L'AXIOMATIQUE

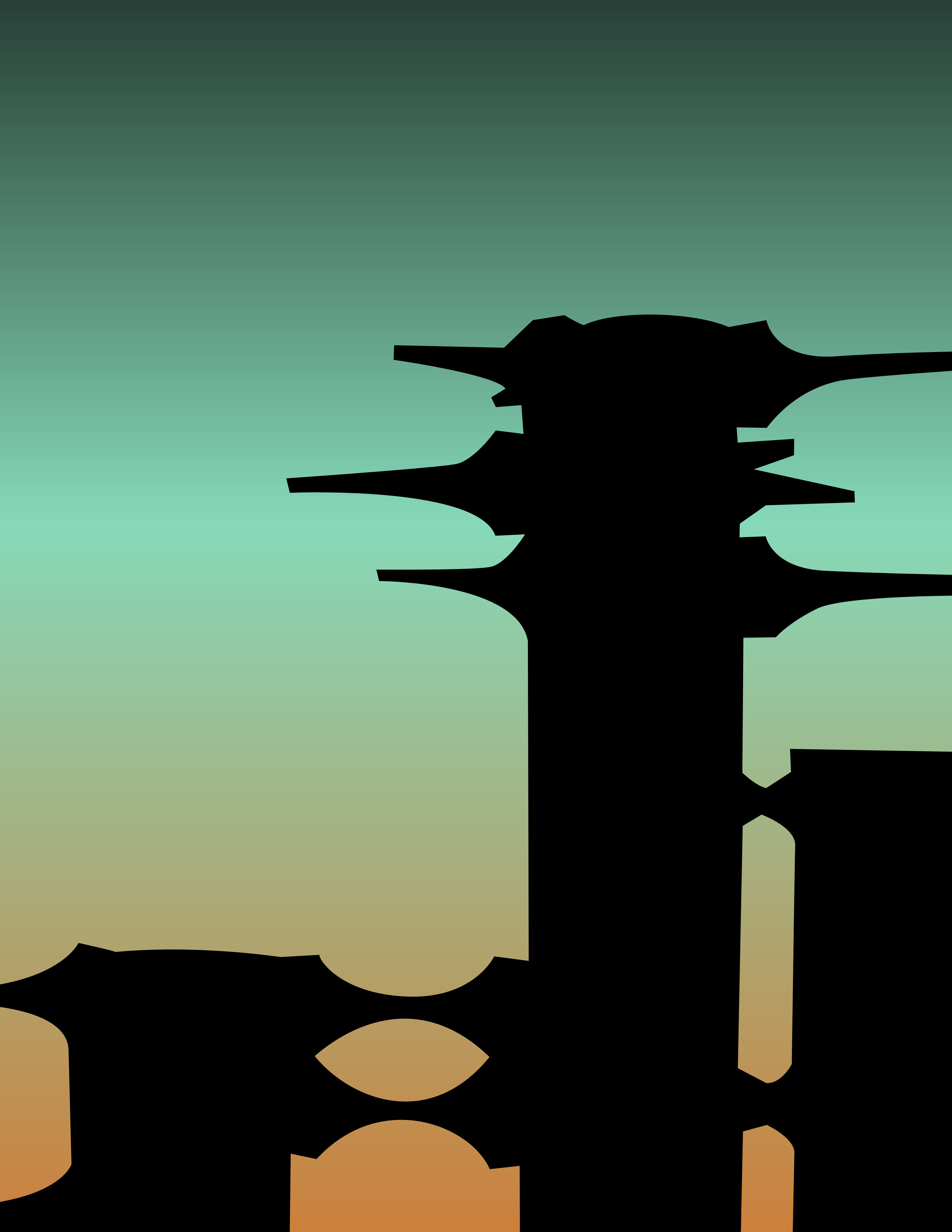
AVRIL.22 | vol.07 no03

SOPHIE GERMAIN: UNE FIGURE DE L'OMBRE

L'INCROYABLE HISTOIRE DES GÉOMÈTRES À L'ANTIQUITÉ ET AU MOYEN-ÂGE

LOGICOMATIQUE

COMMENT TOUT PEUT S'EFFONDRER?



ÉQUIPE

RÉDACTEUR EN CHEF
SIMON LUANGXAY

GRAPHISME
PIERRE-ALEXANDRE MAILHOT
LEON CARLOS NAVARRO CAMPILLO

CHRONIQUES
EVENSON AUGUSTE
ANNE CLÉROUX
JONATHAN GODIN
BÉATRICE HAJJAR
JULIEN HÉBERT-DOUTRELOUX
ÉLOI MARTIN
BLANCHE MONGEON
MATHIEU PINEAULT
SILVIA BAHAMONDEZ

CORRECTION
GABRIELLE RAINVILLE

CONTACT

COURRIEL
LAXIOMATIQUE@GMAIL.COM

SITE WEB
LAXIOMATIQUE.COM

FACEBOOK
FACEBOOK.COM/LAXIOMATIQUE

GRAPHISTES INTÉRESSÉ.E.S
LEON.CARLOS.NAVARRO.CAMPILLO@
UMONTREAL.CA

SOMMAIRE

CETTE ÉDITION EST RÉALISÉE GRÂCE À L'APPUI FINANCIER REÇU DE

LA FÉDÉRATION DES ASSOCIATIONS ÉTUDIANTES DU CAMPUS DE L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

FAÉCUM

| LE MOT DE LA RÉDACTION

POURQUOI LA VIE EST-ELLE COMPLEXE?

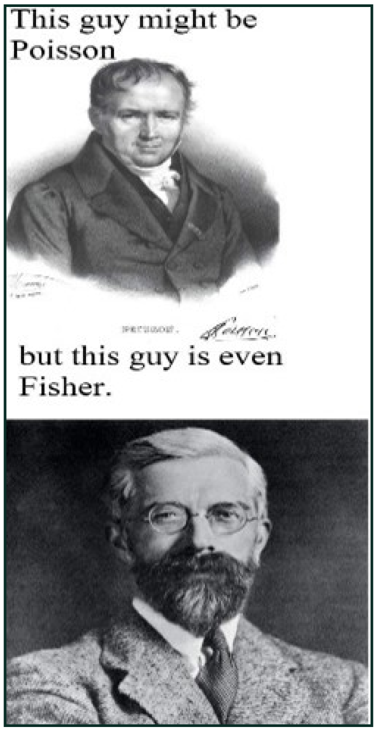
Parce qu'elle a naturellement des composantes réelles et imaginaires! C'est juste un petit jeu de mots pour bien commencer le mois d'avril, si tu vois ce que je veux dire par là... Or, la vraie question qu'on devrait plutôt se poser est: «Pourquoi le temps passe-t-il tellement rapidement?» Eh oui, on est déjà rendu à la dernière édition du journal pour la session d'hiver 2022. Bien que les examens approchent à grands pas, il est important de se donner du temps pour soi-même. Alors, n'hésite pas à profiter du beau temps qui arrive en faisant des activités avec tes ami.e.s et tes camarades.

De plus, c'est également un moment grandiose où plusieurs étudiant.es graduent, donc si c'est ton cas, toutes mes félicitations et bonnes chances pour la suite des choses! Donne-toi une tape sur l'épaule et profites-en après les finaux pour célébrer cette grande étape de la vie. Sur ce même sujet, un de nos chroniqueurs qui termine son bac cette session-ci a rédigé un petit texte très touchant de son parcours. Ne manquez **absolu**ment pas cet article (en vrai, tous les articles ne sont pas à manquer)!

D'ailleurs, si tu veux participer au comité l'an prochain, tu peux nous écrire quand tu veux! J'ouvre également un poste de co-rédacteur en chef pour la session à venir, donc si tu es intéressé ou si tu connais la personne idéale, n'hésite pas à nous écrire sur Facebook ou directement à moi. Comme je l'ai dit, le temps passe vite, alors mieux vaut préparer la suite plus tôt que trop tard!

Au plaisir de te revoir l'an prochain, profite bien de l'été!

Voici un bon meme qui m'a été partagé et que j'ai spécialement gardé pour toi ce mois-ci.



SIMON LUANGXAY,
RÉDACTEUR EN CHEF

| AEMSUM

APRÈS LA PLUIE, LE BEAU TEMPS

La fin d'une année scolaire, c'est le temps de jeter un regard par-dessus son épaule et de se féliciter du travail accompli. Pour certains, c'est aussi le moment de célébrer une graduation imminente, et pour d'autres ce n'est qu'une étape ordinaire. Ordinaire? Pas tout à fait. Car cette année fut bien différente de la précédente. Après trois sessions austères où nous avons été contraints d'assister aux cours depuis les bureaux de nos chambres (ou depuis nos lits), nous avons de nouveau foulé le sol du campus. Mais surtout, nous avons pu étudier côte à côte, nous réunir dans des parcs ou des bars, à l'occasion d'événements organisés par les CVE de votre association, et retrouver d'anciens amis ou nous en faire de nouveaux.

De plus, le café Tore et Fraction, pendant un an et demi laissé à l'abandon, a rouvert ses portes. J'aimerais au passage remercier les responsables du café, qui ont remué ciel et terre pour faire décoller ce projet et continuent à donner de leur temps chaque semaine, tous les bénévoles du café, grâce auxquels on peut retrouver à Aisenstadt des expressos à 50 cents et des sandwichs à 3,25, et enfin la clientèle, qui ne se laisse pas décourager par les dysfonctionnements presque hebdomadaires du lecteur de cartes.

S'il fallait qu'on retienne une chose de cette année, je voudrais que ce soit qu'il ne faut pas se laisser décourager par des circonstances difficiles, car elles finiront par passer, ou, comme on dit, «après la pluie, le beau temps».

ÉLOI MARTIN, PRÉSIDENT DE L'AEMSUM

| CLUBMATH

MARS AU CLUBMATH

Au retour de la semaine de lecture, le Clubmath a entamé son dernier tour de piste de la session. Le 16 mars, nous avons reçu Olivier Mila, stagiaire postdoctoral au CRM et chargé de cours à l'Université de Montréal. Il nous a présenté une conférence intitulée «Ordre et choix». Olivier a commencé par nous définir les notions d'ordre partiel et d'ordre total, puis il a enchaîné avec la présentation de l'axiome du choix. Cet axiome complète la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel. Finalement, Olivier nous a énoncé le Lemme de Zorn, avant de nous démontrer que ce dernier implique l'axiome du choix.

Le 23 mars, René Doyon nous a donné une conférence qui s'éloignait des thématiques habituelles du Clubmath: «Sommes-nous seuls dans l'univers?» Professeur titulaire au département de physique de l'Université de Montréal et Directeur de l'Observatoire du Mont-Mégantic, René Doyon est l'un des plus grands experts mondiaux en matière de recherche exoplanétaire, en plus d'être un leader de renommée internationale dans le domaine de l'instrumentation astronomique. Il nous a brillamment expliqué les avancées des dernières années dans son domaine de recherche afin de nous convaincre que l'humanité aura peut-être réellement une réponse à la question éponyme de sa conférence dans quelques décennies.

Finalement, le 30 mars, Matilde Lalín, professeure titulaire du département de mathématiques et de statistique de l'UdeM, nous a présenté sa conférence «Des questions de triangles de toutes formes», dans laquelle il était question entre autres des nombres congruents, soit des entiers positifs n pour lesquels il existe un triangle rectangle dont les trois côtés sont des nombres rationnels et dont l'aire est égale à n. En plus des courbes elliptiques, elle a également abordé divers problèmes reliés aux triangles hyperboliques et sphériques.

En avril, ne manquez pas nos deux dernières conférences de la session! Le 6 avril, Iosif Polterovich, professeur titulaire au département de mathématiques et de statistique, nous présentera un Clubmath sur l'inégalité isopérimétrique. On terminera en beauté le 13 avril avec Yvan Saint-Aubin, également professeur titulaire au DMS et professeur responsable du Clubmath. Ne manquez pas cela, ce sera sa dernière conférence avant sa retraite! Au nom de toute l'équipe de cette année et des années précédentes, on tient d'ailleurs à lui remercier chaleureusement pour son implication dans le Clubmath.

Comme à l'habitude, si vous êtes dans l'indisponibilité de vous présenter les mercredis à 12h30 au 1177 pavillon André-Aisenstadt, les conférences du Clubmath sont toutes disponibles sur notre chaîne Youtube.

De plus, chaque semaine, vous trouverez à la bibliothèque de mathématiques et d'informatique une sélection de livres préparée spécialement pour le Clubmath et portant sur la conférence de la semaine courante. Notez que plusieurs postes dans l'organisation du Clubmath, n'exigeant de vous qu'une légère implication, se libèrent la session prochaine. Si jamais le cœur vous dit de vous impliquer, n'hésitez pas à vous manifester en nous écrivant à l'adresse courriel clubmath@dms.umontreal.ca.

BLANCHE MONGEON, AU NOM DU COMITÉ ORGANISATEUR DU CLUBMATH

dms.umontreal.ca/~clubmath/

www.facebook.com/clubmath.dms/

www.youtube.com/channel/UCpv-KeFLlZiMTqqx0ErcFMw

HARISH-CHANDRA

n! articles

Le mathématicien et physicien, Harish-Chandra (1923-1983), est connu pour ses contributions fondamentales en théorie des représentations. Au cours de sa carrière, il a publié un grand nombre d'articles, mais on affirme souvent qu'il n'en a écrit qu'un seul. Chaque article qu'il écrivait était la suite du précédent. L'article «**n**» n'avait aucune introduction, il commençait directement où l'article «**n-1**» terminait. Au fait, l'article **n-1** ne contenait aucune conclusion, il faisait juste arrêter.

PIERRE-ALEXANDRE MAILHOT, ÉTUDIANT AU DOCTORAT EN MATHÉMATIQUES

DE L'INFORMATION RETROUVÉE DANS LE CHAMP GRAVITATIONNEL DES TROUS NOIRS

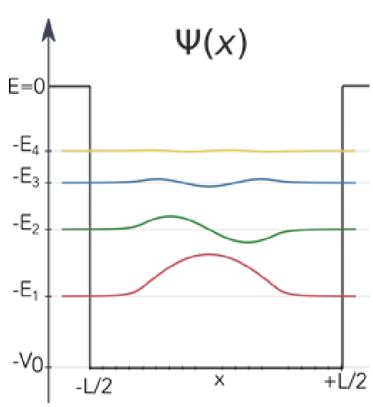
Un paradoxe important des équations de la mécanique quantique et de la relativité générale a été résolu par une équipe de chercheurs de l'Université de l'Université de Sussex (Angleterre) et de l'Université du Michigan (États-Unis), Xavier Calmet et Stephen D. H. Hsu.

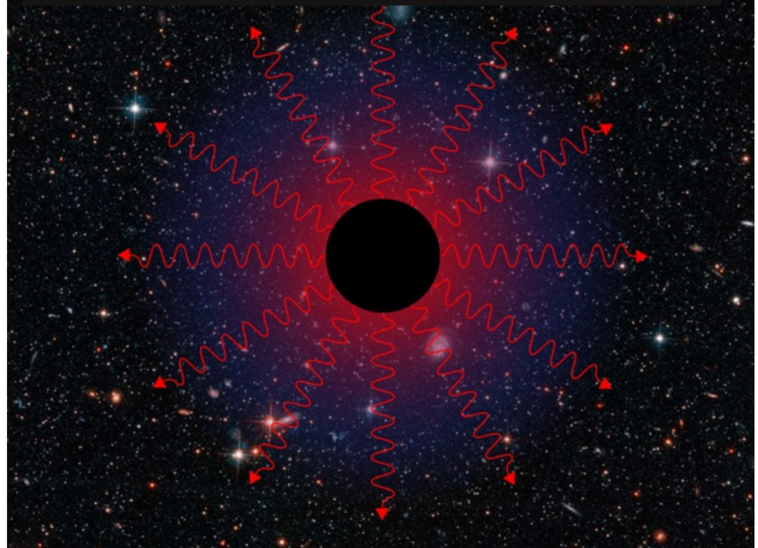
Le paradoxe avait été découvert par le physicien Stephen Hawking en 1976, mais sa définition a subi plusieurs altérations au cours des années, notamment en 1990 et en 2010. Le paradoxe dit (disait) que de l'information se perdait irrémédiablement quand des particules entraient dans un trou noir, ce qui veut dire qu'on ne pouvait alors plus rien connaître sur leur état pré-entrée dans le trou noir, ce qui constituait une violation d'un principe mathématique et physique bien particulier: «the unitary principle», ou l'unitarité.

En mécanique quantique, les particules et les opérateurs qui agissent sur ces particules évoluent dans l'espace d'Hilbert et obéissent donc à certaines règles particulières. Il est nécessaire de comprendre la base mathématique de la mécanique quantique afin de comprendre le principe unitaire et sa violation. En mécanique quantique, chaque particule ou système est décrit par sa fonction d'onde, solution de l'équation de Schrödinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi$$

Cette fonction d'onde est une fonction de probabilité normalisée dans l'espace d'Hilbert, de sorte qu'elle exprime toutes les informations d'un système physique, mais de manière probabiliste, c'est-à-dire qu'elle permet de savoir quelle probabilité un système a de se retrouver dans un état particulier suite à une prise de mesure.





«Rayonnement» gravitationnel du trou noir. Alors qu'on croyait auparavant que les trous noirs étaient sans rayonnement, c'est-à-dire «chauves», on découvre qu'ils ont en fait des «cheveux» de gravitons qui transmettent de l'information.

Pour être physique, cette fonction d'onde doit être normalisable (on peut la diviser par une constante de sorte que son intégrale sur tout son domaine somme à 1). Toutes les fonctions d'onde normalisables satisfont à l'unitarité, à condition qu'elle demeure normalisable par *la même constante* pour tout temps **t**, c'est à dit que la dérivée du produit scalaire de la fonction d'onde avec elle-même (sa norme) soit nulle.

La perte d'information des particules quantiques qui entrent dans un trou noir en contenant toute l'information sur leur état passé, présent et futur et qui perdent cette information de façon irrémédiable en entrant dans le trou noir correspond à une coupure de l'unitarité à un certain temps **t**, ce qui rendrait leur fonction d'onde non physique. Ceci constitue clairement un paradoxe.

Jusqu'à très récemment, les physiciens croyaient que derrière ce paradoxe se cachait une future grande révolution de la physique. Cependant tout dernièrement, des scientifiques ont découvert que l'information «perdue» (car elle ne sort pas du trou noir sous forme de radiation, car c'est un trou noir) s'en échappait en réalité sous forme d'un «rayonnement» de gravitons, les particules d'échange de la gravité. En termes plus simples, l'information perdue se retrouve dans le champ gravitationnel des trous noirs. Alors, on peut retrouver l'information sur les particules avant qu'elles entrent dans un trou noir en étudiant le champ magnétique du trou noir. Ceci résout le paradoxe.

Article:
https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269322001290?via%3Dihub#

ANNE CLÉROUX, ÉTUDIANTE AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

SOPHIE GERMAIN

UNE FIGURE DE L'OMBRE

Au XIXe siècle, les sciences étaient éminemment masculines. Nombre de femmes étaient intéressées par celles-ci, mais n'avaient ni les moyens ni la permission de poursuivre leurs études. C'est dans ce contexte que la mathématicienne Sophie Germain élabore un subterfuge afin d'entrer dans ce monde scientifique. Brossons un portrait de son parcours duquel il nous reste deux théorèmes qui portent son nom.

Tout commence à l'adolescence, lorsque durant la Révolution française, elle se réfugie dans la bibliothèque de son père. Elle se découvre alors une vive passion pour les mathématiques, qui débute au contact des écrits d'Archimède. Sophie se bute alors à deux obstacles, premièrement, la réticence de son père à ce qu'elle s'intéresse à cette discipline et deuxièmement, le fait que les grandes écoles soient réservées aux hommes. Grâce à sa détermination, elle convainc son père de la soutenir dans cette voie. Sa famille la soutiendra donc financièrement pour lui permettre de se consacrer entièrement à sa passion. Elle surmonte également le deuxième obstacle, et ce, grâce au subterfuge évoqué plus tôt. Sophie emprunte l'identité d'un ancien étudiant de l'École Polytechnique, Antoine Auguste Le Blanc, afin de se procurer des notes de cours. Parmi celles-ci se retrouvent celles données par Joseph-Louis Lagrange.

Elle débute alors une correspondance avec Lagrange sous le nom d'Antoine Auguste Le Blanc. Ses remarques sur la théorie des nombres, domaine de prédilection de Sophie, impressionnent particulièrement le grand mathématicien. Celui-ci découvre sa véritable identité à l'issue d'une rencontre qu'il organise avec son talentueux correspondant. Constatant le subterfuge, il est épaté par sa détermination et son courage. Il décide alors de la prendre sous son aile et de la présenter au milieu scientifique.

S'intéressant surtout à la théorie des nombres, elle travaille sur le théorème de Fermat. Le théorème de Sophie Germain affirme que pour tout entier naturel **n** strictement plus grand que un, **n^4+1** n'est pas premier. Elle travaille aussi sur les nombres premiers éponymes qui sont tel que **2n+1** est aussi premier. Le deuxième théorème portant son nom indique que le théorème de Fermat est vrai pour les nombres de Sophie Germain.

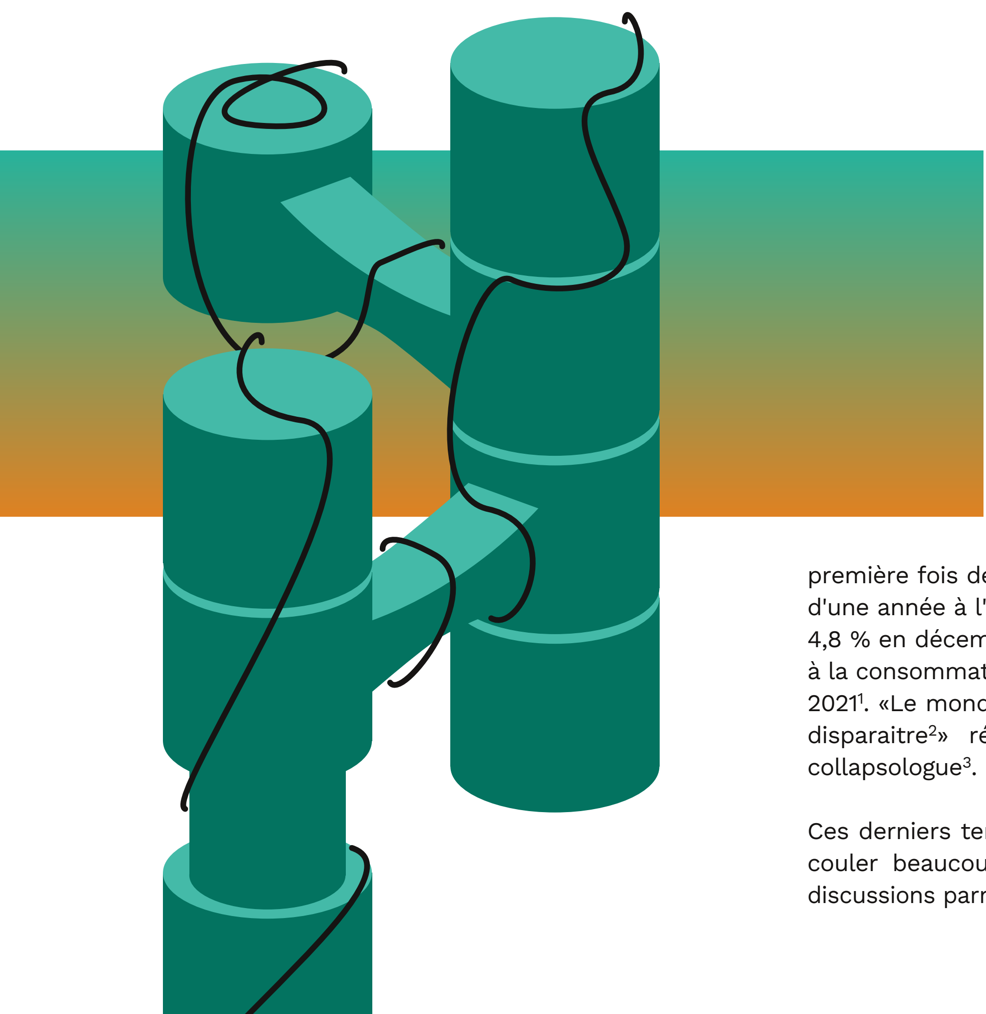
Ses travaux dans ce domaine l'amènent à entamer une correspondance sous son nom d'emprunt avec le mathématicien Carl Friedrich Gauss. Ils se lient d'amitié et lorsque la ville natale de Gauss est envahie par la France, Sophie utilise ses relations pour assurer à celui-ci une protection. Suite à cette péripétie, Gauss découvre qui se cache derrière le pseudonyme et envoie la lettre suivante à Sophie Germain:

«Comment vous décrire mon admiration et mon étonnement de voir mon estimé correspondant Monsieur Le Blanc se transformer en ce fameux personnage qui me donne un brillant exemple de ce que j'aurais du mal à croire. Le goût des sciences abstraites en général et plus particulièrement des mystères des nombres est extrêmement rare. Les charmes de cette sublime science ne se révèlent qu'à ceux qui ont le courage de l'explorer en profondeur. Mais quand une personne du sexe qui, du fait de nos coutumes et préjugés, doit surmonter plus de difficultés que les hommes pour se familiariser avec ces épineuses questions, réussit néanmoins à dépasser ces obstacles et à appréhender leur partie la plus obscure, alors elle doit sans aucun doute posséder un noble courage, des talents extraordinaires et un esprit supérieur. De fait, rien de plus flatteur et moins équivoque, que la prédilection avec laquelle vous avez honoré cette science, qui a enrichi ma vie de tant de joie, ne pourrait me montrer que ses attraits ne sont pas chimériques.»

Avec l'aide de Joseph Fourier, elle devient la première femme scientifique admise à l'Académie des sciences. De plus, grâce à la suggestion de son ami Gauss, l'université allemande de Göttingen lui décerne un prix honorifique. Prix qu'elle ne peut malheureusement pas recevoir, car elle décède juste avant, à l'âge de 55 ans. Durant sa carrière, elle s'intéresse aussi au problème des surfaces et à la vibration des élastiques.

Le génie de Sophie Germain lui permet de faire sa place dans une discipline masculine. En s'adressant à ses interlocuteurs d'abord sous un pseudonyme masculin, elle réussit à gagner leur confiance et leur respect. Le support financier de sa famille et sa détermination lui permettent de se consacrer entièrement à sa passion, chance que la majorité des femmes de cette époque n'avaient pas. On la considère comme une des premières mathématiciennes françaises.

BÉATRICE HAJJAR, ÉTUDIANTE AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES



| À VOS RISQUES!

COMMENT TOUT PEUT S'EFFONDRER?

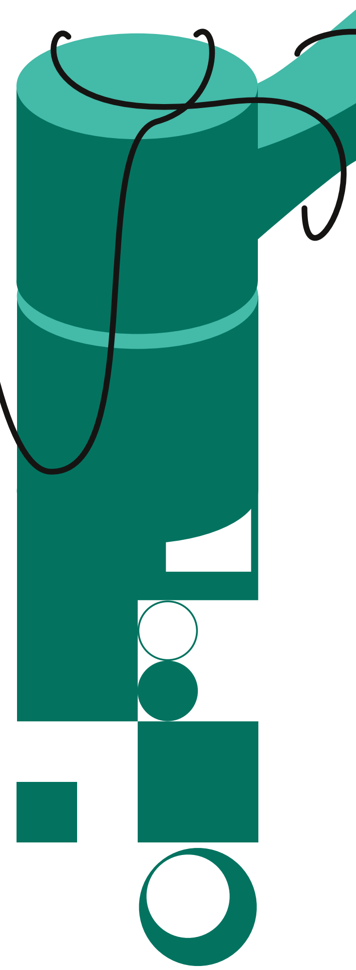
«Cette génération dispose de ressources techniques, scientifiques et financières sans précédent. [...] Et pourtant, c'est peut-être la première génération à amener le monde au bord de l'effondrement [politique, économique et environnemental]»

Rapport sur les risques mondiaux 2018, Forum économique mondial

Devant la situation critique du système économique actuel et le peu de confiance des peuples envers leur gouvernement, nous avons de bonnes raisons de craindre l'effondrement du système. À l'heure actuelle, les systèmes économiques engendrent des injustices criantes, les classes laborieuses voient leur argent dévoré par l'inflation, des centaines de millions de gens vivent dans la pauvreté, d'autres n'ont même pas le strict nécessaire pour subsister. Aux États-Unis, l'inflation a atteint la barre des 7% en 2021, un rythme que le pays n'avait pas connu depuis près de 40 ans. Selon Statistique Canada, en janvier 2022, l'inflation au Canada a dépassé les 5% pour la première fois depuis septembre 1991, et elle a augmenté de 5,1 % d'une année à l'autre, après avoir enregistré une augmentation de 4,8 % en décembre 2021. À titre de comparaison, l'Indice des prix à la consommation (IPC) global avait augmenté de 1,0 % en janvier 2021[1]. «Le monde tel que nous le connaissons est sur le point de disparaitre[2]» résume l'un des messages de Pablo Servigne, collapsologue[3].

Ces derniers temps, l'effondrement du système économique fait couler beaucoup d'encre et donne lieu à de plus en plus de discussions parmi les économistes. Le risque d'un emballement de l'inflation aux États-Unis et dans le monde provoquerait une perte totale de confiance des gens dans l'argent, c'est-à-dire dans le papier-monnaie. C'est l'argument préféré des pro-bitcoins comme Michael Saylor, PDG de MicroStrategy, qui a écrit sur Twitter: «Si vous ne craignez pas l'inflation, la réglementation, la guerre, la famine, la complexité, la concurrence, la corruption, la coercition, la confiscation ou le chaos, alors vous n'avez pas besoin de bitcoin.» Comme tous les pro-cryptos, bien qu'il soit considéré comme une référence dans la cryptosphère, il exagère souvent dans ses tweets comme lorsqu'il dit que le bitcoin est l'oxygène. Elon Musk, quant à lui, conseille de posséder des biens physiques comme une maison ou des actions dans des entreprises qui fabriquent de bons produits au lieu de posséder de l'argent liquide, en poursuivant qu'il ne comptait pas vendre ses cryptomonnaies. Cela montre à quel point les gens ne font plus confiance aux autorités pour résoudre les problèmes du monde. Warren Buffet, l'un des hommes les plus riches au monde, qualifié d'oracle en raison de ses investissements boursiers judicieux, avait déclaré au début de la pandémie en 2020 qu'il n'y avait aucun moyen de prédire l'avenir économique pendant cette période, car les possibilités étaient encore trop variées. Aujourd'hui encore, l'avenir sur tous les points reste incertain. L'inflation est occasionnée par l'augmentation de la masse monétaire consécutive à des années de déficit de l'État et par l'augmentation du prix du pétrole. Puisqu'une grande quantité de produits sont des dérivés du pétrole, notamment l'essence, le mazout, les plastiques, nombres de produits chimiques et autres, leur prix s'élève considérablement. Ces déficits sont comblés en émettant de la monnaie et en recourant au crédit. Certains économistes craignent que l'augmentation de l'inflation soit devenue irréversible, car il faudrait couper dans les dépenses de l'État, des industries et des particuliers. Cela suppose que les gens achètent moins et que les industries produisent moins. Il y aurait donc encore plus de chômeurs ainsi qu'une grave récession. Or, le système économique mondial repose sur la surproduction et le crédit, on a donc l'impression que le remède pourrait être aussi dévastateur que le mal. Comme l'a crié Don Rodrigue, le Cid, désespéré: «Des deux côtés, le mal est infini».

Dans un entretien avec le journaliste et ancien ministre de la transition écologique et solidaire, Nicolas Hulot, en juillet 2018, l'ancien premier ministre français, Édouard Philippe a déclaré en se basant sur le livre Effondrement de Jared Diamond: «Si nous ne prenons pas les bonnes décisions, c'est une société entière qui s'effondre, qui s'effondre littéralement.» En effet, l'effondrement pourrait être évité en apprenant de l'effondrement des anciennes civilisations et en prenant de bonnes décisions pour la survie de toutes les espèces[4]. Cela doit nécessairement passer par un changement de paradigme. Une chose est sure, dans un monde fini l'idée de croissance infinie est ubuesque.



EVENSON AUGUSTE, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN ACTUARIAT

1) https://www150.statcan.gc.ca/n1/daily-quotidien/220216/dq220216a-fra.htm

2) Réplique de «2012», le film

3) La collapsologie est un courant de pensée transdisciplinaire apparu dans les années 2010 qui envisage les risques, causes et conséquences d'un effondrement de la civilisation industrielle et ses conséquences La collapsologie est nommée et portée à la connaissance du grand public par Pablo Servigne et Raphaël Stevens dans leur essai, Comment tout peut s'effondrer. Petit manuel de collapsologie à l'usage des générations présentes publié en 2015

4) Pour en savoir plus sur les risques écologiques, voici le lien de l'article «risque-t-on la fin du monde?» https://www.laxiomatique.com/post/l-axiomatique-octobre-2021

L'INCROYABLE HISTOIRE DES GÉOMÈTRES

À L'ANTIQUITÉ ET AU MOYEN ÂGE

De nos jours, le métier d'arpenteur-géomètre est bien défini. Selon l'Ordre des Arpenteurs-Géomètres du Québec (OAGQ), l'arpenteur-géomètre est un expert des limites de propriétés et un professionnel de la géomatique, soit un expert des outils d'analyse de données géographiques («Géomatique» est la contraction des termes «géographie» et «informatique»)[1].

Il s'agit d'un métier technique qui demande une expertise en géométrie et en informatique. Or, il est intéressant de constater que les arpenteurs-géomètres portent derrière eux une histoire fascinante. De l'Antiquité au Moyen-Âge, nous voyagerons sur la ligne du temps de l'histoire occidentale afin de témoigner de l'évolution du métier de géomètre, de son importance sur la scène géopolitique ainsi que du statut social que cette profession accordait à ses pratiquants.

L'ARPENTEUR ROMAIN: UN THEORICIEN DIPLOMATE

Il y a des prédécesseurs au métier d'arpenteur-géomètre: les tout premiers seraient les Égyptiens du temps de la XIIe et XIIIe dynastie (1964-1854 av. J.-C.). Les Babyloniens, les Grecs et les Étrusques avaient aussi développé des techniques propres au métier. Toutefois, c'est l'Empire romain qui, ayant hérité du savoir-faire étrusque, a compilé des écrits sur la *techne* géométrique et a approché la méthode à une science permanente qui se transmettait de façon plus rudimentaire auparavant. L'arpenteur romain jouait un rôle particulièrement important. Les ambitions territoriales de l'empire nécessitaient son intervention pour diviser précisément les nouvelles terres conquises en attribuant leur administration aux nouveaux *possessores agorum* («possesseurs de terres») nommés par les administrateurs politiques. Ainsi, l'arpenteur romain n'était pas seulement un technicien: il jouait également le rôle de diplomate, en ce sens qu'il devait gérer sur place les différents conflits qui s'imposaient avec la distribution des terres. Il s'impose donc également en tant qu'expert-juriste en intervenant dans tout litige d'ordre cadastral (lié aux droits des sols).

Sous le Bas-Empire (environ 235-476 apr. J.-C.), leurs revenus étaient devenus considérables et certains étaient même honorés de l'épithète *clarissimus* («très honorable»). Ce statut social supérieur suscita la création d'écoles d'arpentage et donc, d'une littérature spécialisée qui s'étoffa jusqu'à la fin de l'Empire. [2]

La structure parcellaire à l'époque romaine est la «*centuriation*» du sol. À partir de deux axes placés à angle droit, le *cardo maximus* et le *cecumanus maximus* (respectivement les axes nord-sud et est-ouest), les arpenteurs créaient un quadrillage régulier d'une superficie de 200 jugères (un rectangle de 50x42 hectares) qu'ils appelaient une centurie. La *groma*, l'outil principal des arpenteurs, est l'équerre optique qui divise l'espace en quatre quadrants et sert donc à tracer les lignes droites et les angles droits[2].

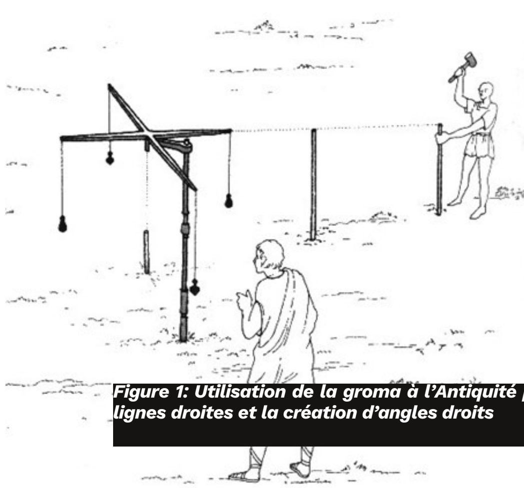


Figure 1: Utilisation de la groma à l'Antiquité permettant le tracé des lignes droites et la création d'angles droits

L'ARPENTEUR MEDIEVAL: UN TECHNICIEN AU SERVICE DES SEIGNEURS

Avant l'arrivée des traités d'astrolabe, les connaissances géométriques des peuples latins étaient directement fondées sur le *Corpus*, un des nombreux recueils géométriques détaillés du Bas-Empire romain. Cet ouvrage comprend quelques textes purement techniques sur la pratique de l'*agrimensure* romaine, bien que la majorité du contenu soit plus accentuée sur des textes «scientifiques» sur la mesure des surfaces provenant directement des études d'analyse des *Éléments* d'Euclide. Il comprend également des textes sur la philosophie du droit, comme un témoignage de Cassiodore pour régler un litige sur des limites de propriété. En somme, il s'agit d'entreprises généralement plus culturelles que techniques, destinées à transmettre les procédures de l'*agrimensure*, mais pas selon une pratique purement pratique *ad scientiam solam*. C'est ainsi que le *Corpus* a scellé le métier d'arpenteurs à un destin plus théorique que pratique au début du Moyen-Âge.

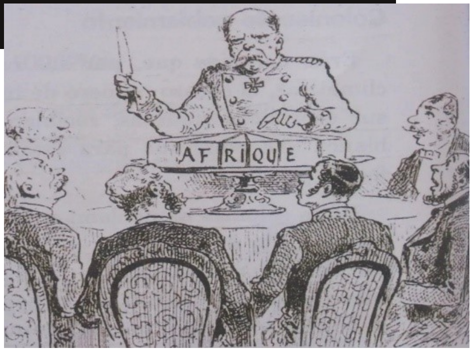
Cependant, à partir du XIe siècle, le savoir-faire arabe en mathématique fait son entrée en Europe sous le développement de documents traduits. Le monde des géomètres occidentaux se transforme progressivement avec l'arrivée de ces extraits traduits sur l'usage de l'astrolabe, un outil arabe qui était traditionnellement utilisé en astronomie, mais qui remplacera les outils étrusques désormais obsolètes pour les géomètres. L'astrolabe permet de mesurer les altitudes relatives des terres et de déterminer la latitude locale, en plus de ses utilités astronomiques d'identification des étoiles et des planètes. Avec un quadrant et un miroir, l'utilisation de l'astrolabe revient principalement à déterminer, au moyen de visées, des grandeurs inconnues à partir de grandeurs connues, en appliquant les principes des triangles homothétiques.[3] Parmi ces textes arabes, il découle un traité latin attribué au théologien Hugues de Saint-Victor intitulé *geometria practica*, qui, pour la première fois dans le monde latin médiéval, établit concrètement une distinction entre deux géométries: une spéculation plus théorique, et une autre plus pratique qui consiste à la mesure des hauteurs, mesure des surfaces, mesure des astres, etc.

À la suite de cette distinction fondamentale, il suit une multitude de documents sur la mesure de la terre. Du XIIIe au XVe siècle, le métier d'arpenteur-géomètre devient beaucoup plus technique qu'auparavant. Généralement mis sous la tutelle d'un seigneur, l'arpenteur-géomètre mesure les surfaces, évalue les superficies et découpe les terrains en parcelles. Cela prend son importance principalement dans la séparation des terres agricoles, mais le métier fait progressivement son entrée dans les villes afin d'aider à la confection des plans d'urbanisme. En effet, comme nous informe le *Livre Juratoire* de Beaumont-de-Lomagne, l'arpenteur peut recevoir la mission de découper les rues, les emplacements et les terres ou de diviser des lieux publics.

Figure 2: Un astrolabe du Metropolitan Museum of Art, New York City

Ainsi, contrairement à l'époque romaine où l'arpenteur avait de fortes compétences mathématiques, l'arpenteur du Moyen Âge semblait avoir des connaissances théoriques plus limitées: il ne s'intéressait qu'aux mesures arithmétiques et géométriques appliquées à l'arpentage. Il s'agit d'un savoir empirique qui change la symbolique du métier. Alors que l'arpenteur romain occupait une position sociale privilégiée dans l'Empire, l'arpenteur du Moyen-Âge n'était simplement que le contractuel d'un seigneur: son statut social se comparait à celui d'un maçon ou d'un forgeron. En cas de conflits sur le bornage des terres, ce n'étaient plus les arpenteurs qui agissaient en juristes sur le terrain: ils étaient accompagnés par les arbitres, qui représentent leur seigneur du point de vue de la justice[4].

Figure 3: Caricature de 1885 titrée "Découpage de l'Afrique à la Conférence de Berlin - À chacun sa part, si l'on est bien sage." Journal L'Illustration



LA MORALE DE L'HISTOIRE

Par cette brève comparaison entre le géomètre de l'Antiquité et le géomètre du Moyen-Âge, on comprend que les implications sociales et professionnelles du métier changent considérablement dans le temps. Par exemple, notons que la dimension juridico-politique du géomètre réapparaîtra du 15e au 19e siècle avec les intérêts coloniaux des puissances européennes. On peut notamment penser à l'événement tragique du partage de l'Afrique suite à la Conférence de Berlin de 1885 où les géomètres eurent la tâche de délimiter les territoires conclus par la rencontre des dirigeants. Ces derniers jouaient donc le rôle important d'arbitres dans les conflits territoriaux. Toutefois, un élément persiste chez les arpenteurs-géomètres au fil du temps: c'est l'utilisation des mathématiques et de ses applications géométriques dans le but de façonner nos territoires et nos sociétés, pour le meilleur et pour le pire.

VINCENT CHRÉTIEN, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

[1] OAGQ https://www.oagq.qc.ca

[2] Dominguez, Jean-Michel. 2018. futura-sciences. 30 Mars. https://www.futura-sciences.com/planete/dossiers/terre-quest-ce-geodesie-644/page/5/

[3] Greenwood, William. 2018. britishmuseum.org. 29 Janvier. https://blog.britishmuseum.org/seeing-stars-astrolabes-and-the-islamic-world/

[4] Mousnier, Mireille. 2004. «Mesurer les terres au Moyen Âge.» Histoire & Sociétés Rurales 29-63. https://www.cairn.info/revue-histoire-et-societes-rurales-2004-2-page-29.htm

RETOUR EN ENFANCE

Avril, le 4e mois du calendrier, mais aussi le mois du renouvellement. Pour plusieurs, ce mois est synonyme de stress ou de tristesse, mais aussi d'épanouissement et de fierté. Chaque jour, les examens finaux semblent manifester de plus en plus leur présence, nous indiquant ainsi la fin d'une époque. En cette dernière édition de *L'Axiomatique* de la session, pourquoi ne pas trouver la perle rare de la littérature mathématique pour souligner cette fin de saison. Mon idée originale était de présenter une panoplie de poèmes à thématique mathématique. Or, il s'avère que ceux-ci ne courent pas les rues. Cependant, *Mathématiques*, écrit en 1925 par Jules Supervielle, nous prouve que les mathématiques sont définitivement tout autour de nous.

RETOUR À L'ENFANCE

Je ne sais pas pour vous, mais personnellement, j'ai très peu de souvenirs de mes jours à la petite école. Cependant, s'il y a bien un élément marquant de ces cinq ans passés derrière un pupitre, c'est bien le goût légèrement amer qu'avaient laissé les mathématiques. Pour certains, ce fut la mémorisation des tables de multiplication qui causa leur rupture (parfois définitive). Tandis que pour d'autres, l'addition les aida à se rapprocher de ce monde légèrement abstrait, mais tout de même charmant. Dans *Mathématiques*, Supervielle nous tend la main pour nous ramener à l'enfance. Ici, nous sommes témoins d'un cours typique de mathématique de la petite école. Nous observons les interactions entre une classe de quarante enfants et un problème algébrique.

INTERPRÉTATION DU POÈME

Je suis consciente que la poésie n'est pas la tasse de thé de tout le monde. Parfois, certains poèmes peuvent sembler ardus à déchiffrer. Voici donc une petite interprétation de celui-ci.

Pas de professeur en vue, le cercle d'enfants sont laissés à eux-mêmes pour résoudre ce problème algébrique, qui ne désire qu'être élucidé. Alors que le temps s'écoule, nous pouvons entendre les bruits d'agitation de cette classe qui «bat comme un tambour». Seront-ils capables de le résoudre? Ils semblent confrontés à un problème d'algèbre auquel ils n'ont jamais été confrontés auparavant. En effet, Supervielle le décrit comme «des lettres sans mots ni patrie». Cela nous indique que ces mots ne semblent pas être des éléments d'un espace fixe dans leur mémoire.

Or, ces lettres et chiffres qui peuvent sembler passifs et amorphes à première vue, prennent vie aux yeux des élèves lorsqu'un d'entre eux décide de partager sa solution. La fausseté de cette réponse provoque un sentiment de rage chez le problème qui commence à s'impatienter.

Mathématiques

Quarante enfants dans une salle,
Un tableau noir et son triangle.
Un grand cercle hésitant et sourd
Son centre bat comme un tambour.

Des lettres sans mots ni patrie
Dans une attente endolorie.

Le parapet dur d'un trapèze,
Une voix qui s'élève et s'apaise
Et le problème furieux
Se tortille et se mord la queue.

La mâchoire d'un angle s'ouvre.
Est-ce une chienne ? Est-ce une louve ?

Et tous les chiffres de la terre,
Tous ces insectes qui défont
Et qui refont leur fourmilière
Sous les yeux fixes des garçons.

Jules SUPERVIELLE

http://www.ac-grenoble.fr/ecoles/vienne1/IMG/pdf/serie5.pdf

Dans sa troisième strophe, le poète nous présente les différentes interprétations au sujet: «La mâchoire d'un angle s'ouvre. / Est-ce une chienne? / Est-ce une louve?». Pour certains, ce problème géométrique peut sembler aussi docile qu'un animal de compagnie, facile à dompter et où le plaisir supplante la difficulté. Or, pour d'autres, celui-ci équivaut à apprivoiser une bête qui ne sera jamais docile. Ici s'arrête l'amour des mathématiques pour certains, alors que pour d'autres, c'est ce qui les pousse à continuer.

La dernière strophe peut sembler un peu abstraite, mais voici mon interprétation. Supervielle semble créer une bijection entre les nombres et des insectes. En les comparant, cela nous permet d'imaginer la quantité, parfois déroutante, de nombres qui côtoient tous ensemble le même espace, un peu à l'image d'une fourmilière. Nous pouvons aussi constater que ces nombres sont aussi extrêmement flexibles: «Tous ces insectes qui défont / Et qui refont leur fourmilière». En prenant une seule poignée de chiffres et de lettres, nous pouvons former autant de problèmes mathématiques désirés. Avec eux, nous pouvons d'abord trouver l'aire d'un triangle, puis les faire immigrer vers une intégrale. Nous pouvons les défaire, puis les aligner pour former une droite. Sous les yeux de ces étudiants, tout peut être construit avec un coup de crayon et détruit avec le bout de celui-ci. Ces possibilités tendent vers l'infini.

Bref, j'imagine que pour vous, qui lisez ceci, les mathématiques ne sont jamais terminées et que ces problèmes d'algèbre et de géométrie ne vous ont pas vraiment découragés à continuer. J'espère que ce poème vous aura fait revenir sur ces bancs d'école où tout semblait un peu moins «chaotique». Bien que Supervielle ne soit pas mathématicien, ces poèmes vous transporteront tout de même dans un monde mathématique un peu plus élémentaire. Remarquons que celui-ci appréciait également la beauté des nombres, la structure de son poème en est une preuve à l'appui. Ceci conclut donc la dernière édition de *Quoi Lire* pour la session. Espérons que ces œuvres vous auront donné envie de lire et d'utiliser vos talents de chercheurs pour dégoter des œuvres qui sortent un peu de l'ordinaire!

SILVIA BRAVO BAHAMONDEZ,
ÉTUDIANTE AU BACCALAURÉAT
EN ACTUARIAT

LOGICO MATIQUE

Il est souvent vu des mathématiques comme un langage cryptique que seuls les initiés peuvent comprendre, mais derrière le symbolisme se trouve une logique. Il y a donc un parallèle philosophique, celui des systèmes de logique. Ainsi, il sera présenté deux méthodes, une syntaxique et l'autre sémantique.

Les méthodes mentionnées en introduction servent à déterminer si un énoncé (que l'on appellera argument) est valide. Commençons par définir la notion de validité: Un argument, qui est une liste de proposition (aussi appelé prémisse) avec une conclusion, est *déductivement* valide s'il est impossible que toutes les prémisses soient vraies et, en même temps que la conclusion soit fausse. On note d'ailleurs un argument par $A_1, A_2, \ldots, A_n / C$.

La méthode sémantique, comme son nom l'indique, se concentre sur le sens tandis que l'autre méthode est portée sur la syntaxe. La syntaxe va de soi: ce sont les symboles, les variables et les objets du langage. Si on considère un système simple, celui du calcul propositionnel *LPC*, il comporte une grammaire, des connecteurs logiques $\perp$ et $\rightarrow$ et des propositions particulières *p, q, r, s, t,* ... aussi appelées propositions. La grammaire va comme

■ Toute lettre propositionnelle est une proposition et $\perp$ est une proposition

■■ Si A et B sont des propositions, alors $A \rightarrow B$ est une proposition

■■■ Il n'y a pas d'autre proposition que celles formées par un nombre fini d'applications des règles 1 à 2.

Ainsi, le système est très simple, mais les constructions de proposition peuvent être arbitrairement compliquées. Citons quelques exemples de proposition: $A \rightarrow \perp$, $(A \rightarrow (B \rightarrow \perp)) \rightarrow \perp$ et $(A \rightarrow \perp) \rightarrow B$. Les dernières propositions sont respectivement les définitions de la négation $\neg A$, de la conjonction $A \vee B$ et de la disjonction $A \wedge B$ au sens large avec des variables métalogiques (celles en majuscule) afin de pouvoir regarder des propositions sans perdre de généralité.

MÉTHODE SÉMANTIQUE

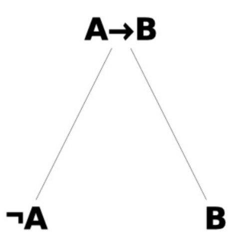
Une des méthodes sémantiques pour le calcul des prédicats est celle des tables de vérité d'une proposition ou d'un argument. Par exemple,

A	B	$A \to B$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$

On conclut que l'argument est valide s'il n'y a aucune ligne du tableau telle que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse. Cela est en accord avec la définition d'argument valide.

MÉTHODE SYNTAXIQUE

Présentons maintenant des méthodes syntaxiques pour tester la validité. Une de ces méthodes est celle des arbres. Cette dernière se concentre sur les possibilités où l'argument est vrai (c'est une méthode qui recherche les contre-exemples). En particulier, si l'on considère un argument *{A_i }/C* on utilisera la liste de proposition suivante *{A_i,¬C}*. Pourquoi? Comme mentionné, la méthode des arbres se concentre sur la vérité, il suit que s'il existe une situation où tous les éléments de la liste *{A_i ,¬C}* sont vrais, alors l'argument est par définition non valide. Il y a plusieurs règles utiles au développement d'un arbre. Voici un exemple d'une règle:



Règle $R \to$

Avec ces règles, il est possible de construire des arbres d'arguments. On dira qu'un argument est valide si l'arbre ayant les prémisses et la négation de la conclusion est fermé, c'est-à-dire qu'après le développement, toutes ces branches se terminent par le symbole $\bot$. Cela montre qu'il est impossible que les propositions au sommet de l'arbre soient vraies en même temps que la négation de la conclusion. Autrement dit, pour toutes les situations telles que les prémisses sont vraies, la conclusion est aussi vraie. On note un argument A_i /C valide $A_i \vDash_{LPC} C$. Bref, la méthode syntaxique est mécanique et algorithmique.

MÉTHODE SYNTAXIQUE DE DÉMONSTRATION

Toujours du côté de la syntaxe, la déduction naturelle est une autre méthode syntaxique de démonstration. Celle-ci est aussi assez mécanique, mais elle peut demander plus de cocologie (parfois). La déduction naturelle est une manière de construire des preuves d'un argument. Cependant, il n'est *a priori* pas vrai que s'il existe une preuve d'un argument, alors il sera valide. Il nous faut la fiabilité d'un système pour conclure qu'un argument démontré (donc démontrable) est valide. Il se trouve que le système de calcul du prédicat est fiable d'où l'on peut conclure de la validité d'un argument que s'il existe une démonstration. Ces preuves sont similaires à celles que l'on fait en analyse dans le sens que l'on pose des hypothèses et l'on utilise des méthodes telle la preuve par contradiction. On note un argument A_i /C démontrable par $A_i \vdash_{LPC} C$

On pourrait aussi se questionner sur la démontrabilité d'argument valide. On appelle cela la complétude d'un système, autrement dit la réciproque de la fiabilité est la complétude. Pour la démontrer, on peut utiliser la relation de transitivité de l'implication pour montrer qu'avec l'aide d'un résultat auxiliaire, il est possible de conclure que tout argument dont le développement en arbre ferme est un argument dont il existe une démonstration. Ensemble, les deux implications montrent que le système *LPC* est complet, ce qui n'est pas le cas du système axiomatique de Péano en vertu du théorème d'incomplétude de Gödel. Ce théorème indique qu'il n'y a, *grosso modo*, que de tout extension de l'arithmétique de Peano (ou d'un autre système arithmétique élémentaire) il est possible de construire un énoncé non démontrable. En plus, ce n'est pas dépendant de la méthode de démonstration. Il découle de ce théorème que le système utilisé aujourd'hui en mathématiques est insuffisant (incomplet), car il existe des énoncés qui ne sont ni démontrables ni réfutables, ils sont indécidables.

CONCLUSION

Il est intéressant de voir qu'il existe une sorte de base logique pure en arrière des mathématiques que l'on ne perçoit pas immédiatement. Les mathématiques sont si vastes qu'il peut être difficile de concevoir ce genre de structure primitive comme référence logique.

JULIEN HÉBERT-DOUTRELOUX, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES

LA VALEUR ABSOLUE DE |MON PARCOURS EN MATHS|

| Pour ce dernier article que j'écris durant mon parcours au baccalauréat en mathématiques, j'ai décidé de vous écrire sur mes trois dernières années d'études. Cependant, pour garder le tout plus intéressant, j'ai décidé de surtout me concentrer sur ce qu'il reste après avoir pris la **valeur absolue**, du positif. Pour vous donner un peu de contexte, j'ai eu l'idée en discutant de la fin du bac avec des amis autour d'un verre dans le bar le plus proche de l'uni (seulement à une distance epsilon!), alors j'espère que vous comprendrez que le tout est à prendre à la légère!

APPRENDRE QUOI AU JUSTE?

Commençons par ce qui semble évident. Qui l'aurait cru, aller à l'école, ça sert à apprendre, bien oui! Je dirais qu'à travers mes six sessions d'études, j'ai appris un tas de choses que je ne pensais jamais pouvoir apprendre. Bien sûr, cela inclut des concepts mathématiques fascinants (comme les maths derrière la vibration d'une corde, la géométrie des courbes et des surfaces, les processus stochastiques, etc.), mais plus généralement cela a changé ma façon de penser et de réfléchir. De plus, je peux affirmer que j'ai eu plusieurs professeurs marquants qui voulaient vraiment que l'on retienne leurs enseignements. D'un autre côté, certains cours m'ont aussi permis de voir ce que j'aimais moins. Par exemple, le cours de mathématiques financières n'était clairement pas fait pour moi (dire que mon enseignante de secondaire 5 m'avait recommandé de devenir actuaire...). Enfin, j'ai pu parfaire mes apprentissages en faisant des stages auprès de professeurs du département durant l'été, chose que je recommande à tous ceux et celles qui voudraient découvrir le monde de la recherche.

SAISIR LES OCCASIONS

En rétrospective, je dirais que l'université est un tas de portes ouvertes et il suffit qu'on décide lesquelles on va franchir. Les opportunités sont partout et il ne faut que les saisir comme j'ai pu faire. Au cégep, après avoir dit à un de mes professeurs que je m'étais inscrit en maths à l'UdeM, celui-ci m'a répondu qu'il fallait ABSOLUMENT que j'assiste aux conférences hebdomadaires, il faisait évidemment référence au Clubmath (allez voir l'excellent article à ce sujet dans cette même édition!). J'ai non seulement suivi son conseil, mais en plus de cela, j'ai pu m'impliquer dans l'organisation du Clubmath durant les deux dernières années. Les différentes tâches pour assurer son bon fonctionnement étaient vraiment plaisantes à effectuer et cela a permis d'améliorer mes capacités d'organisateur. Un autre exemple simple d'opportunités qui m'ont été offertes est ce journal même, l'Axiomatique. À mon entrée à l'université, le journal n'avait plus de rédacteur en chef, donc il était en quelque sorte en pause, c'est alors que Pierre-Olivier a pris en charge ce projet et qu'il m'a proposé d'être un des chroniqueurs. Depuis ce renouveau modeste avec une toute petite équipe au début, le journal a fait beaucoup de chemin! J'ai eu la chance d'écrire dans 13 éditions de celui-ci (14 en comptant la présente) sur des sujets tous plus différents les uns que les autres. Je suis très reconnaissant de toute l'équipe, sans qui le journal ne serait pas le même.

LES CAMARADES

Je pense que nous avons tous pu nous rendre compte dernièrement de l'importance de l'aspect social dans nos vies. Les gens que l'on côtoie ont un impact profond sur notre parcours, il n'y a pas de doute. Que ce soit d'aller pratiquer un sport ensemble, de jouer à des jeux de société ou simplement de sortir s'amuser, ça semble peu, mais c'est tout de même marquant! Les camarades que l'on voit tous les jours dans les corridors d'André-Aisenstadt ont tous leur personnalité, leurs différents buts et ambitions qui apportent une belle atmosphère à notre quotidien. Il est toujours dommage d'en perdre de vue durant le trajet, mais ce sont des choses qui arrivent. Lorsque je regarde où les finissant.e.s de ma cohorte se dirigent après leur baccalauréat, je ne peux qu'être empli d'une certaine fierté. Certain.e.s continueront leur chemin vers le marché du travail, d'autres vers la maîtrise (ou plus loin encore dans les études graduées), à l'UdeM ou dans toute autre université, je ne peux que les féliciter et leur souhaiter bonne route. J'espère les recroiser dans le futur si le destin (ou le hasard?) le permet.

Enfin, même si j'ai mis l'accent sur le positif, il est vrai que tout le monde a quelques regrets de temps en temps, je ne suis pas une exception à la règle. Cependant, j'affirme sans crainte que mon parcours n'aura **absolu**ment pas été une déception pour autant! |

MATHIEU PINEAULT, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES

DIRE

LA RECHERCHE À VOTRE PORTÉE

SOUMETTEZ UN ARTICLE DE VULGARISATION SCIENTIFIQUE ET COUREZ LA CHANCE DE REMPORTER JUSQU'À 1 750 $

250 $ par texte régulier retenu pour publication !

500 $ pour le meilleur article d'un numéro !

1000 $ pour l'article de l'année !

FICSUM
FONDS D'INVESTISSEMENT
DES CYCLES SUPÉRIEURS
DE L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL