : la loi n'est pas l'éthique* » (p. 49). Il est par ailleurs d'autant plus facile de respecter la loi lorsque celle-ci est à peu près muette sur le sujet et, pour cette raison, Cossette plaide en faveur d'une certaine réglementation de la publicité. S'il est discutable de réduire, tel que le fait l'auteur, la notion d'espace public avec l'espace médiatique, c'est avec raison qu'il souligne que « *[l']espace public est un espace commun et c'est pourquoi quand l'État en balise l'accès, c'est sous certaines conditions. Or, la publicité, elle aussi, utilise l'espace public. C'est normal que la société lui concède le droit d'y accéder, mais ce serait également acceptable qu'elle le fasse en imposant un minimum de conditions assurant également le respect des droits collectifs* » (p. 81).

Bref, *Éthique et publicité* aborde des problématiques intéressantes, et on souhaite que la démarche n'en reste pas là, puisque les sections courtes risquent de laisser certains lecteurs sur leur faim. Il n'en demeure pas moins que cet ouvrage présente une synthèse utile sur un phénomène incontournable, à savoir cette « *forme d'art la plus répandue, la plus connue et la plus prisée du grand public* » (p. 119) qui nous affecte tous quotidiennement. Le propos du livre nous invite à condamner, critiquer et apprécier selon le cas ces messages qui nous entourent, et surtout, à exiger que ces messages respectent notre humanité. L'éthique en publicité n'est pas que l'affaire des publicitaires : elle engage la société tout entière.

MÉLISSA THÉRIAULT

Cégep de Rimouski

Chauviré, Christiane, *L'œil mathématique, Essai sur la philosophie mathématique de Peirce*, Paris, Kimé, 2008, 288 p.

Ce livre reprend, pour l'essentiel, la thèse de doctorat défendue par Christiane Chauviré en 1988. L'objectif de cette étude est d'exposer la philosophie mathématique de Peirce et de la situer par rapport à ses concurrentes. L'ouvrage est divisé en trois parties. Dans la première partie, « Schématisation et analytisme », l'auteure soutient qu'il faut distinguer deux concepts d'analytisme chez Peirce, l'un logique, et l'autre épistémologique. Dans la deuxième partie, « Logification de l'analytisme », elle expose les critiques de Peirce contre les insuffisances de la conception kantienne de l'analytisme, puis elle soutient que la logique développée par Peirce permet d'évaluer les possibilités et les limites des machines logiques. Enfin, dans la troisième et dernière partie,

« L'analyticité et le logicisme », elle soutient qu'il y a nettement plus de divergences que de proximités entre le logicisme et la philosophie de Peirce.

L'auteure soutient que, malgré de nombreux reproches à Kant, le cœur de la philosophie des mathématiques de Peirce consiste à dire que les mathématiques ne sont ni des vérités analytiques nécessaires mais vides, ni des généralisations empiriques synthétiques mais incertaines, mais des vérités nécessaires découvertes par observations et expérimentations sur des diagrammes imaginaires. L'ouvrage de Christiane Chauviré s'intitule *L'œil mathématique, Essai sur la philosophie mathématique de Peirce*, car elle veut insister sur le fait que, pour Peirce, les mathématiques sont une science d'observation, ce qui veut dire que les mathématiques sont une science où l'on élabore des hypothèses, et où l'on fait des observations et des expérimentations sur ces hypothèses.

Christiane Chauviré explique que, pour Peirce, le raisonnement du mathématicien créateur n'a rien de mécanique : « l'observation [y] est nécessaire, et une machine ne peut effectuer aucune inférence avant que les prémisses n'aient été préparées pour cela par cet exercice d'observation » (NEM 4.10)<sup>5</sup>. C'est pourquoi Peirce ne croit guère à la possibilité de construire des machines pensantes, même s'il a écrit à Marquand qu'il croit possible de construire « une machine pour des problèmes mathématiques réellement difficiles » (NEM 3.632). Il y a là une thèse fondamentale de la logique de Peirce qui soutient que « toute déduction implique l'observation d'un diagramme (optique, tactile ou acoustique) » (NEM 3.869, 1909).

L'auteure expose très clairement la critique que fait Peirce de la représentation mécaniste de la déduction telle qu'elle est comprise par la logique traditionnelle, dans l'ignorance de la logique polyadique, et qui, selon lui, conduit Kant à soutenir une conception insuffisante et trop étroite de l'analyticité. Reprenant à sa manière le vieux problème de l'inférence immédiate, Peirce soutient qu'une déduction peut n'avoir qu'une seule prémisse, éventuellement itérée, comme lorsque de « tout homme est le fils d'un homme » on déduit que « tout homme est un petit-fils » (CP 2.469, n. 2)<sup>6</sup>.

Tout en critiquant les interprétations que Hintikka fait de Kant et de Peirce, Christiane Chauviré épouse sa conception selon laquelle le kantisme en philosophie des mathématiques est une voie d'avenir si on sait séparer le bon grain de l'ivraie. Comme le montre l'auteure, Peirce approfondit le schématisme kantien pour soutenir que la pensée mathématique réside dans la construction et la transformation de diagrammes. Selon Peirce, bien que le diagramme mental imaginé puisse être actualisé par des graphes, dessins ou équations, un diagramme, c'est d'abord un signe qui représente aux yeux

5. Abrégé pour Peirce, C.S., *The New Elements of Mathematics*, Humanities Press, Atlantic Highlands, 1976. Cité par numéro de tome et page.

6. Abrégé pour Peirce, C.S., *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, Cambridge, Harvard University Press, 1932 (cité par numéro de tome et de section).

de notre esprit les objets et les relations qui se conforment à nos hypothèses.

Ainsi, le raisonnement mathématique a certes besoin de symboles pour traiter la généralité, mais il a aussi besoin d'icônes (sous la forme de constructions diagrammatiques qui font des mathématiques une science d'observation), ainsi que d'indices pour désigner ce dont il est question (les lettres indiquant les objets dont use constamment le mathématicien). Comme le rappelle l'auteure, après avoir rappelé la distinction médiévale entre les termes individuels de première intention qui dénotent des individus désignés, et les termes individuels de seconde intention qui dénotent des individus vagues, Peirce soutient que « les lettres qu'emploie le mathématicien (que ce soit en algèbre ou en géométrie) sont de tels individus par seconde intention » (CP 3.94). C. Chauviré soutient de manière convaincante que la conception de la variable chez Peirce est comparable à celle de Russell, pour lequel le « x » quelconque correspond à la désignation d'individus vagues dans la quantification, alors que Frege, en revanche, soutient que le « x » ne peut pas dénoter un objet indéterminé, car c'est la façon de désigner la variable qui est ambiguë, l'objet étant toujours déterminé.

Christiane Chauviré souligne que, souvent, dans le cours de la démonstration mathématique, afin de traduire la formulation abstraite initiale du théorème à démontrer, on commence avec des termes singuliers (indices), puis on trace un diagramme (icône) où figurent des lettres dénotant les mêmes objets que ces termes singuliers. Avec ce procédé « la généralité [...] n'est ni perdue ni réduite, puisque l'on comprend que la lettre peut être considérée comme le nom de n'importe lequel des objets que l'étudiant peut sélectionner » (CP 4.616).

L'auteure traite de manière stimulante la question du platonisme mathématique en soutenant que chez Peirce les objets mathématiques sont créés par le mathématicien. La comparaison avec Frege est réussie et éclairante, mais on reste sur notre faim concernant celle avec des penseurs plus contemporains comme Hilbert, Gödel, Bernays, Putnam ou Kreisel. Bien qu'elle distingue les versants ontologiques et épistémologiques de la question, elle n'explique pas assez en quoi la position de Peirce est une alternative pertinente au débat entre platonisme et intuitionnisme, grâce à sa conception de l'objectivité des formes mathématiques qui correspond à ce qu'on appelle aujourd'hui le structuralisme modal, en insistant sur le type d'activité sémiotique par laquelle les structures mathématiques sont étudiées.

Christiane Chauviré rappelle la distinction faite par Peirce entre l'abstraction présicive<sup>7</sup>, ou le fait de fixer son attention sur un aspect au détriment des autres, et l'abstraction hypostatique, par laquelle on crée des *entia rationis* « qui sont néanmoins parfois réels » (CP 4.549, 1906). La collection

---

7. Pour l'orthographe, voir André De Tienne, *L'analytique de la représentation chez Peirce*, Bruxelles, Publications des Facultés universitaires Saint-Louis, 1996, p. 204.

est un exemple important d'abstraction hypostatique où est construit et créé un nouveau concept mathématique qui permet notamment de traiter comme un individu une opération (par exemple une fonction) sur des individus, et qui est, selon Peirce, essentielle à la créativité mathématique<sup>8</sup>.

Ainsi que le note l'auteure, introduire le mot « collection » n'est pas seulement créer un mot ou un concept nouveau, c'est produire l'entité collection, entité réelle au sens où les troisièmes (selon les trois catégories logico-ontologiques de Peirce) le sont, les troisièmes correspondant aux régularités et aux universaux. Mais Peirce reconnaît que, parmi les abstractions, certaines sont fictives et certaines sont réelles (CP 4.549), et qu'il faut trouver un critère pour les départager.

Christiane Chauviré reproche à Peirce de ne pas avoir expliqué la différence qu'il semble pourtant bien y avoir, au sein des troisièmes, entre une entité comme la dureté, qui est une disposition inscrite dans la nature physique de certains objets matériels, donc radicalement indépendante de nous, et une entité comme la collection, produit de notre spéculation. La dureté et la collection sont-elles réelles au même titre, et ne faudrait-il pas distinguer différents types de troisièmes ?

Il eut été fort intéressant que l'auteure confronte ses réserves sur la possibilité d'appliquer le pragmatisme aux entités mathématiques, avec la défense du pragmatisme peircien, en philosophie des mathématiques, par Gerhardt Heinzmann dans « L'épistémologie mathématique de Gonsseth dans la perspective du pragmatisme de Peirce » (*Dialectica*, 1990). Heinzmann a montré que Peirce a fait bien plus que simplement utiliser en mathématique une maxime adaptée pour comprendre la réalité des propriétés de la physique. Il a analysé en particulier comment Peirce (CP 5.3) rejette l'objection que sa maxime serait incompatible avec la doctrine mathématique des incommensurables qui, par nature, ne peut pas être établie par des mesures physiques.

On trouve également chez Pietarinen, « Which Philosophy of Mathematics is Pragmatism?<sup>9</sup> », une défense du pragmatisme peircien en philosophie des mathématiques, selon lequel toute découverte scientifique, même mathématique, repose sur l'observation (ce qui n'est pas de l'empirisme ni même du quasi-empirisme (Lakatos, Putnam), mais se compare plutôt avec la notion de variation eidétique chez Husserl).

D'après Peirce, les mathématiques ne peuvent progresser que par une pratique spécifique, une certaine manipulation de signes : « Ce n'est pas par une simple contemplation mentale ou par un effort de vision mentale. C'est en manipulant sur du papier ou dans l'imagination des formules ou d'autres diagrammes — en expérimentant sur eux... » (CP 4.86). Christiane Chauviré

8. Au passage, Peirce a élaboré une logique du second ordre (CP 4.83).

9. Mathew Moore (dir.), *New Essays on Peirce's Mathematical Philosophy*, Open Court, à paraître.

propose un parallèle stimulant entre Wittgenstein et Peirce pour soutenir que la pratique effective des mathématiques devrait être au cœur de la philosophie des mathématiques : « Souvenons-nous qu'en mathématiques les signes mêmes font la mathématique, et non décrivent la mathématique » ; « on ne peut écrire la mathématique, on peut seulement la faire » (Wittgenstein, *Remarques philosophiques*, § 157 et § 159). L'auteure rappelle avec justesse qu'il y a là une différence fondamentale par rapport à Frege, lequel a été détourné de l'importance de la pratique mathématique par son platonisme : « En traçant une droite, nous prenons simplement conscience de ce qui existe indépendamment de nous » (Frege, *Naschlass*, p. 246-247).

Comme le fait remarquer C. Chauviré, chez Peirce, la signification des signes mathématiques ne repose pas sur leur concevabilité, mais sur leur valeur opérationnelle (CP 4.133, 1893) ; d'où une certaine proximité avec le formalisme hilbertien. Peirce et Hilbert partagent non seulement une mutuelle admiration pour Kant, mais, de plus, comme le montre Peckhaus, « The Pragmatism of Hilbert's program » (*Synthèse*, 2003), dans son étude des systèmes de signes, Hilbert fait appel à Schröder qui lui-même se fonde sur Peirce.

L'auteure insiste particulièrement sur l'importance de la distinction analytique/synthétique, notamment dans le cadre de la controverse sur l'origine de la fécondité des mathématiques. Comme l'a souligné Poincaré, il y a ici une difficulté fondamentale : comment les mathématiques peuvent-elles être à la fois rigoureuses et fécondes si la rigueur du raisonnement suppose sa stérilité ? Christiane Chauviré rappelle que, au début du <sup>xx</sup><sup>e</sup> siècle, dans le sillage de Kant et de sa distinction analytique/synthétique, on peut distinguer deux courants principaux en philosophie des mathématiques. Celui qui s'oppose fortement à Kant, de loin le plus dominant des deux, est celui auquel peuvent se rattacher Weierstrass, Dedekind et Russell. Ce premier courant est marqué par la recherche croissante de la rigueur, par la crainte des dangers de l'intuition en mathématique, et par la thèse selon laquelle les raisonnements mathématiques ne sont pas synthétiques a priori, mais analytiques. La position de Frege — plus nuancée concernant la nature des raisonnements géométriques —, est néanmoins proche de ce premier courant, car Frege soutient que la fécondité des mathématiques s'explique à partir du contenu des définitions, et non à partir des constructions des mathématiciens.

Le second courant, nettement moins dominant au début du <sup>xx</sup><sup>e</sup> siècle, est celui qui demeure assez proche du point de vue kantien, et auquel on peut rattacher Peirce et Poincaré, malgré leurs très grandes divergences de vue sur d'autres questions philosophiques. Ainsi, Poincaré affirme que la fécondité de l'arithmétique ne repose pas sur des démonstrations analytiques (stériles selon lui), mais sur ce qu'il appelle le principe d'induction mathématique. Plus récemment, la position d'Hintikka poursuit et développe ce second courant en rejetant l'idée selon laquelle la formalisation des mathématiques dispenserait du recours aux constructions qui seraient superflues.

Au lieu de reprendre la distinction kantienne analytique/synthétique, Peirce élabore (dans ses années de maturité) un couple conceptuel plus adapté à l'étude du raisonnement mathématique : le couple corollariel/théorématique. Une déduction est « corollarielle lorsque, pour percevoir immédiatement que la conclusion est valide dans le cas étudié, il suffit d'imaginer tous les cas pour lesquels les prémisses sont vraies » (NEM 4.38) ; une déduction est théorématique lorsque pour faire apparaître la conclusion il est nécessaire de faire une construction supplémentaire sur « le diagramme de la vérité des prémisses » (NEM 3.869, 1909).

Cependant, comme le fait justement remarquer Christiane Chauviré, Peirce est obligé d'admettre que des théorèmes deviennent, selon son critère, des corollaires « par suite d'une amélioration dans le système de logique » (CP 4.613), mais il distingue la tâche du mathématicien, qui démontre les théorèmes, et la tâche du logicien, qui analyse les démonstrations et les « mouline [...] pour en faire des corollaires » (NEM 4.289).

L'auteure soutient qu'avec la logique polyadique, la maîtrise de ce nouveau couple conceptuel permet d'éviter certaines erreurs kantienne. Ainsi, dans NEM 4.58-59, Peirce utilise le couple corollariel/théorématique et la logique des relatifs, pour affirmer que Kant s'est trompé en soutenant que  $7 + 5 = 12$  est un jugement synthétique a priori. En utilisant la définition de « + » et la notion de successeur immédiat, Peirce montre qu'on n'a pas besoin de raisonnement théorématique pour prouver, à partir des définitions, que «  $7 + 5 = 12$  ».

Comme le fait remarquer Hintikka, les problèmes liés à l'omniscience logique sont résolus par la distinction corollariel/théorématique, car il n'y a rien d'étonnant à ce que quelqu'un échoue à tirer une conclusion théorématique, et il n'y a ainsi pas de lien direct entre la connaissance parfaite des prémisses et l'accomplissement d'une déduction théorématique.

Mais pourquoi cette distinction centrale chez Peirce est-elle restée pratiquement inaperçue chez les grands logiciens du  $xx^e$  siècle avant Hintikka ? L'auteure explique que cette distinction est incompatible avec le courant dominant en logique, au début du  $xx^e$  siècle, qui rejette le rôle des « intuitions » et insiste sur le caractère essentiellement symbolique de la logique, alors que Peirce insiste au contraire sur la nécessité de considérer également, outre les aspects symboliques, les aspects iconiques et indexicaux dans nos inférences logiques.

Christiane Chauviré soutient une thèse interprétative originale et très intéressante selon laquelle, bien que Peirce ne le dise jamais explicitement, il y aurait deux concepts d'analyticité chez Peirce : une analyticité épistémique (le corollariel) et une analyticité logique, assez proche de l'analytique chez Frege, qui correspond au déductivement démontrable. Selon cette interprétation, chez Peirce, tous les corollaires seraient analytiques d'un point de vue épistémique, et analytiques d'un point de vue logique, alors que tous les théorèmes seraient synthétiques d'un point de vue épistémique, et analytiques

d'un point de vue logique. D'après l'auteure, et je partage son avis, le bénéfice de la distinction qu'elle introduit entre l'analytique mathématique (corollariel) et l'analytique logique, c'est qu'elle autorise à soutenir que, pour Peirce, les inférences et les énoncés mathématiques peuvent être à la fois analytiques (d'un point de vue logique) et synthétiques (d'un point de vue épistémique).

Elle fait remarquer que c'est l'attention portée par Peirce à la pratique effective des mathématiques qui lui a permis d'élaborer un critère précis de la synthéticité en mathématique : l'introduction d'entités auxiliaires qui disparaissent dans la formulation finale du théorème démontré. Cela permet à Peirce d'expliquer clairement comment une formule mathématique peut être dite à la fois analytique (démonstrable), et synthétique.

On peut regretter que l'auteure ne compare pas sa thèse avec d'autres interprétations récentes, par exemple celle de Levy, qui soutient qu'il faut distinguer trois niveaux d'analyticité chez Peirce, dont deux correspondent en gros à ceux distingués par Christiane Chauviré, et où le troisième correspond à un raisonnement ayant un « faible degré » de théorématicité (où l'idée nouvelle est en quelque sorte dérivable à partir des prémisses); (voir Stephen Levy, « Peirce's Theorem/Corollary Distinction and the Interconnections between Mathematics and Logic », *Studies in the Logic of C. S. Peirce*, 1997).

Sans doute influencée par l'interprétation d'Hintikka (« C.S. Peirce's "First Real Discovery" and Its Contemporary Relevance », *The Monist*, 1980), l'auteure ramène souvent la distinction corollariel/théorématique à la distinction trivial/non trivial, ce qui à mon avis ne rend pas assez justice à la subtilité de la distinction. D'ailleurs, Daniel Campos (« The Imagination and Hypothesis-Making in Mathematics: A Peircean Account »<sup>10</sup>), a montré qu'une inférence corollarielle pouvait ne pas être triviale. Tout comme Hintikka, C. Chauviré n'a pas bien vu qu'une déduction corollarielle pouvait exiger un effort d'imagination qui n'est ni mécanique ni trivial.

L'auteure aurait dû faire le lien entre la notion de corollaire et les courtes mais intéressantes pages qu'elle consacre à l'évidence mathématique, décrite par Peirce comme étant analogue au jugement de perception « à ceci près qu'au lieu de se référer au percept que nous impose la perception, il se réfère à une création de notre imagination » (CP 7.659). Peirce a d'ailleurs développé une phénoménologie de la perception mathématique (NEM 4.316-7).

Christiane Chauviré se demande comment Peirce peut, d'une part, affirmer que c'est fondamentalement par une icône (ou plus précisément par un diagramme comportant des éléments indexicaux et symboliques l'aidant à remplir sa fonction iconique) que s'impose à nous la nécessité mathématique (CP 4.532), tout en affirmant, d'autre part, que contrairement à

---

10. Dans Mathew Moore (dir.), *New Essays on Peirce's Mathematical Philosophy*, Open Court, à paraître, p. 25.

l'indice qui tient lieu de ceci ou cela, l'icône ne peut pas renvoyer à l'existence, mais à la possibilité. Christiane Chauviré reproche à Peirce de faire reposer la nécessité mathématique sur l'expérience du mathématicien, alors que, selon elle, l'observation du raisonnement, centrale pour Peirce (CP 2.605), est insuffisante à garantir la nécessité.

C'est une objection intéressante, toutefois il me semble que Peirce a de solides arguments contre. Il aurait sans doute répondu, premièrement, que l'esprit n'est pas un sujet solipsiste isolé, mais une réalité collective (MS 18, 1907)<sup>11</sup>; deuxièmement, que l'expérience mathématique est générique et contient en elle une infinité d'expériences semblables; troisièmement, que contrairement aux cas des faits du monde, nous sommes compétents pour établir un lien de nécessité entre des hypothèses mathématiques, parce que nous les créons nous-mêmes (CP 2.191). Sur la question de savoir si le faillibilisme de Peirce s'étend ou non aux mathématiques, voir Elizabeth Cooke, « Peirce, Fallibilism, and the Science of Mathematics », *Philosophia Mathematica*, 2003.

Les commentateurs s'accordent mal sur la question du rapport de Peirce au logicisme, bien que la plupart admettent, comme Christiane Chauviré, que Peirce n'est pas logiciste sur le fond, tout en ayant de la sympathie pour certaines thèses logicistes, notamment en soutenant que tous les énoncés mathématiques sont analytiques. La position de Peirce est incompatible avec le logicisme, car il affirme très souvent que les mathématiques, en tant que science hypothético-déductive reposant sur la *logica utens*, sont la seule science indépendante de la logique (*logica docens*), bien qu'il reconnaisse, surtout pour certaines branches récentes des mathématiques — comme celles traitant de l'infini (NEM 4.xxiii), des infinitésimaux ou de la topologie —, qu'une analyse logique serait très utile à leurs progrès.

Pour conclure, Christiane Chauviré éclaire de nombreux aspects importants de la philosophie des mathématiques de Peirce. Mais certains aspects ne sont pas ou très peu abordés, notamment tout ce qui est lié à la théorie des ensembles, à l'infini mathématique et aux divers modes de raisonnement qui y sont applicables, aux infinitésimaux, à la continuité et à la topologie. Il eut été éclairant pour le lecteur de pouvoir plus précisément situer Peirce, non seulement par rapport au kantisme, au logicisme, au formalisme, au platonisme et à l'empirisme, mais aussi par rapport à l'intuitionnisme, au structuralisme, au quasi-empiricisme ainsi qu'à l'égard de la philosophie de Husserl. On peut aussi regretter que l'auteure ne confronte pas assez ses interprétations avec la littérature secondaire récente, qu'elle n'explicite pas assez l'évolution de la pensée de Peirce sur des thèmes majeurs comme l'ontologie ou l'interprétation de Kant, et qu'elle n'entre jamais dans

---

11 *Microfilm Edition* selon Richard S. Robin, *Annotated Catalogue of the Papers of Charles S. Peirce*, Amherst, The University of Massachusetts Press, 1967.

l'analyse des théories mathématiques, alors que l'étude de la pratique mathématique est essentielle pour Peirce.

Le mérite principal de cet ouvrage est, à mon avis, de proposer sans doute la meilleure analyse comparative jamais réalisée de la philosophie des mathématiques de Peirce par rapport à celles de Kant, Frege, Wittgenstein et Hintikka, tout en apportant des éclaircissements très intéressants pour situer Peirce par rapport au platonisme mathématique.

JÉRÔME HAVENEL

Université du Québec à Montréal

Anne-Marie Décaillot, *Cantor et la France. Correspondance du mathématicien allemand avec les Français à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle*, Paris, Éditions Kimé, 2008, 347 p.

L'ouvrage de Décaillot est construit autour des chapitres suivants: 1. Les sources; 2. Les combats de Cantor; 3. Des intellectuels catholiques aux occultistes. Une étonnante diversité de relations; 4. À la recherche d'une harmonie entre science et foi (théologie, philosophie et mathématique); 5. Cantor et la conjecture de Goldbach; 6. Est beau ce qui est beau intérieurement; 7. La correspondance. L'ouvrage comporte également quatre appendices: 1. Liste des lettres de Cantor aux Français; 2. Les différents sens de l'expression « infini mathématique »; 3. La genèse de la théorie cantorienne des ensembles; 4. Calculs probabilistes en théorie des nombres. Il peut être conseillé de procéder d'abord à la lecture des lettres (ce qui peut aisément se faire d'un seul coup si on ne les lit que dans une seule langue), pour ensuite se tourner vers les chapitres thématiques détaillés de l'auteur pour de l'information d'arrière-plan.

Les trente-sept lettres et esquisses composant cet ensemble sont présentées dans un ordre chronologique et s'étendent sur une période de dix ans, entre 1886 et 1896, commençant ainsi à une période où Cantor avait réalisé la plus grande partie de son travail en théorie des ensembles, tout juste après sa première dépression en 1884, et jusqu'à un peu avant sa deuxième dépression de 1899. Toutes les lettres sont de Cantor, à l'exception d'une qui lui est adressée.

Ses quatorze correspondants sont les mathématiciens Charles Hermite, Camille Jordan, Henri Poincaré, Jules Tannery, les intellectuels catholiques Élie Blanc, Maurice d'Hulst, Claude Alphonse Valson; les polytechniciens Charles-Ange Laisant et Émile Lemoine; le philosophe et historien des sciences Paul Tannery; l'occultiste Papus (Gérard Encausse); le scientifique Charles Henry, le sénateur Barthélémy Saint-Hilaire, ainsi que le fondateur de la *Revue de métaphysique et de morale*, Xavier Léon.

*Anne-Marie Décaillot, Cantor et la France. Correspondance du mathématicien allemand avec les Français à la fin du xix<sup>e</sup> siècle*, Paris, Éditions Kimé, 2008, 347 p.

Mark van Atten

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039730ar>  
DOI : <https://doi.org/10.7202/039730ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)  
1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce compte rendu

van Atten, M. (2010). Compte rendu de [Anne-Marie Décaillot, *Cantor et la France. Correspondance du mathématicien allemand avec les Français à la fin du xix<sup>e</sup> siècle*, Paris, Éditions Kimé, 2008, 347 p.] *Philosophiques*, 37 (1), 262–265.  
<https://doi.org/10.7202/039730ar>

l'analyse des théories mathématiques, alors que l'étude de la pratique mathématique est essentielle pour Peirce.

Le mérite principal de cet ouvrage est, à mon avis, de proposer sans doute la meilleure analyse comparative jamais réalisée de la philosophie des mathématiques de Peirce par rapport à celles de Kant, Frege, Wittgenstein et Hintikka, tout en apportant des éclaircissements très intéressants pour situer Peirce par rapport au platonisme mathématique.

JÉRÔME HAVENEL

Université du Québec à Montréal

Anne-Marie Décaillot, *Cantor et la France. Correspondance du mathématicien allemand avec les Français à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle*, Paris, Éditions Kimé, 2008, 347 p.

L'ouvrage de Décaillot est construit autour des chapitres suivants: 1. Les sources; 2. Les combats de Cantor; 3. Des intellectuels catholiques aux occultistes. Une étonnante diversité de relations; 4. À la recherche d'une harmonie entre science et foi (théologie, philosophie et mathématique); 5. Cantor et la conjecture de Goldbach; 6. Est beau ce qui est beau intérieurement; 7. La correspondance. L'ouvrage comporte également quatre appendices: 1. Liste des lettres de Cantor aux Français; 2. Les différents sens de l'expression « infini mathématique »; 3. La genèse de la théorie cantorienne des ensembles; 4. Calculs probabilistes en théorie des nombres. Il peut être conseillé de procéder d'abord à la lecture des lettres (ce qui peut aisément se faire d'un seul coup si on ne les lit que dans une seule langue), pour ensuite se tourner vers les chapitres thématiques détaillés de l'auteur pour de l'information d'arrière-plan.

Les trente-sept lettres et esquisses composant cet ensemble sont présentées dans un ordre chronologique et s'étendent sur une période de dix ans, entre 1886 et 1896, commençant ainsi à une période où Cantor avait réalisé la plus grande partie de son travail en théorie des ensembles, tout juste après sa première dépression en 1884, et jusqu'à un peu avant sa deuxième dépression de 1899. Toutes les lettres sont de Cantor, à l'exception d'une qui lui est adressée.

Ses quatorze correspondants sont les mathématiciens Charles Hermite, Camille Jordan, Henri Poincaré, Jules Tannery, les intellectuels catholiques Élie Blanc, Maurice d'Hulst, Claude Alphonse Valson; les polytechniciens Charles-Ange Laisant et Émile Lemoine; le philosophe et historien des sciences Paul Tannery; l'occultiste Papus (Gérard Encausse); le scientifique Charles Henry, le sénateur Barthélémy Saint-Hilaire, ainsi que le fondateur de la *Revue de métaphysique et de morale*, Xavier Léon.

Dans la plupart des cas, ce ne sont pas les lettres qui ont été effectivement reçues par les correspondants de Cantor qui sont présentées dans l'ouvrage, mais plutôt les esquisses de ces lettres qu'a conservé Cantor, préservées aujourd'hui aux Archives Cantor de la Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek de Göttingen. Toutefois, lorsque la lettre originale était disponible dans les archives ou les publications du correspondant, c'est celle-ci qui a été publiée (comme dans le cas des lettres à Jordan, Paul Tannery et Poincaré), et les différences entre l'original et l'esquisse sont répertoriées en notes. De chaque lettre, l'original allemand est présenté, suivi de la traduction française de Décaillot et ses notes. Seul un petit nombre de ces lettres ont été publiées, en tout ou en partie, dans les éditions allemandes *Georg Cantor: Briefe* (dirigé par Herbert Meschowski et Winfried Nilson en 1991) et dans *Kardinalität und Kardinale* (dirigé par Christian Tapp en 2005). Il aurait été souhaitable que l'auteure fasse mention des lettres qui ont été publiées ailleurs. Comme elle l'indique, la correspondance de Cantor avec les Français doit avoir été plus importante que ce que suggère le nombre d'esquisses qui nous sont restées.

La variété des correspondants ainsi que des sujets mentionnés dans les titres de chapitre reflète le large registre des intérêts de Cantor. Toutefois, les lettres rassemblées dans cet ouvrage n'ont pas été, pour la plupart, un véhicule que Cantor aurait utilisé pour développer ses idées mathématiques et philosophiques (à propos desquelles la correspondance contient toutefois quelques affirmations lapidaires). En ce sens, les lettres rassemblées sont de nature différente de celles qui forment sa correspondance avec Dedekind par exemple, ou celle avec plusieurs cardinaux. Étant donné cette diversité, un titre plus approprié à ce volume, du moins à première vue, aurait été « Cantor et ses correspondants français », et l'auteure m'a informé avoir considéré cette possibilité. Pourtant, son choix définitif d'un titre suggérant un fort aspect national est entièrement justifié. Car après tout, il y a un thème qui encadre toute cette correspondance, et c'est bien celui des efforts de Cantor à obtenir en France des supports à son projet de réunir les communautés française et allemande de mathématiciens après la guerre de 1870. Le fait que la conférence de Cantor au congrès de Caen de 1894 (organisé par l'Association française pour l'avancement des sciences, dont la devise était « Pour la science, pour la patrie »), soit la seule conférence d'un mathématicien allemand en France entre 1872 et 1914, est un bon indicateur de la rupture entre les deux pays.

Grâce à l'idéalisme et au talent diplomatique de Cantor, égalant celui de ses partenaires français et à celui de Mittag-Leffler en Suède, cet effort de réconciliation a été un succès complet et résulta d'abord en un congrès préparatoire à Zürich en 1897, et ensuite au premier congrès international des mathématiciens à Paris en 1900. Cantor a agi en coulisses ; par exemple, sa signature n'apparaît pas parmi celles qu'on retrouve sur les invitations au congrès. Une des raisons qui explique sa volonté de rester discret était sa

relation problématique avec l'establishment académique allemand. En effet, Cantor ne se sentait à l'aise ni avec la hiérarchie académique allemande, dans laquelle sa position était relativement faible, ni non plus dans le style de mathématiques qui était préconisé. Se voyant comme le défenseur des « mathématiques libres » contre les « mandarins de Berlin » (l'école de Weierstrass, de laquelle il avait reçu la plupart de sa formation en mathématiques), il dirigea ses énergies ailleurs, et de manière notable vers l'Association des mathématiciens allemands (*Deutsche Mathematiker-Vereinigung*), dont il avait contribué à la fondation et qui était en faveur de rétablir des liens internationaux), ainsi que vers ses échanges épistolaires avec ses correspondants en Allemagne et à l'étranger. Dans sa correspondance avec les Français, il a su retourner son isolation de l'establishment académique allemand et les préjudices à son endroit à son avantage, en mettant de plus l'accent sur le fait qu'il était né à Saint-Petersbourg et que ses racines étaient dano-russes plutôt qu'allemandes (voir en particulier la lettre 22 à Hermite, la lettre 27 à Poincaré et la lettre 28 à Paul Tannery : une copie numérique du manuscrit original de la lettre 27 est accessible en ligne dans un article de Décaillot sur <http://images.math.cnrs.fr/L-entente-cordiale-scientifique.html>). Le parallèle entre l'isolation de Cantor et celui de la France se fait constamment sentir dans cette correspondance.

Un thème mathématique intéressant dans les lettres est la tentative de Cantor d'établir la preuve de la conjecture de Goldbach. L'auteure soulève la question de savoir si cette tâche aurait pu en fin de compte être motivée par un souhait de trouver des applications à sa théorie des ensembles alors nouvelle vers une théorie des nombres. Des douze lettres connues dans lesquelles Cantor discute cette conjecture (1885-1896), sept sont adressées à ses correspondants français Hermite, Laisant et Lemoine (p. 124). Cantor avait vérifié la conjecture pour les nombres pairs jusqu'à 1000, et avait de plus calculé le nombre de décompositions en deux nombres primes qu'ils ont. (Cette vérification était le sujet de sa contribution au congrès de Caen que nous avons déjà mentionné.) Ses observations sur le nombre de décompositions ont mené Cantor à formuler deux conjectures ; toutes les deux se sont révélées fausses. L'auteure discute de ces conjectures à la lumière des travaux plus tardifs de Hardy et Littlewood.

Un mathématicien français dont l'absence est remarquable dans ce volume, et avec qui d'ailleurs Cantor ne semble jamais avoir eu de contact, est Charles Méray (1835-1911 : Cantor est né en 1845 et mort en 1918). Méray avait publié l'idée d'éliminer les limites problématiques des séries infinies convergentes de rationnels, préférant travailler seulement avec les séries elles-mêmes, et ce, même avant que Cantor et Heine le fissent (cependant, contrairement à eux, il s'est gardé de les appeler des « nombres », conservant le concept euclidien de nombre comme agrégat d'unités.).

À mon avis, ce qui fait défaut dans la contextualisation de la correspondance offerte par l'auteure est le boycott international, immédiatement

après la Première Guerre mondiale, des scientifiques issus des pays des Empires centraux. Alors que Cantor lui-même mourut en janvier 1918, ce boycott et les difficultés à le surmonter méritent aussi bien d'être discutés que ne le méritent les développements plus tardifs en théorie des ensembles ou autour de la conjecture de Goldbach, deux thèmes commentés par l'auteure. Il faut également souligner que Mittag-Leffler (1846-1927), l'ami de Cantor qui, de 1873 à 1876, fit des séjours en France (auprès de Poincaré et Hermite) et en Allemagne (auprès de Weierstrass), fut très actif non seulement après la guerre franco-prussienne, mais aussi après la Première Guerre mondiale dans ses tentatives de restaurer les contacts et l'harmonie entre les mathématiciens des États autrefois en conflit.

Avec la traduction française, en 1962, de la correspondance Cantor-Dedekind telle qu'éditée par Cavaillès et Noether en 1937, cet ouvrage est la première traduction substantielle des lettres de Cantor en français. Les présentes remarques ne pourront rendre justice aux riches et utiles introductions de l'auteure. Il est à espérer qu'elle poursuive ce précieux travail.

MARK VAN ATTEN

Institut d'Histoire et de Philosophie des Sciences  
et des Techniques (CNRS/Paris 1/ENS) Paris

Isabelle Thomas-Fogiel, *Le concept et le lieu. Figures de la relation entre art et philosophie*, Paris, Cerf, « La nuit surveillée », 2008, 377 p.

L'auteure de ces pages a fait paraître aux éditions du Cerf des traductions de Cassirer et de Fichte (2005-2006) et chez Vrin, *Présentation de la doctrine de la science* (1999), *Critique de la représentation* (2000), *Fichte, réflexion et argumentation* (2004), *Référence et auroreférence* (2006). Professeure agrégée de philosophie à l'Université d'Ottawa, Isabelle Thomas-Fogiel occupait tout récemment (2007-2009) la chaire d'études de la France contemporaine au Cérium de l'Université de Montréal. Au premier coup d'œil, son ouvrage semble s'ancrer dans la problématique du statut philosophique de l'esthétique (M. Devereaux). Au milieu des années 90 et sur un autre continent, R. Rochlitz avait distingué, dans ses discussions avec J.-M. Schaeffer, entre esthétique philosophique, histoire de l'art et critique d'art. Mais l'esthétique ne se confond pas avec la philosophie de l'art et n'épuise pas non plus le champ théorique, ajoutait de son côté A. Cauquelin, tandis que D. Chateau envisageait de plein front les questions territoriales. Dans sa rétrospective des idées esthétiques, M. Seel avait évoqué auparavant deux tendances : la « surenchère » et la « conception privative » des œuvres d'art. L'auteure prétend, pour sa part, ne faire ni philosophie de l'art ni verser dans les définitions, et avoue plutôt s'interroger sur les spécificités et dialectiques en se concentrant sur la relation entre art et philosophie, laquelle présente

Isabelle Thomas-Fogiel, *Le concept et le lieu. Figures de la relation entre art et philosophie*, Paris, Cerf, « La nuit surveillée », 2008, 377 p.

Suzanne Foisy

Albert Lautman, philosophe des mathématiques  
Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039731ar>  
DOI : <https://doi.org/10.7202/039731ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)  
1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce compte rendu

Foisy, S. (2010). Compte rendu de [Isabelle Thomas-Fogiel, *Le concept et le lieu. Figures de la relation entre art et philosophie*, Paris, Cerf, « La nuit surveillée », 2008, 377 p.] *Philosophiques*, 37 (1), 265–270. <https://doi.org/10.7202/039731ar>

après la Première Guerre mondiale, des scientifiques issus des pays des Empires centraux. Alors que Cantor lui-même mourut en janvier 1918, ce boycott et les difficultés à le surmonter méritent aussi bien d'être discutés que ne le méritent les développements plus tardifs en théorie des ensembles ou autour de la conjecture de Goldbach, deux thèmes commentés par l'auteure. Il faut également souligner que Mittag-Leffler (1846-1927), l'ami de Cantor qui, de 1873 à 1876, fit des séjours en France (auprès de Poincaré et Hermite) et en Allemagne (auprès de Weierstrass), fut très actif non seulement après la guerre franco-prussienne, mais aussi après la Première Guerre mondiale dans ses tentatives de restaurer les contacts et l'harmonie entre les mathématiciens des États autrefois en conflit.

Avec la traduction française, en 1962, de la correspondance Cantor-Dedekind telle qu'éditée par Cavaillès et Noether en 1937, cet ouvrage est la première traduction substantielle des lettres de Cantor en français. Les présentes remarques ne pourront rendre justice aux riches et utiles introductions de l'auteure. Il est à espérer qu'elle poursuive ce précieux travail.

MARK VAN ATTEN

Institut d'Histoire et de Philosophie des Sciences  
et des Techniques (CNRS/Paris 1/ENS) Paris

Isabelle Thomas-Fogiel, *Le concept et le lieu. Figures de la relation entre art et philosophie*, Paris, Cerf, « La nuit surveillée », 2008, 377 p.

L'auteure de ces pages a fait paraître aux éditions du Cerf des traductions de Cassirer et de Fichte (2005-2006) et chez Vrin, *Présentation de la doctrine de la science* (1999), *Critique de la représentation* (2000), *Fichte, réflexion et argumentation* (2004), *Référence et aurore-référence* (2006). Professeure agrégée de philosophie à l'Université d'Ottawa, Isabelle Thomas-Fogiel occupait tout récemment (2007-2009) la chaire d'études de la France contemporaine au Cérium de l'Université de Montréal. Au premier coup d'œil, son ouvrage semble s'ancrer dans la problématique du statut philosophique de l'esthétique (M. Devereaux). Au milieu des années 90 et sur un autre continent, R. Rochlitz avait distingué, dans ses discussions avec J.-M. Schaeffer, entre esthétique philosophique, histoire de l'art et critique d'art. Mais l'esthétique ne se confond pas avec la philosophie de l'art et n'épuise pas non plus le champ théorique, ajoutait de son côté A. Cauquelin, tandis que D. Chateau envisageait de plein front les questions territoriales. Dans sa rétrospective des idées esthétiques, M. Seel avait évoqué auparavant deux tendances : la « surenchère » et la « conception privative » des œuvres d'art. L'auteure prétend, pour sa part, ne faire ni philosophie de l'art ni verser dans les définitions, et avoue plutôt s'interroger sur les spécificités et dialectiques en se concentrant sur la relation entre art et philosophie, laquelle présente

diverses figures, dont l'exclusion et l'inclusion. Le livre veut aborder cette relation comme une « liaison sans dissolution » (page 13). Certains des textes sont des communications de colloque ou des séminaires élaborés dans la mouvance du groupe de recherches le Cicada (B. Rougé). Il faut se placer, pour bien saisir son approche, dans le décentrement de regards fixé par les hétérotopies foucaaldiennes, autrement dit sous des perspectives plus spatiales que temporelles, plus *geschichtlich* que *historisch*, — pourrions-nous dire —, perspectives où s'esquissent des « fertilisations croisées » (p. 21 et ailleurs). Voilà le « lieu » dont il est question dans le titre.

Dans l'introduction, Mme Thomas-Fogiel définit cette relation d'annexion en deux figures, dont la première est celle de « l'art comme philosophie inaccomplie », et la deuxième, celle d'un rabattement de la philosophie sur l'art (le romantisme allemand, Nietzsche, Heidegger, Rorty, Lyotard, Blanchot, Valéry), figures que Schaeffer aurait confondues sous le verdict de « théorie spéculative de l'art » (1991). Elle propose pour sa part une « expérience de pensée » qui évitera d'aborder cette relation en termes de fusion. Le premier chapitre de la première partie (« Les mises en relation illusoire ») aborde le passage de la synthèse dialectique aux ressemblances de famille. Cette transition permet d'apercevoir des zones de contact entre les deux domaines, au détriment d'une réduction à l'identité. L'auteure pose d'emblée une question importante : son entreprise permettra-t-elle de « dévoiler quelque chose que nous ignorions au départ » (p. 34) ? Alternative à ces approches décevantes (annexion, opposition, subordination, sursomption, classification) comme mise en relation entre disciplines, la spatialisation comme méthode proposée permet d'envisager « la mise en relation à partir des concepts de la topologie » (chapitre II). Ce chapitre favorise Merleau-Ponty. Pensons à l'empiètement (contact, embrassement, pli), à la promiscuité, au chiasme, à la réversibilité et à l'entrelacs, concepts qui opèrent toujours, chez ce dernier, au niveau de l'insertion du corps dans le monde. Une équivoque entre la description phénoménologique et la description littéraire est pourtant repérée. Quel concept autorisera de caractériser cette différence, tout en dénonçant l'aporie du retour au modèle temporel ? Poursuivant dans ces interrogations pertinentes, la deuxième partie, plus substantielle que la première et intitulée « Expérimentations », veut examiner comment une question identique peut se décliner différemment selon les contextes artistique et philosophique, faire voisiner les domaines respectifs. Le chapitre I, « Figure et défiguration » convoque Genette, Didi-Huberman, Damisch, Lyotard, Schelling, mais aussi Fichte, Levinas, Kandinsky à propos d'une illimitation de la limite comme mode d'accès au savoir. Le chapitre II, « La liaison comme remise en cause de la représentation », compare la composition musicale chez Kandinsky à la notion de système. Encore une fois, art et philosophie se croisent sur les mêmes choses, échangeant à partir de frontières précises, mais tout en préservant précieusement leurs acquis. Le partage entre les diverses sphères est davantage un échange d'inquiétudes ; un

même aspect de la phénoménalité peut être appréhendé depuis des angles différents. Le peintre n'est pas le philosophe, et aucun n'a à modifier son rôle. Personne en art contemporain ne songe à amender une œuvre, comme le ferait éventuellement l'interlocuteur qui discuterait avec un philosophe, — bien que le spectateur puisse dynamiser l'interaction esthétique. Le chapitre III, « Le nain géant ou l'oxymore comme figure radicale de l'identité », compare l'œuvre littéraire à une thématique logico-philosophique, interroge la contradiction absolue qui ne peut être ni réduite, ni transformée, ni dépassée. Bien que le nain géant de Marc Petit soit irréprésentable, sa signification comporte divers niveaux de lecture. Nous repérons ici la structure de toute œuvre d'art (chez Merleau-Ponty, mais aussi chez Marin et Arasse). Il y aurait un moment où la peinture se présente comme peinture et conteste la fonction mimétique qu'elle met en œuvre ; ce moment rejoindrait la vision de l'invisible chez Kandinsky (p. 153). Or la pensée est un mouvement vers soi et un mouvement vers l'autre, et l'oxymore, repéré dans l'exemple de Petit, une manière d'exprimer cette paradoxale identité. Le troisième chapitre conduit à un balancement entre les dimensions transitive et réflexive, entre référence et autoréférence. Le contenu artistique est en fonction de la forme que lui donne l'artiste, cette forme relevant toujours d'une impertinence sémantique. L'art exprime plus qu'il ne signifie ; la chose même (le contenu) procède ici du « comment ». S'estompe par le fait même la différence entre description littéraire et description phénoménologique, rencontrée à propos de Merleau-Ponty. « La question du "lieu de l'œuvre" comme destruction de l'art ou affirmation de l'universel ? », chapitre IV de la deuxième partie, dévoile l'objet d'art par le lieu où il s'inscrit, et non pas par ses qualités intrinsèques (*Les Ménines* en sont un exemple). Didi-Huberman disait dans son *Fra Angelico* : « La figure est le lieu » (p. 166). Mais, en quel sens doit-on poser la question « où ? » pour que réapparaisse l'œuvre comme différente de l'objet industriel ? *La Jambe* de Giacometti ne peut être dite d'aucune autre manière, ne renvoie à rien d'autre que son absence de fonction (« pur surgissement d'une présence séparée », disait J. Dupin). L'énoncé poétique ne recouvre pas l'énoncé de la physique. Pourtant, étonnamment, dans les deux domaines concernés, la question du lieu peut devenir facteur d'universalité. Ici, l'auteure s'inspire de Kant et de Fichte. De plus, cela nous mène à réinterpréter la relation sujet-objet. Didi-Huberman l'a bien vu dans *L'homme qui marchait dans la couleur* : le jeu de lumière chez Turrell crée un horizon perceptif. Les résultats du chapitre IV de la deuxième partie sont substantiels, phénoménologiquement parlant : le « Je suis » de Genet, subjugué devant l'œuvre de Giacometti, marque la singularité, le caractère insubstituable du monde de l'œuvre. Il institue, nous dit-elle, une rationalité intuitive à travers une communication par l'affect, que l'on nomme « expérience esthétique ». Cette expérience fait d'elle un événement, l'œuvre renvoyant à elle-même en même temps qu'elle fonde un monde futur depuis l'infinité de ses appréciations. Mais ce caractère autoréférentiel diffère de

celui des énoncés philosophiques. L'art nous confronte à un « singulier universel » alors que la philosophie présente un « universel singulier ». Il traite de l'affect, elle, du concept. Le chapitre V, « Appel philosophique et adresse artistique », approfondit l'expérience esthétique, tout en spécifiant l'« histoire d'un rendez-vous manqué » entre l'art et la philosophie. Cette expérience exhiberait une affection qui n'est pas blessure, une passivité qui n'est plus soumission, bref, un « ravissement » qui dépasse les analyses (emprise, blessure, injonction) de Marion. La détermination phénoménologique de l'appel ne pourrait rendre compte de la relation d'adresse qui s'instaure avec l'œuvre d'art. En témoignent des auteurs comme Merleau-Ponty, Heidegger, Derrida, Levinas, Richir, Marion, Janicaud, Récanati, Chrétien, Wittgenstein, Austin (p. 204). Depuis l'effondrement de l'épistèmè moderne, on a tenté de substituer à la relation ontologique traditionnelle une relation intersubjective de type éthique. Pourtant, l'art ne peut exclusivement être pensé depuis une relation dialogique, et la notion pragmatique d'adresse ne peut rendre compte non plus de l'adresse artistique. Plus précisément, dans la philosophie continentale, l'adresse nous aiderait à penser la relation intersubjective comme éthique, tandis que les anglo-saxons pointent la détermination de la communication et du contexte. Le « sacré » (dont se préoccupe la phénoménologie qui « en dit trop ») contraste avec le « marché » (qui intéresse la pragmatique qui « n'en dit pas assez »). Le chapitre VI, « Connaissance de l'objet, reconnaissance de l'œuvre, savoir des deux » présente l'art comme lieu de reconnaissance (concept ricardien, peu exploité dans le champ de l'art). Dans quelle mesure ce modèle initialement éthique serait-il susceptible de nous apprendre quelque chose à propos de l'œuvre d'art ? À la lumière de Honeth, Caillé, Rodrigo, et Marin, qui ont pour leur part examiné les mirages de la reconnaissance comme identification, référence, essence, contexte social, ce chapitre révèle l'impact heuristique de la différence entre reconnaissance éthique (de l'autre) et reconnaissance artistique (de l'œuvre), à condition de distinguer connaissance (*Erkenntnis*), reconnaissance (*Anerkennung*) et savoir (*Wissen*).

La troisième partie consiste en « Réflexions ». Dans le chapitre I, « Autoréférence et fin de l'art chez A. Danto, I », Thomas-Fogiel remet efficacement en question le lien entre l'autoréférence et la fin hégélienne de l'art, en proposant l'autoréférence comme concept permettant de rompre avec les périodisations. Danto aurait croupi dans le schéma de l'annexion, opération qui sacrifie l'une des disciplines à l'autre, tandis qu'une spatialisation de la relation permet de montrer l'évitement de la surenchère et de la privation esthétiques, pour ainsi dire. La figure de Marin est interpellée au chapitre II de cette partie, dans le but d'alimenter la critique de la représentation et son oxymore. Ses couples d'opposés « passent » facilement entre les disciplines. À la différence de Ricœur, sa notion de réflexivité, bien qu'intrinsèque à la définition de la représentation, fait signe vers l'irreprésentable, « est » l'irreprésentable de la représentation, sa « condition ». Autrement dit, en « nouant »

deux notions contradictoires, il confirme la fécondité de l'hypothèse d'une spatialisation de la question. Le chapitre III aborde la relation entre langage philosophique et langage poétique chez Levinas, penseur qui revendique une écriture poétique en même temps qu'il critique la discipline artistique. Ce penseur du sacré semble se mouvoir dans des catégories esthétiques ou littéraires (dans un sens péjoratif ici) (p. 334). Mais, étant donné qu'il maintient la prétention à la vérité, il se révèle comme un cas-limite de la proximité des registres religieux et philosophique, un « prophète-philosophe » (Derrida) et non un contre-exemple pour l'hypothèse de départ de l'auteure. Tandis que Marin pense les couples d'opposés comme entrelacés, Levinas est attiré par la littéralité. On s'y abreuve amplement, malgré les paradoxes, pour saisir ce qui travaille certains artistes contemporains: l'écriture de l'impossible, du désastre, du silence. *Skyscapes* de Turrell (œuvre qu'avait fort bien analysée Didi-Huberman) illustre au plus haut point les découvertes des dernières pages et réactive la problématique de l'expérience esthétique: 1) le dispositif lumineux crée l'espace et en recule les limites; 2) le spectateur produit l'œuvre; 3) l'œuvre donne à voir le voir; 4) elle fait appréhender la vertigineuse perte des repères spatiaux.

« À Merleau-Ponty, je répondrai par des arguments [...] ; avec Baudelaire je m'abandonnerai à l'impression qu'il a reçue de la passante », nous dit la chercheuse en concluant (p. 361-362): les deux régimes sont ainsi « fertilisés », dans un dialogue souple entre philosophes et artistes. Bien qu'aucun des penseurs n'ait été « utilisé » ici pour sa conception esthétique, des rencontres inusitées se sont produites, nous dit-elle: Monet et Fichte, Kandinsky et Schelling, Petit et Russell, Aristote et Giacometti, Levinas et Turrell, Merleau-Ponty et Rauschenberg, entre autres. Toutefois, des domaines si différents n'auraient pu être mobilisés dans une analyse « sur » l'art (objet de temporalité et de périodisation), ils ne le peuvent que dans une analyse « en compagnie » de l'art (objet de cohabitation, de voisinage, de spatialisation), où l'expérience consiste à orchestrer ponctuellement, à l'aide d'instruments divers, un ensemble prometteur. Selon nous, ces compagnonnages sont rarement pratiqués dans la perspective philosophique, et souvent maladroitement dans celle de l'histoire de l'art. Mais revenons à la question initiale des concepts topologiques: c'est la rationalité spécifique de l'art, distincte de la rationalité philosophique, qui est « ce qui sans eux serait resté dans l'ombre » (p. 364, voir p. 34). La solide formation en phénoménologie française de Mme Thomas-Fogiel est ici mise à profit et supportée par les « résultats » de ses chapitres qui ne cessent de cultiver l'attention du lecteur. L'index des noms propres ainsi que de nombreuses notes nous indiquent à la fois des points de repère et une vaste documentation. De cet œil philosophique si perçant, attentif au renouvellement de l'esthétique actuelle, ne pas aborder les questions coutumières de l'esthétique philosophique, comporte des avantages. Peut-être l'auteure a-t-elle voulu trop dire, peut-être ses exemples en art contemporain sont-ils déjà bien exploités ailleurs. Avouons

tout de même que son ouvrage arrive à contrecarrer les préjugés négatifs des historiens et des artistes, et même des théoriciens de l'art, selon lesquels les philosophes ne feraient que s'enfermer (intemporellement) dans la théorie. Enfin, en refermant le livre, il convient de nous demander quels interlocuteurs heureux, inscrits dans les lieux de l'art, lui réserveront l'accueil qu'il mérite.

SUZANNE FOISY

Université du Québec à Trois-Rivières

## Livres reçus (printemps 2010)

Albert Lautman, philosophe des mathématiques

Volume 37, numéro 1, printemps 2010

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/039732ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/039732ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

Société de philosophie du Québec

ISSN

0316-2923 (imprimé)

1492-1391 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer ce document

(2010). Livres reçus (printemps 2010). *Philosophiques*, 37 (1), 271–271.  
<https://doi.org/10.7202/039732ar>

## Livres reçus (printemps 2010)

- Antognazza, Maria Rosa, *Leibniz: An Intellectual Biography*, Cambridge, Cambridge University Press, 2009, 623 p.
- Boulad-Ayoub, Josiane et Alexandra Torero-Ibad (dir.), *Matérialismes des modernes. Nature et mœurs*, Québec, Presses de l'Université Laval, 2009, 347 p.
- Brandimarte, Renata; Patricia Chiantera-Stutte; Pierangelo Di Vittorio; Ottavio Marzocca; Onofrio Romano; Andrea Russo; Anna Simone (dir.), *Lexique de biopolitique. Les pouvoirs sur la vie*, traduit de l'italien par Pascale Janot, Toulouse, Éditions Érès, 2009, 431 p.
- Charrak, André, *Empirisme et théorie de la connaissance. Réflexion et fondement des sciences au XVIII<sup>e</sup> siècle*, Paris, Vrin, coll. Bibliothèque d'histoire de la philosophie, 2009, 180 p.
- Descartes, René, *Principes de la philosophie. Première partie, sélection d'articles des parties 2, 3 et 4 et Lettre-Préface*, Paris, Vrin, coll. Bibliothèque des textes philosophiques, 2009, 400 p.
- Fréchette, Guillaume, *Gegenstandslose Vorstellungen. Bolzano und seine Kritiker*, Sankt-Augustin, Academia Verlag, coll. Beiträge zur Bolzano-Forschung, 2010, 398 p.
- Lipman, Matthew, *Mark. Recherche sociale*, Bruxelles, traduction et adaptation par Nicole Decostre, Peter Lang, 2009, 417 p.
- Schulthess, Daniel, *Leibniz et l'invention des phénomènes*, Paris, Presses Universitaires de France, coll. Philosophie d'aujourd'hui, 2009, 296 p.
- Schwarz, Gerhard, *Est Deus in Nobis. Die Identität von Gott und reiner praktischer Vernunft in Immanuel Kants Kritik der praktischen Vernunft*, Berlin, Verlag TU Berlin, 2004, 307 p.
- Tomasello, Michale, *Why we cooperate*, Cambridge (MA), MIT Press, 2009, 208 p.