

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada
Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique
Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique
Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada
Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France
Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France
Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada
Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Liminaire

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT

Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN

Université catholique de Louvain, Belgique

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada
Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique
Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique
Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada
Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France
Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France
Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada
Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT

Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN

Université catholique de Louvain, Belgique

La reconnaissance de l'importance des interactions sociales dans l'apprentissage de connaissances mathématiques n'est pas neuve (voir par ex. Schubauer-Leoni et Perret-Clermont, 1985), mais cette problématique a connu d'incessants développements ces dernières décennies. En faisant appel à des approches méthodologiques et à des cadres conceptuels diversifiés, l'enjeu du présent numéro est d'interroger les conditions dans lesquelles les interactions entre élèves, d'une part, et entre l'enseignante ou l'enseignant et ses élèves, d'autre part, peuvent avoir un impact positif sur les apprentissages des élèves – essentiellement d'un point de vue cognitif, mais aussi métacognitif, motivationnel, voire émotionnel.

Si les travaux menés à la suite de Piaget avaient déjà démontré le rôle des interactions sociales (et notamment du conflit sociocognitif) dans l'apprentissage, c'est sans doute la perspective socioculturelle de Vygotsky, prolongée par les travaux de Bruner en matière d'étayage (Bourgeois, 2011; Crahay, 2005), qui est parmi les plus convoquées aujourd'hui en matière d'enseignement ou d'apprentissage des mathématiques. Dans cette perspective, on considérera «qu'apprendre les mathématiques», c'est participer à des activités communes, orientées vers un but, dans lesquelles les interactions sociales, matérialisées au travers de «discours mathématiques» et

médiatisées par des «activités de symbolisation», œuvrent au développement des connaissances (Vlassis, Fagnant et Demonty, 2015).

Selon la loi de double formation de Vygotsky, ces interactions sociales, situées dans la zone proximale de développement, peuvent constituer un puissant déclencheur d'apprentissage permettant aux élèves de réellement s'approprier les connaissances construites collectivement (Carette et Rey, 2010; Crahay, 2005). Dans cette perspective, les capacités d'autorégulation métacognitives naissent, elles aussi, de l'interaction sociale: le langage (oral ou symbolique), au départ phénomène social et interpsychique, peut ainsi devenir un outil de régulation de son propre fonctionnement cognitif au niveau intrapsychique (Crahay, 2005; Foulain et Mouchon, 2005).

Deux questions générales découlent des éléments susmentionnés et guident la structuration de ce numéro thématique: la première s'intéresse à la façon d'organiser les interactions entre élèves pour qu'elles soient une source d'apprentissage; la seconde interroge la façon dont l'enseignante ou l'enseignant peut interagir efficacement avec les élèves pour les soutenir dans le processus de construction et de régulation de leurs connaissances.

1. Comment organiser les interactions entre élèves pour qu'elles soient une source d'apprentissage dans le domaine des mathématiques?

Les interactions entre élèves ont largement été étudiées, à différents niveaux scolaires et dans différents domaines de contenus, et ce, à partir de différentes formes de travaux de groupes misant ou non sur le conflit sociocognitif comme source de progrès, étant plus ou moins structurés, et s'apparentant à du travail coopératif ou collaboratif (Baudrit, 2007, Buchs, Darnon, Quiamzade, Mugny et Butera, 2008; Buchs, Lerhaus, Crahay, 2012). Alors que l'efficacité de plusieurs de ces approches a été largement démontrée (Hattie, 2009; Slavin et Lake, 2008), les enseignantes et les enseignants ne sont pas toujours enclins à les mettre en œuvre dans leurs classes, notamment parce qu'ils ne perçoivent pas toujours leur effet positif sur le plan cognitif (Cusinier, Gaducheau, Clavel, Costet et Pelloux, 2007). En effet, toutes les formes de travaux de groupes ne sont pas nécessairement productives, et certaines conditions doivent être mises en place pour que ceux-ci fonctionnent efficacement, ou pour que les interactions de tutelles permettent de réels apprentissages (Berzin, 2012; Buchs, Lehraus et Crahay, 2012; Slavin, 2010).

Plusieurs études réalisées dans le domaine des apprentissages mathématiques (Baudrit, 2005; Crahay, Hindryckx et Lebe, 2001; Demonty, Dupont et Fagnant, 2014; Guichard, 2005; Schmidt et Thivierge, 2003) montrent le potentiel, mais aussi toute la difficulté de faire travailler les élèves ensemble au service de l'apprentissage de chacun. En effet, il ne suffit pas de mettre les élèves en groupe pour qu'ils collaborent

ou coopèrent efficacement, ni de demander à un élève de jouer le rôle de tuteur pour qu'il remplisse adéquatement cette fonction.

Lorsque les interactions sociocognitives entre élèves sont structurées autour d'une tâche commune obligeant chaque élève à s'investir dans la tâche et à se sentir responsable des apprentissages de ses pairs ou de son condisciple-tutoré, les méta-analyses montrent des résultats positifs en ce qui concerne les apprentissages cognitifs et métacognitifs, mais aussi les variables motivationnelles et émotionnelles (voir Buchs, Lehraus et Crahay, 2012 pour une synthèse). Sur certains aspects, les résultats de ces recherches rejoignent alors les constats observés au départ de travaux qui se sont centrés sur l'analyse des effets d'approches métacognitives en mathématiques (voir Mevarech et Kramarski, 2014, pour une synthèse). Ces approches métacognitives, parmi lesquelles figurent notamment la « *mathematical modeling perspective* » (Verschaffel et De Corte, 2008) et le programme IMPROVE (Mevarech et Kramarski, 1997), impliquent généralement des moments de travaux de groupes, combinés à des moments plus collectifs, en vue d'amener les élèves à s'approprier des « outils » (de type « heuristique » soutenant les stratégies cognitives ou de type « questionnements métacognitifs ») pour soutenir leurs apprentissages mathématiques. À l'heure où les aides méthodologiques et autres « recettes » visant à aider les élèves en résolution de problèmes sont parfois très critiquées dans le monde francophone (Houdement, 2003; Schneider et Mercier, 2014), il est pourtant essentiel de donner des pistes didactiques aux enseignantes et aux enseignants, lesquels se sentent parfois très démunis dans ce domaine (Fagnant, Marcoux et Vlassis, 2014). Moyennant certaines conditions, le travail en dyades et l'organisation de travaux de groupes peuvent apporter quelques pistes exploitables par les enseignants dans leurs classes. Ces modes d'organisation permettent de miser sur les interactions entre élèves comme sources d'apprentissage, tout en offrant l'occasion à l'enseignante ou à l'enseignant de se libérer d'une gestion de classe frontale et collective, lui permettant ainsi de différencier ses actions en fonction des démarches et des besoins des (groupes d') élèves.

En étudiant dans quelle mesure les interactions entre élèves, structurées sous la forme de travaux de groupes ou de dyades, permettent de soutenir les apprentissages des élèves, les trois premiers articles de ce numéro se situent pleinement dans le premier angle de questionnement susmentionné.

Lucie Deblois et **Brigitte Turcotte** s'intéressent au rôle des habiletés sociales dont font preuve les élèves lorsqu'ils travaillent en groupes structurés et cherchent à voir l'impact de celles-ci sur leurs apprentissages cognitifs, envisagés ici comme leurs compétences à résoudre des problèmes. **Annick Fagnant**, **Isabelle Demonty**, **Emilie Lemaire** et **Matthieu Scheen** analysent, quant à eux, la façon dont les élèves appréhendent les nœuds mathématiques d'une tâche complexe lorsqu'ils travaillent en groupe coopératif; ils cherchent aussi à montrer dans quelle mesure l'analyse des interactions permet de mieux comprendre comment les membres du groupe peuvent ou non s'approprier individuellement ces apprentissages construits collectivement.

Alors que ces deux premières études se situent dans l'enseignement primaire (grade 5 – élèves de 10-11 ans dans un cas; grade 6 – élèves de 11-12 ans dans l'autre), **Vanessa Hanin** et **Catherine Van Nieuwenhoven** orientent leur réflexion sur un travail en dyade mené dans une classe de 3^e secondaire (grade 8 – élèves de 14-15 ans) face à un problème algébrique. Une analyse fine des interactions développées au sein de deux dyades leur permet notamment de mettre en évidence les éléments qui semblent concourir au développement de conduites d'autorégulation.

2. Comment l'enseignante ou l'enseignant peut-il interagir efficacement avec les élèves pour soutenir leurs apprentissages mathématiques?

À nouveau, l'étude des interactions entre l'enseignante ou l'enseignant et les élèves pour soutenir les apprentissages n'est évidemment pas une thématique propre au champ des mathématiques. En 1994 déjà, dans un article intitulé *Comment interagissent enseignants et élèves en classe*, Marguerite Altet tentait de faire le point sur « les travaux issus de courants expérimentaux et psychopédagogiques, qui visent à mettre en évidence les variables intervenant dans les interactions pédagogiques en classe en s'appuyant sur des observations systématiques des interactions maître-élèves » (p. 123). Les interactions maître-élèves sont notamment analysées en vue de mieux comprendre les « gestes professionnels langagiers » (Bucheton, Bronner, Broussal, Jorro et Larguier, 2004; Jorro et Crocè-Spinelli, 2010) ou les « gestes évaluatifs de l'enseignant » (Jorro et Mercier-Brunel, 2011; Mercier-Brunel, 2017) soutenant les apprentissages des élèves et étant porteurs d'autorégulation. Ces dernières années, de nombreux travaux, menés entre autres dans le champ de l'évaluation formative informelle (ou des régulations interactives), se sont également largement emparés de cette problématique (voir Mottier Lopez, 2012, pour une synthèse). Ainsi, plusieurs travaux inscrits dans le champ théorique de l'évaluation formative élargie ou de l'analyse des régulations interactives ont été menés face à l'observation de séquences d'enseignement ou d'apprentissage ciblées dans le domaine des mathématiques (Fagnant, Dupont et Demonty, 2016; Lepareur et Grangeat, 2014; Mottier Lopez, 2007, 2012, 2015).

Si l'on se situe dans la perspective des travaux menés en didactique, on reconnaîtra volontiers, en accord avec Allal (2011), que les travaux menés dans ce champ ont développé une expertise dans l'observation des situations de classe. Dans la tradition de la didactique française, la confrontation que ces approches proposent entre une analyse *a priori* des situations d'enseignement et leur mise en œuvre en classe est éclairante, permettant de voir dans quelle mesure les situations pensées par les chercheurs provoquent la mise en activité souhaitée et permettent la construction collective du savoir. En matière d'interactions entre l'enseignante ou l'enseignant et ses élèves, les moments de « dévolution » (« l'acte par lequel celle-ci ou celui-ci fait accepter aux élèves la responsabilité d'une situation d'apprentissage », Brousseau, 1998) et « d'institutionnalisation » (« l'acte par lequel celle-ci ou celui-ci

fait reconnaître aux élèves que les procédures mises en œuvre dans une situation ont le statut de connaissances», Margolinas et Wozniak, 2012), sont des éléments clés pour comprendre les apprentissages des élèves, tout comme le sont sans doute les interactions qui surviennent pour qu'opère le processus de «diffusion» («l'acte par lequel celle-ci ou celui-ci aide les élèves à partager les découvertes des uns et des autres», Mercier, 1999).

Quatre articles de ce numéro se situent en lien avec le deuxième axe de questionnement susmentionné. Trois d'entre eux s'interrogent sur la façon dont les interactions maître-élèves, qui apparaissent dans des activités gérées collectivement en groupe-classe ou qui prennent une coloration particulière lors des moments de correction collective ou de mise en commun, permettent de soutenir les élèves dans le processus de construction et de régulation de leurs connaissances. Le dernier aborde cette question de façon indirecte; nous y reviendrons par la suite.

En mobilisant le concept d'intra-action, **Magali Forte** et **Nathalie Sinclair** proposent une conceptualisation originale des interactions collectives en classe. Défendant l'idée de l'importance de prendre en compte le versant matériel de l'activité mathématique (Sinclair et de Freitas, 2019), elles illustrent leurs propos à travers l'analyse d'une activité collective proposée à de jeunes élèves de début d'enseignement primaire (grade 1 – élèves de 6-7 ans) autour du concept de «doubler». En s'inscrivant dans la perspective socioculturelle, et singulièrement dans la théorie de l'objectivation de Luis Radford (2011), **Joëlle Vlassis** et **Isabelle Demonty** nous donnent à voir une analyse fine des interactions maître-élèves dans une activité de généralisation proposée à des élèves de début d'enseignement secondaire (grade 7 – élèves de 13-14 ans et grade 8 – de 14-15 ans). Elles montrent ainsi toute la complexité du rôle de l'enseignante lorsque cette dernière intervient auprès des élèves qui travaillent en groupe, en vue de les aider à surmonter leurs difficultés. **Julia Pilet**, **Cécile Allard** et **Julie Horoks** se positionnent, quant à elles, dans la perspective de la «Double Approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes» développée par Robert (2008). En combinant les apports de théories issues de la didactique des mathématiques française et des écrits plus généralistes relevant du champ de l'évaluation formative (notamment les travaux d'Allal et Mottier Lopez, 2005), elles proposent une analyse d'un moment de mise en commun autour d'une activité d'algèbre élémentaire mise en œuvre dans une classe de collège. Leurs analyses illustrent comment l'enseignante dirige les échanges pour prendre en compte les apports des élèves tout en gardant l'attention sur les mathématiques en jeu.

Pour orchestrer efficacement les interactions avec les élèves, l'enseignante ou l'enseignant doit non seulement disposer d'une bonne maîtrise de la matière qu'il enseigne et de compétences pédagogiques lui permettant de gérer efficacement la dynamique d'un groupe, mais il doit aussi faire preuve d'une capacité à analyser et à comprendre les démarches des élèves, parfois très balbutiantes, que celles-ci soient partiellement correctes ou non. Dans le domaine des mathématiques, plusieurs travaux ont montré

que ces connaissances spécifiques, qualifiées de «connaissances pédagogiques de contenu» (*Pedagogical Content Knowledge*) suite aux travaux de Shulman (1987), étaient un facteur explicatif de l'efficacité de certaines pratiques enseignantes (voir Depaepe, Verschaffel et Kelchtermans, 2013, pour une synthèse). En ce sens, la prise en compte du développement professionnel des enseignants relativement à la problématique des interactions sociales au service de l'apprentissage des mathématiques constitue une problématique de recherche tout aussi essentielle.

C'est dans ce cadre que l'on situera le dernier article de ce numéro, bien qu'il ne porte pas directement sur les enseignantes ou les enseignants, mais sur des acteurs intermédiaires censés soutenir le développement professionnel de ces derniers. Ainsi, l'article rédigé par **Nadine Bednarz, Jean-François Maheux, Lily Bacon, Mireille Saboya, Caroline Lajoie et Mathieu Thiboult** retrace comment les rencontres réflexives menées dans le cadre d'une recherche collaborative ont permis aux chercheurs et chercheuses, d'une part, et aux conseillers et conseillères pédagogiques, d'autre part, de mieux saisir les enjeux liés aux «pratiques de relance» menées par les enseignantes et enseignants dans le feu de l'action lorsqu'ils cherchent à soutenir les apprentissages mathématiques de leurs élèves dans des tâches de résolution de problèmes.

Références bibliographiques

- ALLAL, L. (2011). Pedagogy, didactics and the co-regulation of learning: a perspective from the French-language world of educational research, *Research Papers in Education*, 26(3), 329-336.
- ALLAL, L. et MOTTIER LOPEZ, L. (2005). L'évaluation formative de l'apprentissage : revue de publications en langue française. Dans Centre pour la recherche et l'innovation dans l'enseignement (Ed.), *L'évaluation formative: pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires* (p. 265-290). Paris: OECD-CERI Publication.
- ALTET, M. (1994). Comment interagissent enseignant et élèves en classe? *Revue française de pédagogie*, 107, 123-139.
- BAUDRIT, A. (2005). *L'apprentissage coopératif: origines et évolutions d'une méthode pédagogique*. Bruxelles: De Boeck.

- BAUDRIT, A. (2007). Apprentissage coopératif / Apprentissage collaboratif: d'un comparatisme conventionnel à un comparatisme critique. *Les Sciences de l'éducation – Pour l'Ère nouvelle*, 40(1), 115-136.
- BERZIN, C. (2012). Tutorat entre pairs et théorie implicite d'enseignement. *Revue française de pédagogie*, 179, 73-82.
- BOURGEOIS, E. (2011). Les théories de l'apprentissage: un peu d'histoire. Dans E. Bourgeois et G. Chapelle (dir.), *Apprendre et faire apprendre* (2^e édition, p. 23-39). Paris: Presses Universitaires de France.
- BROUSSEAU, G. (1998). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 309-336.
- BUCHETON, D., BRONNER, A., BROUSSAL, D., JORRO, A. et LARGUIER, M. (2004). Les pratiques langagières des enseignants: des savoirs professionnels inédits en formation. *Repères*, 30, 33-53.
- BUCHS, C., DARNON, C., QUIAMZADE, A. MUGNY, G. et BUTERA, F. (2008). Conflits et apprentissage. Régulation des conflits sociocognitifs et apprentissage. *Revue française de pédagogie*, 163, 105-125.
- BUCHS, C., LEHRAUS, K. et CRAHAY, M. (2012). Coopération et apprentissage. Dans M. Crahay (dir.), *L'école peut-elle être juste et efficace?* (p. 421-454). Bruxelles: De Boeck.
- CARETTE, V. et REY, B. (2010). *Savoir enseigner dans le secondaire: didactique générale*. Bruxelles: Éditions de Boeck).
- CRAHAY, M. (2005). *Psychologie de l'Éducation*. Paris: Presses Universitaires de France.
- CRAHAY, M., HINDRYCKX, G. et LEBE, M. (2001). Analyse des interactions entre enfants en situation de tutorat portant sur des problèmes mathématiques de type multiplicatif. *Revue française de pédagogie*, 136, 133-145.
- CUSINIER, F., GADUCHEAU, N., CLAVEL, C., COSTET, J-P. et PELLOUX, P. (2007). Psychologie des interactions sociocognitives et apprentissages scolaires: regards croisés de pédagogues et de chercheurs. *Les Sciences de l'Éducation – Pour l'Ère nouvelle*, 40(4), 47-79.
- DEMONTY, I., DUPONT, V. et FAGNANT, A. (2014). Analyse des régulations interactives entre élèves lors de la résolution d'un problème mathématique en groupe. *Cahiers des Sciences de l'Éducation*, 36, 175-214.

- DEPAEPE, F., VERSCHAFFEL, L. et KELCHTERMANS, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34, 12-25.
- FAGNANT, A., MARCOUX, G. et VLASSIS, J. (2014). Résolution de problèmes mathématiques et développement de compétences: comment soutenir les élèves dans leur apprentissage? *Cahiers des Sciences de l'Éducation*, 36, 1-6.
- FAGNANT, A. et JAEGER, D. (2017). Soutenir l'autorégulation cognitive et développer les compétences en résolution de problèmes: une étude exploratoire en fin d'enseignement primaire. Dans S., Cartier et L. Mottier Lopez (dir.), *Soutien à l'apprentissage autorégulé en contexte scolaire: perspectives francophones* (p. 161-181). Québec: Presses de l'Université du Québec.
- FAGNANT, A., DUPONT, V. et DEMONTY, I. (2016). Régulation interactive et résolution de tâches complexes en mathématiques. Dans L. Mottier Lopez et W. Tessaro (dir.), *Le jugement professionnel, au cœur de l'évaluation et de la régulation des apprentissages* (p. 229-251). Berne: Peter Lang.
- FOULIN, J.N. et MOUCHON, S. (2005). *Psychologie de l'éducation*. Paris: Nathan.
- GUICHARD, D. (2005). Le tutorat entre élèves au cycle 3. *Revue française de pédagogie*, 150, 73-85.
- HANIN, V. et VAN NIEUWENHOVEN, C. (2016a). Évaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problèmes en première secondaire. *Évaluer. Journal international de Recherche en Éducation et Formation (e-jiref)*, 2, 53-88.
- HANIN, V. et VAN NIEUWENHOVEN, C. (2016b). The influence of motivational and emotional factors in mathematical learning in secondary education. *European Review of Applied Psychology*, 66, 127-138.
- HANIN, V. et VAN NIEUWENHOVEN, C. (2018). Developing an expert and reflexive approach to problem-solving: The place of emotional knowledge and skills. *Psychology*, 9, 280-309.
- HATTIE, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. New-York: Routledge.
- HOUEMENT, C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, 71, 7-23.

- JAEGERS, D., LAFONTAIRE, D. et FAGNANT, A. (2016). Favoriser la co-régulation et la co-construction d'une démarche efficace de résolution de problèmes mathématiques en fin d'enseignement primaire. *Revue Suisse des Sciences de l'Éducation*, 38(3), 569-589.
- JORRO, A. et CROCÉ-SPINELLI, H. (2010). Le développement de gestes professionnels en classe de français. Le cas de situations de lecture interprétative. *Pratiques*, 145/146, 125-140.
- JORRO, A. et MERCIER-BRUNET, Y. (2011). Les gestes évaluatifs de l'enseignant dans une tâche de correction collective. *Mesure et évaluation en éducation*, 34(3), 27-50.
- LEPAREUR, C. et GRANGEAT, M. (2014). Évaluation formative et régulation des apprentissages en classe: analyse de deux séances de mathématiques fondées sur les démarches d'investigation. Communication présentée au 26^e colloque de l'ADMEE Europe, Marrakech, Maroc.
- MARGOLINAS, C. et WOZNIAK, C. (2012). *Le nombre à l'école maternelle: une approche didactique*. Bruxelles: De Boeck.
- MERCIER-BRUNET, Y. (2017). Soutenir l'autorégulation des apprentissages en séance de correction collective. Dans S. Cartier et L. Mottier Lopez (dir.), *Soutien à l'apprentissage autorégulé en contexte scolaire: perspectives francophones* (p. 137-157). Québec: Presses de l'Université du Québec.
- MEVARECH, Z. et KRAMARSKI, B. (1997). IMPROVE: a multidimensional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms. *American Educational Research Journal*, 34, 365-394.
- MEVARECH, Z. et KRAMARSKI, B. (2014). *Critical maths for innovative societies: the role of metacognitive pedagogies*. Paris: OECD publishing.
- MOTTIER LOPEZ, L. (2007). Régulations interactives situées dans des dynamiques de microculture de classe. *Mesure et évaluation en éducation*, 30(2), 23-47.
- MOTTIER LOPEZ, L. (2012). *La régulation des apprentissages en classe*. Bruxelles: De Boeck.
- MOTTIER LOPEZ, L. (2015). Évaluation-régulation interactive: étude des structures de participation guidée entre enseignant et élèves dans le problème mathématique «Enclos de la chèvre». *Mesure et évaluation en éducation*, 38(1), 89-120.
- RADFORD, L. (2011). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage: la théorie de l'objectivation. *Éléments*, 1, 1-27.

- ROBERT, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques et une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 45-68). Toulouse: Octarès.
- SINCLAIR, N. et DE FREITAS, E. (2019). Body studies in mathematics education: diverse scales of mattering. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 51(2), 227-237.
- SCHMIDT, S. et THIVIERGE, L. (2003). Interactions sociales et apprentissages mathématiques dans une classe d'élèves en difficulté grave d'apprentissage. *Éducation et Francophonie*, XXXI, 125-154.
- SCHNEIDER, M. et MERCIER, A. (2014). Approche par compétences, définition et désignation des savoirs mathématiques: peut-on envisager la disparition d'une organisation disciplinaire des savoirs? *Éducation et Didactique*, 8, 109-124.
- SCHUBAUER-LEONI, M-L. et PERRET-CLERMONT, A-N. (1985). Interactions sociales dans l'apprentissage de connaissances mathématiques chez l'enfant. Dans G. Mugny (dir.), *Psychologie sociale du développement cognitif* (p. 225-250). Berne: Peter Lang.
- SHULMAN, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23.
- SLAVIN, R. (2010). L'apprentissage coopératif: pourquoi ça marche. Dans H. Dumont, D. Istance et F. Benavides (dir.), *Comment apprend-on? La recherche au service de la pratique* (p. 171-189). Paris: Éditions OCDE.
- SLAVIN, R. E. et LAKE, C. (2008). Effective programs in elementary mathematics: A best-evidence synthesis. *Review of Educational Research*, 78(3), 427-515.
- VERSCHAFFEL, L. et DE CORTE, E. (2008). La modélisation et la résolution des problèmes d'application: de l'analyse à l'utilisation efficace. Dans M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (dir.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques?* (2^e édition, p. 153-176). Bruxelles: De Boeck.
- VLASSIS, J., FAGNANT, A. et DEMONTY, I. (2015). Symboliser et conceptualiser, une dialectique intrinsèque aux mathématiques et à leur apprentissage. Dans M. Crahay et M. Dutrévis (dir.), *Psychologie des apprentissages scolaires* (2^e édition, p. 221-255). Bruxelles: De Boeck.

Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS

Université Laval, Québec, Canada

Brigitte TURCOTTE

Université Laval, Québec, Canada

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada
Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique
Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique
Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada
Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France
Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France
Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada
Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS

Université Laval, Québec, Canada

Brigitte TURCOTTE

Université Laval, Québec, Canada

RÉSUMÉ

Un enseignement ayant pour but le développement de la compétence à résoudre des problèmes mathématiques exige d'étudier la nature des interactions de la classe pour faire face aux défis que présente cette approche. Nous nous intéressons au rôle des habiletés sociales des élèves dans le développement de la compétence à résoudre des problèmes mathématiques. Nous avons proposé deux problèmes à résoudre à deux sous-groupes de quatre élèves de 10 ans. L'analyse des interactions et des productions tend à montrer que les habiletés organisationnelles, qui constituent l'une des composantes des habiletés sociales, évoluent de façon étroite avec les productions des membres des deux groupes.

ABSTRACT

The development of social skills in support of cognitive learning

Lucie DEBLOIS, Laval University, Quebec City, Canada

Brigitte TURCOTTE, Laval University, Quebec City, Canada

Teaching aimed at the development of mathematical problem solving skills requires an examination of classroom interactions to address the challenges of this approach. We are interested in the role of students' social skills in the development of math problem solving competency. Two subgroups of four 10-year-old students were given two problems to solve. The analysis of their interactions and productions demonstrates that organizational skills, a component of social skills, develop in close connection with the productions of members of both groups.

RESUMEN

El desarrollo de las habilidades sociales como apoyo a los aprendizajes cognitivos

Lucie DEBLOIS, Universidad Laval, Quebec, Canada

Brigitte TURCOTTE, Universidad Laval, Quebec, Canada

Una enseñanza que tenga como finalidad el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos, exige el estudio de la naturaleza de las interacciones en clase con el fin de confrontar los desafíos que este enfoque presenta. Nos interesamos al rol de las habilidades sociales de los alumnos en el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos. Hemos propuesto dos problemas que resolver a dos sub-grupos de cuatro alumnos de 10 años. El análisis de las interacciones y de lo producido tiende a mostrarnos que las habilidades organizacionales, que constituyen uno de los componentes de las habilidades sociales, evolucionan de manera estrecha con las producciones de los miembros de los dos grupos.

INTRODUCTION

La notion de compétence des programmes de formation des élèves (Ministère de l'Éducation des Loisirs et du Sport, 2000, 2005, 2009) exige que les enseignants adoptent un changement dans le rapport aux savoirs à développer chez leurs élèves. DeBlois et Barma (2017) reconnaissent que des conflits critiques (Virkkunen et

Newham, 2013) surgissent, et que ces derniers exigent de trouver des solutions à des enjeux pragmatiques qui émergent dans la classe, tels que le choix des situations à proposer aux élèves, le rôle de l'évaluation et la place de l'erreur dans le processus d'apprentissage. Du point de vue des élèves, la compétence à résoudre des problèmes exige de déterminer les savoirs à mettre en jeu pour les articuler entre eux, créant souvent un niveau d'anxiété important devant la variété d'interprétations possibles (Kahn et Rey, 2016). Cet article s'attarde sur l'étude de l'apport des habiletés sociales – et plus précisément des habiletés organisationnelles – dans le développement de la compétence à résoudre des problèmes mathématiques. Nous présenterons d'abord la méthode de recherche qui a permis de mettre en lumière le développement de certaines habiletés sociales et les démarches mathématiques des élèves, puis nous présenterons les premiers résultats de cette recherche.

CADRE THÉORIQUE

La compétence à résoudre des problèmes en mathématique

La revue de littérature réalisée par Lajoie et Bednarz (2012) montre qu'au Québec, la résolution de problèmes se transforme entre 1904 et 1999. Toutefois, c'est surtout dans les années 1980 que la résolution de problèmes devient un objet d'étude et une approche pédagogique pour développer le raisonnement mathématique. Actuellement, une situation problème doit satisfaire aux conditions suivantes : « La situation n'a pas été présentée antérieurement; l'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage; le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement. » (Ministère de l'Éducation des Loisirs et du Sport, 2009 : 240.) Ainsi, le problème se distingue de l'exercice, notamment par le fait que la visée du premier invite l'élève à exercer un choix des savoirs à mettre en jeu selon la situation, alors que le second vise à développer une habileté (Lester et Kehle, 2003). C'est ainsi qu'un problème pour un élève n'en est pas un pour un autre. Dans ces conditions, pour choisir un problème, il devient nécessaire, pour l'enseignant, de cerner ses exigences et ses caractéristiques (Schoenfeld, 2007). Plusieurs classifications de problèmes sont proposées, par exemple selon leur nature (réel, réaliste, fantaisiste ou purement mathématique) (Ministère de l'Éducation du Québec¹, 1980). D'autres classifications portent sur le nombre de solutions (Desmeules, 1992), la présence d'une structure ouverte ou fermée (Ng, 2012), les relations logico-mathématiques en jeu (Vergnaud, 1990; Verschaffel et De Corte, 2008) ou les équations (Filloy et Rojano, 1989). Toutefois, la notion de compétence ajoute l'exigence de considérer l'intentionnalité des acteurs de la classe dans la reconstruction d'une relation entre sujets, situations et normes (Kahn et Rey, 2016).

1. Le ministère de l'Éducation des Loisirs et du Sport portait le nom de ministère de l'Éducation en 1980.

Par conséquent, nous définissons la compétence à résoudre des problèmes comme une activité qui requiert l'engagement d'un élève, ou d'un groupe d'élèves, en puisant dans leurs savoirs, leurs connaissances et leurs savoir-faire, puisqu'ils font face à une situation où ils ne connaissent ni la démarche ni la ou les solutions. Comment susciter le développement d'une compétence à résoudre des problèmes? Plus spécifiquement, comment susciter le développement de composantes comme celles de décoder, tant d'un point de vue textuel que relationnel (Voyer, Beaudoin et Goulet, 2012), de modéliser, de partager l'information, de choisir différentes stratégies et de valider différentes solutions (Ministère de l'Éducation des Loisirs et du Sport, 2002)?

Les exigences d'une planification qui vise à susciter le développement de la compétence à résoudre les problèmes

Nous savons qu'un problème est relatif aux connaissances et aux savoir-faire des élèves, et que certains ont besoin de connaître l'enjeu et la raison des situations proposées. Pour étudier les exigences de ce type de planification, nous nous attarderons à l'anticipation des erreurs des élèves et aux conditions pour créer des interactions dans la classe.

Anticiper les erreurs des élèves

Lors de l'élaboration d'une démarche, la construction de nouveaux savoirs est favorisée par l'utilisation, par les élèves, de plusieurs registres sémiotiques. C'est ainsi que les registres algébrique, graphique, géométrique ou verbal (Duval, 1993) peuvent émerger durant leur exploration. L'adaptation des connaissances des élèves aux contextes des problèmes serait favorisée lorsque les registres de représentation sémiotique jouent un rôle d'aide-mémoire. Bélanger, DeBlois et Freiman (2014) ont d'ailleurs observé la nécessaire coordination entre ces registres sémiotiques et une alternance entre le système de connaissances des élèves et les contraintes des problèmes. Cette alternance conduirait à une recherche de cohérence vers un processus que ces auteurs ont choisi de qualifier de «culturellement plausible ou non», plutôt que «vrai ou faux».

Toutefois, la coordination entre les différents registres de représentation peut faire émerger des erreurs. En effet, Bélanger *et al.* (2014) ont reconnu que l'alternance entre les contraintes du problème et les connaissances des élèves pouvait faire apparaître une dominance des contraintes du problème sur les connaissances des élèves, ou encore une dominance des connaissances des élèves sur les contraintes du problème, ce qui conduirait à résoudre un autre problème que celui proposé. Ainsi, les erreurs des élèves seraient la manifestation de leur engagement dans la tâche, mais aussi de leur créativité durant la recherche de solutions. L'adaptation de leurs

connaissances ne peut donc pas faire l'économie de l'erreur, d'où l'importance d'étudier les conditions offertes aux élèves.

Les conditions pour créer des interactions dans la classe

Selon Adihou (2011), lorsque les élèves travaillent de façon individuelle en résolution de problèmes, des craintes générant une anxiété pourraient émerger. Cette anxiété les empêcherait de se concentrer et les ferait douter de leurs possibilités de réussite en mathématiques (Pharand et Doucet, 2013). Certains auteurs parlent d'une relation de dépendance entre les variables *émotions*, *régulation des émotions*, *compétence à résoudre* et *performance* (Hanin et Van Nieuwenhoven, 2018).

Smargorinsky (1989) reconnaît qu'en petits groupes, les élèves participent davantage à la discussion, car ceux-ci seraient moins intimidés par la pression de parler devant la classe. Eisenhower (2007) ajoute que, placés en petits groupes, les élèves seraient amenés à prendre plus de risques, à essayer des stratégies auxquelles ils ont pensé, mais qu'ils n'auraient pas mises de l'avant s'ils avaient été seuls. Webb, Nemern et Ing (2006), comme Webb, Franke, Ing, Wong, Fernandez, Shin et Turrou (2013), ajoutent qu'une fois placés en équipe, les élèves sont amenés à travailler sur eux-mêmes pour expliciter leur point de vue, leurs idées et leurs stratégies. En effet, selon Lavergne (1996) et Gamble (2002), les élèves tendent à expliquer plus en profondeur lorsqu'ils sont en sous-groupes pour éliminer les incohérences, réorganiser et clarifier certains éléments, mieux comprendre les concepts et leur sens mathématique, créant ainsi des liens entre les connaissances antérieures et les nouvelles. Les conflits cognitifs et les raisonnements erronés auxquels ils font face sèmeraient des doutes et des remises en question, une expérience pouvant les conduire à comprendre un concept de manière plus complète (Gamble, 2002). Bien que les interactions ne permettent pas toujours de trouver une démarche menant vers une solution, elles permettraient la construction de démarches riches (Fagnant, Marcoux et Valssis, 2014).

Dans ces conditions, nous posons l'hypothèse selon laquelle les habiletés coopératives contribueraient au développement de la compétence à résoudre des problèmes. Nous nous intéresserons spécifiquement aux habiletés organisationnelles (Goodwin, 1999) puisqu'elles font intervenir des habiletés pouvant aider à la communication et à l'intégration des membres de l'équipe lors de situations conflictuelles (Massé, Desbiens et Lanaris, 2006). Les stratégies développées en équipe deviendraient autant de nouvelles ressources disponibles pour l'élève (Theis, Khoi et Martin 2011). Leikin et Zaslavsky (2007) ont d'ailleurs noté que, lorsque les élèves sont regroupés, ceux-ci sont en mesure de recevoir une aide plus rapidement que s'ils étaient en groupe-classe. Les retombées de notre recherche visent ainsi à offrir aux enseignants des principes ou des balises pour planifier les situations visant à développer la compétence à résoudre des problèmes.

Les exigences de la planification d'un apprentissage coopératif

Les défis posés par la résolution de problèmes conduisent à distinguer le travail d'équipe², l'apprentissage collaboratif³ et l'apprentissage coopératif. Bien que tous trois fassent référence à une activité collective pour les élèves, nous situons notre recherche dans l'apprentissage coopératif. En effet, l'apprentissage coopératif rassemble, réunit et encourage la réalisation collective par le transfert partiel de l'autorité des enseignants vers le groupe, voire les élèves (Baudrit, 2007). Les relations amèneraient une coordination sociale de type assemblage. Cette approche encourage l'enseignant à écouter et à encourager les interactions entre les élèves. Le rôle de l'enseignant demeure donc essentiel pour soutenir les élèves dans le processus d'apprentissage (Fagnant et Jaegers, 2017).

Nous avons ainsi voulu mettre à l'épreuve l'hypothèse selon laquelle les habiletés organisationnelles des élèves pourraient devenir un apport dans le développement de la résolution de problèmes mathématiques (Maurel, Sackur, Drouhard, Perriollat et Ciaravola, 2010; Johnson et Johnson, 2009; Goldstein et McGinnis, 1997). La question de recherche est la suivante: comment les habiletés organisationnelles influencent-elles les productions des élèves en situation de résolution de problèmes mathématiques?

LA MÉTHODE DE RECHERCHE

L'étude des habiletés sociales, et plus particulièrement des habiletés organisationnelles, fait intervenir des rétroactions et des commentaires, mais aussi des tâches complexes qui suscitent les interactions sociales. Nous avons donc choisi une méthode de recherche par l'expérimentation didactique (Minschiskaya et Moro, 1975; DeBlois, 1996, 1997a, 1997b) au cours de laquelle les analyses sont réalisées régulièrement, ce qui permet un ajustement des expérimentations.

La régulation des équipes

La formation des équipes exige de tenir compte des caractéristiques et des habiletés de chacun des élèves (rendement scolaire, façons d'apprendre de l'élève, personnalité et genre) (Ballantine et McCourt Larres, 2007; Slavin, 2011; Plante, 2012 Mueller et Fleming, 2001; Toumasis, 2004). Dans le cadre de notre recherche, les équipes ont été formées sur la base des différences entre les procédures ou les solutions des élèves afin de favoriser les discussions sur les raisons les amenant à faire un choix. En outre, un rôle a été attribué à chacun des élèves: secrétaire, responsable du tour de parole,

-
2. Des personnes travaillent ensemble sur une tâche sans organisation précise.
 3. Un moment où des personnes de même niveau cognitif, dont les statuts sont équivalents, sont capables de travailler ensemble dans un but commun. L'organisation est libre (Baudrit, 2007).

responsable du matériel et gardien du temps. Ainsi, en encourageant la responsabilisation de tous, les habiletés organisationnelles pourraient favoriser l'engagement des élèves (Jaeggens, Lafontaine et Fagnant 2016). Mai Huy, Theis et Mary (2013) reconnaissent d'ailleurs que tant les élèves faibles que les plus forts sont en mesure de réaliser la résolution de problèmes.

Ensuite, les moments d'intervention d'un enseignant au sein des équipes sont importants à considérer. Pour Webb (2009, 2013), l'enseignant doit tenir compte du raisonnement des élèves en reformulant leurs propos. Toutefois, l'absence d'une connaissance de l'ensemble des discussions qui ont déjà eu lieu peut poser problème lorsqu'il cherche à formuler des questions ou à proposer des pistes d'exploration. Certains repères peuvent encadrer ces interventions. Ainsi, Goffard et Goffard (2003) suggèrent d'intervenir lorsqu'aucun membre ne peut répondre à une question partagée par toute l'équipe, ou lorsque les élèves présentent des problèmes de communication entre eux.

Population visée

Compte tenu de la baisse des résultats scolaires observés lors de la transition entre le 2^e et le 3^e cycle, l'école, où ont lieu les expérimentations, élabore un projet sur la résolution de problèmes en mathématique. Ainsi, le projet de recherche s'inscrit dans les préoccupations des partenaires et répond à un besoin éducatif. L'expérimentation a été réalisée avec des élèves de 3^e cycle (10-11 ans) d'une école régulière. Ce projet a été présenté aux parents de ces élèves lors de la rentrée scolaire. Un document expliquant le but de la recherche et le fonctionnement de celle-ci a été distribué. Un formulaire de consentement a été remis aux parents quelques jours plus tard. Ils pouvaient ainsi confirmer leur adhésion à la participation de leur enfant à la recherche par une signature.

La collecte de données a été réalisée lors des périodes de mathématiques habituelles. Les élèves qui ne participaient pas à la recherche n'ont pas été pénalisés, car ils participaient aux périodes d'apprentissage coopératif sans être filmés. En outre, leur contribution à la plénière finale était considérée. Il est à noter que la plénière n'a pas fait l'objet d'une cueillette de données afin de permettre à tous les élèves d'y participer.

Le choix des tâches

Les tâches proposées par les enseignants doivent permettre la discussion, l'argumentation et la négociation entre les élèves. L'identification d'un enjeu d'apprentissage doit être reconnue par les enseignants. Ainsi, des problèmes complexes doivent être

soumis de manière à ce que les élèves s'interrogent et raisonnent ensuite avec leurs pairs, pour susciter des habiletés organisationnelles (Doyon, 1991).

Deux tâches complexes⁴ ont été choisies. Chacune a d'abord été travaillée individuellement, de manière à favoriser la mise en place de démarches personnelles, puis en travail coopératif. Cette séquence permettrait une meilleure progression de la compréhension des élèves (Slavin et Lake, 2008). Puisque les équipes hétérogènes favorisent les régulations entre les élèves, nous avons regroupé des élèves moyens-forts et moyens-faibles (Jaegers, Lafontaine et Fagnant, 2016). Des discussions avec les enseignantes ont été nécessaires pour regrouper les élèves selon ces critères.

Les tâches font intervenir à la fois une structure additive et une structure multiplicative. Lors de la première expérimentation, *L'épicerie de grand-maman* (annexe 1) a été utilisée. Dans cette tâche, les élèves sont amenés à établir une liste d'épicerie tout en respectant un budget et un nombre de portions spécifiques pour chacun des groupes alimentaires. Cette tâche est habituellement présentée au 2^e cycle (8-9 ans) du primaire. Toutefois, présentée en septembre, elle était tout indiquée pour les élèves de 3^e cycle (10-11 ans). Lors de cette tâche, l'interprétation d'un diagramme à bandes intitulé *Portions quotidiennes recommandées* était nécessaire pour faire le choix des produits à acheter : 4 portions de fruits, 3 portions de légumes, 6 portions de pains et céréales, 2 portions de viandes et substituts, 3 portions de produits laitiers et 1 portion « autres ». Une circulaire permettait de repérer le prix des aliments selon leur regroupement (fruits, légumes, viandes et substituts, pains et céréales, produits laitiers et autres). Les prix faisaient intervenir des nombres décimaux. Les relations logico-mathématiques d'ajout (pour trouver le total de portions par jour), de réunion d'ensembles équipotents (pour identifier le nombre de portions pour 7 jours) sont en jeu par des opérations arithmétiques d'addition et de multiplication. L'enjeu consistait, dans ce cas, à travailler à la fois dans une structure additive et multiplicative.

Lors de la deuxième expérimentation, *Boulangier en Nouvelle-France* (annexe 2) a été utilisée. Dans cette tâche, les élèves sont amenés à établir l'horaire d'un boulanger qui doit préparer du pain pour nourrir le quartier en respectant une durée déterminée, soit une journée. L'enjeu de cette tâche était la conversion des grammes en kilogrammes. La réunion d'ensembles équipotents, par l'opération de multiplication, et l'approximation de nombres décimaux sont en jeu.

ANALYSE DES DONNÉES

Puisque nous nous intéresserons aux échanges effectués durant un apprentissage coopératif, les interactions entre les élèves ont été enregistrées, puis transcrites afin d'en faire une analyse. Un nombre de 1 à 8 a été attribué à chacun des membres des

4. Voir les annexes 1 et 2.

deux équipes. Ainsi, l'équipe A regroupe les membres 1, 2, 3 et 4, alors que l'équipe B regroupe les élèves 5, 6, 7 et 8. Il est à noter qu'un élève de chaque équipe est absent lors de la deuxième expérimentation.

Les discussions filmées ont été analysées d'abord avec une grille permettant de repérer les habiletés organisationnelles (Goodwin, 1999). Les critères suivants ont été retenus en raison de leur lien avec les caractéristiques d'un apprentissage coopératif, plus particulièrement les manifestations d'engagement, de collaboration et de civilité : 1) Reste groupé; 2) Participe à l'organisation de la tâche; 3) Fait preuve d'engagement à l'égard du groupe; 4) Respecte les contributions des autres membres; 5) Change sa façon de penser en incorporant de nouvelles informations ou les idées des autres; 6) Accepte les contributions des autres membres; 7) Utilise tous les éléments de réflexion de l'équipe pour façonner une réponse riche; 8) Comprend le rôle qui lui a été assigné (rôle dans l'équipe).

Lorsqu'une habileté se manifestait durant le visionnement de la vidéo ou durant l'étude de la transcription, elle était consignée dans la grille. Ensuite, les transcriptions ont permis d'analyser les échanges entre les élèves. Nous présentons d'abord les habiletés manifestées pour les deux situations, puis les traces des activités cognitives des élèves.

Les habiletés organisationnelles

Lors de la première expérimentation, chacun des quatre membres des deux équipes avait en main une démarche à proposer à la suite du travail individuel. Lors de la deuxième expérimentation, seuls les membres de l'équipe B avaient tous une solution, bien qu'incomplète, à proposer à la suite du travail individuel. Un seul membre de l'équipe A avait une solution. Ces solutions ont servi de base à la discussion.

Le tableau 1 montre que les quatre membres de l'équipe B possèdent davantage d'habiletés organisationnelles que ceux de l'équipe A, et ce, dès la première expérimentation. En effet, les quatre élèves de l'équipe B manifestent tous les critères, sauf celui concernant l'insertion des idées des autres. Ces habiletés sont toujours présentes pour les trois membres de l'équipe B lors de la deuxième expérimentation. Les membres de l'équipe A semblent avoir eu davantage de difficulté à intégrer les idées des autres membres et à faire preuve d'engagement, à accepter la contribution des autres membres bien qu'ils semblent comprendre les rôles qu'ils ont à jouer.

Tableau 1. **Manifestations des habiletés organisationnelles**

Nature des habiletés	Expérimentation 1		Expérimentation 2	
	Groupe A	Groupe B	Groupe A	Groupe B
Reste groupé	3/4	4/4	2/3	3/3
Participe à l'organisation de la tâche	4/4	4/4	2/3	3/3
Fait preuve d'engagement à l'égard du groupe	2/4	4/4	1/3	3/3
Respecte les contributions des autres membres	4/4	4/4	2/3	3/3
Change sa façon de penser en incorporant de nouvelles informations ou les idées des autres	2/4	3/4	0/3	3/3
Accepte les contributions des autres membres	2/4	4/4	1/3	3/3
Utilise tous les éléments de réflexion de l'équipe pour façonner une réponse riche	4/4	4/4	2/3	3/3
Comprend le rôle qui lui a été assigné (rôle dans l'équipe)	4/4	3/4	2/3	3/3

Lors de la deuxième expérimentation, tous les élèves ont manifesté de l'inquiétude durant le travail individuel devant l'enjeu de la tâche, soit la conversion des unités de mesure de masse. L'étude de cette deuxième expérimentation montre que l'élève 4 de l'équipe A fait la première intervention bien qu'il n'ait pas de production à présenter. L'élève 1 de l'équipe A fait preuve d'engagement en dictant sa démarche à l'élève 3 qui joue le rôle de secrétaire. Ces deux membres de l'équipe A semblent ensuite former une équipe dans l'équipe, laissant l'élève 1 lancer la démarche collective. Dans l'équipe B, le rôle de gardien du tour de parole permet la contribution de l'élève 8, qui semble à l'aise avec la conversion des grammes en kilogramme (il est à noter que l'élève 8 reprend son année scolaire). Cette contribution pourrait contribuer à modifier les relations entre les élèves.

La nature des apprentissages mathématiques

Première expérimentation

Rappelons que la première expérimentation exploite la tâche *L'épicerie de grand-maman*. Les productions qui ont été choisies par chacune des équipes présentent deux stratégies semblables, sauf la production de l'élève 3 de l'équipe A, présenté dans la figure 1. Nous avons choisi de présenter cette dernière, bien qu'elle n'ait pas été

retenue par l'équipe, pour illustrer la différence entre les productions individuelles et celles retenues par chaque équipe.

Figure 1. **Production de l'élève 3 : énumération croisée par un tableau à double-entrée**

	1 jour	2 jour	3 jour	4 jour	5 jour	6 jour	7 jour
Fruit =	🍌 🍌	🍌 🍌	🍌 🍌	🍌 🍌	🍌 🍌	🍌 🍌	🍌
Légume =	🍅 🍅	🍅 🍅	🍅 🍅	🍅 🍅	🍅 🍅	🍅 🍅	
P.C	🍞 🍞	🍞 🍞	🍞 🍞	🍞 🍞	🍞 🍞	🍞 🍞	
V.S	🍖	🍖	🍖	🍖	🍖	🍖	

Viande

Subito

barre de céréales

Pain

Cérial

🍞 = pain

🍌 = nouille

Légume

🍅 = tomate

🍌 = oignon

Légende

Fruit

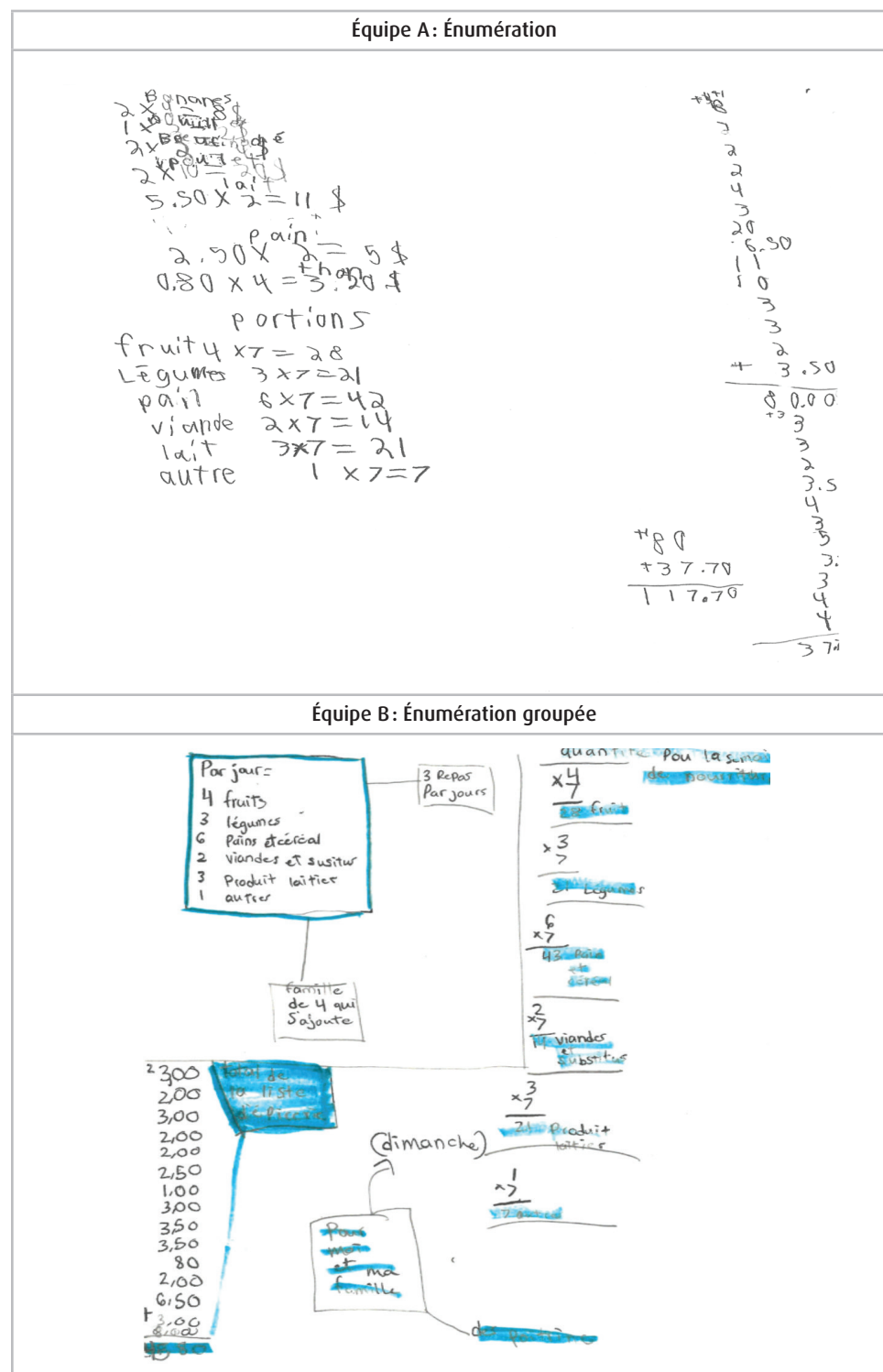
🍌 = fruit de banane

🍌 = pomme

Comparons maintenant les démarches individuelles et celles choisies par les deux équipes. La démarche de chacun des membres de l'équipe A permet l'identification de *chaque portion d'aliments* et de son coût. Chaque portion d'aliments est ensuite multipliée par 7 pour considérer la contrainte de la semaine. Enfin, une addition des coûts pour les fruits, pour les légumes, pour la viande, pour les produits laitiers et les autres aliments permet d'obtenir le coût total. Nous l'avons qualifiée de « démarche d'énumération ».

La démarche de l'équipe B concerne une énumération des portions requises *pour chacune des journées*. Par la suite, ces élèves expliquent avoir multiplié par 7 chacune des portions afin d'obtenir le nombre de portions totales pour la semaine. À partir de ces portions totales, le coût est établi pour chaque type d'aliments et ensuite additionné pour avoir le coût total. Nous l'avons qualifiée de « démarche d'énumération groupée ».

Figure 2. Productions des équipes (Expérimentation 1)



Lors de cette première expérimentation, les élèves se sont rapidement mis en action individuellement. Chacun d’eux avait une démarche à proposer lorsqu’ils se sont regroupés. Ces démarches étaient soit des énumérations, soit des énumérations groupées, sauf la production de l’élève 3 de l’équipe A, présentée dans la figure 1. Nous avons considéré que la production choisie par l’équipe A faisait intervenir davantage une démarche arithmétique qui amène à travailler de façon séquentielle, en partant de données connues pour créer des ponts entre les données. En utilisant une démarche d’énumération groupée, les élèves de l’équipe B semblent se donner une représentation globale de la situation et des relations entre les données, l’une des caractéristiques qui entrent en jeu lors de démarches algébriques (Squalli et Cotnoir, 2015). Bien que nous observions, pour cette expérimentation, une étroite relation entre la manifestation des habiletés organisationnelles de l’équipe B et la nature de la démarche retenue, le travail a essentiellement porté sur la présentation des démarches de chacun des membres et sur le choix de la production de l’élève qui réussit habituellement le mieux, comme le montre l’extrait de transcription présenté dans le tableau 2 ci-dessous.

Tableau 2. **Prise de décisions des élèves**

Équipe A	Équipe B
Enseignante : Vous avez des solutions différentes c’est vrai, mais laquelle selon vous a été la plus efficace?	Élève 6 : C’est l’élève 5 qui est la meilleure.
Élève 3 : Je ne sais pas trop.	Enseignante : Pourquoi tu dis ça?
Élève 1 : Pas la mienne!	Élève 6 : Elle a compris que fallait... que même si tu prends beaucoup de choses, t’es pas obligé de dépasser le budget.
Élève 4 : La tienne. [Il pointe celle de l’élève 3 qui a fait des dessins.]	Enseignante : Elle aurait la meilleure note?
Élève 3 : Non c’est long faire ça des pommes pis des bananes. C’est long pareil. Je sais pas. (Lignes 44-48)	Tous les élèves de l’équipe : Oui.
...	Enseignante : Et vous?
Élève 4 : C’était sûr que c’était bon lui.	Élève 6 : On aurait aussi une bonne note, mais [Élève 5] aura plus haut que nous.
Enseignante : Pourquoi vous dites ça? Vous aviez tous des bonnes solutions.	Élève 7 : Plus que nous. (Lignes 81-88)
Élève 2 : Parce qu’élève 1 c’est lui le plus intelligent.	
Élève 4 : C’est le meilleur en math. (Lignes 86-91)	

Le choix de la tâche n’est pas la seule composante ayant une influence sur le travail collaboratif. En effet, la formulation de l’enseignante à l’égard du travail à faire par les équipes semble avoir une influence sur le travail collaboratif à réaliser. L’enseignante avait demandé de trouver la meilleure solution plutôt que d’expliquer le choix de solution. Cette première analyse conduit donc à reformuler ainsi la tâche pour la

deuxième expérimentation: «Vous devez discuter pour en arriver à une solution d'équipe et expliquer vos choix.»

Deuxième expérimentation

Rappelons que lors de la deuxième expérimentation, la conversion gramme/kilogramme est un enjeu puisque ce contenu mathématique est nouveau. Dans l'équipe B, le travail débute par la mise en commun du travail fait. L'élève 5 demande successivement aux membres de l'équipe: «Toi t'avais commencé par quoi?» (Ligne 1). Les élèves 5 et 8 utilisent la calculatrice pour diviser 8400 par 3, puis 2800 par 4, alors que l'élève 6 utilise le matériel multibases. Conscient qu'il est plus efficace d'utiliser la multiplication que l'addition, il explique: « $700+700+700+700$. Attends! 700×4 ça va aller plus vite» (Ligne 125). Une alternance entre les élèves 5-8 et 6 conduit à calculer le nombre de grammes de pain nécessaire pour nourrir les 700 habitants en multipliant 700 par 900 grammes, obtenant 630 000 grammes. L'élève 8 repère la conversion nécessaire à la poursuite de la démarche. Puis, ils font une approximation au moment de diviser 630 kg par 2,7 kg. À nouveau, l'élève 8 fait remarquer que la consigne disait «environ 2,7 kg». L'élève 5 propose d'arrondir à 3 ce à quoi les autres membres acquiescent (Lignes 140-144):

Élève 5: 630 divisé en 2,7.

Élève 8: Oui, mais c'est environ 2,7.

Élève 5: On va prendre 3.

Élève 8: 630 divisé en 3 égale 210.

Une alternance entre interventions des élèves conduit à terminer leur démarche divisant 210 par 24 pour trouver le nombre de fournées à réaliser pour un boulanger (8,75 est arrondi à 9). Ils s'accordent à écrire qu'il y aura 3 fournées le matin, 3 l'après-midi et 3 en soirée. Cette solution est plausible, même si le temps n'a pas servi aux calculs. Nous observons, à nouveau, une étroite relation entre la manifestation des habiletés organisationnelles de l'équipe B et la nature de la démarche.

Dans l'équipe A, l'élève 4 propose de diviser le nombre 8400 par 3 pour connaître le nombre d'habitants à nourrir dans le quartier. Ensuite, pour identifier le nombre de personnes nourries par chacun des quatre boulangers, l'élève 1 divise 2800 par 4 obtenant le nombre 700. Une discussion s'engage entre les élèves 1 et 3 pour déterminer le calcul à réaliser ensuite (Ligne 35-38):

Élève 1: Pis là avec nos 700 habitants... Il faut trouver les grammes pour une miche.

Élève 3: Qu'est-ce que je fais?

Élève 1: Bien là tu dis qu'une miche c'est 3 kg. 1 kg c'est 1000 g.

Élève 3: Pis là c'est quoi calcul?

Élève 1: Tu fais 1 000 g fois 3 égale 3 000 g.

Élève 3: Attends un peu 1 000 g fois quoi?

Élève 1: Fois 3. Égale 3 000. Donc 3 000 g c'est une miche de pain.

Élève 4: Pis là tu fais diviser en 2 800.

Élève 1: Non. Avec nos 3 000 g on va faire fois 24, car il y a 24 pains dans une journée.

La contribution de l'élève 4 n'est toutefois pas considérée. Pour identifier le nombre de journées nécessaire, l'élève 1 multiplie 2 800 par 24 plutôt que de diviser comme le propose l'élève 4, obtenant trop de journées à préparer pour une journée, une contrainte du problème. L'élève 1 reconnaît que le résultat 72 000 obtenu n'a pas de sens (Ligne 65-71):

Élève 1: Il faut trouver le nombre de miches qu'on va faire dans la journée.

Faut qu'on en fasse au moins 35. Donc là on va faire 120 minutes fois 35. Ça va donner le nombre de minutes qu'il faudra faire.

Élève 3: On va faire...

Élève 1: 120 fois 35. Ça donne 4 200. On va le diviser par 60 pour trouver le temps.

Élève 4: L'heure indiquée.

Élève 1: Ça va donner... un nombre qui marche pas. Ça marche pas. Non ça marche pas.

L'élève 4 se retire de l'équipe en se laissant distraire, notamment par la caméra. Comme le temps est écoulé, les membres de l'équipe A choisissent de placer 35 fournées dans une journée. L'élève 1, à contrecœur, identifie 15 fournées le matin, 10 en après-midi et 10 le soir. Il sait que cela ne fonctionne pas. La figure 3 montre les deux démarches présentées.

Figure 3. Les productions concernant *Le Boulanger en Nouvelle-France*

	Démarche de l'équipe A	Démarche de l'équipe B
Expérimentation 2	$\begin{array}{r} 1200 \\ \div 30 \\ \hline 40 \end{array}$ $\begin{array}{r} 8400 \\ \div 3 \\ \hline 2800 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2800 \\ \div 4 \\ \hline 700 \end{array}$ $\begin{array}{r} 120 \\ \times 35 \\ \hline 4200 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ - 1 \\ \hline 3 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1000 \\ \times 3 \\ \hline 3000 \text{ g une miche} \end{array}$ $\begin{array}{r} 30 \\ + 50 \\ \hline 80 = 120 \text{ min} \end{array}$ $\begin{array}{r} 72000 \\ \div 900 \\ \hline 80 \text{ une fournée } 72000 \text{g} \end{array}$ $\begin{array}{r} 3000 \\ \times 24 \\ \hline 72000 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4200 \\ \div 3 \\ \hline 1400 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1400 \\ \div 60 \\ \hline 23 \frac{1}{3} \end{array}$ $\begin{array}{r} 2800 \\ \div 80 \\ \hline 35 \text{ fournier} \end{array}$	Nombre d'habitants $\begin{array}{r} 8400 \\ - 3 \\ \hline 2800 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2800 \\ \div 4 \\ \hline 700 \end{array}$ 700 Personne Pour 1 boulanger $\begin{array}{r} 630000 \\ \div 224 \\ \hline 2812 \text{ fournée} \end{array}$ 700 Personnes 630000 grammes de pains $\begin{array}{r} 630000 \text{ grammes} \\ \div 224 \\ \hline 2812 \end{array}$ miche : environ 2,7 Kg $\begin{array}{r} 700 \\ \times 24 \\ \hline 16800 \end{array}$ 50m. 30m. faire 210 80m. 1 fournée

DISCUSSION

Cet article amorce une réflexion sur la question de l'influence des habiletés organisationnelles sur le développement de la compétence à résoudre des problèmes mathématiques. Nous devons préciser que, lors de la première tâche, les élèves ont tous des démarches presque complètes pour réaliser le travail collectif, ce qui est différent pour la deuxième expérimentation.

Nos analyses montrent, comme nous nous y attendions, que la tâche de la 2^e expérimentation met en jeu des notions moins familières pour les élèves. Dans ce contexte, il semble que les discussions et les démarches contribuent à façonner une solution constituée des contributions de tous. Plus spécifiquement, le respect des contributions de chacun des membres et l'insertion de nouvelles informations ou des idées des autres semblent ajouter à l'engagement des membres des groupes. C'est ainsi que les membres de l'équipe B manifestent plusieurs critères relatifs aux habiletés

organisationnelles, plus particulièrement lors de la deuxième expérimentation. En effet, tous les membres de l'équipe s'expriment. La contribution de chacun est considérée. Les rôles attribués à chacun sont respectés. Les échanges favorisent la clarification de la conversion et l'identification d'une approximation de mesure de masse. À l'instar de Webb *et al.* (2013), une fois placés en équipe, les élèves explicitent leur point de vue, leurs idées et leurs stratégies lorsqu'une démarche est entamée. La solution, qui respecte les contraintes, est acceptée de tous les membres de l'équipe. Il semble donc que le fait de manifester des habiletés organisationnelles ait facilité les échanges. Ces habiletés touchent d'ailleurs deux composantes de la compétence à résoudre des situations problèmes : soit partager l'information relative à la solution et valider la solution.

Nous observons aussi que l'engagement des élèves se manifeste davantage lorsqu'un enjeu particulier intervient avec les contenus mathématiques. En effet, la contribution de l'élève 8 sur la conversion des grammes en kilogrammes semble avoir eu une influence sur l'engagement, ce qui favorise une ouverture à la contribution des autres et l'adhésion du groupe à une solution commune.

Ces analyses révèlent enfin que malgré la créativité de leur démarche, un rapport aux savoirs qui vise à appliquer des connaissances plutôt qu'à les adapter, pourrait réduire le développement de la compétence à résoudre des problèmes mathématiques. En effet, il semble qu'une entrée dans la démarche collective soit plus fructueuse lorsque les élèves explicitent leur démarche plutôt que de chercher la succession d'opérations à réaliser, comme l'illustre l'équipe A qui a obtenu un résultat peu plausible lors de la deuxième expérimentation. Une recherche de la réponse à tout prix a éclipsé le besoin de comprendre ce qui est attendu. Nous pourrions interpréter que cette entrée dans la tâche est la manifestation d'une préoccupation à l'égard du temps didactique, compte tenu de l'absence de démarche, une forme de transfert de l'autorité de l'enseignant vers le groupe (Baudrit, 2007). Pour que les discussions entre les élèves soient plus développées, il semble préférable que tous les membres aient une démarche à partager.

Enfin, il semble nécessaire que l'enseignant réalise une analyse récurrente pour adapter les tâches. C'est ainsi que la succession d'analyses a permis de revoir la formulation du travail coopératif, comme nous l'avons indiqué, puis le temps attribué aux élèves pour une troisième expérimentation.

CONCLUSION

En somme, une approche coopérative semble favoriser un apprentissage de la compétence à résoudre des problèmes mathématiques à certaines conditions. Ainsi, nous constatons que la formulation de la question qui est adressée aux élèves lors du travail coopératif influence leurs contributions, notamment au moment d'incorporer

de nouvelles informations. En outre, il semble que la valorisation d'une variété de démarches ne soit pas suffisante au développement de la compétence à résoudre des problèmes. Il est nécessaire d'observer si les élèves considèrent qu'ils doivent appliquer une manifestation de leur rapport aux savoirs qui se développe à l'intérieur du contrat didactique de la classe, plutôt qu'adapter leurs connaissances. Enfin, l'institutionnalisation réalisée au moment de la plénière en classe pourrait devenir un outil pour favoriser la complexification du rapport aux savoirs.

Références bibliographiques

- ADIHOU, A. (2011). Enseignement-apprentissage des mathématiques et souffrance à l'école. *Les Collectifs du Cirp*, 2, 90-102.
- BALLANTINE, J. et McCOURT LARRES, P. (2007). Cooperative learning: a pedagogy to improve students' generic skills? *Education and Training*, 49(2), 126-137. Repéré à <https://doi.org/10.1108/00400910710739487>.
- BAUDRIT, A. (2007). Apprentissage coopératif/Apprentissage collaboratif: d'un comparatisme conventionnel à un comparatisme critique. *Les sciences de l'éducation-Pour l'ère nouvelle*, 40(1), 115 à 136.
- BÉLANGER, J.-P., DEBLOIS, L. et FREIMAN, V. (2014). Interpréter la créativité du raisonnement dans les productions d'élèves en mathématiques d'une communauté d'apprentissages multidisciplinaires interactifs. *Éducation et Francophonie*, 42(2), 44-63.
- DEBLOIS, L. (1997a). Quand additionner ou soustraire implique comparer. *Éducation et Francophonie*, XXV, 102-120.
- DEBLOIS, L. (1997b). Trois élèves en difficulté devant des situations de réunion et de complément d'ensembles. *Educational Studies in Mathematics*, 34(1). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 67-96.
- DEBLOIS, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16 (1), 71-128.
- DEBLOIS, L. et BARMA, S. (2017) *Identification de contradictions dans l'activité d'enseignants du primaire devant l'enseignement de la compétence à résoudre des problèmes mathématiques*. Repéré à https://www.dropbox.com/s/j27ljxovmm29up7/3120_DEBLOISLucieBARMAylvie.pdf?dl=0.

- DESMEULES, G. (1992). *Propos sur la résolution de problèmes*. Laval, Québec: Éditions Beauchemin.
- DOYON D. (1991). L'apprentissage coopératif en classe: un mode d'apprentissage. *Science et comportement*, 21 (2), 26-146.
- DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65.
- EISENHAUER G. (2007). *Cooperative learning as an effective way to interact*. Repéré à <http://digitalcommons.unl.edu/mathmidactionresearch/78>.
- FAGNANT A. et JEAGERS, D. (2017). Soutenir l'autorégulation cognitive et développer les compétences en résolution de problème: une étude exploratoire en fin d'enseignement primaire. Dans S. Cartier et L. Mottier Lopez (dir.), *Soutien à l'apprentissage autorégulé en contexte scolaire: perspectives francophones* (p. 161-181). Québec: Presses de l'Université du Québec.
- FAGNANT A., MARCOUX, G et VLASSIS, J. (2014). Résolution de problèmes mathématique et développement de compétences: sur quelles variables agir pour soutenir les élèves dans leur apprentissage? *Cahiers des Sciences de l'Éducation*, 36, 1-6.
- FILLOY, E. et ROJANO, T. (1989). *Solving Equations: the transition from arithmetic to algebra. For the Learning of Mathematics*, 9 (2), 19-25. DOI:10.2307/40247950.
- GAMBLE, J. (2002). Pour une pédagogie de la coopération. *Éducation et francophonie*, 30(2), 188-219.
- GOFFARD M. et GOFFARD S. (2003). Interactions entre élèves et résolution de problèmes, *Interactions langagières*. ASTERN, 37, 165-187.
- GOLDSTEIN A. et MCGINNIS E. (1997). *Skillstreaming the adolescent: new strategies and perspectives for teaching prosocial skills*. Champaign: Illinois research Press.
- GOODWIN M. W. (1999). *Cooperative learning and social skills: what skills to teach and how to teach them. Intervention in School and Clinic*, 35(1), 29-33.
- HANIN, V. et VAN NIEUWENHOVEN, C. (2018). Developing an Expert and Reflexive Approach to Problem-Solving: The Place of Emotional Knowledge and Skills, *Psychology* 9, 280-309.
- JEAGERS, D., LAFONTAINE, D. et FAGNANT, A. (2016). Favoriser la co-régulation et la co-construction d'une démarche efficace de résolution de problèmes mathématiques en fin d'enseignement primaire. *Revue suisse des sciences de l'éducation*, 38(3), 569-589.

- JOHNSON D. W. et JOHNSON R. T. (2009). An educational psychology success story: social interdependence theory and cooperative learning. *Educational Researcher*, 38 (5), 365-379.
- KAHN, S. et REY, A. (2016). La notion de compétence : une approche épistémologique. *Éducation et Francophonie*, XLIV(2), 4-19.
- LAJOIE, C. et BEDNARZ, N. (2012). Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec: un parcours sur cent ans des programmes et documents pédagogiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* 12(2), 178-213.
- LAVERGNE, N. (1996). *L'apprentissage coopératif*. Québec français, 103, 26-29.
- LESTER, F. K. et KEHLE, P. E. (2003). From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity. Dans Lesh, R. et Doerr, H. M. (dir.). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, Mahwah, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 501-517.
- LEIKIN, R. et ZASLAVSKY, O. (2007). Facilitating student interactions in mathematics in a cooperative learning setting. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 331-354.
- MAI HUY, K., THEIS, L. et MARY C. (2013). L'influence du contexte statistique sur le raisonnement proportionnel d'élèves du primaire. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 16(2), 112-146.
- MASSÉ, L., DESBIENS, N. et LANARIS, C. (2006). *Les troubles du comportement à l'école: prévention, évaluation et intervention*. Montréal: Gaëtan Morin éditeur.
- MAUREL, M., SACKUR, C., DROUHARD, J.-P., PERRIOLLAT, O. et CIARAVOLA, F. (2010). Il ne faut pas désarticuler un nombre. Mise en œuvre du dispositif Cesame en primaire. *Grand N* 85, 43-59.
- MINCHISKAYA, N.A. et MORO, M.I. (1975). Questions in the methods and psychology of teaching arithmetic in the elementary grades. *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics. Tome XIV*, 169-194.
- MUELLER, A. et FLEMING, T. (2001). Cooperative learning: Listening to how children work at school. *The Journal of Educational Research*, 94(5), 259-265.
- Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport. (2009). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement primaire*. Repéré à http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/PFEQ/prform2001-061.pdf.

- Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport. (2005). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, premier cycle*. Repéré à http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/PFEQ/prfrmsec1ercycle2.pdf.
- Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport. (2000). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, deuxième cycle*. Repéré à http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/PFEQ_mathematique-secondaire-deuxieme-cycle.pdf.
- Ministère de l'Éducation (MEQ). (1980). *Guide pédagogique. Primaire. Mathématique. Planification de situations d'apprentissage, cadre de référence*. Fascicule L (document 16-2300-00). Québec: Gouvernement du Québec.
- NG, L. K. (2012). Taking a closer look at mathematical problem solving. Présenté à *The 12th International Congress on Mathematical Education*, Seoul, South Korea. Repéré à <http://www.icme12.org>, section Topic Study Groups.
- PLANTE I. (2012). L'apprentissage coopératif: des effets positifs sur les élèves aux difficultés liées à son implantation en classe. *Revue canadienne de l'éducation*, 35(4), 252-283.
- PHARAND, J. et DOUCET M. (2013). *En éducation, quand les émotions s'en mêlent! Enseignement, apprentissage et accompagnement*. Québec: Presses de l'Université du Québec.
- SCHOENFELD, A. H. (2007). Problem solving in the united states, 1970-2008: *Research and theory, practice and politics*. ZDM, 39(5-6), 537-551.
- SLAVIN, R. (2011). Instruction based on cooperative learning. Dans Richard E. Mayer et P. Alexander (dir.), *Handbook of Research on Learning and Instruction* (p. 344-360). New York: Routledge.
- SLAVIN, R.E. et LAKE, C. (2008). Effective programs in elementary mathematics: A best-evidence synthesis. *Review of Educational Research*, 78(3), 427-515.
- SMARGORINSKY, P. (1989). Small Groups: A new Dimension in Learning. *The English Journal*, 78(2), 67-70.
- SQUALLI, H. et COTNOIR, G. (2015). Analyse des scénarios d'introduction de l'algèbre dans trois nouveaux manuels québécois du premier cycle du secondaire. *Matematika Didaktika*, I, 20-34

- THEIS L., KHOI M. H. et MARTIN, V. (2011). La résolution d'une situation problème statistique par des élèves à risque: quelles contributions au travail d'équipe et quelle compréhension? Dans C. Mary, H. Squalli, L. Theis, L. DeBlois (dir.). *Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques: regard didactique* (p.187-208). Québec: Presses de l'Université du Québec.
- TOUMASIS, C. (2004), Cooperative study teams in mathematics classrooms. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(5), 669-679.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2.3), 133-170.
- VERSCHAFFEL LIEVEN et DE CORTE ERICK (2008). La modélisation et la résolution des problèmes d'application: de l'analyse à l'utilisation efficace. Dans Marcel Crahay (dir.) Verschaffel, L., De Corte, E. et Grégoire, J. *Enseignement et apprentissage des mathématiques* (p. 153-176). Bruxelles: De Boeck Supérieur.
- VIRKKUNEN, J. et NEWNHAM, D. S. (2013). The change laboratory. *A tool for collaborative development of work and education*. Rotterdam: Sense Publishers.
- VOYER D., BEAUDOIN I. et GOULET M.-P. (2012). De la lecture à la résolution de problèmes: des habiletés spécifiques à développer. *Revue Canadienne de l'Éducation*, 35(2), 403-421.
- WEBB N. M., NEMER K. M. et ING M. (2006). Small-group reflections: Parallels between teacher discourse and student behavior in peer-directed groups. *Journal of the Learning Sciences*, 15, 63-119. DOI: 10.1207/s15327809jls1501_8.
- WEBB N. M. (2009). The teacher's role in promoting collaborative dialogue in the classroom. *British Journal of Educational Psychology*, 79, 1-28.
- WEBB N. M., FRANKE M. L., ING, M, WONG, J, FERNANDEZ, C. H., SHIN, N. et TURROU, A. C. (2013). Engaging with others' mathematical ideas: Interrelationships among student participation, teachers' instructional practices, and learning. *International Journal of Educational Research*, 63, 79-93. DOI: 10.1016/j.ijer.2013.02.001.

Annexe 1

L'ÉPICERIE DE GRAND-MAMAN

L'épicerie de grand-maman

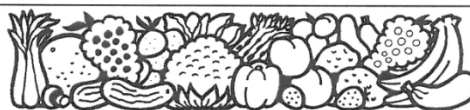


Dimanche, en fin de journée, ta grand-mère aura son congé de l'hôpital. Elle se remet d'une intervention chirurgicale subie après une fracture de la hanche.

Selon les conseils du médecin, elle ne doit pas se retrouver dans un lieu public, car elle risquerait de se faire bousculer. Par conséquent, elle compte sur toi pour faire sa commande d'épicerie pendant que grand-père s'occupera d'elle à la maison. Tu as la permission d'être accompagné d'un ami ou d'une amie.

À l'aide de la circulaire planifie les repas et dresse une liste d'épicerie.

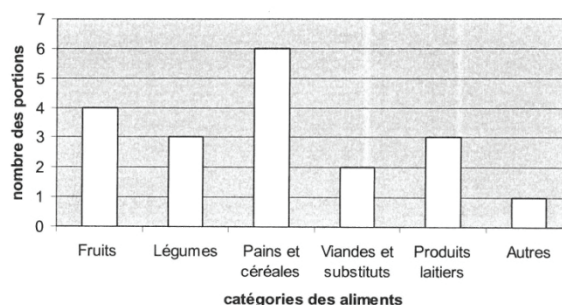
Rappelle-toi que ta famille et toi souperez avec moi dimanche. C'est ta mère qui m'a généreusement offert de préparer le repas!



Quelques informations importantes avant de commencer

- Le médecin de ta grand-mère lui recommande de bien prendre ses trois repas par jour pour aider à la reconstruction de l'os brisé de sa hanche.
- Utilise le graphique ci-dessous pour déterminer les quantités de nourriture nécessaires pour la semaine.
- Grand-maman et Grand-papa disposent de 120 \$ pour les repas d'une semaine complète.

Portions quotidiennes recommandées



2

Situation problème créée par Claudie Noiseaux, enseignante à la commission scolaire de Saint-Hyacinthe, et Brigitte Provençal, conseillère pédagogique.

Annexe 2

BOULANGER EN NOUVELLE-FRANCE



Boulangers en Nouvelle-France

Savais-tu qu'à l'été 1743, plusieurs mères de famille de Montréal se sont plaintes qu'elles ne pouvaient se procurer les pains dont elles avaient besoin pour la journée. Le juge de police ordonna donc aux boulangers d'avoir du pain disponible à 11 h et à 16 h.

Heureusement, les clients ne venaient pas tous en même temps! Certains étaient très matinaux et se pointaient à l'ouverture de la boulangerie pour acheter, à prix réduit, le pain de la veille. Certains clients avaient pris l'habitude de venir à 11 heures, d'autres à 16 heures.

Propose un horaire de travail aux boulangers du quartier qui leur assurerait de respecter la réglementation du juge de police tout en ayant un style de vie équilibré.

Quelques informations avant de commencer

Savais-tu que...

- ❖ En 1743, Montréal comptait environ 8 400 habitants dont 11 boulangers;
- ❖ 4 boulangers avaient pignon sur rue dans le quartier où le tiers des habitants vivaient;
- ❖ Une fournée pouvait compter jusqu'à 24 miches de pain;
- ❖ Le mélange des ingrédients et le pétrissage à la main et parfois même à l'aide des pieds prenaient 30 minutes;
- ❖ Cuire une fournée prenait 50 minutes;
- ❖ Selon des écrits historiques, on apprend qu'un habitant mangeait 900 grammes de pain par jour;
- ❖ En moyenne, les miches de pain pesaient 2,7 kg.



2

Adaptation de la Commission scolaire de la Beauce-Etchemin à partir de la situation problème créée par Sophie Lamontagne, enseignante à la commission scolaire de Saint-Hyacinthe, et Brigitte Provençal, conseillère pédagogique (adaptation).

Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT

Université de Liège, Belgique

Isabelle DEMONTY

Université de Liège, Belgique

Émilie LEMAIRE

École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique

Matthieu SCHEEN

Université de Liège, Belgique

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada
Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique
Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique
Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada
Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France
Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France
Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada
Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT

Université de Liège, Belgique

Isabelle DEMONTY

Université de Liège, Belgique

Émilie LEMAIRE

École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique

Matthieu SCHEEN

Université de Liège, Belgique

RÉSUMÉ

Cette étude exploratoire s'appuie sur une analyse qualitative des interactions entre élèves confrontés à la résolution d'une tâche complexe de mathématiques lors d'un

travail de groupe structuré selon les principes de l'apprentissage coopératif. Plus précisément, elle cherche à voir l'impact des régulations interactives entre élèves, médiatisées par des indices visant à soutenir les processus de représentation et de vérification, sur les performances collectives (la résolution de la tâche complexe durant le travail de groupe) et individuelles (la résolution d'une tâche de réinvestissement, à réaliser seul après le travail de groupe). L'enjeu de l'article est non seulement de donner à voir la potentielle richesse des interactions entre élèves, mais aussi de pointer les difficultés liées au travail de groupe, et ceci même quand celui-ci a été conçu en s'appuyant sur une approche méthodologique (l'apprentissage coopératif) dont l'efficacité a été largement démontrée.

ABSTRACT

Interactions between students mediated by cues as activating factors of collective and individual progress in cooperative learning situations when dealing with a complex mathematical task

Annick FAGNANT, University of Liège, Belgium

Isabelle DEMONTY, University of Liège, Belgium

Émilie LEMAIRE, Saint Joseph Free Basic School of Herve, Belgium

Matthieu SCHEEN, University of Liège, Belgium

This exploratory study is based on a qualitative analysis of interactions between students asked to solve a complex mathematical problem in groups structured according to the principles of cooperative learning. Specifically, it seeks to understand the impact of interactive regulation between students, mediated by cues to support processes of representation and verification, on collective performance (solving the complex problem during group work) and individual performance (solving a reinvestment task, to be done alone after group work). The aim of the article is not only to show the potential richness of interactions between students, but also to point out the challenges inherent in group work, even when it has been designed according to a methodological approach (cooperative learning) whose effectiveness has been widely demonstrated.

RESUMEN

Las interacciones entre los alumnos mediatizadas con indicaciones como factor activador de progresos colectivos e individuales en situación de aprendizaje cooperativo en una actividad compleja en matemáticas

Annick FAGNANT, Universidad de Lieja, Bélgica

Isabelle DEMONTY, Universidad de Lieja, Bélgica

Émilie LEMAIRE, Escuela libre fundamental Saint-Joseph de Herve, Bélgica

Matthieu SCHEEN, Universidad de Lieja, Bélgica

El presente estudio exploratorio se apoya en un análisis cualitativo de las interacciones entre alumnos confrontados con la solución de una actividad compleja en matemáticas durante un trabajo de grupo estructurado según los principios del aprendizaje cooperativo. Más precisamente, se trata de ver el impacto de las regulaciones interactivas entre los alumnos, mediatizadas con indicaciones que buscan apoyar el proceso de representación y verificación, sobre los resultados colectivos (resolución de la actividad compleja durante el trabajo de grupo) e individuales (resolución de una actividad de re-inversión, que se realiza solamente después del trabajo de grupo). El reto de este artículo es no solamente mostrar la riqueza potencial de las interacciones entre los alumnos, sino también señalar las dificultades relacionados con el trabajo de grupo, y esto incluso cuando fue concebido apoyándose en un acercamiento metodológico (el aprendizaje cooperativo) cuya eficacia ha sido ampliamente demostrada.

INTRODUCTION

Dans l'enseignement primaire, il est largement reconnu que la résolution de problèmes implique un «processus complexe de modélisation mathématique» (Van Dooren, Verschaffel, Greer, De Bock et Crahay, 2015) dont la mise en œuvre pose d'importantes difficultés, tant aux élèves qui doivent le déployer qu'aux enseignants et enseignantes qui doivent les soutenir dans cette démarche (Fagnant, Marcoux et Vlassis, 2014). Du côté des élèves, les difficultés liées à la construction d'une représentation adéquate de la situation (Thevenot, Barouillet et Fayol, 2015) et au développement de stratégies métacognitives de vérification (Mevarech et Kramarski, 2014) ont largement retenu l'attention des chercheuses et des chercheurs. Du côté des enseignants et enseignantes, plusieurs travaux ont montré que ceux-ci se sentaient quelque peu démunis pour gérer ce type d'apprentissages en classe. Quelques-uns court-circuitent le raisonnement des élèves en commençant par une analyse collective des tâches (Ginsburg, Cooke, Leinwand et Pollock, 2005) ou en clôturant la

leçon par des corrections collectives guidées par leur logique d'adulte (Demonty et Fagnant, 2014; Fagnant, Dupont et Demonty, 2016). D'autres, sans doute par peur de «résoudre à la place de l'élève», ne se sentent pas autorisés à mettre en œuvre un «étayage» soutenant la résolution de problèmes lors des phases individuelles ou de groupe (Mottier Lopez, 2012), ou réalisent un cadrage «trop étroit» permettant aux élèves de réussir sans comprendre (Bonnery, 2009).

Dans cette configuration, le développement de dispositifs innovants, permettant de soutenir les enseignants et enseignantes dans leurs approches didactiques visant à promouvoir le développement de compétences en résolution de problèmes auprès de leurs élèves, demeure une problématique d'actualité. Plusieurs travaux ont montré l'efficacité d'approches impliquant les enseignants et enseignantes dans des recherches quasi expérimentales les conduisant à développer un enseignement explicite de stratégies cognitives et métacognitives de résolution de problèmes (Hanin et Van Nieuwenhoven, 2016; Jaegers, Fagnant et Lafontaine, 2016), ou misant sur la création de dispositifs structurés de type tutorat (Crahay, Lebe et Hindryckx, 2001; Sandron et Fagnant, 2017) ou travaux de groupes (Buchs, Lerhaus et Crahay, 2012; Mevarech et Kramarski, 2014; Slavin et Lake, 2008). S'inscrivant dans cette seconde perspective, la présente étude exploratoire vise à analyser l'efficacité de travaux de groupes structurés selon les principes de l'apprentissage coopératif de façon à laisser la résolution de problèmes aux mains des élèves, tout en dynamisant les échanges entre ceux-ci grâce à des indices visant à soutenir les processus de représentation et de vérification. S'appuyant sur une analyse des interactions entre élèves, les objectifs de l'étude sont, d'une part, d'identifier les éléments qui permettent à des groupes d'élèves de résoudre ensemble une tâche complexe de mathématique qu'ils n'avaient pas pu résoudre seuls (progrès collectif) et, d'autre part, de repérer, parmi ces éléments, les déclencheurs d'un réel apprentissage permettant à chaque membre du groupe de réinvestir ses acquis dans une autre tâche du même type (progrès individuel).

CADRE THÉORIQUE

L'apprentissage coopératif a fait l'objet de nombreuses études, de méta-analyses et d'articles de synthèse (Hattie, 2009; Slavin et Lake, 2008). Son efficacité, tant sur les variables cognitives que motivationnelles, a été démontrée par un nombre important de recherches empiriques menées à différents niveaux scolaires et dans différentes disciplines (Buchs, Lerhaus et Crahay, 2012; Gillies, 2016; Plante, 2012).

Il ne suffit évidemment pas de mettre les élèves en groupes pour qu'ils tirent parti des interactions entre eux (Lerhaus, 2002; Gillies, 2016). L'apprentissage coopératif est une forme de travaux de groupes qui, misant notamment sur l'interdépendance entre les partenaires, prend une forme très structurée. Il se distingue d'autres formes de travaux de groupes, comme l'apprentissage collaboratif, notamment, qui, se présentant

sous une forme moins structurée, mise davantage sur le partage et la collaboration volontaire, et laisse, en quelque sorte, l'investissement individuel à la discrétion de chacun (Baudrit, 2007). Alors que l'apprentissage collaboratif peut présenter un caractère plus spontané et permettre aux membres du groupe d'interagir avec plus de liberté, l'activité collective sera très soigneusement préparée dans une perspective d'apprentissage coopératif: les interactions entre élèves seront structurées pour «contraindre» le réel investissement de chacun. Quelques-uns évoquent l'idée de «scripts», explicitant la façon dont les interactions entre élèves doivent s'enchaîner et se soutenir tout au long de la tâche. Ces scripts semblent dès lors permettre des régulations interactives plus efficaces et le développement de régulations métacognitives (Chen et Chui, 2016).

Pour décrire les caractéristiques de l'apprentissage coopératif, Buchs *et al.* (2012) font référence aux cinq principes de base énoncés à la fin des années 1990 par Davidson: (1) la nécessité de proposer une tâche commune qui «exige la contribution de chaque membre du groupe pour l'élaboration du produit final [...] et que personne ne devrait être en mesure de résoudre sans l'apport des autres» (p. 442); (2) la constitution de groupes restreints, généralement composés de 3 à 5 personnes et constitués de façon à assurer une certaine hétérogénéité des partenaires; (3) le développement d'attitudes coopératives qui peuvent d'ailleurs faire l'objet d'un enseignement explicite préalable; (4) la nécessité de contraindre une «interdépendance positive»; et (5) une «responsabilisation individuelle». Ces deux dernières conditions constituent les éléments les plus saillants de l'apprentissage coopératif et on les retrouve explicitement pointées dans la plupart des écrits portant sur cette approche (Baudrit, 2007; Buchs *et al.*, 2012; Gilies, 2016; Plante, 2012; Slavin, 2015). Il convient dès lors d'y accorder quelques lignes supplémentaires.

Tout d'abord, précisons que «l'interdépendance positive existe lorsque les élèves perçoivent qu'ils sont liés à leurs partenaires et qu'ils ne peuvent réussir à moins que leurs camarades réussissent (et réciproquement); les efforts de tous les équipiers doivent être coordonnés pour accomplir la tâche» (Buchs *et al.*, 2012, p. 444). Cette «interdépendance» peut notamment être contrainte en agissant sur les «moyens» (Buchs *et al.*, 2012), par exemple les «ressources» (ex.: se partager les informations à lire pour étudier une thématique); sur «les tâches» (ex.: corriger un texte commun en se focalisant sur des aspects différents) ou encore sur «les rôles» (ex.: prescrire ce que les membres de l'équipe sont en droit d'attendre de leurs coéquipiers et assigner des responsabilités à chacun). La «responsabilisation individuelle» comporte quant à elle deux aspects: «(1) chaque membre du groupe est responsable de son propre apprentissage; (2) chaque membre du groupe est responsable d'aider ses partenaires à apprendre» (Abrami, 1996, p. 87). Elle peut notamment être établie en s'assurant que les «résultats» de l'apprentissage individuel sont clairement reconnaissables et que les élèves s'en sentent responsables; que les «moyens» utilisés pour obtenir ces résultats exigent la participation de chacun ou encore que les interactions soient organisées de façon à responsabiliser chacun (Abrami, 1996).

En plus des caractéristiques susmentionnées, plusieurs auteurs (Gillies, 2016; Plante, 2012) insistent sur un critère de « promotion des interactions » qui serait satisfait « lorsque les élèves issus d'une équipe de travail encouragent les efforts mutuels afin d'atteindre les buts fixés pour le groupe » (Plante, 2012, p. 256), et qui peut se manifester « lorsque les coéquipiers s'entraident, échangent des ressources [...] se fournissent des rétroactions constructives, questionnent le raisonnement et les conclusions des autres [...] et se font confiance » (Plante, 2012, p. 256). Les « scripts » précédemment évoqués (Chen et Chui, 2016) peuvent notamment aider à développer la « responsabilisation individuelle » et la « promotion d'interactions », en précisant les attentes vis-à-vis de chacun des membres du groupe, non seulement pour résoudre la tâche commune qui leur est proposée, mais aussi pour s'assurer que tous les membres du groupe comprennent bien les choix posés, les démarches développées et les solutions obtenues.

Lorsque les élèves travaillent en groupe, on fait l'hypothèse que les interactions interindividuelles seront sources de progrès intra-individuel en misant sur la régulation sociocognitive de conflits (Buchs, Darnon, Quiamzade, Mugny et Butera, 2008) ou, selon la loi de double-formation de Vygotsky, sur l'appropriation de processus cognitifs plus complexes, au départ accessibles uniquement dans le cadre d'interactions sociales, avant de devenir une conquête propre au sujet (Slavin, 2015). Plus largement, on peut aussi considérer qu'autrui constitue une source d'hétérorégulation (régulations interactives entre élèves) pouvant soutenir le processus autorégulateur de l'apprenant (Mottier Lopez, 2012). Dans l'étude qui nous occupe, les régulations interactives entre élèves sont également soutenues par des « outils » (régulations élèves-outils selon la typologie d'Allal, 2007), concrétisés par des indices centrés sur les processus de représentation et de vérification.

Quel que soit le modèle théorique auquel on fait référence pour chercher à comprendre comment les interactions entre élèves peuvent être source d'apprentissage (voir Slavin, 2010 pour une synthèse), encore faut-il décider quelles sont les « traces » qui permettront d'attester de ces progrès. Dans les études quasi expérimentales, les progrès observés dans des classes mettant en œuvre l'apprentissage coopératif sont comparés à ceux observés dans des classes développant des méthodes plus individuelles, voire compétitives (Hattie, 2009; Slavin et Lacke, 2008). D'autres travaux, plus qualitatifs, s'attachent à une analyse fine des hétérorégulations (entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves, ou entre élèves) et cherchent les « traces » d'un processus d'autorégulation auprès des élèves dans l'évolution de leur discours et des réponses qu'ils produisent (Demonty *et al.*, 2014; Mercier Brunnel, 2017; Mottier Lopez, 2015). Dans l'étude présentée ici, en plus de l'analyse des interactions entre les élèves, médiatisées par les « indices » (c.-à-d. l'analyse de l'impact des hétérorégulations sur l'évolution du mode de raisonnement des élèves lors des travaux de groupes), nous chercherons à approcher la problématique de l'autorégulation en examinant les capacités démontrées par les élèves pour refaire seuls une tâche du même type que celle qu'ils ont résolue collectivement.

DISPOSITIF ET QUESTIONS DE RECHERCHE

Les données présentées dans cet article ont été récoltées dans le cadre d'une étude plus large, réalisée par l'une des coauteurs de cet article (Lemaire, 2016) dans le cadre de son travail de fin d'études en master en Science de l'Éducation à l'Université de Liège. Cette étude (non publiée) avait pour objectif de comparer l'efficacité respective de trois formes de travaux de groupe : groupes non structurés, groupes structurés en contraignant une interdépendance des rôles et groupes structurés via une interdépendance des tâches. L'étude a été réalisée dans quatre classes de 6^e année primaire (grade 6 – élèves de 11-12 ans). Les élèves ont tout d'abord été confrontés à la résolution d'une tâche complexe qu'ils devaient résoudre de manière individuelle (voir annexe 1). Sur la base des résultats de ce test, trois groupes hétérogènes ont été constitués au sein de chacune des classes et répartis au hasard dans une des trois modalités précitées. Chaque groupe était composé de trois élèves ayant résolu entre zéro et deux sous-tâches (aucun n'avait pu résoudre l'entièreté de la tâche complexe). Au total, ce sont donc 12 groupes qui ont pu être observés à raison de 4 groupes par modalité. Chaque groupe recevait la même tâche que celle résolue individuellement et était informé qu'aucun élève du groupe n'avait pu la résoudre correctement dans son entièreté. Les groupes recevaient aussi des consignes pour travailler ensemble et des indices pour soutenir les processus de représentation et de vérification. La durée du travail de groupe n'était pas contrainte temporellement et variait entre 30 et 50 minutes. Tous les groupes ont été filmés et les échanges entre les membres ont été retranscrits. Une semaine après la phase de travail en groupe, les élèves ont reçu une tâche parallèle à celle résolue collectivement, et il leur a été demandé de la résoudre seul (tâche de réinvestissement).

Dans le cadre du présent article, nous avons fait le choix de nous centrer sur une analyse approfondie d'une des trois modalités de travaux de groupes, à savoir celle basée sur un apprentissage coopératif structuré par une interdépendance des rôles. La présentation des résultats des quatre groupes ainsi ciblés est guidée par deux questions de recherche : (1) comment les interactions entre élèves, médiatisées par les indices, permettent-elles au groupe de résoudre les nœuds mathématiques impliqués dans la tâche complexe ? (2) les élèves qui ont pu résoudre correctement la tâche complexe en groupe parviennent-ils à réinvestir ces acquis collectifs dans un travail individuel du même type ? En nous appuyant sur une analyse des transcriptions, nous cherchons à analyser l'impact des hétérorégulations sur l'évolution du mode de raisonnement des élèves lors des travaux de groupes, tout en recherchant les traces permettant de comprendre leur potentiel d'autorégulation se traduisant ici par la réussite de la tâche de réinvestissement en individuel. Pour comprendre les analyses qui vont suivre, il est important de se référer à **l'annexe 1** qui présente la **tâche complexe**, les **nœuds mathématiques** à prendre en compte pour la résoudre et les **indices de représentation et de vérification** fournis aux élèves. Les **consignes** données au groupe concernant la répartition des rôles et les éléments explicitant la façon dont

les élèves doivent travailler ensemble et se soutenir mutuellement (cf. idée de **script**) sont accessibles à l'annexe 2.

RÉSULTATS

Tout d'abord, notons que 3 groupes sur 4 ont pu résoudre correctement l'ensemble de la tâche complexe, le quatrième groupe ayant résolu correctement les deux premières sous-tâches, mais ayant échoué à la troisième. Au niveau de la tâche de réinvestissement, seul un groupe a atteint pleinement l'objectif en permettant à chacun des membres de résoudre seul une tâche comparable. L'analyse des échanges entre élèves au sein de chacun des groupes, orientée par les deux questions de recherche susmentionnées, va permettre de mieux comprendre ces résultats. Étant donné que les difficultés rencontrées par les élèves se situent au niveau des sous-tâches 2 et 3, ce sont sur ces deux sous-tâches que nous allons centrer les analyses.

Dans le **groupe le plus efficace** (résolution correcte de la tâche lors du travail en groupe, puis par chacun des membres lors de la tâche de réinvestissement en individuel – *GI*), tous les élèves participent de manière assez équivalente, chacun étant relativement consciencieux dans son rôle. Au niveau de la sous-tâche 2, l'indice de représentation ne permet pas de résoudre la difficulté liée à l'intervalle et le groupe s'engage d'abord dans une démarche erronée (mesurer 10 cm entre les deux extrémités et conclure qu'il faut 10 plantes). C'est la prise en compte de l'indice de vérification qui permet de redynamiser les échanges et d'appréhender le nœud mathématique (voir transcription 1 – c'est sur la base de l'indice que Ga constate que la réponse « 10 » est erronée). On note que les élèves se souviennent des réponses qu'ils avaient produites lors de la résolution individuelle précédant le travail de groupe, mais qu'ils ne se fient pas totalement à celles-ci. Par ailleurs, il faut aussi souligner que les transcriptions montrent que l'élève qui a compris prend soin d'expliquer la démarche aux autres et de s'assurer de leur compréhension (Lé témoigne de son incompréhension, Di explique sa démarche, puis Ga reformule et Lé conclut qu'il a compris). Une fois le nombre de plantes trouvé, la résolution s'avère aisée puisqu'il n'y a pas de réel nœud mathématique pour calculer le prix. L'indice de vérification est remobilisé pour s'assurer que la solution obtenue ne se trouve pas parmi les erreurs ciblées.

Transcription 1. Extraits des échanges du groupe 1 relatifs à la sous-tâche 2

- Di: « On a faux. $6,95 \times 10$. »
- Ga: « Ah oui, on a faux. »
[...]
- Lé: « Pourquoi? »
- Ga: « Euh parce que ... Ah si, c'est parce que avant, on avait mis le zéro de la latte là et que zéro, on ne peut pas le compter. Enfin, je ne sais pas. »
- Di: « Moi, je ne me souviens plus comment j'avais fait mais j'avais compté 11 la dernière fois. »
- Ga: « Moi, j'avais mis 10 donc j'ai eu faux. »
- Lé: « Moi aussi, j'avais mis 10. »
- Ga: « Si tu avais mis 11, c'est que c'est juste, Di. »
- Lé: « Peut-être pas... Et pourquoi on ne partirait pas de là et qu'on compterait jusque-là? » [En montrant les extrémités sur l'indice de représentation.]
- Di: « Regardez [Il place le 0 de sa latte sur le premier point représenté et commence à compter.]: 1, 2, 3... 10, 11. Ah ben, voilà pourquoi j'étais arrivé à 11. »
- Ga: « Bah, c'est 11 alors. Allais hop, on gomme. »
- Lé: « Mais oui, mais je ne comprends pas. Pourquoi tu as fait ça? »
- Ga: « Vas-y, fais un peu $6,95 \times 11$. » [En s'adressant à Lé.]
- Di: « Lé, attends, je vais t'expliquer. » [Il prend le plan et la latte.] « Regarde je mets le 1 de la latte sur le point qui représente le 1^{er} forsythia, et puis après tu comptes jusqu'au 2^e point. Donc ça fait 1, 2, ...10, 11. »
- Ga: [Reformule l'explication de Di.] « Si on met le zéro de la latte, ça ne fait pas 1 mais zéro. C'est pour cela, qu'on met le 1 sur le point. »
- Lé: « Ah ok, j'ai compris. »

Lors de la sous-tâche 3, l'indice de représentation conduit à réaliser un quadrillage et les échanges entre élèves permettent de surmonter le premier nœud mathématique de cette sous-tâche (l'aire du triangle est calculée en reportant des carrés et des demi-carrés – voir transcription 2). Le nombre total de plantes est calculé en comptabilisant 20 plantes par carré et 10 plantes pour le dernier demi-carré. Un élève comprend rapidement qu'il convient d'acheter 6 paquets de 15 plantes, mais les deux autres peinent à suivre son raisonnement. Même s'il montre certains signes d'impatience, l'élève qui a trouvé la solution prend le temps d'expliquer sa démarche en repartant du point de départ (les deux premiers nœuds sont à nouveau explicités – les transcriptions montrent que Di explique à Ga, tout en faisant intervenir Lé, jusqu'à ce que Ga témoigne de sa compréhension); le seul élément qui n'est pas clairement réexpliqué concerne la façon dont il a trouvé qu'il fallait 6 paquets (3^e nœud), mais les deux autres élèves ne manifestent plus de signe d'incompréhension. Au bout du compte, la consultation de l'indice de vérification permet de constater que la solution obtenue ne se trouve pas parmi les erreurs pointées, ce qui conforte les élèves dans leur démarche.

Transcription 2. Extraits des échanges du groupe 1 relatifs à la sous-tâche 3

- Lé: « **Regardez, mais attendez que je le fasse. Je vais dessiner le même carré qu'on a sur l'indice.** Et puis un deuxième. Ce n'est pas très précis mais bon, on voit. »
- Ga: « Oui ok. »
- Lé: « Donc maintenant, quand ils sont tous tracés, il reste 1, 2, 3. » [En montrant les 3 demi-carrés représentés dans le triangle.]
- Ga: « Ah oui, donc si on met ces deux-là ensemble, ça fait 1. »
- Lé: « **Ça fait 4.** »
- Di: « **Et puis il reste celui-là** » en montrant un demi-carré.
[...]
- Di: « Ici, c'est déjà la moitié donc ce n'est pas 20 mais c'est 10. » [En montrant le demi-carré.]
- Lé: « Heu, je ne comprends plus ... »
- Di: « **Regarde ici, c'est 20. Là, c'est 20, là c'est 20, avec ces deux-là, c'est 20. Et ici, comme c'est la moitié de 20, c'est 10.** »
- Lé: « Bah oui, ça pourrait être logique. Donc 2, 4, 6, 8, 90 ».
- Ga: « Mais vous êtes sûrs que c'est la moitié d'un déjà? » [Et elle regarde avec sa latte.]
- Lé: « Oui, mais c'est juste que je n'étais pas très précise. »
- Di utilise la calculatrice et dit: « 6×15 ça fait 90 ».
[Les filles ne semblent pas prêter attention à ce qu'il dit.]
- Di: « Moi, j'ai trouvé quelque chose. 6×15 ça fait 90 et ça peut très bien nous aider. »
- Lé: « Quoi? ».
- Di: « 6 paquets de 15, ça fait 90 donc pile poil ce qu'on a besoin. »
- Ga: « Bah non, t'as rien compris toi! »
- Di remontre sur le plan: « 20, 40, 60, 80 si on prend les deux demis et avec celui-là 90. Et 6×15 , ça fait 90. »
- Lé lui prend la calculatrice et dit: « On va voir (6×15). » Puis il dit: « Oh, il a tout juste, c'est bien! »
- Ga: « On n'a pas besoin de 90. Pourquoi on aurait besoin de 90? »
- [Lé et Di se tapent la tête d'une main comme pour dire, on vient de l'expliquer $3x$.]
- Lé: « Pour une fois que j'ai compris un truc, on pourrait me féliciter. »
- Di: « **Bon Ga, écoute moi et regarde.** » [Il retrace les carrés effacés à main levée dans le triangle.]
- Lé continue le tracé de Di et dit: « Y a 20 narcisses + 20 narcisses, ça fait 40 + 20 narcisses, ça fait 60. Plus celui-là et celui-là, ça fait encore + 20 et ... » [En montrant et écrivant dans les carrés.]
- Ga: « Donc tu mets 10 là, 10 là et 10 là? »
- Lé: « Voilà, très bien ».
- Di: « **Donc ça fait 90.** ».
- Ga: « 20, 40, 60, 80, 90. **Ok, j'ai compris.** Donc alors ... »
- Di: « 15×6 . »
- Ga: « Mais il faut s'occuper du prix aussi. »
- Di: « Mais c'est pour cela! 5,95 et il faut combien de narcisses? Il en faut 90. Donc ça fait 6 paquets. Donc c'est $5,95 \times 6$. » [Il prend la calculatrice.] « $5,95 \times 6 = 35,7$. »
- Lé: « Mais oui, mais si ça se met, ça ne marche pas les gars. Parce qu'il nous en faut 20. »
- **Di fait semblant de pleurer** et dit: « Il faut 20 narcisses par mètre carré et il y a $4,5 \text{ m}^2$. »
- Ga: « Oui, mais c'est un paquet de 15. »
- Di: « Oui, et nous il nous en faut 90 narcisses. »

- Lé: « Oui, bah voilà. »
- Di: « Et bien alors, c'est bon! »
- Ga: « Mais il faut trouver le prix. »
- Di: « **Mais enfin, le prix c'est 6 x 5,95!!** »
- Ga: « Donc c'est 6 x 5,95. »
- Di: « **Oui, parce qu'on a besoin de 6 paquets de 15.** »
- Ga prend la calculatrice et fait le calcul « 35,7. »
- [...]
- Lé - « Bon voilà, **on peut voir l'indice maintenant.** »
- [...]
- Ga: « Oh yes, on a réussi les gars. C'est bien. »

Finalement, les interactions entre élèves, médiatisées par les indices, ont permis de résoudre les quatre nœuds mathématiques et l'analyse des transcriptions montre que trois d'entre eux ont clairement été explicités. La réussite de la tâche de réinvestissement par les trois élèves du groupe témoigne d'un signe d'autorégulation résultant sans doute de la qualité de ces hétérorégulations.

Dans les **deux groupes à efficacité modérée** (résolution correcte de la tâche en groupe, mais échec d'une partie des membres lors du réinvestissement individuel), l'analyse des interactions montre que les élèves se sont saisis des indices pour dynamiser les échanges, mais qu'ils ont été moins soucieux de s'assurer de la compréhension de chacun des membres.

Dans les deux groupes, la sous-tâche 2 pose quelques difficultés: les élèves estiment que 10 plantes sont nécessaires et se rendent compte de leur erreur à la suite de la lecture de l'indice de vérification. Les deux groupes décident d'utiliser la règle graduée et de tracer une marque à tous les centimètres en vue d'indiquer l'emplacement des plantes. Dans un groupe (G3), la démarche est suivie de près par les trois membres (l'un trace un point tous les centimètres et les deux autres contrôlent le tracé), de sorte que l'on peut considérer que ce nœud mathématique est résolu collectivement. Lors de la tâche de réinvestissement, les trois élèves résolvent correctement cette sous-tâche. Dans l'autre groupe (G2), deux élèves semblent éprouver des difficultés à comprendre pourquoi compter dix fleurs n'est pas correct. L'indice fait office d'argument d'autorité pour rejeter la démarche basée sur le mesurage (10 cm = 10 plantes) puisque la réponse découlant de cette donnée erronée (6,95 euros x 10) s'y trouve (voir transcription 3 – Max constate l'erreur en consultant l'indice de vérification). Un élève (Max toujours) propose alors une démarche correcte, appuyée sur le dessin d'une fleur à chaque centimètre et sur le dénombrement de celles-ci le conduisant à établir qu'il faut en réalité 11 fleurs. Les commentaires d'un élève (Ju) montrent qu'il ne comprend pas (il pense que c'est la latte qui « bugge » (bogue) et revient sur la réponse 10), même s'il finit par accepter la réponse « 11 » sans écouter l'explication que tente de fournir Max. Le troisième élève (Mat) n'écoute pas non plus et les deux

élèves (Ju et Mat) finissent par se centrer sur les calculs et sur la réponse finale, sans avoir témoigné de leur compréhension du nœud mathématique. Il n'est dès lors pas surprenant que seul le premier élève (Max) parvienne finalement à résoudre cette partie de la tâche lors de la phase de réinvestissement.

Transcription 3. Extraits des échanges du groupe 2 relatifs à la sous-tâche 2

- Max: « **Mince c'est faux!** »
- Mat: « Oui, c'est faux alors »
- Ju: « Bah non, c'est juste. » [Il prend la latte et le plan et remesure 10 cm.]
- Max: « **Mais non, c'est faux** si elle met que c'est des réponses fausses. » [...] « Bon attendez, je vais faire ce que je voulais tantôt et on va voir. » [Elle prend une latte et le plan.] « Tu fais comme ça, tu traces une ligne... »
- Mat: « Mais ça fera pareil hein, Max. » [En rigolant.]
- Max: « Mais non, attends. » [Elle trace une ligne.] « Et puis **tous les centimètres, tu traces un point.** » [Chaque point représentant une fleur.] [...] « Alors y en a combien? » **Elle compte les points qu'elle vient de tracer:** « 1, 2, 3... 10, 11. »
- Mat: « Ah x 11? »
- Ju: « Bah oui, mais regarde, là, c'est x10 donc c'est la latte qui bugge. » [Il prend la latte et remesure la distance entre les deux points.]
- Mat: « Mais non la latte, elle ne bugge pas. »
- Ju: « C'est x 10, tu vois bien quand même. » [En montrant le 10 de la latte.]
- Max **tente d'expliquer:** « Mais non, mais on s'en fout des centimètres. Il faut compter. Regarde. » [Elle prend le crayon et avec celui-ci, elle compte les points présents.] « 1, 2, 3... »
[...]
- Ju **n'écoute pas l'explication**, puis se saisit de la réponse de Max pour conclure: « Oui, ok, il faut faire x 11. » [Il prend alors la calculatrice et dit:] « 6,95 x 11. »
- Max termine en même temps son comptage: « ... 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Il y a 11 forsythias. » [Max **veut expliquer:**] « Parce que j'ai tracé une ligne, et puis fais un trait tous les centimètres. »
- Mat **n'écoute pas** ce que dit Max et dit fort: « **C'est 76,45.** Vas-y Max, écrit 76,45. »

Lors de la résolution de la sous-tâche 3, les deux groupes entreprennent au départ une démarche proche de celle mentionnée précédemment. Les deux premiers nœuds sont traités de concert: l'indice de représentation conduit à paver l'aire du triangle à l'aide de carrés ou de demi-carrés, puis les 90 plantes sont comptées par addition de 20 plantes par carré, auxquelles s'ajoutent les 10 plantes nécessaires au demi-carré restant.

Dans un groupe (G3), il y a quelques débats relatifs à la compréhension de la consigne « 20 narcisses par m² » (voir transcription 4), puis deux élèves (La et Ol) coopèrent pour mettre en œuvre la procédure décrite ci-dessus. Le troisième (El) semble un peu perdu, comme en témoignent certains de ses commentaires (« Mais il faut juste en planter 20 »; « Mais il reste un morceau »). La démarche est verbalisée, mais on peut considérer qu'elle est peu expliquée par les deux élèves qui la dirigent et qu'elle est

présentée comme une évidence aux yeux du troisième. Lorsque le groupe s'attaque au dernier nœud (le nombre de paquets à acheter), ce sont toujours les deux mêmes élèves qui mènent la danse et se complètent assez efficacement. La demande d'explicitation formulée par le troisième élève (El: « Pourquoi diviser par 15? ») n'est pas prise en compte. La consultation de l'indice de vérification renforce la réponse trouvée et les échanges s'arrêtent sans avoir permis d'explicitier clairement la démarche. Aucun élève ne parvient à reproduire cette démarche dans la tâche de réinvestissement face à laquelle tous trois échouent. À la lecture des verbatim, ce résultat n'est pas surprenant pour un élève (El), mais il l'est davantage pour les deux autres (La et Ol). Au bout du compte, il semble donc que l'efficacité collective des échanges (coconstruction de la solution par deux élèves) ne se soit pas traduite par une compréhension intra-individuelle, puisque les résultats de la tâche de réinvestissement ne démontrent aucune forme d'autorégulation.

Transcription 4. Extraits des échanges du groupe 3 relatifs à la sous-tâche 3

- La: « Planter 20 narcisses par m^2 dans un parterre de forme triangulaire. Alors il faut regarder... »
- El: « Regardez les filles, l'indice dit qu'il faut 20 narcisses sur $1m^2$. »
- Ol: « 20 narcisses pour $1 m^2$ donc... »
- El: « Bah il faut 20 narcisses. »
- La: « Oui, mais par mètre carré. »
- Ol: « Donc, tu sais en planter 20, tu sais en planter 40 parce que tu sais mettre un deuxième, 60... »
[En montrant avec son doigt sur l'indice de représentation.]
- El: « Mais il faut juste en planter 20. Regardez l'énoncé: planter 20 narcisses. »
- La: « Par mètre carré, donc par mètre carré. » [En effectuant un geste de la main pour dire qu'il y a aura plusieurs mètres carrés.]
- Ol: « Oui par mètre carré. Donc 20, 40, 60, ça plus ça, ça fait 80 et il reste un demi donc ça fait 10. »
- El: « Mais il reste un morceau. »
- La: « C'est 10 narcisses car c'est la moitié. »
- Ol: « Donc ça fait 90 narcisses. »
- La: « Oui, donc les narcisses, c'est 5,95 le paquet de 15. Et pour arriver à 90, on fait ... »
- Ol: « Euh bah ça ne marche pas. C'est quoi le calcul? »
- La: « 90 divisé en 15. »
- Ol: Écrit le calcul sur la feuille et ensuite, le fait à la calculatrice: « Ah mais si, ça marche. Ça fait 6. »
- El: « Pourquoi divisé en 15? »
- La (qui n'a pas prêté attention à la question d'El): « Donc si ça fait 6. Il faut faire $6 \times 5,95$. »
- Ol: « Oui, tu as raison. » [Elle écrit le calcul sur la feuille (« $6 \times 5,95$ »), fait le calcul à la calculatrice et dit:] « Ça fait 35,7. »
- El retourne l'indice de résolution.
- Ol se penche pour regarder l'indice et dit: « Je pense que l'on a juste. Maintenant, on doit ... »

Dans l'autre groupe (G2), l'un des membres (Ju) témoigne de son incompréhension du 2^e nœud mathématique (« Pourquoi 90 alors qu'il en faut 20? »), mais son questionnement n'est pas pris en compte par les deux autres. Un autre élève (Max) exprime la

confusion que lui procure le 3^e nœud («Mais il y en a 15 dans un paquet!») et le troisième (Mat) s'en saisit pour proposer une stratégie de comptage par 15 pour arriver à 90. Le nombre «6» est ainsi trouvé et le problème résolu, mais un élève a dirigé le raisonnement, un autre a effectué les calculs et le troisième a noté les solutions. Dans ce groupe, la distribution des rôles n'a pas permis de réels échanges constructifs : les hétérorégulations étaient peu nombreuses et peu ciblées sur les nœuds mathématiques. En fin de compte, un seul élève a pu résoudre cette partie de la tâche complexe lors de la phase de réinvestissement.

Si l'on s'intéresse maintenant au **groupe qui n'est pas parvenu à résoudre entièrement la tâche complexe**, on notera que les élèves se sont fourvoyés dans la résolution de la sous-tâche 3 : ils n'ont pas compris l'indice de représentation «20 narcisses par m²» et l'ont interprété comme ne nécessitant pas de calcul («L'indice dit que par m², il en faut 20, et donc on n'a pas besoin de calculer.») car il signifiait pour eux qu'il faut «20 fleurs en tout». Les débats ont ensuite porté sur la façon de calculer le prix de 20 fleurs lorsqu'on connaît celui de 15 fleurs, mais les élèves n'ont jamais pris en compte le fait qu'elles étaient vendues par 15. Ils ont effectué une division pour calculer le prix de 5 fleurs et ont ajouté ce prix (1,98 euro) au prix d'un bac de 15 (5,95 euros). Cette erreur ne figurant pas parmi les exemples de solutions erronées, leur processus de vérification n'a pas été poussé plus loin. Assez logiquement, ils échouent tous les trois à cette partie de la tâche complexe lors de la phase de réinvestissement.

DISCUSSION

Concernant la première question de recherche, «Comment les interactions entre élèves, médiatisées par les indices, permettent-elles aux élèves de résoudre les “nœuds mathématiques” impliqués dans la tâche complexe?», les résultats montrent un impact positif des interactions entre élèves puisqu'au bout du compte 3 groupes sur 4 réussissent l'ensemble de la tâche complexe, le quatrième groupe échouant uniquement à l'une des sous-tâches. L'analyse des transcriptions montre que les indices influencent les hétérorégulations : ce sont eux qui aident à percevoir ou à surmonter la plupart des nœuds mathématiques. Globalement, l'impact des indices s'avère comparable d'un groupe à l'autre, mais variable d'une sous-tâche à l'autre.

Dans la sous-tâche 2, le nœud mathématique se situe au niveau du problème d'intervalle consistant à comptabiliser 11 plantes (et non 10). L'indice de représentation ne suffit pas à permettre à tous les élèves de conscientiser l'idée selon laquelle devoir compter les deux plantes mises aux extrémités nécessite d'ajouter 1 à la mesure de la distance entre ces deux extrémités. Ainsi, même si un élève du groupe a trouvé la solution correcte, ce n'est généralement pas suffisant pour en convaincre les autres. Dans ce cas, le conflit sociocognitif (Buchs *et al.*, 2008) lié à la constatation de réponses différentes ne fonctionne pas. C'est l'indice de vérification qui déstabilise le

groupe et provoque le conflit cognitif nécessaire à la recherche d'une autre démarche et à la résolution du nœud mathématique.

Dans la sous-tâche 3, l'indice de représentation dirige tous les groupes vers le développement d'une stratégie de pavage de la surface en carrés et en demi-carrés conduisant à comptabiliser 20 plantes par carré, sans jamais utiliser de formule pour calculer l'aire de la surface. En procédant de cette façon, les deux premiers nœuds mathématiques (calcul de l'aire du triangle et calcul du nombre de plantes nécessaires) sont traités de concert dans une démarche qui s'avère généralement efficace. Une fois les 90 plantes trouvées, le troisième nœud consistant à calculer qu'il convient d'acheter 6 paquets de 15 plantes semble généralement poser peu de difficultés aux groupes, et ceci même si l'on peut regretter que la façon de calculer le «6» n'est pas toujours suffisamment explicitée et réexpliquée pour s'assurer de la compréhension de chacun des élèves. Dans cette sous-tâche, les indices de vérification n'ont pas joué de rôle majeur puisque trois groupes sur quatre ont trouvé directement la solution correcte, généralement en s'appuyant sur la collaboration efficace de deux élèves, et que le dernier groupe a produit une erreur ne figurant pas parmi les indices relevés. C'est d'ailleurs là que se situe la limite principale des indices de vérification proposés: ils ne fonctionnent évidemment que si les groupes produisent l'erreur ciblée. Dans le cas contraire, ils jouent même un rôle contre-productif, puisque la constatation de la non-correspondance entre la réponse trouvée et l'indice joue un rôle de validation auprès du groupe, qui ne cherche dès lors nullement à mettre en œuvre un autre type de procédure de vérification. Même si les indices avaient été construits sur la base des réponses erronées les plus fréquemment rencontrées dans une étude préalable (Demonty *et al.*, 2014), ils ne rendent évidemment pas compte de toutes les erreurs possibles. Le choix avait été fait de ne proposer que deux erreurs pour ne pas surcharger cognitivement les élèves. Un enjeu des indices de vérification est d'enclencher un processus autorégulateur en aidant les élèves à prendre conscience des contraintes du problème. En ce sens, la démarche erronée produite par le dernier groupe est intéressante dans la mesure où elle court-circuite complètement les trois nœuds mathématiques (pas de calcul de l'aire du triangle, pas de calcul du nombre total de narcisses et pas de prise en compte de la vente par paquets) pour procéder à une simple proportionnalité permettant de calculer le prix de 20 fleurs au départ du prix connu pour 15 d'entre elles.

Concernant la deuxième question de recherche («Les élèves qui ont pu résoudre correctement la tâche complexe en groupe parviennent-ils à réinvestir ces acquis collectifs dans un travail individuel du même type?»), force est de constater que les résultats sont nettement moins encourageants puisque ce n'est que dans un seul groupe que les interactions entre élèves semblent avoir réellement joué un rôle d'hétérorégulations favorisant l'autorégulation. L'analyse des transcriptions montre que le groupe pour lequel la phase de réinvestissement a été réussie par tous les élèves est le seul dans lequel les élèves ont pris le temps de discuter précisément des différents nœuds mathématiques (même si le dernier est resté un peu plus implicite) et

de s'assurer, comme les consignes le demandaient, de veiller à la compréhension de chacun et à la *promotion d'interaction* de qualité (Gillies, 2016; Plante, 2012). C'est d'ailleurs sans doute là que se situe la lacune principale de l'approche développée : on peut en effet penser que la *responsabilité individuelle* n'était pas suffisamment contrainte pour assurer un fonctionnement optimal du groupe et assurer les apprentissages de chacun des élèves.

CONCLUSION

Malgré le caractère exploratoire de l'étude et le faible nombre de groupes concernés par l'analyse, il nous semble que l'approche proposée – un dispositif d'apprentissage coopératif structurant les interactions entre élèves grâce à des indices conçus en fonction des enjeux mathématiques des tâches proposées – offre un potentiel intéressant pour soutenir le développement des compétences des élèves en résolution de problèmes. Ce type d'approche pédagogique, qui permet aux élèves de rester acteurs de leurs apprentissages en réalisant un travail autonome, soutenu par des « outils » favorisant les hétérorégulations comme sources potentielles d'autorégulation, semble constituer une voie intéressante dont pourraient assez aisément se saisir les enseignants et les enseignantes. À nos yeux, en toute cohérence avec le présent numéro thématique, l'enjeu principal de l'article était non seulement de donner à voir la potentielle richesse des interactions entre élèves ainsi structurées, mais aussi de pointer les difficultés et les limites liées au travail de groupe, et ceci même quand celui-ci a été conçu en s'appuyant sur une approche méthodologique (l'apprentissage coopératif) dont l'efficacité a été largement démontrée (Buchs *et al.*, 2012; Gillies, 2016; Plante, 2012; Slavin, 2015). Par ailleurs, l'efficacité du dispositif coopératif envisagé devrait *a priori* pouvoir s'accroître si les enseignants et les enseignantes le soutenaient en y apportant de potentielles hétérorégulations (Allal, 2007). Toutefois, encore faut-il que ces enseignants ou enseignantes trouvent comment interagir dans « les processus de pensée et de communication en cours » (Perrenoud, 1998, p. 114) et se sentent autorisés à mettre en œuvre un « étayage » (Mottier Lopez, 2012) qui ne prend pas pour autant la forme d'un cadrage « trop étroit » (Bonnery, 2009).

Références bibliographiques

ABRAMI, Ph., CHAMBERS, B., POULSEN, C., De SIMONE, C., D'APOLLONIA, S. et HOWDEN, J. (1996). *Apprentissage coopératif. Théories, méthodes, activités*. Québec : Éditions de la Chenelière.

- ALLAL, L. (2007). Régulations des apprentissages: orientations conceptuelles pour la recherche et la pratique en éducation. Dans L. Allal et L. Mottier Lopez (dir.), *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (p. 7-23). Bruxelles: De Boeck.
- BAUDRIT, A. (2007). Apprentissage coopératif/Apprentissage collaboratif: d'un comparatisme conventionnel à un comparatisme critique. *Les Sciences de l'éducation – Pour l'Ère nouvelle*, 40(1), 115-136.
- BONNERY, S. (2009). Scénarisation des dispositifs pédagogiques et inégalités d'apprentissage. *Revue française de pédagogie*, 167, 13-23.
- BUCHS, C., DARNON, C., QUIAMZADE, A. MUGNY, G. et BUTERA, F. (2008). Conflits et apprentissage. Régulation des conflits sociocognitifs et apprentissage. *Revue française de pédagogie*, 163, 105-125.
- BUCHS, C., LEHRAUS, K. et CRAHAY, M. (2012). Coopération et apprentissage. Dans M. Crahay (dir.), *L'école peut-elle être juste et efficace?* (p. 421-454). Bruxelles: De Boeck.
- CHEN, C.H. et CHIU, C.H. (2016). Collaboration scripts for enhancing metacognitive self-regulation and mathematics literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14, 263-280.
- CRAHAY, M., HINDRYCKX, G. et LEBE, M. (2001). Analyse des interactions entre enfants en situation de tutorat portant sur des problèmes mathématiques de type multiplicatif. *Revue française de pédagogie*, 136, 133-145.
- DEMONTY, I. et FAGNANT, A. (2014). Tâches complexes en mathématiques: difficultés des élèves et exploitations collectives en classe. *Éducation et Francophonie*, XLII(2), 173-189.
- FAGNANT, A., DUPONT, V. et DEMONTY, I. (2016). Régulation interactive et résolution de tâches complexes en mathématiques. Dans L. Mottier Lopez et W. Tessaro (dir.), *Les processus de jugement dans des pratiques d'évaluation des apprentissages* (p. 229-551). Berne: Peter Lang.
- FAGNANT, A., MARCOUX, G. et VLASSIS, J. (2014). Résolution de problèmes mathématiques et développement de compétences: comment soutenir les élèves dans leur apprentissage? *Cahiers des Sciences de l'Éducation*, 36, 1-6.
- GILLIES, R.M. (2016). Cooperative learning: Review of research and practice. *Australian Journal of Teacher Education*, 41(3), 39-54.

- GINSBURG, A., COOKE, G., LEINWAND, S. et POLLOCK, E. (2005). *Reassessing U.S. international mathematics performance: New findings from 2003 TIMSS and PISA*. Washington, D.C. : American institute for Research.
- HANIN, V. et VAN NIEUWENHOVEN, C. (2016). Évaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problèmes en première secondaire. *Évaluer. Journal international de Recherche en Éducation et Formation (e-jiref)*, 2, 53-88.
- HATTIE, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London : Routledge.
- JAEGERS, D., LAFONTAINE, D. et FAGNANT, A. (2016). Favoriser la co-régulation et la co-construction d'une démarche efficace de résolution de problèmes mathématiques en fin d'enseignement primaire. *Revue Suisse des Sciences de l'Éducation*, 38(3), 569-589.
- LERHAUS, K. (2002). La pédagogie coopérative: de la formation à la mise en pratique. *Revue Suisse des Sciences de l'Éducation*, 24(3), 1-22.
- LEMAIRE, E. (2016). *Face à une tâche complexe, les modalités de travail données aux différents groupes influencent-elles les interactions sociocognitives et l'efficacité des groupes* (Mémoire de Master inédit). Université de Liège.
- MERCIER-BRUNEL, Y. (2017). Soutenir l'autorégulation des apprentissages en séance de correction collective. Dans S. Cartier et L. Mottier Lopez (dir.), *Soutien à l'apprentissage autorégulé en contexte scolaire: perspectives francophones* (p. 137-159). Québec: Presses de l'Université du Québec.
- MEVARECH, Z.R. et KRAMARSKI, B. (2014). *Critical Maths for Innovative Societies: The Role of Metacognitive Pedagogies*. Paris: OECD publishing.
- MOTTIER LOPEZ, L. (2012). *La régulation des apprentissages en classe*. Bruxelles: De Boeck.
- MOTTIER LOPEZ, L. (2015). Évaluation-régulation interactive : étude des structures de participation guidée entre enseignant et élèves dans le problème mathématique « Enclos de la chèvre ». *Mesure et évaluation en éducation*, 381, 89-120.
- PLANTE, I. (2012). L'apprentissage coopératif: des effets positifs sur les élèves aux difficultés liées à son implantation en classe. *Revue Canadienne de l'Éducation*, 35(3), 252-283.
- PERRENOUD, P. (1998a). *L'évaluation des élèves. De la fabrication de l'excellence à la régulation des apprentissages: entre deux logiques*. Bruxelles: De Boeck.

- SANDRON, L. et FAGNANT, A. (2017). L'influence d'une formation au tutorat sur les performances en résolution de problèmes et sur la motivation autodéterminée d'élèves de fin d'enseignement primaire. *Revue Française de Pédagogie*, 198, 75-92.
- SLAVIN, R.E. (2015). Cooperative learning in elementary schools. *Education 3-13*, 43(1), 5-14.
- SLAVIN, R. E. et LAKE, C. (2008). Effective programs in elementary mathematics: A best-evidence synthesis. *Review of Educational Research*, 78(3), 427-515.
- THEVENOT, C., BARROUILLET, P. et FAYOL, M. (2015). De l'émergence du savoir calculer à la résolution des problèmes arithmétiques verbaux. Dans M. Crahay et M. Dutrevis (dir.), *Psychologie des apprentissages scolaires* (p. 169-197). Bruxelles: De Boeck.
- VAN DOOREN, W., VERSCHAFFEL, L., GREER, B., De BOCK, D. et CRAHAY, M. (2015). La modélisation et la résolution de problèmes d'application. Dans M. Crahay et M. Dutrevis (dir.), *Psychologie des apprentissages scolaires* (p. 199-220). Bruxelles: De Boeck.

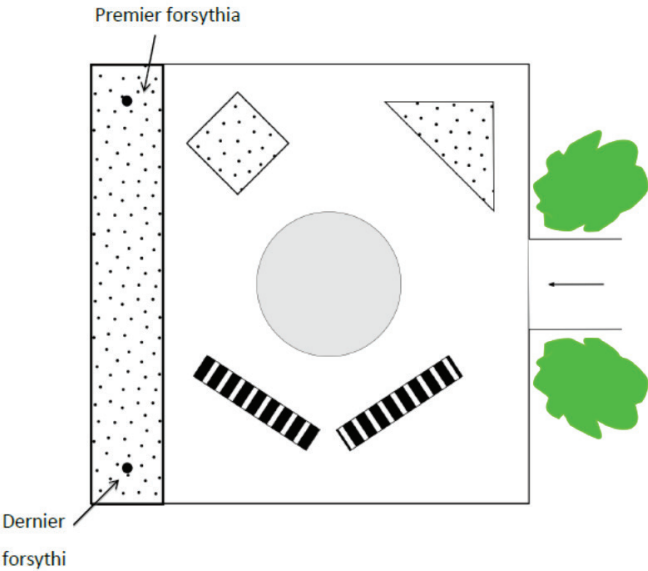
Annexe 1.

TÂCHE COMPLEXE, « NŒUDS MATHÉMATIQUES » ET INDICES DE REPRÉSENTATION ET DE RÉOLUTION

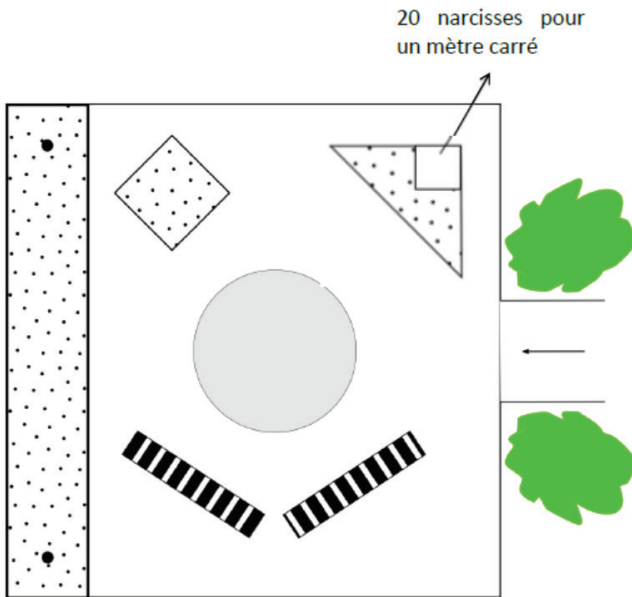
Note: La tâche complexe proposée est très largement inspirée de la tâche éponyme proposée par la commission d'outils d'évaluation et disponible sur le site du ministère de l'Enseignement (<http://www.enseignement.be>). Sur le plan donné aux élèves, les éléments à mesurer conduisaient à des nombres entiers (ou à des décimaux limités aux dixièmes).

Côté cour, côté jardin	Portefeuille de documentation																														
Contexte Des élèves projettent d'aménager l'espace autour du bac à sable. Sur les conseils d'un papa jardinier, ils décident de : - planter 20 lavandes dans un parterre de forme carrée, - planter une rangée de forsythias qui doivent être espacés d'un mètre l'un de l'autre, → Pour t'aider, les deux forsythias des extrémités ont été représentés par un point. - planter 20 narcisses par mètre carré dans un parterre de forme triangulaire. L'association des parents de l'école offre un budget de 150 € pour ce projet. Tâche Vérifie si la somme offerte par l'association des parents est suffisante pour réaliser le projet. → Justifie ta réponse par des calculs.	Plan de l'espace à aménager Echelle: 1cm sur le plan → représente 1m dans la réalité 0 1 2 3 4 5 m sable espace à planter bancs buissons																														
Tarif																															
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Articles</th> <th>Prix</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">Arbustes</td> </tr> <tr> <td>Amélanchier</td> <td>11,80 € la pièce</td> </tr> <tr> <td>Deutzia</td> <td>6,50 € la pièce</td> </tr> <tr> <td>Forsythia</td> <td>6,95 € la pièce</td> </tr> <tr> <td>Salix</td> <td>9,95 € la pièce</td> </tr> <tr> <td>Spirée</td> <td>7,00 € la pièce</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">Fleurs</td> </tr> <tr> <td>Amaryllis</td> <td>11,95 € la pièce</td> </tr> <tr> <td>Gaillarde</td> <td>10,95 € le paquet de 5</td> </tr> <tr> <td>Iris</td> <td>5,95 € le paquet de 25</td> </tr> <tr> <td>Lavande</td> <td>9,95 € le carton de 5</td> </tr> <tr> <td>Lis</td> <td>8,50 € le paquet de 8</td> </tr> <tr> <td>Narcisse</td> <td>5,95 € le paquet de 15</td> </tr> <tr> <td>Œillet</td> <td>8,85 € le paquet de 6</td> </tr> </tbody> </table>		Articles	Prix	Arbustes		Amélanchier	11,80 € la pièce	Deutzia	6,50 € la pièce	Forsythia	6,95 € la pièce	Salix	9,95 € la pièce	Spirée	7,00 € la pièce	Fleurs		Amaryllis	11,95 € la pièce	Gaillarde	10,95 € le paquet de 5	Iris	5,95 € le paquet de 25	Lavande	9,95 € le carton de 5	Lis	8,50 € le paquet de 8	Narcisse	5,95 € le paquet de 15	Œillet	8,85 € le paquet de 6
Articles	Prix																														
Arbustes																															
Amélanchier	11,80 € la pièce																														
Deutzia	6,50 € la pièce																														
Forsythia	6,95 € la pièce																														
Salix	9,95 € la pièce																														
Spirée	7,00 € la pièce																														
Fleurs																															
Amaryllis	11,95 € la pièce																														
Gaillarde	10,95 € le paquet de 5																														
Iris	5,95 € le paquet de 25																														
Lavande	9,95 € le carton de 5																														
Lis	8,50 € le paquet de 8																														
Narcisse	5,95 € le paquet de 15																														
Œillet	8,85 € le paquet de 6																														
Les 4 « nœuds mathématiques » principaux, tels que révélés par une étude préalable (Demonty <i>et al.</i>, 2014) : Sous-tâche 2 - 1^{er} nœud – Prendre en compte qu'il s'agit d'une situation d'intervalle: pour placer une plante tous les m (ou cm), il convient d'ajouter « +1 » à la valeur de la mesure entre les deux extrémités (10 cm sur le plan donné aux élèves en taille réelle). Sous-tâche 3 - 1^{er} nœud – Comprendre qu'il faut s'intéresser à l'aire du triangle et la calculer (4,5 m²); 2^e nœud – Calculer le nombre total de fleurs (4,5 m² x 20 fleurs/m² = 90 fleurs); 3^e nœud – Calculer le nombre de paquets à acheter (15 fleurs/paquet x 6 paquets = 90 fleurs).																															

Les indices de représentation et de vérification pour la sous-tâche 2

Indice de représentation	Indice de vérification*
	Voici des réponses fausses données par des élèves dans une autre classe. $6,95 \text{ €} \times 2 = 13,9 \text{ €}$ $6,95 \text{ €} \times 10 = 69,5 \text{ €}$ * Il s'agit des deux erreurs les plus fréquemment rencontrées dans une étude préalable (Demonty <i>et al.</i>, 2014).

Les indices de représentation et de vérification pour la sous-tâche 3

Indice de représentation	Indice de vérification*
	Voici des réponses fausses données par des élèves dans une autre classe. $5,95 \text{ €} \times 20 = 119 \text{ €}$ $5,95 \text{ €} \times 4,5 = 26,77 \text{ €}$ * Il s'agit des deux erreurs les plus fréquemment rencontrées dans une étude préalable (Demonty <i>et al.</i>, 2014).

Annexe 2.

SCRIPT LU AUX ÉLÈVES AU DÉBUT DU TRAVAIL DE GROUPE COOPÉRATIF

«Je vous ai placés par groupes de trois élèves. Je vais vous distribuer le même problème que la fois passée car il s'agit d'une tâche complexe et j'aimerais voir si le fait de travailler ensemble va permettre une meilleure réussite que lorsque vous avez travaillé seul. Le groupe est constitué de cette façon car vous n'aviez pas les mêmes réponses donc j'aimerais que vous en discutiez et que vous réalisiez le problème ensemble. Tout d'abord, l'un de vous va lire le problème en entier au groupe pour vous le remettre en mémoire. Ensuite, je vais vous demander pour chaque sous-tâche marquée par un numéro de respecter un rôle bien précis. J'espère que cela pourra vous aider. Je vais vous expliquer les différents rôles.

- **Rôle 1 :** Un enfant lit la sous-tâche et réexplique ce que vous devrez faire. Ensuite, il cherchera l'info dans les documents. Où faut-il regarder pour répondre à cette question? De quoi avez-vous besoin? ...
- **Rôle 2 :** Un autre élève sera le responsable des indices et sera chargé de les gérer et de les utiliser au bon moment. En effet, les indices vont vous aider à comprendre le problème. L'indice 1 est celui de représentation, il peut être utilisé directement après la lecture de la sous-tâche. Par contre, l'indice 2, celui de résolution, vous ne pourrez l'utiliser qu'une fois que vous avez trouvé une réponse à la sous-tâche. Une fois que l'élève qui a le rôle 1 a lu l'énoncé et cherché les éléments d'informations importantes pour résoudre la sous-tâche, vous discuterez ensemble quant à la (aux) démarche(s) à effectuer pour résoudre le problème et vous écrirez tous vos calculs sur la feuille prévue à cet effet. Une fois que vous avez trouvé une réponse, l'indice 2 peut être regardé.
- **Rôle 3 :** Le troisième enfant aura le rôle de «vérificateur» c'est-à-dire qu'il s'assurera que chacun a compris le procédé pour résoudre la sous-tâche et que tout le monde est d'accord avec le choix de réponse. Il s'occupera également de vérifier les calculs et les réponses.

Chacun doit être responsable de son rôle. Je vous rappelle également qu'il s'agit d'un travail coopératif donc si l'un de vous n'arrive pas à mener à bien le rôle défini, les autres, vous pouvez bien sûr l'aider. Pour la première sous-tâche, X jouera le rôle de lire et de rechercher les informations utiles; Y jouera le rôle du responsable des indices et Z jouera le rôle de vérificateur. À chaque sous-tâche à réaliser vous changerez de rôle. Vous allez démarrer avec la sous-tâche 1. Quand vous aurez terminé cette première sous-tâche, on changera les rôles de chacun. Je vous expliquerai à ce moment-là. Comme la fois dernière la calculatrice est autorisée, à vous de l'utiliser à bon escient. Avez-vous encore des questions?

Une dernière chose, je vais vous filmer pour garder une trace de vos échanges, mais faites comme si la caméra n'était pas là. Ce n'est pas un contrôle donc soyez détendus. Je vous rappelle qu'il s'agit d'un travail de groupe donc que si vous avez des questions, vous les posez à vos camarades et non à moi. De plus, lors d'un travail en coopération certaines valeurs sont à appliquer comme le respect, l'entraide, la solidarité, le droit à l'erreur ... Bon travail.» (Extrait de Lemaire, 2016, Annexes, p. 6-7.).

La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN

Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN

Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada
Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique
Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique
Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada
Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France
Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France
Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada
Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN

Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN

Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

RÉSUMÉ

La présente étude s'appuie sur les champs de recherche centrés sur l'apprentissage coopératif et les régulations interactives afin d'identifier les modalités les plus déterminantes dans l'efficacité du travail de groupe. L'étude a été menée au sein d'une classe de troisième secondaire (14 filles) de l'enseignement général d'un établissement scolaire situé au cœur de Bruxelles. Deux dyades d'élèves ont été choisies pour leur type d'interaction contrastée et ont été analysées afin de caractériser le type d'interaction, l'objet des discussions, le niveau de responsabilité individuelle de chaque membre, ainsi que la présence de conduites d'autorégulation.

ABSTRACT

Does the dyad contribute to the adoption of self-regulating behaviours in solving mathematical problems among high school students?

Vanessa HANIN, Catholic University of Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Catholic University of Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium

This study is based on research fields focused on cooperative learning and interactive regulation in order to identify the most important modalities for the effectiveness of group work. The study was conducted in a general education high school class (14 girls) at a school in downtown Brussels. Two student dyads were chosen for their contrasting interactions and were analyzed to characterize the type of interaction, the purpose of the discussions, each member's level of individual responsibility and the presence of a variety of self-regulating behaviours.

RESUMEN

¿La díada contribuye a la adopción de comportamientos de auto-regulación en la resolución de problemas matemáticos entre los alumnos de secundaria?

Vanessa HANIN, Universidad Católica de Lovaina, Lovaina la Nueva, Bélgica

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Universidad Católica de Lovaina, Lovaina la Nueva, Bélgica

El presente estudio se base en los campos de investigación centrados en el aprendizaje cooperativo y las regulaciones interactivas con la finalidad de identificar las modalidades más determinantes en la eficiencia del trabajo de grupo. El estudio se realizó en una clase de tercero de secundaria (14 muchachas) de enseñanza general en un establecimiento escolar situado en el centro de Bruselas. Dos díadas de alumnas fueron seleccionadas por su tipo de interacción contrastado y fueron analizadas con el fin de caracterizar el tipo de interacción, el objeto de las discusiones, el nivel de responsabilidad individual de cada miembro, así como la presencia de comportamientos de autorregulación.

INTRODUCTION

Depuis le passage à l'ère des compétences, la résolution de problèmes est devenue un enjeu clé de l'enseignement des mathématiques à travers le monde et occupe une place centrale dans les curricula de formation (Hanin et Van Nieuwenhoven, 2016; Lajoie et Bednarz, 2014; Marcoux, 2012; Verschaffel, Greer et Van Dooren, 2008). Il est ainsi attendu des élèves qu'ils soient capables de mobiliser, de manière intégrée, des ressources externes et internes pour résoudre des tâches complexes, voire inédites (Demonty et Fagnant, 2014). De nombreuses recherches ont, cependant, identifié les difficultés importantes rencontrées par les élèves face à ces tâches.

Parmi les travaux qui se sont penchés sur le développement de compétences, un nombre important se sont intéressés à la régulation¹ des apprentissages en classe (Allal, 2007; Mottier-Lopez, 2012). Parmi les différents types de régulations couramment épinglés, les régulations interactives, et, plus précisément, celles résultant des interactions entre élèves ont particulièrement fait leurs preuves. Ce type de régulation a le potentiel de susciter des conduites d'hétérorégulation pouvant conduire à des conduites autorégulées et, ainsi, à une hausse des performances (Fagnant, Dupont et Demonty, 2016; Lepareur et Grangeat, 2017; Mottier Lopez, 2007).

Pourtant, les recherches conduites dans l'enseignement secondaire soulignent la réticence des enseignants à recourir régulièrement au travail de groupe (Ginsburg *et al.*, 2005; Topping, 2011). Le coût temporel, le manque de compétence des enseignants et leurs doutes quant aux bienfaits d'une telle approche sont invoqués pour rejeter cette modalité pédagogique (Plante, 2012). De plus, les enseignants y recourent souvent de façon déstructurée (Slavin, 2010). La mise en place d'un travail de groupe structuré, c'est-à-dire pour lequel la composition des groupes, le type de relations entre les membres du groupe, etc. ont été pensés *a priori*, exige, en effet, une formation spécifique de la part des enseignants (Baudrit, 2005; Buchs, Lehraus et Crahay, 2012; Plante, 2012). Or ce n'est que dans sa version structurée que le travail de groupe produit les effets bénéfiques qu'on lui connaît (Buchs *et al.*, 2012; Plante, 2012). Quelles sont les modalités de travail qui rendent les interactions entre élèves efficaces? Si de nombreux chercheurs s'y sont déjà intéressés, en comparant les effets de l'introduction de modalités de travail différentes, les résultats ne sont pas toujours concordants. La présente étude souhaite participer à la clarification des résultats actuels en identifiant les modalités qui rendent les interactions entre élèves efficaces, le tout par l'analyse de leurs échanges en contexte naturel de résolution de problèmes mathématiques. Plusieurs questions sont ainsi posées: est-ce bénéfique en matière d'apprentissage de constituer des groupes d'élèves homogènes sur le plan des habiletés mathématiques? Plus spécifiquement, regrouper des élèves présentant un niveau d'habileté faible permet-il le dépassement des nœuds conceptuels des

1. La régulation renvoie aux « mécanismes qui assurent le guidage, le contrôle, l'ajustement des activités cognitives, affectives et sociales, favorisant ainsi la transformation des compétences de l'apprenant » (Allal, 2007, p. 9).

problèmes à résoudre et le développement de conduites d'autorégulation? La nature des interactions entre les membres d'un même groupe varie-t-elle selon le niveau de complexité du problème?

ANCRAGE THÉORIQUE

Interactions entre élèves

Que ce soient les recherches sur l'apprentissage coopératif (Baudrit, 2005; Buchs *et al.*, 2012), sur les régulations interactives (Allal, 2007; Mottier Lopez, 2012) ou sur les interactions entre élèves porteuses de conflits sociocognitifs (Fuchs *et al.*, 1995), toutes s'accordent pour reconnaître les bénéfices du travail en groupe. Ce dernier, en permettant l'échange, la mise en commun et la confrontation d'idées, offre des occasions d'apprentissage que le travail individuel à lui seul ne permet pas. Le travail en groupe se démarque également, positivement, d'un traitement collectif des tâches. Plusieurs travaux révèlent en effet que, lorsque les tâches de mathématiques font l'objet d'une analyse collective, les interventions de l'enseignant s'apparentent, bien souvent, à un guidage directif orienté par le raisonnement de l'adulte plutôt qu'un guidage axé sur celui de l'élève (Bonnery, 2009; Fagnant *et al.*, 2016; Ginsburg *et al.*, 2005). Toutefois, le simple fait de grouper les élèves est loin de garantir un apprentissage coopératif effectif (Buchs, Gilles et Butera, 2012).

Plusieurs chercheurs ont tenté d'identifier empiriquement les modalités de travaux de groupes efficaces dans le contexte de la résolution de problèmes mathématiques. Dans leur étude conduite auprès d'élèves de grades 3 et 4, Fuchs *et al.* (2000) se penchent sur la **taille du groupe** (groupe de 4 élèves vs dyade) et le **niveau de structuration du groupe** (collaboration structurée² vs collaboration non structurée) avec comme principe de base de constituer des groupes avec une forte hétérogénéité quant au niveau d'habileté en mathématiques. Si les élèves bénéficient de façon semblable de la structure collective dans les deux formes de structuration, le nombre d'échanges et la participation des élèves de niveau faible sont plus importants au sein des dyades que des groupes de quatre élèves. Pour les élèves de niveau élevé, la structure groupale, en ce qu'elle offre plus d'occasions de conflits sociocognitifs que la dyade, est à privilégier. Cependant, plusieurs auteurs précisent que lorsque la différence de niveau est trop importante entre les deux élèves, le travail n'est pas efficace : le plus « fort » fait le travail (Baudrit, 2005).

Buchs *et al.* (2008) ajoutent que les relations asymétriques favorisent la complaisance. En d'autres termes, les groupes constitués d'individus présentant des niveaux

2. Dans la condition « collaboration structurée », les élèves sont amenés à prendre des rôles spécifiques, lecteur, moniteur, contrôleur et scripteur. Dans le cas des dyades, les élèves alternent dans les rôles de lecteur/contrôleur et de scripteur/moniteur.

d'habiletés différents sont moins favorables aux conflits sociocognitifs, indispensables à l'apprentissage. Ils induisent plutôt un accord de surface ou une simple imitation.

De leur côté, Demonty, Dupont et Fagnant (2014) se sont attardées sur quatre modalités : la constitution du groupe, le type d'interaction, le rôle des indices et les objets de discussion auprès d'élèves en fin d'enseignement primaire. Concernant les **types d'interaction**, elles en mettent en relief trois. Le premier type d'interaction, que nous avons appelé interaction « unilatérale », s'observe lorsqu'un des élèves du groupe impose sa démarche, ne cherche pas à l'expliquer, et que les autres ne posent pas de question d'éclaircissement. Le deuxième type d'interaction, appelé « explicitation », se caractérise par l'explication par chacun des membres du groupe de sa démarche dans le but de convaincre les autres de sa pertinence. Le troisième type d'interaction, baptisé « coconstruction », se caractérise par une construction collective de la démarche de résolution. Les membres du groupe échangent leur avis en vue de résoudre ensemble la tâche proposée. Si la présence d'échanges au sein du groupe (interactions de type « explicitation » et « coconstruction ») « est loin de garantir la réussite de la tâche [...], à contrario, l'absence d'échanges a souvent abouti à une réponse incorrecte » (Demonty *et al.*, 2014, p. 188). Quant aux **objets de discussion**, l'efficacité ou non des groupes semble surtout liée à la stratégie mise en œuvre pour résoudre la tâche. Ensemble, ces constats amènent ces chercheuses à conclure que des modalités de travail plus structurées conduiraient à une plus grande efficacité des travaux de groupe (Demonty *et al.*, 2014).

De l'hétérorégulation à l'autorégulation

Rappelons ici que les travaux conduits dans le champ théorique de l'analyse des régulations interactives (Hanin et Van Nieuwenhoven, 2018; Demonty *et al.*, 2014; Lepareur et Grangeat, 2017; Mottier Lopez, 2007) ont aussi mis à jour, dans le domaine de la résolution de tâches complexes, le potentiel des interactions entre pairs. Ces dernières constituent « des sources potentielles de régulation qui ont une fonction de médiation à l'**autorégulation** de l'élève » (Mottier Lopez, 2012, p. 31). Toutefois, compte tenu des difficultés rencontrées par les élèves dans la résolution de tâches complexes, il est nécessaire que l'enseignant dispense un **enseignement explicite de stratégies cognitives**, de manière à favoriser l'adoption d'une conduite d'hétérorégulation pouvant donner lieu à des comportements d'autorégulation (Hanin et Van Nieuwenhoven, 2018; Jaegers, Lafontaine et Fagnant, 2016; Kramarski et Mevarech, 2003).

Lorsque la régulation est stimulée par des facteurs externes tels que les interactions entre élèves (E-E), entre l'élève et le maître ou la maîtresse (E-M) ou entre l'élève et les outils mis à sa disposition (E-O), on parle d'hétérorégulation, tandis que lorsqu'elle relève directement du chef de l'élève, d'efforts internes, on parle d'autorégulation.

S'il ne faut pas sous-estimer l'importance des interventions externes, dès lors que les conduites d'autorégulation ne s'acquièrent pas spontanément et automatiquement (Schunk, 2001), il ne faut pas non plus perdre de vue que ce sont les conduites d'autorégulation, seules, qui assurent l'apprentissage (Allal, 2007). S'il n'y a pas de consensus à l'heure actuelle sur le nombre et la dénomination des stratégies d'autorégulation cognitive, beaucoup de chercheurs se rallient autour d'une typologie à quatre dimensions (par exemple Cartier, Butler et Janosz, 2007; Focant et Grégoire, 2008; Patrick, Ryan et Pintrich, 1999; Zimmerman, 2011) : la détermination du but, la planification, les stratégies de contrôle et les stratégies de régulation.

OBJECTIF DE L'ÉTUDE

La présente étude s'appuie sur les deux champs de recherche mentionnés *supra* afin d'identifier les modalités les plus déterminantes dans l'efficacité des groupes. Nous entendons par « groupes efficaces » ceux qui favorisent l'adoption par les élèves de conduites d'autorégulation (compréhension approfondie du problème, planification de la démarche de résolution et vérification), le dépassement des enjeux conceptuels identifiés dans les tâches proposées et qui aboutissent à une réponse correcte comprise par tous les membres du groupe. L'étude a été menée auprès d'élèves plus âgés que ceux repris dans les recherches antérieures, plus précisément au sein d'une classe de troisième secondaire (14 filles) de l'enseignement général d'une école située à Bruxelles et présentant un indice socioéconomique³ faible. Bien que l'idée soit d'analyser les interactions entre élèves sans manipulation, au vu de la revue de la littérature, nous avons pris plusieurs précautions, structurant *a minima* les groupes. Premièrement, compte tenu du niveau fragile des élèves, nous avons opté pour un format en dyade. Deuxièmement, pour limiter au maximum le phénomène de comparaison sociale, l'enseignant a pris soin d'associer des élèves de même niveau d'habiletés et entretenant une relation non conflictuelle. Pour la présente étude, nous avons retenu deux dyades⁴ se composant, toutes deux, d'élèves faibles en résolution de problèmes et dont le français est la langue maternelle. Elles ont été choisies pour leur type d'interaction *a priori* très contrasté : l'un efficace et l'autre inefficace.

COLLECTE DE DONNÉES

Pendant quatre semaines, à raison d'une séance par semaine, les élèves de la classe ont été invités à résoudre un problème algébrique (voir annexe), d'abord individuellement, puis en dyade. Une analyse de ces problèmes axée sur les relations et le niveau de complexité est proposée en annexe.

3. Cet indice varie entre 1 et 20 et prend en compte cinq facteurs : le revenu par habitant, le niveau de diplôme des parents, le taux de chômage, les activités professionnelles et le confort des logements (Ministère de la Communauté française, 2009).

4. Sur les sept dyades participantes, seules deux répondaient à l'ensemble des conditions susmentionnées (élèves faibles, entretenant une relation non conflictuelle et ayant le français comme langue maternelle).

Notons que les problèmes ont été choisis par l'enseignant et qu'il s'agit de problèmes de réinvestissement. En donnant l'occasion aux élèves de résoudre d'abord individuellement le problème, nous souhaitons permettre à chacun de s'approprier le problème. Les démarches spontanées individuelles viennent nourrir les échanges en dyade. En accord avec les recherches soulignant la nécessité d'un enseignement explicite de stratégies cognitives de résolution de problèmes pour favoriser le développement de conduites hétérorégulées et autorégulées (Hanin et Van Nieuwenhoven, 2018; Blum, 2011; De Corte, Verschaffel et Masui, 2004; Kramarski et Mevarech, 2003), préalablement à la première séance, l'enseignant a expliqué à l'ensemble de la classe une démarche de résolution de problèmes en quatre étapes (Fagnant, 2008; Verschaffel *et al.*, 2004): construction d'un modèle de situation, élaboration d'un plan d'attaque, vérification de la justesse et de la pertinence de la réponse obtenue et communication de la réponse. Cette démarche a ensuite été mise en application, par celui-ci, sur deux problèmes algébriques différents de ceux travaillés lors des quatre séances.

Afin d'être en mesure de comprendre toute la complexité des interactions entre élèves, nous avons adopté une approche qualitative à visée descriptive et compréhensive, et, plus précisément, l'étude de cas (Baxter et Jack, 2008; Willig, 2013; Yin, 2011). Effectivement, cette approche permet d'accéder à une description et à une compréhension détaillées et contextualisées du cas qui nous préoccupe et de ses complexités. Ce sont donc les échanges qui constituent l'unité d'analyse et non les individus eux-mêmes.

MÉTHODE D'ANALYSE DES DONNÉES

Les enregistrements ont été retranscrits sous forme de verbatim (Fereday et Muir-Cochrane, 2006; Zhou, 2014). Les codes et les thèmes ont été identifiés en utilisant une combinaison d'approches inductive et déductive, et ce, afin de mettre en exergue les liens dynamiques entre la théorie et les données. Par ailleurs, la procédure de codage a suivi un processus itératif (Urdan, Solek et Schoenfelder, 2007).

Les échanges verbaux ont été classés, selon leur nature, en sept catégories: 1) compréhension (ex.: retour à l'énoncé, compréhension de l'explication du pair); 2) explication (ex.: description spontanée, où à la demande, de sa démarche); 3) proposition (ex.: suggestion de stratégie, de mise en équation, de réponse); 4) clarification (ex.: question d'éclaircissement); 5) directive (ex.: calcul à effectuer); 6) désaccord (c.-à-d. remise en question de la proposition de l'autre); et 7) vérification (c.-à-d. vérification empirique⁵ et pragmatique⁶, et vérification de la solution obtenue). Ces catégories

5. Le contrôle empirique consiste à s'assurer qu'aucune faute de calcul n'a été commise en refaisant les calculs ou en effectuant la preuve (Focant et Grégoire, 2008).

6. Le contrôle pragmatique consiste à remettre en question la nature de la réponse et ses conditions de validité en fonction du contexte (Houdement, 2011).

serviront, par la suite, à caractériser le type d'interaction, l'objet des discussions, le niveau de responsabilité individuelle de chaque membre, ainsi que la présence de conduites d'autorégulation.

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

La section consacrée aux résultats est scindée en deux parties. La première s'attache à dresser des constats généraux relatifs à la nature des échanges verbaux au sein de chaque dyade. La seconde cherche à affiner ces premiers constats en examinant chacune des séances sous quatre angles : le type d'interaction, l'objet des discussions, le niveau de responsabilité individuelle de chaque membre de la dyade et la présence de conduites d'autorégulation.

Nature des échanges verbaux

Le tableau 1 nous informe sur la nature des échanges verbaux au sein des dyades lors de chaque problèmes. Au sein de la dyade Anaëlle-Barbara, un premier constat est le nombre restreint d'échanges. Le problème 2 est celui qui comprend le nombre le plus important d'échanges, témoignant de sa complexité pour les deux élèves. La nature de ces échanges connaît une évolution positive au cours des problèmes. Effectivement, si au problème 1 les clarifications sollicitées par Anaëlle sont d'ordre pratique, elles deviennent, dès le problème 2, de nature conceptuelle. De plus, l'orientation directive, non propice à l'apprentissage, prise par Barbara dès le problème 1, se dissipe dès le problème 3 au profit de l'explication. *A contrario*, la dyade Camille-Dorothée se caractérise par un nombre élevé d'échanges. Au cours des quatre problèmes, Dorothée privilégie l'explication. Camille, pour sa part, recourt à une palette d'échanges variés, significatifs en termes d'apprentissage (compréhension, proposition, explication et clarification), sauf pour le problème 2, pour lequel elle fait essentiellement des propositions.

Tableau 1. **Évolution de la nature des échanges verbaux entre la séance 1 et la séance 4 pour chaque élève**

		Compréhension	Explication	Proposition	Clarification	Directive	Désaccord	Vérification	Total
P1	Anaëlle	1	1	1	2*	0	1	0	7
	Barbara	0	1	1	0	3	0	0	5
	Camille	7	5	6	5	0	1	2	26
	Dorothée	2	8	3	0	0	3	0	16
P2	Anaëlle	1	1	2	2	0	1	0	7
	Barbara	0	3	1	1	3	0	1	9
	Camille	1	1	4	1	0	1	0	8
	Dorothée	1	5	1	2	0	1	0	10
P3	Anaëlle	0	1	1	2	0	0	0	4
	Barbara	0	4	0	0	1	1	0	6
	Camille	2	9	0	5	0	3	0	19
	Dorothée	1	10	5	3	0	3	1	23
P4	Anaëlle	2	0	2	0	0	1	0	5
	Barbara	0	2	0	0	0	0	1	3
	Camille	3	2	1	4	0	0	0	10
	Dorothée	2	4	0	1	0	1	2	10

* Il s'agit dans ce cas-ci de clarifications d'ordre pratique.

Légende: P1 = problème 1; P2 = problème 2; P3= problème 3; P4= problème 4.

Caractériser l'évolution des interactions au sein de chaque dyade

Pour rappel, trois critères ont été retenus pour la caractérisation des interactions: le type d'interaction, le ou les objets de discussion et le niveau de responsabilité individuelle de chaque membre.

Dyade Anaëlle-Barbara

Lors du premier problème, plusieurs indices attestent d'un fonctionnement de type «unilatéral». Barbara «impose» sa démarche à Anaëlle et dirige l'échange (transcription 1). Le fait qu'elle ne se soucie ni de la démarche d'Anaëlle ni des propositions que cette dernière lui fait pour l'affiche commune, et qu'elle refuse d'adapter sa démarche, en témoigne. S'il est vrai qu'à la demande d'Anaëlle Barbara explique sa démarche, ses explications sont trop rapides pour que sa condisciple puisse se les approprier. Notons également qu'Anaëlle ne pose aucune question de clarification d'ordre conceptuel. Si cette dernière ne semble pas réticente à reprendre la démarche de Barbara («Et si on fait comme tu as fait ici?»), à plusieurs reprises elle tente de

prendre sa place au sein de l'échange en mentionnant le plan d'attaque tel que défini par l'enseignant, et en demandant de pouvoir écrire sur l'affiche commune. Si, la première fois, elle se fait rabrouer par Barbara, la seconde elle n'arrive pas à suivre le débit de parole de cette dernière. Au niveau des objets de discussion, il s'agit d'une discussion tournant essentiellement autour de considérations pratiques. Par ses propos, on constate qu'Anaëlle n'a pas intégré le raisonnement de Barbara. Cette dernière ne s'assure à aucun moment de sa compréhension.

Transcription 1. Illustration des échanges au sein de la dyade Anaëlle-Barbara pour le problème 1

- A: L'âge de la mère, tu as fait comment pour trouver ça?
- B: J'ai écrit tout mais ... Attends ! J'ai écrit l'âge, puis j'ai fait le triple. Et puis j'ai fait plus 11 les 2. Et puis j'ai fait ... l'âge de la fille plus 11 fois 2. Et j'ai que la mère elle a 51 ans et la fille, elle a 24 ans après 11 ans.
- A: Moi, j'ai fait la même chose mais sauf que j'ai pas trouvé.
- B: Ben, on a qu'à faire le mien.
- [...]
- A: Mais, le plan d'attaque du problème ce n'est pas ça. C'est le plan, c'est comment tu vas résoudre ton problème.
- B: Ben oui, mais moi j'ai fait comme ça. Donc ça va être un peu dur de l'écrire.
- A: Et si on fait comme tu as fait ici?
- B: Non, ça c'est trop long. Je vais juste écrire à partir d'ici. Donc, 10 c'est 30; 11 c'est 33; 12 c'est 36; 13 c'est 39. On va barrer ceux qui sont faux, c'est celui-là qui est juste... Plus 11, ça fait 24.
- A: J'écris la fin? ... Donc 24 et quoi?
- B: Et 51. Le double de l'âge de la fille...
- A: Stop, tu vas trop vite!

Lors du deuxième problème, on peut observer un changement dans le type d'interaction entre Anaëlle et Barbara (transcription 2). Effectivement, si, au début, Barbara semble encore tenir fermement les rênes de l'échange, elle se remet en question et écoute davantage les propositions d'Anaëlle quand elle se rend compte que sa démarche ne fonctionne pas. La modélisation sous la forme d'un système d'équations et la compréhension des relations entre les états et les taux constituent de réels obstacles pour le duo. De plus, bien que l'on ne puisse pas encore parler « d'explicitation », leurs échanges, en contestant la stratégie à utiliser et la pertinence d'obtenir un nombre décimal, prennent une tournure plus propice à l'apprentissage.

Transcription 2. Illustration des échanges au sein de la dyade Anaëlle-Barbara pour le problème 2

- B: Mais oui, mais on ne sait pas faire 16 divisé par 20.
A: Je ne comprends pas. Alors c'est pas comme ça qu'il faut faire?
B: Non
A: Peut-être les spectateurs divisés par la recette?
B: Ça fera quand même un chiffre à virgule...
B: Peut-être que ça, il ne faut pas s'en occuper peut-être? Peut-être qu'on doit faire 28 740 divisés par 20 et ça nous fait le nombre de places et 28 740 divisés par 14.
A: Ben, 1 437 places achetées pour 20. Et pour 14...
B: Non, pour 14 c'est pas comme ça. Enfin, je sais pas... Attends, vas-y, fais quand même. Ben on écrit euh... non ce n'est pas possible. [Voyant qu'Anaëlle obtient un nombre décimal.]
A: On doit pas faire 20 plus 14?
B: Pourquoi?
A: Je ne sais pas.

Lors du troisième problème, elles explicitent toutes les deux leurs démarches, mais l'interaction nous semble plus «unilatérale» que relever de l'«explicitation». L'analyse des objets de discussion abonde dans le même sens.

Lors du quatrième problème, il semblerait que la relation soit à nouveau «unilatérale» (transcription 3). Effectivement, si, à plusieurs reprises, Barbara explique son raisonnement à Anaëlle et lui démontre que l'approche par essais-erreurs est pertinente dans ce cas-ci, quand cette dernière se propose d'expliciter le sien, sa proposition reste sans réponse. Comme précédemment, Anaëlle cherche à prendre sa place au sein de l'échange. Et, cette fois, ses interventions semblent témoigner de sa compréhension du problème («Oui, et fois 11, ça fait 99»; «108 plus les 300»). Précisons que, comme Anaëlle le souligne d'entrée de jeu, elle n'a pas compris le problème, on peut faire l'hypothèse que ce sont les explications de Barbara qui lui ont permis de comprendre.

Transcription 3. Illustration des échanges au sein de la dyade Anaëlle-Barbara pour le problème 4

- A: T'as eu combien?
B: Euh, attends, 12.
A: Moi aussi. Enfin, j'ai pas trouvé... en fait, le calcul je n'ai pas très bien compris.
B: Eh bien, le calcul, moi j'ai fait le nombre de T-shirt, attends... Le nombre de T-shirts fois 20. Puis j'ai fait 9 euros fois x. Non... oui fois x. Puis après fois 10. D'office c'est pas fois 10 parce qu'alors il n'y a que 90 euros.
A: Oui, et fois 11, ça fait 99.
B: Oui.

A: Regarde comment j'ai fait mon calcul, moi.

B: Donc 9 fois 10 ça fait que 90, donc c'est pas possible. 9 fois 11 ça fait 99... Ben 9 euros fois 12, regarde ça fait $108 + 300$, ça fait 408.

A: Oui, mais il faut un calcul pour trouver ça!

B: Mais non, parce qu'on a fait au hasard. Regarde, on a fait 9 fois 10 c'est 90, donc pas possible, car ça fait 390. Puis on a fait 9 fois 11 ça fait 99, donc ça fait 399 donc, c'est pas possible. Puis on a fait 9 fois 12 et ça c'est possible, car 9 fois 12 égale...

A: 108 plus les 300... [Elle est coupée par B.]

B: 108 euros. $300 + 108 = 408$. Il faudra donc vendre au minimum 12 casquettes. Voilà, problème fait!

Si l'augmentation des tentatives d'Anaëlle de prendre place au sein de l'échange, de prêter main-forte pour les calculs, témoigne d'une certaine «responsabilité individuelle» vis-à-vis de l'apprentissage de la dyade, le fait qu'elle ne pose presque pas de questions de clarification alors qu'elle n'a pas compris le problème laisse sous-entendre qu'elle ne ressent pas de forte responsabilité vis-à-vis de son propre apprentissage. *A contrario*, la prise en charge par Barbara de chaque problème et son peu d'intérêt pour les suggestions d'Anaëlle semble attester chez elle d'une forte responsabilité vis-à-vis de son propre apprentissage et d'une faible responsabilité pour celui de la dyade.

Dyade Camille-Dorothée

Déjà, au problème 1, l'interaction entre Camille et Dorothée relève de l'«explicitation» et de la «coconstruction». Effectivement, quand elle apprend que Camille n'a pas réussi à résoudre le problème, Dorothée entreprend de le lui expliquer sans lui imposer sa démarche. Les interventions de Camille montrent que celle-ci cherche à comprendre le raisonnement de Dorothée et à contribuer à la construction de celui-ci. Chaque fois que l'une des deux filles propose une nouvelle mise en équation (suite au non-fonctionnement de la précédente), elle est coréolue. Comme le montre la transcription 4, elles échangent leurs avis, font des propositions, sont à l'écoute l'une de l'autre. La relation entre Camille et Dorothée est symétrique. Soulignons la difficulté que représente, pour les deux élèves, le traitement algébrique des relations («inférieur de trois»; «le triple de») et la compréhension des relations entre les grandeurs.

Transcription 4. Illustration des échanges au sein de la dyade Camille-Dorothée pour le problème 1

- C: Donc, ça fait $5x+3=0$, après le -3 on le met de l'autre côté... mais c'est pas logique... C'est quoi ton calcul à toi?
- D: x fois $3x$ est égal à 11 fois $2x-3$.
- C: Et on met tous les x d'un côté et tous les nombres de l'autre?
- D: Oui.
- C: Mais c'est plus et pas fois non? Donc, x plus $3x$.
- D: Ah oui, c'est plus, car c'est fois 3.
- C: Oui oui...
- D: Donc l'âge $x+3x$, ça fait $4x$.
- C: Plus $2x$.
- D: Moins $2x$.
- C: Ah oui.
- D: Est égal à ... 8.
- C: Hein?
- D: Oui, parce que $11-3$.
- C: Ah oui, ça fait 8 plus x .
- D: Attends, là ça fait $2x$.
- C: Oui, et après on fait x est égal à 8 divisé par 2... ça fait 4.
- D: Attends, donc ici x est égal à 8 divisé par 2.
- C: Oui, et x est égal à 4.
- C: Et ça c'est l'âge de qui?
- D: De la fille.
- C: La fille elle a 4 ans.

Quant à l'objet de la discussion, comme on peut le voir dans les différents extraits (figures 4 à 6), il porte sur le cœur de l'activité mathématique (pertinence de la stratégie utilisée, principes de résolution d'une équation, sens du résultat trouvé, etc.). Cette coconstruction de la démarche de résolution est adoptée dans les trois problèmes suivants. Leurs propos se nourrissent mutuellement et leur permettent de remettre en question leur procédure et d'en tester de nouvelles.

Par exemple, au problème 3 (transcription 5), bien que Dorothée soit dubitative à l'idée que « $3x$ » et « $3+x$ » soient deux écritures identiques, non seulement elle accepte de tester la proposition de Camille, mais elle s'y implique cognitivement. Relevons à nouveau la difficulté que représente le traitement algébrique des relations impliquées dans le problème («triple de»; «50 € de moins que»).

Transcription 5. Illustration des échanges au sein de la dyade Camille-Dorothée pour le problème 3

- C: Je sais pas, j'ai l'impression que ça va pas.
D: C'est normal.
C: Euh, attends, attends.
D: On va essayer.
C: Donc, $x+3$. Je dois faire $x+3+x+3-50$?
D: Oui.
C: Est égal à 1 000. Donc si on fait $x+3$, le truc de Clara.
D: Oui.
C: Plus Youssef, donc $x+3-50$, plus le x de Tanguy est égal à 1 000.
D: Attends, tu dois mettre ça entre parenthèses.
C: Quoi?
D: Oui parce que ça c'est quelque chose, ça c'est quelque chose, ça c'est quelque chose. Enfin quand tu feras le calcul ça changera rien, mais il faut le mettre entre parenthèses... Donc ça fait $3x$ en tout.
C: Oui, mais le moins 50 on le met là.
D: Non, mais tu le mets là... Attends, regarde... donc ça fait 44.
C: Pourquoi 44?
D: Parce que regarde là, j'enlève.
C: Ah oui, parce que tu as fait $50-6$.

Conduites hétérorégulées et autorégulées

Dyade Anaëlle-Barbara

Au problème 1, Anaëlle attire l'attention de Barbara sur la nécessité de faire un plan, mais Barbara, n'ayant pas procédé ainsi, rejette la proposition. Dans le second problème, Barbara opère un contrôle pragmatique de la réponse quand elle dit que ce n'est pas possible d'obtenir un nombre décimal (transcription 6). La réaction d'Anaëlle (« Euh, il faut prendre deux chiffres après la virgule? ») induit chez Barbara une remise en question de sa procédure et l'essai d'une nouvelle stratégie (« Peut-être que ça, il ne faut pas s'en occuper peut-être? Peut-être qu'on doit faire 28 740 divisés par 20 et ça nous fait le nombre de places et 28 740 divisés par 14. »). Ce processus d'hétérorégulation semble donc s'être soldé par une conduite autorégulée de la part de Barbara. Malheureusement, ce processus est à sens unique. Au problème 4, les propos de Barbara (« Regarde, on a fait 9 fois 10 c'est 90, donc pas possible, car ça fait 390. Puis on a fait 9 fois 11 ça fait 99, donc ça fait 399 donc, c'est pas possible. Puis on a fait 9 fois 12 et ça c'est possible, car 9 fois 12 égale... »), traduisent un contrôle pragmatique. Barbara s'est, en effet, soucieuse de respecter les contraintes posées dans

l'énoncé (pour rappel: la vente des T-shirts et des casquettes doit être supérieure à 405 €). Notons, cependant, l'absence de référence au contexte du problème (stratégie de détermination du but) et de planification.

Transcription 6. Illustration des échanges au sein de la dyade Anaëlle-Barbara pour le problème 2

- A: Euh, il faut prendre deux chiffres après la virgule?
B: Je sais pas... Mais, c'est n'importe quoi si c'est un chiffre à virgule.
A: Mais non, on peut payer 11 euros 47, mais on peut pas payer 11 euros 57 et 41, 12, 73. C'est impossible. Donc, on les prend pas tous, on prend les deux.
B: Mais oui, mais on ne sait pas faire 16 divisé par 20.
A: Je ne comprends pas. Alors c'est pas comme ça qu'il faut faire.
B: Non.
A: Peut-être les spectateurs divisés par la recette?
B: Ça fera quand même un chiffre à virgule...
B: Peut-être que ça, il ne faut pas s'en occuper peut-être? Peut-être qu'on doit faire 28 740 divisés par 20 et ça nous fait le nombre de places et 28 740 divisés par 14.

Dyade Camille-Dorothée

Tout au long des quatre problèmes, tant Camille que Dorothée recourent aux stratégies de détermination du but, de contrôle et de régulation. Concernant la stratégie de détermination du but, elles n'hésitent pas à se référer à l'énoncé lorsqu'elles sont coincées ou qu'elles constatent que leur démarche ne fonctionne pas (transcription 7). Il est à noter que, pour le problème pour lequel elles semblent rencontrer le plus difficulté, elles ne se réfèrent qu'une seule fois à l'énoncé, et ce, au tout début de leurs échanges.

Transcription 7. Illustration de l'utilisation de la stratégie de détermination du but par Camille et Dorothée dans les quatre problèmes

- (P1) Regarde, donc là, l'âge de la mère est le triple de celui-là de sa fille, donc c'est trois fois plus. Dans 11 ans, c'est le double, donc deux fois plus. Le double de l'âge de la fille sera inférieur de 3 ans à celui-là de sa mère. Donc si c'est $3x + 2x$ est égal à -3.
(P2) 28 740 spectateurs ont assisté à un match pour lequel le prix des places était soit de 14 €, soit de 20 €.
(P3) Sachant que la recette fut de 447 600 €, détermine le nombre de places à 14 et à 20 €.
(P4) Oui, donc voilà, on dit que Clara a le triple de Tanguy.

Leurs échanges sont dynamisés par l'application de contrôles pragmatiques et de stratégies de régulation. Ainsi, dans le problème 1, quand elles arrivent à la conclusion que «Elle a 0 an, c'est pas possible», Camille enchaîne directement avec une autre proposition de mise en équation. Un autre exemple nous est donné au problème 2 : après le constat par Barbara du non-fonctionnement de sa stratégie («Mais ça fait pas assez. Genre quand tu fais fois 14 et puis après fois 20.»), Camille surenchérit («Mais, on peut pas faire $20 + 14 = 34$ comme pgcd?»). Elles déploient, toutes deux, des conduites d'hétérorégulation permettant de faire progresser l'échange et de permettre à l'initiatrice de la démarche testée de se rendre compte du non-fonctionnement de celle-ci et, ainsi, de s'autoréguler.

DISCUSSION DES RÉSULTATS

S'appuyant sur une analyse qualitative, la présente étude s'est donné pour objectif d'identifier les modalités qui rendent les interactions entre pairs efficaces en contexte de résolution de problèmes mathématiques. Un de nos objectifs était de constituer des dyades homogènes pour éviter toute menace de compétence par le phénomène de comparaison sociale. Nos constats semblent montrer que cette menace a été évitée au sein des deux dyades. Pour la dyade Camille-Dorothée, les deux élèves osent toutes les deux dire qu'elles n'ont pas compris, poser des questions de clarification, faire des propositions, etc. Dans l'autre dyade, le fait qu'Anaëlle précise, d'entrée de jeu, qu'elle n'a pas compris le problème, qu'elle ose faire part de son raisonnement semble indiquer que la menace de compétence n'était pas présente.

Si les quatre énoncés proposés étaient jugés abordables par l'enseignant, l'analyse des problèmes et la nature des échanges révèlent des niveaux d'exigence différents. Les deux premiers problèmes sont très exigeants : types de problèmes complexes, états inconnus, nombre important de relations et modélisation complexe. D'ailleurs, les deux dyades recourent préférentiellement à la méthode d'essai-erreur plutôt qu'à la mise en équation. Ce constat témoigne de la complexité de la compréhension des relations entre les grandeurs en jeu. Le problème 3, en ce qu'il ne présente que deux relations, apparaît moins complexe que les deux premiers. Cependant, comme les deux premiers, il a mis en exergue la difficulté qu'ont les dyades à traiter algébriquement des relations telles que «plus que», «moins que», «le triple de», etc. Quant au problème 4, on peut constater que l'emprise du contrat didactique («Madame a dit qu'il s'agissait de problèmes algébriques, donc je dois essayer de formuler avec des "x".») a fait que les dyades n'ont pas tout de suite perçu qu'il s'agissait d'un problème connecté⁷ (Bednarz et Janvier, 1994). Afin de favoriser le sentiment de compétence de ces dyades fragiles, il aurait donc été plus judicieux de proposer les deux derniers

7. Un problème est dit connecté quand «une relation peut facilement être établie entre deux données connues, induisant alors un raisonnement de type arithmétique s'articulant sur les données connues du problème pour aboutir en fin de processus à retrouver la donnée inconnue» (Bednarz et Janvier, 1994, p. 279).

problèmes en début de séquence. Ces constats soulignent l'importance, en formation initiale, de former les enseignants à une analyse approfondie des problèmes. L'enjeu est de sélectionner des problèmes suffisamment complexes pour favoriser de réels échanges entre les élèves et justifier un travail en groupe sans que la complexité devienne un frein à l'échange.

Même si les problèmes n'ont pas toujours été correctement résolus, un processus de recherche est bien engagé entre les deux élèves. Camille, par exemple, recourt à une palette d'échanges variés, significatifs en termes d'apprentissage: compréhension, proposition, explication et clarification. Au niveau des stratégies de régulation cognitive, la planification ne semble pas être utilisée. Comme le souligne Focant (2008), la planification requiert de pouvoir projeter les actions et stratégies à mettre en œuvre et d'évaluer leurs potentielles retombées (Focant, 2008). Cela nécessite d'avoir une compréhension approfondie du problème ce qui, pour des résolveurs novices, n'est pas chose aisée.

Étant donné les difficultés rencontrées par les élèves, le rassemblement en dyade n'a pas permis de franchir les nœuds conceptuels rencontrés. Ainsi, si Camille et Dorothée troquent l'expression « $3 + \frac{1}{x}$ » pour celle de « $3x$ », c'est parce que la première ne donnait pas un résultat satisfaisant et non parce qu'elles se sont rendu compte que leur expression était incorrecte. À plusieurs reprises, elles commettent également des erreurs de priorité des opérations. La question se pose ici d'envisager des leviers qui pourraient leur permettre de dépasser les nœuds conceptuels rencontrés. Allal (2007) et Mottier-Lopez (2012) proposent de soutenir les interactions entre pairs par l'intervention de l'enseignant ou la mise à disposition d'outils. Dans le premier cas, Perrenoud met en garde quant à la possibilité d'interprétation de l'enseignant au niveau des démarches adoptées par les élèves pour «interférer adéquatement avec les processus de pensée en cours» (Perrenoud, 1993, p. 45) et pour le second levier, Demonty *et al.* (2014) précisent la difficulté de proposer des indices pertinents au bon moment du processus de résolution. L'analyse des échanges entre nos deux dyades met clairement en évidence des fonctionnements différents, traduisant des besoins différents. Étant donné le niveau scolaire des élèves concernées et leur capacité à se rendre compte de l'impasse dans laquelle elles se trouvent parfois, le recours autonome à des indices pourrait être une piste d'amélioration du dispositif de classe.

Quant au fonctionnement interne des dyades, Camille et Dorothée alternent différents types d'interaction positive de type «explicitation» et «coconstruction» (Demonty *et al.*, 2014) et développent des conduites hétérorégulées et autorégulées, même si elles restent toutes les deux fragiles au niveau du raisonnement mathématique et n'atteignent pas toujours un résultat correct. Nos résultats corroborent les études de Fuchs et collaborateurs (2000, 2008), qui précisent qu'il ne faut donc pas nécessairement constituer des dyades hétérogènes et que les relations symétriques sont favorables aux apprentissages. À ce sujet, plusieurs recherches révèlent que lorsqu'il y a un décalage entre les deux élèves, le plus «fort» a spontanément tendance

à mettre en place une démarche assez directive plutôt que d'aider le plus « faible » à s'approprier la démarche, tandis que ce dernier a spontanément tendance à se positionner en situation de « dépendance » par rapport au premier (Baudrit, 2005; Berzin, 2012; Peyrat-Malaterre, 2011). Pour infléchir cette tendance, et faire en sorte que l'élève le plus faible de la dyade ne soit plus un simple exécutant, une option consiste à grouper des élèves ayant des solutions différentes avec pour mission de se mettre d'accord sur une seule réponse qui sera ensuite défendue devant la classe complète (Maurel et Sackur, 2010). Et les auteurs de cette proposition de préciser l'importance d'amener chaque groupe à un échange argumenté sur les démarches empruntées par chaque membre, plutôt qu'à un accord public formel. Il s'agit donc de favoriser des échanges productifs sur le plan des apprentissages.

CONCLUSION

Notre but était d'identifier les modalités les plus déterminantes dans l'efficacité du travail de groupe, c'est-à-dire celles qui favorisent l'adoption par les élèves de conduites d'autorégulation, le dépassement des enjeux conceptuels ciblés et qui aboutissent à une réponse correcte comprise par tous les membres du groupe. Pour soutenir davantage le travail en groupe et en accord avec Crahay, Hindryckx et Lebe (2001), il semble important de proposer un dispositif qui s'échelonne dans le temps pour permettre à la dynamique d'interaction de s'installer entre les membres d'une dyade. D'autres questions restent en suspens: les types d'interaction qui apparaissent dans les dyades influencent-ils l'efficacité des apprentissages? Les contenus mêmes des discussions influencent-ils l'efficacité de la dyade? Quelle place réserver à l'enseignant pour soutenir le dépassement des nœuds conceptuels?

Si la présente étude apporte une contribution aux avancées tant sur le plan de la recherche que de la pratique, plusieurs limites sont à souligner. Premièrement, notre analyse porte seulement sur deux dyades. Nos résultats devraient donc être confirmés auprès d'un échantillon plus large. Deuxièmement, les études ayant montré des rapports différents à la discipline mathématique selon le genre (Frenzel *et al.*, 2007; Rozendaal, Minnaert et Boekaerts, 2001), il serait intéressant de répéter la présente étude avec des dyades constituées exclusivement de garçons et des dyades mixtes, et d'en comparer les résultats. Troisièmement, si la plus-value d'un travail en dyade « homogène » invite à réitérer l'expérience, la persistance de difficultés d'ordre conceptuel incite à tester l'efficacité de différentes modalités de soutien, telles que la mise à disposition d'indices bien pensés et une séquence de problèmes plus progressive.

Références bibliographiques

- ALLAL, L. (2007). Régulations des apprentissages: orientations conceptuelles pour la recherche et la pratique en éducation. Dans L. Allal et L. Mottier Lopez (dir.). *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (p. 7-24). Bruxelles: De Boeck.
- BAUDRIT, A. (2005). *L'apprentissage coopératif: origines et évolutions d'une méthode pédagogique*. Bruxelles: De Boeck.
- BAXTER, P. et JACK, S. (2008). Qualitative case study methodology: Study design and implementation for novice researchers. *The qualitative report*, 13(4), 544-559.
- BEDNARZ, N. et DUFOUR-JANVIER, B. (1994). The emergence and development of algebra in a problem solving context: A problem analysis. Dans J. da Ponte et J. Matis (dir.). *Proceedings of the 18th International Conference of the Psychology of Mathematics Education* (vol. II, p. 64-71). Lisbonne: Université de Lisbonne.
- BLUM, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. Dans Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. et Stillman, G. (dir.). *Trends in Teaching and Learning Mathematical Modelling* (p. 15-30). New York: Springer.
- BONNERY, S. (2009). Scénarisation des dispositifs pédagogiques et inégalités d'apprentissage. *Revue française de pédagogie*, 167, 13-23.
- BUCHS, C., DARNON, C., QUIAMZADE, A., MUGNY, G. et BUTERA, F. (2008). Conflits et apprentissage. Régulation des conflits sociocognitifs et apprentissage. *Revue française de pédagogie*, 163, 105-125.
- BUCHS, C., GILLES, I. et BUTERA, F. (2012). Optimiser les interactions sociales lors d'un travail de groupe grâce à l'apprentissage coopératif. Dans E. Bourgeois et G. Chapelle (dir.). *Apprendre et faire apprendre* (pp. 211-220). Paris: Presses Universitaires de France.
- BUCHS, C., LEHRAUS, K. et CRAHAY, M. (2012). Coopération et apprentissage. Dans M. Crahay (dir.). *L'école peut-elle être juste et efficace?* (p. 421-454). Bruxelles: De Boeck.
- CARTIER, S. C., BUTLER, D. L. et JANOSZ, M. (2007). L'autorégulation de l'apprentissage par la lecture d'adolescents en milieu défavorisé. *Revue des sciences de l'éducation*, 33(3), 601-622.

- DE CORTE, E., VERSCHAFFEL, L. et MASUI, C. (2004). The CLIA-Model: A Framework for Designing Powerful Learning Environments for Thinking and Problem Solving. *European Journal of Psychology of Education*, 19, 365-384.
- DEMONTY, I., BLONDIN, C., MATOUL, A., BAYE, A. et LAFONTAINE, D. (2013). La culture mathématique à 15 ans. Premiers résultats de Pisa 2012 en Fédération Wallonie-Bruxelles. *Les Cahiers des Sciences de l'Éducation*, 34, 1-26.
- DEMONTY, I., DUPONT, V. et FAGNANT, A. (2014). Analyse des régulations interactives entre élèves lors de la résolution d'un problème mathématique en groupe. *Cahiers des Sciences de l'Éducation*, 36, 175-214.
- DEMONTY, I. et FAGNANT, A. (2014). Tâches complexes en mathématiques : difficultés des élèves et exploitations collectives en classe. *Éducation et francophonie*, 42(2), 173-89.
- FAGNANT, A. (2008). Des outils didactiques pour développer la résolution de problèmes dans l'enseignement fondamental. Aperçu des fondements théoriques et entrée au cœur de quelques activités. *Cahiers des Sciences de l'Éducation—Université de Liège (aSPe)*, 27(28), 51.
- FAGNANT, A., DUPONT, V. et DEMONTY, I. (2016). Régulation interactive et résolution de tâches complexes en mathématiques. Dans L. Mottier Lopez et W. Tessaro (dir.), *Le jugement professionnel au cœur de l'évaluation et de la régulation des apprentissages*. Berne : Peter Lang.
- FEREDAY, J. et MUIR-COCHRANE, E. (2006). Demonstrating rigor using thematic analysis: a hybrid approach of inductive and deductive coding and theme development. *International Journal of Qualitative Methods*, 5(1), 80-92.
- FOCANT, J. et GREGOIRE, J. (2008). Les stratégies d'autorégulation cognitive : une aide à la résolution de problèmes arithmétiques. Dans M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Gregoire (dir.), *Enseignement et apprentissages des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques?* (p. 201-221). Bruxelles : De Boeck.
- FRENZEL, A.C., PEKRUN, R. et GOETZ, T. (2007). Girls and mathematics. A "hopeless" issue? A control-value approach to gender differences in emotions towards mathematics. *European Journal of Psychology of Education*, 4(22), 497-514.
- FUCHS, L. S., FUCHS, D., PHILLIPS, N. B., HAMLETT, C. L. et KARNS, K. (1995). Acquisition and transfer effects of classwide peer-assisted learning strategies in mathematics for students with varying learning histories. *School Psychology Review*, 24, 604-620.

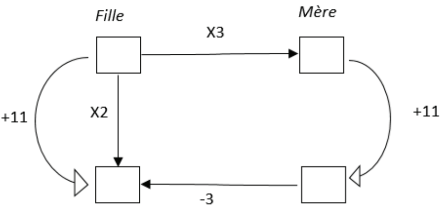
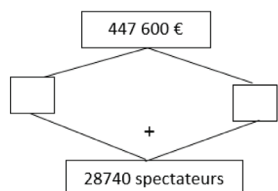
- GINSBURG, A., COOKE, G., LEINWAND, S. et POLLOCK, E. (2005). *Reassessing U.S. international mathematics performance: New findings from 2003 TIMSS and PISA*. Washington, D.C.: American institute for Research.
- GUZMAN, J., BEDNARZ, N. et HITT, F. (2003). A Theoretical Model of Analysis of Rate Problems in Algebra. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 9-16.
- HANIN, V. et VAN NIEUWENHOVEN, C. (2018). Évaluation d'un dispositif d'enseignement apprentissage en résolution de problèmes mathématiques: Évolution des comportements cognitifs, métacognitifs, motivationnels et émotionnels d'un résolveur novice et expert. *Évaluer. Journal international de Recherche en Éducation et Formation*, 4(1), 37-66.
- HANIN, V. et VAN NIEUWENHOVEN, C. (2016). Évaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problème en première secondaire. *Évaluer. Journal international de Recherche en Éducation et Formation*, 2(1), 53-88.
- JAEGERS, D., LAFONTAINE, D. et FAGNANT, A. (2016). Favoriser la co-régulation et la co-construction d'une démarche efficace de résolution de problèmes mathématiques en fin d'enseignement primaire. *Revue suisse des sciences de l'éducation*, 38(3), 1-21.
- JOHNSON, D. W. et JOHNSON, R. T. (2009). An educational psychology success story: Social interdependence theory and cooperative Learning. *Educational Researcher*, 38(5), 265-379.
- KRAMARSKI, B. et MEVARECH, Z.R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281-310.
- LAJOIE, C. et BEDNARZ, N. (2014). La résolution de problèmes mathématiques au Québec: évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et Francophonie*, 42(2), 7-23.
- LEPAREUR, C. et GRANGEAT, M. (2017). L'évaluation formative: un soutien à l'autorégulation des apprentissages dans les enseignements scientifiques? Dans S. Cartier et L. Mottier-Lopez (dir.), *Soutien à l'apprentissage autorégulé en contexte scolaire* (p. 183-212). Québec: Presses de l'Université du Québec.
- MARCOUX, G. (2012). *Tâches scolaires et mobilisation adaptée de procédures: Quels paramètres sont influents?* (Thèse de doctorat). Université de Genève.

- MAUREL, M. et SACKUR, C. (2010). Il ne faut pas désarticuler un nombre. Mise en œuvre du dispositif Cesame en primaire. *Grand N*, 85, 43-59.
- MOTTIER-LOPEZ, L. (2012). *La régulation des apprentissages en classe*. Bruxelles: De Boeck.
- MOTTIER-LOPEZ, L. (2007). Régulations interactives situées dans des dynamiques de microculture de classe. *Mesure et évaluation en éducation*, 30(2), 23-47.
- PATRICK, H., RYAN, A.M. et PINTRICH, P.R. (1999). The differential impact of extrinsic and mastery goal orientations on males' and females' self-regulated learning. *Learning and Individual Differences*, 11(2), 153-171.
- PERELS, F., GÜRTLER, T. et SCHMITZ, B. (2005). Training of self-regulatory and problem-solving competence. *Learning and Instruction*, 15(2), 123-139.
- PLANTE, I. (2012). L'apprentissage coopératif: des effets positifs sur les élèves aux difficultés liées à son implantation en classe, *Revue Canadienne de l'Éducation*, 35(3), 252-283.
- ROZENDAAL, J. S., MINNAERT, A. et BOEKAERTS, M. (2001). Motivation and self-regulated learning in secondary vocational education: Information-processing type and gender differences. *Learning and Individual Differences*, 13(4), 273-289.
- SABOYA, M., TREMBLAY, M., ADIHO, A., SQUALLI, H. et al. (2013). *Résolution de problèmes écrits au moment de l'introduction de l'algèbre: analyse de productions d'élèves du premier cycle du secondaire*. Article présenté à Actes du colloque GDM.
- SCHUNK, D.H. (2001). Social cognitive theory and self-regulated learning. Dans B.J. Zimmerman et D.H. Schunk (dir.). *Self-regulated learning and academic achievement: Theoretical perspectives* (p. 125-152). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- SLAVIN, R.E. (2010). L'apprentissage coopératif: pourquoi ça marche? Dans H. Dumont, D. Istance et F. Benavides (dir.). *Comment apprend-on? La recherche au service de la pratique* (p. 171-189). Paris, France: Publication de l'OCDE.
- TOPPING, K. (2011). Primary-secondary transition: differences between teachers' and children's perceptions. *Improving schools*, 14(3), 268-285.
- URDAN, T., SOLEK, M. et SCHOENFELDER, E. (2007). Students' perceptions of family influences on their academic motivation: A qualitative analysis. *European Journal of Psychology of Education*, 22(1), 7-21.

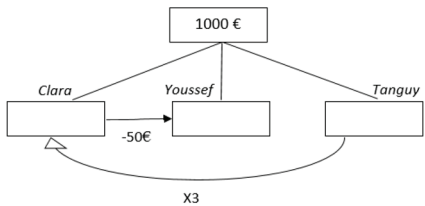
- VERSCHAFFEL, L., GREER, B. et VAN DOOREN, W. (2008). La résolution de problèmes. Dans A. Van Zanten (dir.), *Dictionnaire de l'éducation* (p. 588-590). Paris : Presses universitaires de France.
- ZIMMERMAN, B.J. (2011). Motivational sources and outcomes of self-regulated learning and performance. Dans B. Zimmerman et D. Schunk (dir.), *Handbook of self-regulation of learning and performance* (p. 49-64). New York : Routledge.
- WILLIG, C. (2013). *Introducing qualitative research in psychology* (3^e éd.). Buckingham, UK : Open University Press.
- YIN, R.K. (2011). *Qualitative Research from Start to Finish*. New York : The Guilford Press.
- ZHOU, J. (2015). International students' motivation to pursue and complete a Ph.D. in the U.S. *Higher Education*, 69(5), 719-733.

ANNEXE

PROBLÈMES ALGÈBRIQUES PROPOSÉS DANS LES QUATRE SÉANCES

	Énoncés	Type de problème	Modélisation et résolution	Analyse en matière de relation	Analyse en matière de complexité
Séance 1	P1: « Question d'âge! » L'âge d'une mère est actuellement le triple de celui de sa fille. Dans 11 ans, le double de l'âge de la fille sera inférieur de 3 ans à celui de sa mère. Quel est l'âge actuel de sa fille?	- Problème de transformation dans le temps et de relation de comparaison (Guzman, Bednarz et Hitt, 2003) - Problème déconnecté⁸ (Bednarz et Janvier, 1994)	 x : âge de la fille $3x$: âge de la mère Âge de la fille dans 11 ans : $(x + 11)$ Âge de la mère dans 11 ans : $(3x + 11)$ $2(x + 11) = (3x + 11) - 3$ La fille a 14 ans et sa mère a 42 ans	4 états inconnus 2 relations multiplicatives 1 relation additive 1 relation de transformation dans le temps	- Deux types de problèmes en un seul. - Pas d'état donné, on ne dispose que de relations. 4 états à considérer et non 2 (mère et fille) - Jeu de parenthèse : $2x+11$ ou $2(x+11)$. - La relation « inférieur de 3 » demande une réflexion sur où va le « -3 ».
Séance 2	P2: « Match de foot » 28 740 spectateurs ont assisté à un match pour lequel le prix des places était soit de 14€, soit de 20€. Sachant que la recette fut de 447 600€, détermine le nombre de places à 14€ et à 20€.	- Problème de taux - Problème déconnecté	 x = nombre de spectateur à 14 euros la place y = nombre de spectateurs à 20 euros la place $x + y = 28\,740$ $14x + 20y = 447\,600$ Il y avait 7540 places à 20€ et 21200 places à 14€	2 états inconnus 2 totaux connus 2 relations de taux 1 relation additive	- Mise en relation de deux informations : le nombre de places à 14€ et 20€ avec le nombre de spectateurs. - Modélisation sous la forme d'un système d'équations. - La présence de taux.

8. Un problème est dit « déconnecté » lorsqu'« aucun pont ne peut être établi *a priori* directement entre les données connues du problème » (Bednarz et Janvier, 1994, p. 279).

	Énoncés	Type de problème	Modélisation et résolution	Analyse en matière de relation	Analyse en matière de complexité
Séance 3	P3 : « Partage d'argent » Clara, Youssef et Tanguy se partagent la somme de 1000€. Sachant que Clara reçoit le triple de Tanguy et que Youssef reçoit 50€ de moins que Clara, quelle est la somme reçue par chacun d'eux?	• Problème de comparaison et, plus précisément, de composition (Bednarz et Janvier, 1994) • Problème déconnecté	 x : montant perçu par Tanguy $3x$: montant perçu par Clara $3x - 50$: montant perçu par Youssef $x + (3x) + (3x - 50) = 1000$ Tanguy a reçu 150€, Clara 450€ et Youssef 400€	• 3 états inconnus • 1 total connu • 1 relation additive • 1 relation multiplicative	• Identifier judicieusement le générateur (« x »). Ils peuvent tous les trois l'être, mais selon le choix fait, la mise en équation peut être plus difficile (présence de fractions) (Saboya, Tremblay, Adihou, Squalli <i>et al.</i>, 2013).
Séance 4	P4 : « Casquettes et lunettes » Tu vends des t-shirts à 15€ et des casquettes à 9€. Après une heure tu as vendu tous les T-shirts (20) et il te reste des casquettes. Si tu dois avoir une recette supérieure à 405€, combien de casquettes minimum devras-tu vendre?	• Problème connecté⁹	Prix des T-shirts : $20 \times 15 = 300€$ $405 - 300 = 105$ $\frac{105}{9} = 11,66 \dots 66 \dots$ Il faut vendre au minimum 12 casquettes		• Interprétation du « au moins » comme une inégalité et comme conduisant à une diversité de réponses possibles. • Réponse décimale qui nécessite une interprétation de la solution.

9. Voir note 7.

Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE

Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

Nathalie SINCLAIR

Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada

Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique

Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg

Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France

Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France

Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada

Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE

Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

Nathalie SINCLAIR

Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

RÉSUMÉ

Dans le cadre de ce numéro thématique sur les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques, nous souhaitons mettre l'accent sur des éléments théoriques nouveaux, issus des courants du nouveau matérialisme et du posthumanisme, qui permettent de réexaminer le concept d'interaction sociale afin de mieux comprendre l'aspect matériel de l'activité mathématique. Comment peut-on considérer les interactions entre élèves, et entre enseignant ou enseignante et élèves, d'une manière différente afin de formuler une théorie de l'apprentissage ou du concept qui reconnaisse l'aspect matériel du monde physique, du langage, des interactions sociales et des concepts, y compris des concepts mathématiques, et qui nous amène ainsi à redéfinir la notion même d'interaction? En mêlant transcription narrative de l'enregistrement vidéo d'une leçon de mathématiques, qui a eu lieu dans une classe de première année d'immersion française dans une école de Colombie-Britannique, avec notre interprétation du concept d'intra-action, nous proposons de repenser l'acte d'enseignement-apprentissage comme un acte certes social, mais aussi, avant tout, matériel.

ABSTRACT

Socio-material intra-actions supporting mathematical education

Magali FORTE, Simon Fraser University, British Columbia, Canada

Nathalie SINCLAIR, Simon Fraser University, British Columbia, Canada

As part of this thematic issue on social interactions supporting mathematical education, we wish to focus on new theoretical elements, stemming from the currents of new materialism and posthumanism, which make it possible to re-examine the concept of social interaction to better understand the material aspect of math activities. How can interactions between students and between teachers and students be viewed differently in order to formulate a theory of learning or a concept that recognizes the material aspect of the physical world, language, interactions and concepts, including mathematical concepts, and that leads us to redefining the very notion of interaction? Combining a narrative transcript of a video of a mathematics lesson, which took place at a British Columbia school in a first-grade French immersion class, with our interpretation of the concept of intra-action, we propose rethinking the teaching-learning act as a social act of course, but also as a material act above all.

RESUMEN

Las intra-acciones socio-materiales al servicio del aprendizaje en matemáticas

Magali FORTE, Universidad Simon Fraser, Colombia Británica, Canadá

Nathalie SINCLAIR, Universidad Simon Fraser, Colombia Británica, Canadá

En el marco de este número temático sobre las interacciones sociales al servicio del aprendizaje de las matemáticas, deseamos subrayar los elementos teóricos nuevos, provenientes de corrientes del nuevo materialismo y del pos-humanismo, que permiten re-examinar el concepto de interacción social con el fin de comprender más cabalmente el aspecto material de la actividad matemática. ¿Cómo se pueden considerar las interacciones entre alumnos, y entre maestros y maestras y alumnos, de una manera diferente con el fin de formular una teoría del aprendizaje o del concepto que reconozca el aspecto material del mundo físico, del lenguaje, de las interacciones sociales y de los conceptos, incluidos los conceptos matemáticos, y que nos conduzca hacia la redefinición de la noción misma de interacción? Mezclando la transcripción narrativa de una grabación video de una lección de matemáticas realizada en un clase de primer año de inmersión en francés en una escuela de Colombia Británica, con nuestra interpretación del concepto de inter-acción, nos proponemos reformular el acto de enseñanza-aprendizaje como un acto ciertamente social pero también y principalmente material.

INTRODUCTION

Dans le cadre de ce numéro thématique sur les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques, nous souhaitons mettre l'accent sur des éléments théoriques nouveaux qui permettent de réexaminer le concept d'interaction sociale afin de mieux comprendre l'aspect matériel de l'activité mathématique. Nous nous appuyons sur des théories liées à la cognition incarnée, ainsi que des notions issues des courants du nouveau matérialisme et du posthumanisme.

La théorie de la cognition incarnée (*embodied cognition* en anglais) reconnaît et souligne les liens directs et indissociables qui existent entre notre corps, notre façon d'apprendre et d'agir, et l'environnement dans lequel nous nous situons et avec lequel nous interagissons. Elle nous amène, entre autres, à dépasser les divisions traditionnelles cartésiennes du type corps/esprit et humain/nature, en considérant, avant tout, que «l'esprit doit être compris dans le contexte de son corps (le "contexte sensorimoteur"), et de l'interaction de ce dernier avec l'environnement» (Dutriaux et Gyselinck, 2016, p. 420).

Dans le champ des mathématiques, les travaux pionniers de Lakoff et Núñez (2000), s'ils explorent bien la théorie de la cognition incarnée, demeurent tout de même fondamentalement dualistes en cela qu'ils subordonnent justement ce contexte sensorimoteur, cet environnement, aux capacités mentales et langagières. Ce sont, par la suite, les travaux de Nemirovsky et Ferrara (2009), de Roth et Thom (2009), et de Radford (2011) qui nous ont amenés à nous éloigner d'une perspective dualiste de la relation entre corps et esprit, considérée jusque-là comme essentiellement binaire. Radford (2011) propose, entre autres, une théorie de la cognition sensuelle (*sensuous cognition*, en anglais) qui met en avant «une conception non mentaliste de la pensée» (p. 55). Il s'attache ainsi à décrire la capacité réactive des sens de l'être humain comme étant entremêlée, de manière constante, avec la culture matérielle dans laquelle nous vivons et évoluons. Il est important de noter que ces idées relèvent d'une tradition phénoménologique qui donne à l'être humain, considéré comme sujet, une place centrale au sein de l'activité cognitive. L'environnement, quant à lui, joue certes un rôle de support, mais reste tout de même passif dans ces travaux. Ce sont les travaux menés par de Freitas et Sinclair (2014) qui viennent pousser cette réflexion encore plus loin en cherchant justement à décentrer l'être humain, et à reconnaître le rôle actif et la capacité agentielle du monde matériel, qui ont, dans la tradition philosophique cartésienne et phénoménologique, été relégués au second plan. Les travaux inscrits dans ces traditions mettent notamment en avant la notion d'un «mélange concept-matière» (Sinclair et de Freitas, 2019, p. 230), lequel implique une vision différente des concepts mathématiques – vision à travers laquelle ils ne sont plus conçus comme les produits de processus socioculturels par essence, mais également comme intrinsèquement matériels.

Afin de repousser les limites des théories socioculturelles qui interprètent l'apprentissage d'un point de vue logocentrique et social, nous nous tournons donc vers les idées développées par certains philosophes posthumanistes qui suggèrent que le corps n'est pas le seul agent impliqué dans les processus d'apprentissage, et n'est ni fixe ni fini. Ces idées nous permettent ainsi de repousser les limites d'une ontologie dualiste qui considère les corps humains, les objets et l'environnement comme des entités séparées afin de nous tourner vers une nouvelle façon de conceptualiser la matière qui abandonne la division binaire entre capacité à agir des humains et passivité inerte de ce qui a, jusque-là, été qualifié de « non-humain » et que nous désignons souvent comme « contexte ». C'est l'ontologie dite « moniste » que nous adopterons donc ici, ontologie qui met de côté les perspectives dualistes telles que corps/esprit, cognition/matière, humains/nature, espace/temps (Canagarajah, 2018), souvent mobilisées dans les théories d'apprentissage.

Nous proposons de montrer (a) comment l'acte collaboratif d'enseignement/apprentissage, qui a lieu dans la salle de classe en ayant recours au langage, se produit également, de façon significative, à travers les corps et la gestuelle des participants et participantes, et (b) comment l'interaction qui a lieu entre enseignant, enseignante et élèves va au-delà de la reproduction de concepts ou de pratiques déjà établis par des processus socioculturels, en créant de nouveaux concepts mathématiques. Ces observations nous amènent ainsi à reconsidérer cet acte d'enseignement/apprentissage d'un point de vue épistémologique et ontologique. Ce faisant, nous cherchons à élargir la notion de participation, en sortant d'une perspective socioculturelle dans le champ de la recherche en éducation (par exemple, celle de Lave et Wenger, 1991), afin de mettre l'accent sur la vitalité du monde matériel, du corps humain, mais aussi et principalement du *corps mathématique*.

Parmi les concepts développés dans le courant de pensée du nouveau matérialisme auquel contribue la philosophe et physicienne Karen Barad (2007), nous choisissons donc ici d'explicitier celui d'intra-action, qui se joue sur le plan matériel aussi bien que sur le plan social, et qui privilégie une posture ontologique, voire ontoépistémologique (dans laquelle ce que nous sommes importe tout autant que ce que nous savons/apprenons) à une posture avant tout épistémologique.

DE L'INTERACTION À L'INTRA-ACTION

Les recherches sur les interactions sociocognitives dans le champ de l'apprentissage mathématique s'intéressent surtout à la façon dont la communication entre élèves est structurée, à l'efficacité des travaux de groupes, et aux stratégies qui favorisent la résolution de problèmes. La notion d'interaction implique deux agents (élèves, enseignants, enseignantes) qui, comme les sommets d'un graphe, établissent des liens, souvent en discutant. Mais l'interaction peut aussi inclure des ressources pédagogiques, y compris des outils technologiques. Vygotsky (1986) souligne que ces outils

jouent le rôle de médiateurs: ils sont perçus comme étant au service de l'élève, qui s'en sert afin d'intérioriser des signes mathématiques. À ce sujet, Vlassis, Fagnant et Demonty (2015) proposent que «le développement cognitif trouve son origine dans les interactions sociales médiatisées, c'est-à-dire instrumentées ou outillées, par des "signes" tels que le langage, l'écriture, les symboles, le dessin ou encore les schémas» (p. 5). Si cette réflexion permet de mieux saisir la dialectique conceptualisation/symbolisation qui est propre à la pensée mathématique, il demeure que l'élève et l'outil sont distincts en son sein, même s'ils peuvent avoir un effet l'un sur l'autre. L'élève, en tant que sujet, est bien celui qui utilise l'outil, outil qui va à son tour lui permettre d'accéder à un certain savoir. Dans cette perspective, l'outil sert de médiateur, et sera, par conséquent, mis de côté à un moment donné du processus d'apprentissage afin que l'élève puisse accéder à une forme de savoir «pur»¹. Ces théories socioculturelles sont fondées sur des interactions qui ont lieu entre sujets humains ou entre sujets humains et outils non humains, le langage en faisant partie.

En introduisant l'idée d'intra-action, Barad (2007) inverse la logique du graphe en proposant que les relations précèdent les sommets, qui sont eux-mêmes le résultat d'une activité ou d'un événement, au lieu d'en être à l'origine. Les participants humains et non humains, que nous considérons habituellement comme des entités séparées et organisées de façon hiérarchique sont, dans la perspective posthumaniste, toujours et déjà enchevêtrés dans la production de savoirs et de connaissances. Barad (2007) met en avant la notion d'intra-action pour souligner à quel point les composantes d'une activité (personnes, outils, concepts, chaises, tableaux noirs/blancs/interactifs, etc.) sont entremêlées, enchevêtrées, imbriquées².

Ce sont dans les travaux de Gilles Châtelet (1993), philosophe des mathématiques, que l'idée de mathématiques matérielles, ainsi que le concept du virtuel, prennent forme. À partir de ses études sur la création de nouveaux concepts dans l'histoire des mathématiques, il montre que les mathématiques ne peuvent pas être séparées du matériel, du sensible, ou des mouvements des corps. Tout concept a un aspect virtuel potentiel, en raison de sa multiplicité ontologique (comme le photon, par exemple, qui a une multiplicité ontologique dans la théorie quantique, étant à la fois onde et particule), et un aspect actuel, dans le sens de son émergence dans un certain contexte matériel observable. Châtelet (1993) s'appuie sur les gestes et les diagrammes afin d'illustrer ses idées. Les gestes qui l'intéressent ne sont pas ceux qui s'inscrivent dans une logique de représentation, mais ceux qui interfèrent, qui produisent, et qui pensent, ceux qui précèdent parfois la pensée consciente et qui actualisent, matérialisent le virtuel. Par exemple, le geste que fait un mathématicien,

1. C'est, par ailleurs, précisément cette logique qui amène les enseignants et les enseignantes à décourager l'utilisation des doigts pour compter, ou l'utilisation de calculatrices en période d'examen. Cette logique renie le fait que les mathématiques et les outils ont toujours évolué ensemble, comme le montre Rotman (2008).
2. Hultman et Lenz Taguchi (2010) définissent le phénomène d'intra-action mis en avant dans les travaux de Barad (2007) en ceci qu'il implique des organismes humains et non humains qui ne sont pas séparés par des frontières nettes et inhérentes et qui entrent dans des états d'intra-activité à divers degrés et à diverses vitesses selon la perspective adoptée et le contexte donné.

en éloignant sa main de son corps tout en la tournant de façon cyclique et répétitive, lorsqu'il évoque l'idée de l'infini (Núñez, 2003). En inscrivant les mathématiques dans cette mobilité incarnée, Châtelet écarte les notions de transcendance platonicienne et de transcendance culturelle sur lesquelles reposent les théories socioculturelles, et dans lesquelles les humains (leur langage, leurs institutions, leurs interventions) déterminent le sens de toute chose. Ceci est important, de notre point de vue, si l'on souhaite mieux cerner l'apprentissage mathématique.

Dans le champ de la didactique des mathématiques, de Freitas et Sinclair (2014) soulignent l'aspect matériel ainsi que l'aspect socioculturel des concepts mathématiques, et mettent en évidence la multiplicité de chaque concept, actualisé de façon différente dans chacun des contextes matériels uniques desquels ils émergent. Un concept tel que la multiplication est donc toujours matériel, jamais complètement fixe, inerte ou déterminé par son sens socioculturel, comme Radford (2011) le définit dans son approche, par exemple.

En nous interrogeant sur les conditions d'efficacité des interactions entre élèves, et entre enseignant, enseignante et élèves, *ainsi que* sur l'impact de ces interactions sur les apprentissages des élèves, nous proposons donc de considérer une approche intra-active différente qui permettrait d'apporter des réponses nouvelles dans le champ de l'étude des apprentissages mathématiques. C'est afin d'essayer de mieux comprendre les éléments déclencheurs de ces apprentissages que nous formulons donc la question suivante : comment peut-on considérer les interactions entre élèves, et entre enseignant, enseignante et élèves, d'une manière différente afin de formuler une théorie de l'apprentissage/du concept qui reconnaisse l'aspect matériel du monde physique, du langage, des interactions sociales et des concepts, y compris des concepts mathématiques, à travers l'étude des intra-actions qui ont lieu entre les corps présents?

VERS UNE REDÉFINITION SITUÉE DU CONCEPT « DOUBLER »

Afin d'explicitier notre approche intra-active, nous présentons ci-dessous l'extrait d'une leçon de mathématiques qui a eu lieu dans une classe de première année d'immersion française dans une école de banlieue, en Colombie-Britannique. Le projet de recherche visait à explorer l'utilisation d'une nouvelle technologie pour l'enseignement du nombre. Il a duré environ cinq mois, durant lesquels les chercheurs ont coenseigné avec l'enseignante une fois par semaine, pendant une heure. Toutes ces séances ont été enregistrées. Dans l'extrait dont il est ici question, la leçon visait non seulement à l'apprentissage des nombres, mais aussi à l'apprentissage du vocabulaire mathématique en français puisqu'il s'agit d'un contexte d'immersion. L'approche didactique est celle de Gattegno (1974) qui cherche à développer un sens

du nombre ordinal aussi bien que cardinal³. Cette approche encourage également l'utilisation des doigts chez les enfants dans le processus d'apprentissage du nombre, une pratique qui a longtemps été critiquée en didactique des mathématiques, mais qui connaît un renouveau, notamment chez les chercheurs en sciences cognitives (Soylu *et al.*, 2018). L'enseignante a choisi une activité de groupe en classe entière afin de permettre aux élèves de s'exprimer tous ensemble, oralement aussi bien qu'avec des gestes. Nous avons choisi cet extrait parce qu'il s'agit d'un exemple d'activité courante en mathématiques au primaire, et au sein de laquelle l'approche didactique adoptée nous permet de mettre en évidence le phénomène d'intra-action qui a lieu.

Nous présentons ci-dessous une description narrative de l'extrait et l'interrompons à trois reprises afin d'évoquer les aspects suivants de l'intra-action en question, lesquels nous semblent pertinents dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques : (1) les rites et l'imitation en contexte collectif; (2) le rôle du geste dans la création mathématique; et (3) l'émergence matérielle des concepts mathématiques.

Analyse du premier extrait de leçon : les rites et l'imitation en contexte collectif

Tableau 1. **Description de l'extrait : partie 1**

Un tableau blanc est en toile de fond. De multiples affiches et textes à vocation pédagogique sont aimantés au tableau et accrochés autour. Sur la gauche, un bureau couvert de papiers, de boîtes à archives, et sur lequel est posé un ordinateur, est visible. Devant le tableau blanc, mais sans y faire directement face, est assis un groupe d'une vingtaine d'enfants, filles et garçons mélangés, sur un grand tapis.

Une adulte, chercheuse en visite dans cette classe, est assise dans un beau fauteuil en bois à bascule, en position surélevée par rapport aux élèves. Elle parle d'une voix enjouée et dynamique et utilise ses mains : « Doublez trois, doublez trois, ça donne...? » dit-elle en levant tout d'abord l'index, le majeur et l'annulaire de sa main droite, puis en levant les mêmes doigts de sa main gauche lorsque les élèves répondent, eux aussi, sur un ton enjoué et dynamique : « Six! » Certains et certaines l'imitent en utilisant leurs doigts et leurs mains à eux. D'autres non. Elle les encourage : « Ok, fermez les doigts. Si je double deux, qu'est-ce que ça donne? Vous pouvez lever les doigts? » Cette fois, plus de la moitié des enfants lèvent leurs doigts et leurs mains, certains et certaines bien haut, au-dessus de leur tête. Une marée de mains et de doigts agités apparaît à hauteur du champ de vision de la chercheuse assise dans le fauteuil.

Une autre adulte, l'enseignante de cette classe, fait son entrée dans le champ de vision de la caméra. Elle se place à côté de la chercheuse, sur sa gauche, et s'assoit, elle aussi, en hauteur par rapport au groupe d'élèves, sur le rebord d'une table. Elle utilise elle aussi ses mains et ses doigts, tout en regardant les élèves, lorsque la chercheuse demande : « Si je

3. Il est important de noter ici que cette approche va à l'encontre de la plupart des programmes de mathématiques au niveau primaire en Amérique du Nord, lesquels mettent beaucoup plus l'accent sur le nombre cardinal.

double quatre?» et que les élèves répondent «Huit!» en brandissant leurs mains armées du nombre de doigts correspondant à la réponse, formulée à voix haute, toujours d'une voix enjouée. À plusieurs reprises, l'enseignante interpelle, depuis le bord de la table où elle s'est assise, certains et certaines élèves, par la voix, par le regard, par des gestes, en secouant la tête, en s'approchant d'eux et en les replaçant, car ces petits corps ne cessent de bouger, de gigoter et de se tortiller. Ils ne sont pas immobiles, mais, d'après les gestes et les demandes verbales de cette deuxième présence adulte, on s'attend vraisemblablement à ce qu'ils le soient.

Cette activité de groupe en classe entière invite les élèves à répondre en chœur et à imiter les paroles et les gestes de l'adulte (ainsi que ceux des autres élèves). Elle peut donc, à première vue, sembler vide de sens ou de raisonnement, puisqu'elle repose sur une pratique pédagogique centrée sur l'apprentissage par cœur. Si nous décrivons ici le fait que certains enfants imitent les gestes des autres, nous souhaitons tout de même souligner que nous pourrions tout aussi bien décrire le fait qu'une main imite l'autre, sans intention de la copier, mais en intra-action. Ce concept d'intra-action nous encourage en fait à remettre en question une posture critique qui dédaignerait tout ce qui est rite et imitation dans l'apprentissage des mathématiques. En effet, d'un point de vue posthumaniste, nous ne pouvons plus séparer le matériel du mental (le corps de la raison), et nous devons donc nous interroger sur la façon dont les mouvements du corps (en particulier des lèvres et des mains, entre autres, ici) sont impliqués dans la conceptualisation mathématique. Le concept «doubler», dans cet extrait, est enchevêtré avec le fait d'avoir deux mains et de pouvoir les mettre côte à côte. C'est le geste lui-même qui produit le concept «doubler» dans cette salle de classe, et donc, l'imitation n'est pas vide de sens, mais, au contraire, mobilise bien le concept «doubler». Si certains théoriciens comme Piaget et Vygotsky ont voulu montrer comment les connaissances sont acquises de façon intellectuelle ou consciente, le posthumanisme s'intéresse aussi à ce qui précède, à ce qui permet et donne une force incarnée à ces jugements et inférences. Comme Michel Serres (2000) le souligne, «il n'y a rien dans la connaissance qui n'ait été d'abord dans le corps entier dont les métamorphoses gestuelles, les postures mobiles, l'évolution même miment tout ce qui l'entoure» (p. 96). Autrement dit, on peut aussi apprendre *par corps, par mains*.

C'est cette même dualité entre corps et esprit qui nous amène à émettre une autre critique à propos de ce qu'il se passe dans cet extrait, concernant l'aspect rituel de l'activité décrite. Les rituels sont souvent vus comme des actions irréfléchies ou comme des habitudes qui sont tout simplement physiques, et, en cela même, déconnectées de notre capacité à penser. Le concept d'intra-action nous permet ici de nous éloigner de cette dichotomie qui postule que tout ce qui est matériel (y compris le corps) serait passif et inerte, et que, donc, tout ce qui est rituel n'est que répétition, procédure ou formalité. Si l'on considère que l'action va de pair avec la pensée, nous devons dès lors chercher à comprendre comment ce rituel établi dans

la salle de classe peut être associé aux pratiques conceptuelles et discursives que nous privilégions ici.

Nous proposons donc d'adopter la définition moniste de la ritualisation proposée par l'anthropologue Catherine Bell (1992) : la ritualisation est perçue comme une forme de pensée non discursive qui accompagne le corps en mouvement dans le cadre d'un environnement structuré de façon symbolique (Coles et Sinclair, 2017). Dans notre exemple, cet environnement est celui où s'enchevêtrent nombres, chiffres et relations avec les doigts. Ce n'est pas parce que les élèves n'expliquent pas comment on double, ou pourquoi on peut doubler avec ses deux mains, qu'il n'y a pas de pensée mathématique complexe. Au contraire, nous voyons dans cet extrait une activité mathématique assez sophistiquée, car les élèves ont en fait ici accès à une forme de savoir et de savoir-faire qui vont au-delà de l'activité collective, comme nous allons le constater dans la deuxième partie de l'extrait.

Analyse du deuxième extrait de leçon : le rôle du geste dans la création mathématique

Tableau 2. Description de l'extrait : partie 2

La chercheure annonce un changement dans la routine de l'exercice mathématique qui venait de s'établir en déclarant : « J'ai besoin d'aide ! » Elle choisit l'une des élèves qui s'est portée volontaire, en lui faisant signe de s'approcher, et en lui disant : « Viens-t'en ! » Cette élève est elle aussi désormais positionnée en hauteur par rapport au reste de ses pairs puisqu'elle est maintenant debout. La chercheure, toujours assise dans son fauteuil, lui demande « Tu peux m'aider à doubler six ? » en la regardant et en lui montrant sa main droite paume ouverte (cinq doigts) et le pouce levé de sa main gauche (un doigt). Puis, une fois que l'élève en question imite la gestuelle de l'adulte, elle se tourne vers les autres élèves et pose la question : « Ça fait combien quand on double six ? » Après quelques secondes pendant lesquelles les autres élèves offrent toutes sortes de réponses (trois, six, onze, huit, seize, sixteen), et alors que certain ou certaines en sont arrivés à la réponse attendue et la crient avec enthousiasme (DOUZE !), la chercheure propose aux élèves de suivre sa chorégraphie gestuelle : « D'abord, on va doubler cinq. Ça donne combien ? » Les élèves répondent plus rapidement cette fois-ci : « Dix ! » Elle continue : « Et si on double six ? » Certains et certaines élèves répondent, sur un ton empreint d'hésitation : « Onze ? » Deux élèves offrent la réponse « Douze » sur un ton un peu plus assuré. La chercheure valide en répétant à son tour et en mettant l'accent sur les deux voyelles du milieu : « Douuuuize. » Elle joint ensuite le geste à la parole en reprenant la chorégraphie en deux étapes proposée auparavant : « Dix. » (Elle place sa main droite, paume ouverte, à côté de la main droite de l'enfant qui se tient toujours debout près d'elle.) « Douze. » (Elle place le pouce levé de sa main gauche près de celui de l'enfant qui est debout.).

Pendant quelques minutes, la chercheure choisit quelques autres élèves qui lèvent la main avec énergie pour se porter volontaires eux aussi. Les élèves se succèdent en se plaçant debout, près d'elle, comme l'avait fait la première élève, et, tour à tour, décident, en le lui chuchotant à l'oreille, du nombre qu'ils et elles vont doubler.

Cet environnement, structuré par les nombres et les doigts, donne lieu à l'émergence d'un rituel dans lequel les élèves peuvent aller au-delà des doigts d'une main afin de doubler des nombres encore plus grands, en cocréant, à travers le rapprochement de leurs mains à celles de la chercheuse, des quantités qu'ils/elles savent à peine nommer en anglais, et plus difficilement encore en français. Le rituel offre une chorégraphie qui permet de doubler n'importe quel nombre, au sein de laquelle l'accent est mis sur l'action physique de doubler plus que sur le calcul du produit.

Nous proposons donc ici de revenir sur le rôle que jouent les gestes dans cet extrait en nous référant à Châtelet (1993). Dans ce contexte d'apprentissage des nombres au niveau primaire, les doigts ont une fonction double : ils sont une extension physique de celui ou celle qui compte (et qui les montre au monde), et ils constituent également des éléments qui peuvent être comptés (lorsque le regard les saisit et s'y attarde). Châtelet (1993) avait déjà mis en avant cette double fonction que peuvent avoir les doigts en cherchant à comprendre et à expliquer comment les concepts abstraits mathématiques pouvaient émerger d'un corps humain physique. Nous irons jusqu'à dire, pour notre part, que les doigts sont de ce fait à la fois sujets et objets, puisqu'ils font partie de l'identité de la personne qui les montre aussi bien que de celle du monde qui les regarde et les reconnaît. Dans l'extrait présenté ci-dessus, les élèves se servent de leurs doigts pour offrir un nombre au monde, ainsi que pour compter le nombre de doigts qu'ils voient sur les mains des autres. C'est bel et bien ce geste, qui imite les doigts d'une main, qui exprime, en même temps, la relation « doubler ». De plus, ce geste donne naissance à de nouveaux gestes, ceux qui permettent de mettre ensemble et de séparer les doigts (peu importe à qui ils appartiennent) en groupes de nombres. Châtelet (1993) nous pousse non seulement à voir cette panoplie de gestes comme la représentation de concepts mathématiques abstraits et statiques (quatre doigts levés qui représentent la quantité « 4 »), mais également à apprécier la façon dont la mobilité des mains, qui explorent et qui communiquent en tant qu'actions mathématiques, forge de nouvelles idées avec le corps et à travers celui-ci.

Analyse du troisième extrait de leçon : l'émergence matérielle des concepts mathématiques

Tableau 3. Description de l'extrait : partie 3

Son tour venu, un petit garçon fait une proposition qui suscite une réaction différente de la part de la chercheuse, laquelle s'exclame, tout en se tenant la tête : « Ouh là là, ça va être très difficile ! » Elle se tourne vers l'élève volontaire, qui se trouve cette fois sur sa droite, à côté du tableau blanc, et lui demande : « Comment est-ce qu'on va doubler onze ? » Le garçon lui murmure quelque chose qu'on n'entend pas, sourit et lève légèrement l'un de ses pieds. Elle répond, elle aussi en souriant : « Ah ok ! On va... » Elle laisse la fin de sa phrase en suspens, mais lève elle aussi son pied, toujours assise dans son fauteuil. Elle joint alors la parole à ses gestes en expliquant au reste du groupe, alors que le garçon lève lui-

même son pied droit plus haut, ainsi que ses deux mains, paumes ouvertes face au reste du groupe: « Ça c'est un ». Elle montre son pied gauche levé, avant d'ajouter, en levant elle aussi ses deux mains, paumes ouvertes: « On va doubler onze. » La deuxième adulte, l'enseignante, qui vient tout juste d'entrer à nouveau dans le champ de la caméra, mais à un autre endroit cette fois, se positionne derrière le groupe d'élèves, assise sur le rebord du bureau qui se trouve au fond. Elle rit en regardant l'adulte assise dans son fauteuil et le garçon qui se tient à côté d'elle, tous deux avec leurs mains en l'air et un de leurs pieds levé. D'autres élèves rient en même temps. « Ça fait combien quand on double onze? » demande à nouveau la chercheure. Certains élèves proposent: « Douze ».

Un petit garçon, qui semblait ne pas faire attention au début de la vidéo (il faisait la girouette, à genoux, au lieu de s'asseoir comme les autres, et discutait avec un élève assis à côté de lui sans sembler prêter attention à la chercheure) se retourne tout à coup et, après avoir regardé la chercheure et l'élève volontaire pendant quelques secondes, il crie: « VINGT-ET-DEUX! » La chercheure renchérit, en criant elle aussi, et le félicite: « Vingt-deux! Bravo! Quand on double onze, ça fait vingt-deux! » Elle lève sa main pour taper dans celle de l'enfant qui vient de fournir la bonne réponse, faisant ainsi coïncider son enthousiasme verbal avec un geste non verbal informel, cependant bien connu des enfants. Elle continue ainsi de créer une certaine complicité avec eux, puisqu'elle s'exprime aussi à travers leur registre.

À l'étude de la scène décrite plus haut, et en tentant de répondre à l'invitation lancée par Barad (2007) à prêter attention à l'aspect matériel des contextes de nos projets de recherche, nous postulons donc que l'action qui amène à utiliser les mains et les pieds afin de calculer (action engendrée par le petit garçon volontaire à la fin de la scène et reprise par la chercheure présente dans la classe ce jour-là) relève d'un enchevêtrement matériel du corps humain et de l'opération mathématique « doubler » qui est à l'œuvre. Ces mains et ces pieds deviennent inséparables du concept mathématique « doubler ». Ce concept naît alors de l'intra-action entre pensée, mots, nombres, gestes et émotions qui circulent entre les différents participants et participantes présents, situés dans l'espace exigu de la salle de classe (sur le tapis). Cette configuration spatiale de l'activité permet aux corps de bouger d'une manière différente de celle qu'ils adopteraient si les enfants étaient assis derrière un pupitre: des sourires sont échangés, des mains et des pieds bougent, et l'on sent l'énergie débordante qui règne pendant cette activité. Le concept mathématique « doubler » n'est donc pas considéré comme étant inerte ou à découvrir. À travers l'approche intra-active qui est la nôtre ici, nous tentons plutôt de montrer que ce concept mathématique « doubler » est en fait dynamique, vivant et vibrant. Il fait partie intégrale de l'agencement matériel qui émerge dans l'intra-action décrite plus haut, marquée par l'enjouement et la complicité tangible entre les participants et participantes présents, et n'aurait pu être prévu ni planifié.

La levée du pied du petit garçon s'inscrit pour nous dans la pratique gestuelle dont parle Châtelet (1993). Le pied de ce garçon ne semble pas se lever à la suite d'un processus de raisonnement conscient. Son geste semble plutôt lui venir avant même

qu'il ne puisse l'appréhender. C'est pourquoi Châtelet (1993) affirme que «le geste n'est pas un simple déplacement spatial: il décide, libère et propose une nouvelle modalité du "se mouvoir" (p. 20). C'est un geste qui actualise le nombre 11 comme nouvelle configuration du corps, et qui permet la naissance de nouveaux gestes chez les autres élèves, ainsi que chez la chercheuse.

Dans leur analyse de l'interaction en classe de langue, Moore et Simon (2002) soulignent les «moments de déritualisation» qui ont parfois lieu en salle de classe et les définissent comme «des moments clefs dont les orientations discursives, soudain prises en charge par les apprenants, leur permettent de se resituer en tant qu'apprenant-actif, de redessiner les contours de leur territoire tels qu'ils choisissent eux-mêmes de le définir dans l'interaction» (p. 11). C'est bien l'apprenant qui prend en charge le moment que nous avons choisi d'étudier, en utilisant son pied pour ajouter «un» aux dix doigts de ses mains et arriver au nombre 11 qu'il propose à la chercheuse de doubler. De plus, nous avançons également que le fait qu'il utilise son corps, et plus précisément son pied, en plus de ses mains, pour doubler le nombre de son choix, ne relève pas simplement d'une intention humaine cognitive. Ce n'est pas seulement l'apprenant qui effectue ce choix. Il fait lui-même partie d'un ensemble de facteurs qui jouent un rôle tous ensemble, enchevêtrés les uns avec les autres, afin de rendre palpable, compréhensible et vibrant ce concept mathématique «doubler». Les théories de la cognition située et distribuée, notamment dans les travaux d'Hutchins (1995), nous encouragent à considérer les apprenants et apprenantes, les enseignants et enseignantes, les contextes et les espaces comme un système complexe formé de réseaux multiples.

Pour aller plus loin dans l'analyse de l'extrait précédent, nous postulons que les pieds, les mains, le nombre 11, le tapis sur lequel se trouvent les enfants, le fauteuil sur lequel est assise la chercheuse, les sourires, la réaction de l'autre petit garçon, à genoux sur le tapis, qui crie d'une voix enjouée la réponse «vingt-et-deux» (imparfaite d'un point de vue langagier, mais cela importe peu ici), et le geste final entre ce dernier et la chercheuse (quand elle lui tape dans la main, validant ainsi la réponse qu'il donne), ainsi que d'autres facteurs, intra-agissent et participent tous à la construction du concept «doubler». Ce concept, dans cette construction, devient alors unique dans toute sa matérialité et sa vitalité. Le moment de déritualisation devient un moment clef tout particulièrement parce qu'il marque le moment où les apprenants et apprenantes ont construit ce concept, en collaboration avec les autres participants, humains et non-humains, présents ce jour-là. C'est bien un moment d'apprentissage collaboratif réussi, que l'on n'aurait pas pu planifier et qui vient déstabiliser ce que l'on perçoit et définit comme une séquence d'apprentissage de façon traditionnelle. À travers cette analyse, nous souhaitons répondre à l'appel de Smythe *et al.* (2017) qui nous invitent à redéfinir la notion de concept: un concept devient intelligible non pas à travers un processus d'abstraction, mais bien à travers des actions (telles que bouger, retirer, couper à travers des diagrammes et des gestes) qui révèlent ce qui n'était pas

apparent, mais qui était là tout le long, implicite et trépidant, en attente d'une actualisation (p. 119-120).

CONCLUSION

Notre but principal ici était de montrer pourquoi et comment les apprentissages mathématiques émergent non seulement dans un contexte social et culturel, mais aussi dans un contexte matériel. Ce dernier n'est ni passif ni inerte, et n'est pas uniquement contrôlé par les acteurs humains présents dans une salle de classe. Il ne peut être séparé des activités, des discussions et des concepts mathématiques. Cette perspective ne diminue pas l'importance du langage et du raisonnement, qui ont été étudiés et mis en avant à de nombreuses reprises. En revanche, elle peut nous amener à remettre en question ce que nous considérons traditionnellement comme central dans une salle de classe. À ce titre, nous avons essayé de montrer que le rite et l'imitation peuvent jouer un rôle important dans l'apprentissage des mathématiques.

Avec notre adaptation de l'idée de déritualisation, nous avons tenté de montrer comment l'apprentissage mathématique peut constituer une entreprise ontologique aussi bien qu'épistémologique dans la mesure où le but de cet apprentissage est la création de nouveaux concepts. Pour Deleuze et Guattari (2005), il s'agirait ici d'une «pédagogie du concept», dans laquelle on ne s'imagine pas que la responsabilité d'acquérir ou d'enseigner un concept quelconque revienne entièrement à l'apprenant, l'apprenante, l'enseignant ou l'enseignante, mais où l'on considère aussi le fait que ce concept vive une mutation en intra-agissant avec des mains, des outils et des tableaux blancs.

Nous avons fait de multiples références aux gestes et mouvements du corps qui semblent particulièrement pertinents dans un contexte d'enseignement et d'apprentissage. Et bien que les gestes fassent déjà partie des études sur l'interaction, comme modalité qui vient souvent compléter le langage oral, une perspective posthumaniste nous a ici amenées à avancer que le geste est aussi moteur de création mathématique, lorsqu'on le considère dans son intra-action avec les concepts mathématiques. Dès lors, les mouvements du corps (des mains, mais aussi des pieds, par exemple) constituent une source inépuisable de raisonnement mathématique, qui permet l'actualisation du virtuel.

Références bibliographiques

- BARAD, K. (2007). *Meeting the Universe Halfway: Quantum Physics and the Entanglement of Matter and Meaning*. Durham: Duke University Press.
- BELL, C. (1992). *Ritual theory, ritual practice*. New York: Oxford University Press.
- CANAGARAJAH, S. (2018). Materializing 'Competence': Perspectives From International STEM Scholars. *The Modern Language Journal*, 102(2), 268-291.
- CHÂTELET, G. (1993). *Les enjeux du mobile*. Paris: Seuil.
- COLES, A. et SINCLAIR, N. (2017). Re-thinking Place Value: From Metaphor to Metonym. *For the learning of mathematics*, 37(1), 3-8.
- DELEUZE, G. et GUATTARI, F. (2005). *Qu'est-ce que la philosophie?* Paris: Éditions de Minuit.
- DE FREITAS, E. et SINCLAIR, N. (2014). *Mathematics and the body: Material entanglements in the mathematics classroom*. New York: Cambridge University Press.
- DUTRIAUX, L. et GYSELINCK, V. (2016). Cognition incarnée: Un point de vue sur les représentations spatiales. *L'Année Psychologique*, 116(3), 419-465.
- GATTEGNO, C. (1974). *The common sense of teaching mathematics*. New York: Educational Solutions.
- HULTMAN, K. et LENZ TAGUCHI, H. (2010). Challenging anthropocentric analysis of visual data: A relational materialist methodological approach to educational research. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 23(5), 525-542.
- HUTCHINS, E. (1995). *Cognition in the wild*. Cambridge: MIT Press.
- LAKOFF, G. et NÚÑEZ, R. (2000). *Where Mathematics comes from: How the Embodied Mind brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books.
- LAVE, J. et WENGER, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- MOORE, D. et SIMON, D.-L. (2002). Déréalisation et identité d'apprenants. *Aile*, 16, 121-144.
- NEMIROVSKY, R. et FERRARA, F. (2009). Mathematical imagination and embodied cognition. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 159-174.

- NÚÑEZ, R. (2003). Do real numbers really move? Language, thought, and gesture: The embodied cognitive foundations of mathematics. Dans R. Hersh (dir.), *18 unconventional essays on the nature of mathematics* (p. 160-181). New York: Springer.
- RADFORD, L. (2011). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage: la théorie de l'objectivation. *Éléments*, 1, 1-27.
- ROTH, W. M. et THOM, J. S. (2009). Bodily experience and mathematical conceptions: From classical views to a phenomenological reconceptualization. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 175-189.
- ROTMAN, B. (2008). *Becoming beside ourselves: The alphabet, ghosts, and distributed human beings*. Durham: Duke University Press.
- SERRES, M. (2000). *Variations sur le corps*. Paris: Éditions Le Pommier.
- SINCLAIR, N. et DE FREITAS, E. (2019). Body studies in mathematics education: Diverse scales of mattering. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 51(2), 227-237.
- SMYTHE, S., HILL, C., MACDONALD, M., DAGENAIS, D., SINCLAIR, N. et TOOHEY, K. (2017). *Disrupting boundaries in education and research*. Cambridge: Cambridge University Press.
- SOYLU, F., LESTER, F. et NEWMAN, S. (2018). You can count on your fingers: The role of fingers in early mathematical development. *The Journal of Numerical Cognition*, 4(1), 107-135. doi:10.5964/jnc.v4i1.85
- VLASSIS, J., FAGNANT, A. et DEMONTY, I. (2015). Symboliser et conceptualiser, une dialectique intrinsèque aux mathématiques et à leur apprentissage. Dans M. Crahay et M. Dutrévis (dir.), *Psychologie des apprentissages scolaires* (2^e éd., p. 221-255). Bruxelles: De Boeck.
- VYGOTSKY, L. (1986). *Thought and language*. Cambridge: MIT Press.
- WHITEHEAD, A. (1929/1978). *Process and Reality*. New York: The Free Press.

Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/ enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques: l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS

Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg

Isabelle DEMONTY

Université de Liège, Belgique

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada
Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique
Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique
Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique du Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada
Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France
Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France
Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada
Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant- élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS

Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg

Isabelle DEMONTY

Université de Liège, Belgique

RÉSUMÉ

Partant de la définition de l'apprentissage et des objets mathématiques selon Radford (2008), cet article propose une réflexion sur l'interdépendance des objets mathématiques, leurs symbolisations et les interactions sociales dans le processus d'apprentissage. Il vise à interroger la manière dont s'articulent ces trois composantes indissociables et présente, sur cette base, un modèle intégratif de l'apprentissage des mathématiques. Il vise à examiner en particulier l'importance des interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves. Si l'importance des interactions sociales est démontrée depuis de nombreuses années, ce sont en effet principalement les interactions entre les élèves qui ont été étudiées (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont, 1997; Iiskala, Vauras, Lehtinen et Salonen, 2011). Ce n'est qu'assez

récemment que l'importance des interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves a été mise en évidence. Dans notre article, nous proposons donc d'analyser plus particulièrement les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves, dans le contexte d'une activité de généralisation en algèbre. Nous montrons l'importance d'interventions de qualité de la part de l'enseignant, sur la base du modèle de Jacobs *et al.* (2010, dans Callejo et Zapareta, 2016), pour faire émerger les savoirs mathématiques des pratiques sociales de la classe.

ABSTRACT

Conceptualization, symbolization and teacher-student interactions in mathematical education: the example of generalization

Joëlle VLASSIS, University of Luxembourg, Grand Duchy of Luxembourg
Isabelle DEMONTY, University of Liège, Belgium

Starting from the definition of learning and mathematical objects according to Radford (2008), this article proposes a reflection on the interdependence of mathematical objects, their symbolization, and social interactions in the learning process. It aims to question the way in which these three indissociable components are articulated, and on this basis presents an integrative model of mathematical education. It aims to specifically examine the importance of interactions between the teacher and the students. Although the importance of social interactions has been demonstrated for many years, the interactions that have been studied are mainly those between students (Schubauer-Leoni and Perret-Clermont, 1997, Iiskala, Vauras, Lehtinen and Salonen, 2011). Only recently has the importance of teacher-student interactions been highlighted. In our article, we therefore wish to do a more specific analysis of interactions between teacher and students, in the context of a generalization activity in algebra. We show the importance of quality interventions on the part of the teacher, based on the model of Jacobs *et al.* (2010, in Callejo and Zapareta, 2016), to bring out mathematical knowledge through social practices in the classroom.

RESUMEN

Conceptualización, simbolización e interacciones maestros/ maestras-alumnos/alumnas en los aprendizajes matemáticos : el ejemplo de la generalización

Joëlle VLASSIS, Universidad de Luxemburgo, Gran Ducado de Luxemburgo
Isabelle DEMONTY, Universidad de Lieja, Bélgica

A partir de la definición del aprendizaje y de los objetos matemáticos según Redford (2008), este artículo propone una reflexión sobre la interdependencia de los objetos matemáticos, sus simbolizaciones y las interacciones sociales en el proceso de aprendizaje. Su objetivo es cuestionar la manera en que se articulan estos tres componentes indisociables y sobre esta base presenta un modelo integrativo del aprendizaje de las matemáticas. Busca examinar, particularmente, la importancia de las interacciones entre maestro o maestra y los alumnos/alumnas. Si desde hace mucho tiempo se ha demostrado la importancia de las interacciones sociales, han sido principalmente las interacciones entre alumnos que se han estudiado (Schubauer-Leoni y Oerret-Clermont, 1997, Liskala, Vauras, Lehtinen y Salonen, 2011). La importancia de las interacciones entre maestro o maestra y los alumnos/alumnas, sólo muy recientemente han sido evidenciadas. En nuestro artículo nos proponemos pues analizar en particular las interacciones entre maestro o maestra y los alumnos/alumnas, en el contexto de una actividad de generalización en álgebra. Mostramos la importancia de intervenciones de calidad de la parte del maestro, basándonos en el modelo de Jacobs et al. (2010, en Callejo y Zapareta, 2016), para hacer surgir los saberes matemáticos de las prácticas sociales en la clase.

INTRODUCTION

Historiquement, les mathématiques se sont développées en étroite relation avec les symbolisations qu'elles utilisent. Depuis les premières traces dénotant des quantités sur les tablettes de pierre jusqu'aux représentations formelles de nombres imaginaires, les activités de symbolisation sont indissociables de l'émergence des objets mathématiques et de leur évolution (Vlassis, Fagnant et Demonty, 2015). Au niveau des apprentissages, depuis la diffusion des travaux de Vygotsky (2003) en éducation mathématique, les approches socioculturelles considèrent que le discours mathématique et ses objets sont mutuellement constitutifs (Font, Godina et Gallardo, 2013). Le terme *discours* est à considérer dans le sens de Kieran (2001) et Sfard (2001) pour désigner toute instance de communication, qu'elle soit verbale ou écrite à l'aide de systèmes symboliques, ou qu'elle prenne place avec d'autres ou soi-même. Ainsi, les

symboles formels ou informels, le langage, les représentations ou toute autre trace écrite sont des éléments du discours mathématique. Dans ce contexte, nous envisageons les *symboles* comme tout matériel concret ou toute trace écrite destinés à représenter un élément du discours mathématique.

Dans les classes, la recherche pointe, depuis de nombreuses années, les difficultés que les élèves rencontrent dans l'utilisation des symboles mathématiques formels tant dans l'enseignement primaire que secondaire : le sens de l'égalité, le sens des expressions ou de la lettre, ou encore le signe moins continuent toujours à poser problème aux élèves (Kieran, 1992; Fagnant, 2008; Vlassis, 2010). Ces difficultés ne sont pas sans relation avec des pratiques d'enseignement dont le point de vue implicite sous-jacent consiste à considérer les symboles de manière indépendante des objets ou des opérations qu'ils représentent, et qui considèrent que l'apprentissage des techniques et de leur représentation symbolique doit être acquis de manière décontextualisée, avant la résolution des problèmes qui les mobilisent (Kieran, 2007; Radford, 2008). Cette perspective compromet les apprentissages mathématiques des élèves en dissociant les objets du discours mathématique de leur symbolisation; cela les conduit souvent à considérer les mathématiques comme la manipulation de symboles vides de sens.

Or selon Radford (1998), un symbole ou plus largement un *signe* (au sens de Vygotsky, 2003)¹ n'est jamais une entité pour lui-même; il prend place et fait sens dans un contexte d'activité précis et est produit pour atteindre un objectif donné (Radford, 1998). Cette conception du signe implique que, du point de vue des élèves, le contexte même d'une activité façonnera la production de signes dont les symboles mathématiques en leur donnant un but significatif. Dans ce type d'activité, les élèves sont amenés à communiquer à propos de la tâche en utilisant un ensemble de signes, et plus précisément un langage oral ou écrit, formel ou informel, pour argumenter, justifier ou expliquer un raisonnement. C'est l'ensemble de ce processus de conceptualisation médiatisé par les interactions sociales et par les signes qui se trouve au cœur des apprentissages mathématiques.

Cet article propose une réflexion sur l'interdépendance des objets mathématiques, de leurs symbolisations et des interactions sociales. Il interroge la manière dont s'articulent ces trois composantes indissociables dans les apprentissages mathématiques, et examine en particulier le rôle et l'importance des interactions entre l'enseignant et les élèves. Pour illustrer notre propos, nous prenons l'exemple de l'apprentissage de la généralisation en algèbre élémentaire. Nous décrirons des interactions efficaces d'enseignants pour favoriser le processus de généralisation des élèves et illustrerons nos réflexions par des exemples issus de l'expérimentation d'une activité de généralisation.

1. Au sens de Vygotsky, les *signes* sont les outils de communication. Les symboles formels ou informels, les gestes, le langage oral ou écrit, les dessins, ou toute autre représentation sont des outils pour communiquer en mathématiques. En ce sens, le signe est donc un élément du « discours » mathématique.

INTERDÉPENDANCE DES OBJETS, DES SYMBOLES ET DES INTERACTIONS SOCIALES DANS LES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES

Radford (2008) souligne l'ancrage social de l'apprentissage des mathématiques qui, selon lui, ne consiste pas à construire ou (re)construire un élément de savoir, mais plutôt à donner, de manière active et créative, un sens aux objets conceptuels que l'élève trouve dans sa culture. C'est ce qu'il appelle un « processus d'objectivation », c'est-à-dire un processus social de prise de conscience progressive d'un objet culturel, par exemple une figure, une forme ou un nombre dont nous percevons graduellement la généralité, en même temps que nous lui donnons du sens. Autrement dit, apprendre de ce point de vue est compris comme la participation aux pratiques sociales qui rendent cette connaissance accessible.

Radford insiste particulièrement sur l'idée que ces objets sont incrustés dans les pratiques sociales médiatisées par des artefacts ou par des signes tels que les symboles. Dans cette perspective, les symboles sont donc d'abord considérés comme des outils de communication. Cette conception est loin de certaines pratiques de classe qui envisagent plutôt les symboles comme des notations formelles qu'il s'agit d'apprendre à utiliser selon des règles précises pour appliquer techniques et procédures. Selon Radford, l'accès aux objets mathématiques n'est en effet possible que par l'activité sociale et médiatisée qui les sollicite. Cette définition de l'apprentissage implique ainsi de considérer trois aspects importants au cœur des apprentissages mathématiques : les objets mathématiques, les outils médiateurs de l'activité (les signes, dont les symboles) et les pratiques sociales. Nous proposons de clarifier la nature des objets mathématiques et d'approfondir leurs relations avec les signes d'une part et les pratiques sociales d'autre part.

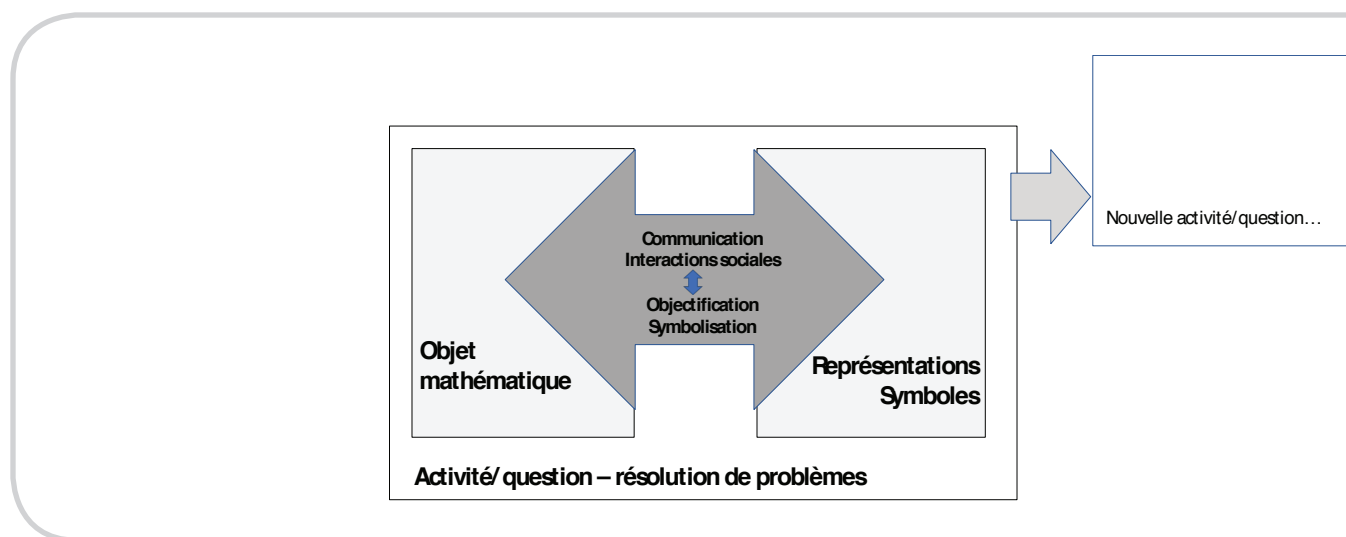
Pour Radford (2008), les objets mathématiques sont des *fixed patterns* de l'activité réflexive incrustés dans le monde en constante évolution des pratiques sociales médiatisées par les signes et les artefacts. Cette conception des objets mathématiques est assez proche de la définition des concepts de Vygotsky (2003) selon laquelle, sous l'angle psychologique, le concept est un acte de généralisation à n'importe quel stade de son développement. En effet, tant Radford que Vygotsky mettent l'accent sur l'action (*activité* chez Radford, acte chez Vygotsky) et sur une généralisation (*pattern* pour Radford, *généralisation* pour Vygotsky). Tous deux semblent également évoquer qu'un concept ou un objet n'est pas monolithique, mais qu'il est composé de plusieurs niveaux de développement. Selon Radford, l'objet conceptuel est en effet un objet constitué de différentes couches de généralité. Dans cet article, nous considérerons les concepts et les objets mathématiques de manière assez proche. Radford parle par ailleurs d'*objets conceptuels* et n'établit pas de distinction claire entre les deux notions.

Concernant les interactions sociales et les outils médiateurs de la communication, Fonts, Godino et Gallardo (2013) rappellent que les mathématiques sont une activité

humaine et que les entités impliquées dans cette activité (c'est-à-dire les objets) émergent des actions et du discours à travers lesquels ils sont exprimés. Le discours est ainsi considéré comme outil médiateur de la communication. Ces auteurs utilisent le terme *émergence* à dessein pour souligner le fait que ces objets émergent des pratiques des individus. Ils ne sont pas considérés comme indépendants des personnes, du langage utilisé pour les décrire ou de leurs représentations. C'est pourquoi, pour Radford (2011), il est incorrect de dire que l'accès aux objets n'est possible que grâce à leurs représentations, comme plusieurs auteurs le soulignaient jusqu'à présent (Duval, 2000; Sfard, 2000; Vlassis, 2010). En effet, dans cette perspective, la composante sociale et communicationnelle est absente des objets mathématiques. Or, pour Radford (2011), l'accès à ces objets n'est pas qu'une question de représentation; bien plus, cet accès n'est possible que par l'activité sociale et médiatisée qui le sollicite.

On pourrait résumer l'interdépendance des objets, des représentations et des interactions sociales à travers le modèle de l'apprentissage en mathématiques présenté dans la figure 1 ci-dessous :

Figure 1. **Modèle de l'apprentissage en mathématiques basé sur les principes de Radford (2008)**



Selon ce modèle, les apprentissages émergeront d'activités orientées vers un but dans lesquelles la communication et les interactions sociales médiatisées par le discours permettent aux élèves de donner du sens aux objets mathématiques en étroite relation avec leurs représentations et les symboles. Ces interactions sociales sont déterminantes dans l'élaboration d'un processus réciproque d'objectivation-symbolisation. Afin de montrer que l'objet n'est pas fixé une fois pour toutes, mais est constitué de plusieurs couches de généralités, de nouvelles activités ou questions

seront nécessaires pour permettre aux élèves de progresser vers une abstraction plus grande. Dans cette perspective de l'apprentissage des mathématiques, où les interactions sociales occupent une place essentielle, le rôle de l'enseignant ou de l'enseignante et, donc, des interactions enseignant/enseignante-élèves, devient un objet crucial d'attention. Les sections suivantes développent l'importance de ces interactions et précisent leur rôle et leur nature.

LES INTERACTIONS ENSEIGNANT/ENSEIGNANTE-ÉLÈVES

Le rôle de l'enseignant ou de l'enseignante

Cette progression vers l'abstraction est rarement spontanée même au départ d'une activité pensée selon une trajectoire d'apprentissage, comme dans les situations adidactiques, par exemple (Brousseau et Balachef, 1998). Ainsi, le rôle de l'enseignant ou de l'enseignante est déterminant. Or, dans les situations adidactiques, ce sont souvent les interactions entre les élèves et le milieu qui sont mises en avant, avec l'idée que c'est du milieu que naissent les connaissances visées par l'enseignant ou l'enseignante. À ce sujet, Schneider et Mercier (2005, p. 2) rappellent les principes suivants :

Un jeu adidactique met donc en interaction des joueurs et un milieu. Il doit permettre aux élèves (comme joueurs du jeu) de situer leurs stratégies de jeu sans se référer aux attentes supposées du professeur mais, c'est le paradoxe de la dévolution, si le contrat est passé à propos d'un milieu bien choisi, les stratégies des élèves dans leurs interactions avec ce milieu seront les connaissances attendues par le professeur.

Sur la base des réflexions qui précèdent, nous postulons au contraire que ces connaissances ne pourront naître d'un milieu, aussi bien choisi fût-il, sans l'intervention de l'enseignant; de notre point de vue, les interactions enseignant/enseignante-élèves sont incontournables dans la mesure où c'est l'enseignant ou l'enseignante qui « voit » les objets conceptuels en jeu, et non les élèves, ce qui définit une relation asymétrique entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves (Radford, 2008). Il est donc de la responsabilité de l'enseignant ou l'enseignante de structurer les échanges avec les élèves en vue de donner du sens aux objets conceptuels. Gravemeijer *et al.* (2000) définissent à ce sujet un rôle « proactif » pour l'enseignant ou l'enseignante. Cela signifie que ces derniers doivent pouvoir tirer parti des contributions des élèves pour réaliser les finalités du curriculum. Ils guident l'évolution de la classe sans perdre de vue les objectifs mathématiques. Ce processus s'effectue à travers des négociations continues entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves, selon un processus de mathématisation progressive dans lequel le symbolisme et le raisonnement des élèves font l'objet d'une négociation explicite. Dans ce type d'approche, l'enseignant ou l'enseignante est le représentant ou la représentante de la culture mathématique et, à ce titre, doit prendre part au discours de la classe, non seulement comme guide lorsque le processus s'éloigne des intentions originales, mais aussi

comme participant ou participante, suggérant des solutions possibles, des stratégies, des concepts, des questions et des objections. Il est en effet de la responsabilité de l'enseignant ou de l'enseignante d'introduire dans le discours de nouveaux éléments mathématiques qui n'auraient pu être découverts par les élèves eux-mêmes.

Les activités de classe seront donc envisagées à travers la lunette des processus d'interactions multiples dans lesquelles élèves et enseignant ou enseignante coconstruisent au développement du sens à travers leur discours oral ou écrit et l'activité partagée (Ellis, 2011). L'apprentissage émergera donc de pratiques collectives enracinées dans une communauté et se développera à travers des expériences médiatisées par les interactions sociales, le langage et les artefacts (Ellis, 2011).

L'importance des interactions enseignant/enseignante-élèves dans les activités de classe

Quand on parle d'activités de classe, Radford (2016) établit une distinction entre l'activité planifiée *a priori* et l'activité telle qu'elle se déroule effectivement. Pour lui, une activité ne peut être réduite à sa description sur papier, comme une symphonie ne peut être réduite à sa partition. Pour Radford (2016), l'activité décrite sur le papier est de l'ordre du *général*, mais les objets mathématiques ne deviendront objets de conscience, de perception et de pensée que lorsque ce *général* sera mis en mouvement pour le transformer en quelque chose de visible, de *singulier*. Ce *singulier* est la mise en œuvre du *général* à travers la médiation de l'activité humaine. Ainsi, au départ d'un même *général* (c'est-à-dire la description écrite de l'activité), l'activité qui se déroule dans la classe pourra aboutir à des *singuliers* très différents, selon l'engagement des élèves et des enseignants ou des enseignantes dans les débats, la gestion des accords et des désaccords, etc., selon, finalement, la richesse et la qualité des interactions qui s'établiront au sein de la classe.

Ces réflexions nous conduisent à envisager une trajectoire d'enseignement-apprentissage (Warren et Cooper, 2009) plutôt qu'une trajectoire d'apprentissage uniquement. Selon Warren et Cooper (2009), bien que les deux perspectives aient de nombreux points communs, les principales différences résident dans l'importance qu'elles accordent à l'acte d'enseigner dans le processus d'apprentissage. Du premier point de vue, l'apprentissage consiste en une série de progressions développementales naturelles identifiées dans des modèles empiriques de la pensée et de l'apprentissage des enfants. L'enseignement est secondaire à l'acte d'apprentissage et consiste en la mise en œuvre de tâches pédagogiques destinées à engendrer ce développement, comme dans des situations de type adidactique évoquées précédemment. En revanche, la trajectoire d'enseignement-apprentissage inclut non seulement une trajectoire d'apprentissage qui donne un aperçu du processus d'apprentissage des élèves, mais également, une trajectoire d'enseignement qui décrit

comment l'enseignement peut efficacement établir des liens avec le processus d'apprentissage et le stimuler.

Ainsi, pour que le *général* d'une activité aboutisse à un *singulier* « réussi » (c'est-à-dire lorsque les élèves parviennent à donner sens aux objets mathématiques), il est nécessaire d'envisager la qualité des interactions enseignant/enseignante-élèves, au même titre que la préparation et l'analyse *a priori* d'une activité.

Les interactions enseignant/enseignante-élèves dans les activités de généralisation

Si les interactions enseignant/enseignante-élèves sont essentielles pour les apprentissages mathématiques (Ellis, 2011; Piccolo *et al.*, 2008), encore convient-il d'identifier les types d'interaction efficaces. Selon Piccolo *et al.* (2008), puisque le discours de la classe est fréquemment lancé par des questions, une étroite relation entre le questionnement et l'apprentissage peut être supposée. Ces auteurs soulignent que le potentiel pour développer un discours riche et significatif peut se produire quand l'enseignant ou l'enseignante pose des questions relatives au processus de pensée impliqué dans la résolution d'un problème, ou encore quand il engage les élèves à se demander s'il existe une autre manière de résoudre le problème. Les enseignants ou les enseignantes peuvent donc stimuler le développement du savoir à travers la manière de poser des questions ou d'y répondre.

Activités de généralisation, pensée algébrique et difficultés des élèves

Dans cet article, nous concrétisons cette problématique dans le cas des activités de généralisation au départ de motifs (*patterns*) figuratifs (Vlassis, Demonty et Squalli, 2017), et en particulier dans le cas d'une situation, bien connue, du carré bordé (Bednarz, 2005; Coulange et Grugeon, 2008; Demonty et Vlassis, 2018) que nous présentons dans la suite. Dans les activités de généralisation, les élèves sont invités à produire une expression algébrique pour généraliser un processus. Cet environnement est considéré comme potentiellement riche pour développer la pensée algébrique, caractérisée d'une part par un raisonnement analytique consistant à raisonner en partant d'une indéterminée (Radford 2008), et d'autre part par un sens donné à l'égalité et aux opérations (Demonty, 2017).

Cependant, tout en étant une composante cruciale de l'activité mathématique, la généralisation représente parfois un obstacle difficile à surmonter par les élèves et un processus complexe à soutenir efficacement par les enseignants et les enseignantes. En effet, des études ont montré les difficultés des élèves à développer des expressions générales correctes (Ellis, 2011; Radford, 2008; Squalli, 2015). Pour résoudre ce type de situation, les élèves sont en effet confrontés à un certain nombre de défis : ils doivent

identifier les invariants adéquats récurrents dans les différents motifs ou, encore, une fois ceux-ci identifiés, les étendre à d'autres cas (extension du domaine de référence) (Dörfler, 1991; Vlassis, Demonty et Squalli, 2017) en vue de généraliser. Les élèves ont besoin d'être guidés à reconnaître ce qui est pertinent dans les situations et à travers elles. Au bout du compte, pour Olive et Caglayan (2007), surmonter ces difficultés requiert, de la part des élèves, un changement important dans leur façon de penser et, pour l'enseignant ou l'enseignante, dans la manière de concevoir des situations pédagogiques accompagnées d'un étayage efficace.

Les interactions enseignant/enseignante-élèves dans les activités de généralisation

Ellis (2011) a mis en évidence un certain nombre d'actions précises et potentiellement efficaces pour soutenir la généralisation. Elle a identifié sept grandes catégories d'intervention. Il s'agit par exemple d'encourager à généraliser sur la base de la mise en relation de plusieurs éléments, de la recherche d'une structure, ou encore d'une extension à d'autres cas (extension du domaine de référence), etc., ou encore d'encourager à justifier et à clarifier, ou d'attirer l'attention sur les relations mathématiques, etc.

Lannin, Barker et Townsend (2006) ont également mis en évidence l'importance des interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves en tant qu'un des facteurs influençant le développement de stratégies de généralisation chez les élèves. Parmi les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves, ils pointent en particulier les interventions suivantes : demander aux élèves d'examiner si leurs généralisations s'appliquent à tous les cas observés et de justifier pourquoi; encourager les élèves à discuter des avantages et des limites de leurs stratégies; et les inviter à établir des relations entre leurs généralisations et des représentations géométriques.

Dans cette perspective, Callejo et Zapatera (2017) évoquent l'idée de baser ces interactions sur un *professional noticing*, qui renvoie à une observation professionnelle reposant sur la capacité à la fois d'identifier les éléments mathématiques significatifs et d'interpréter la compréhension mathématique des élèves dans une situation donnée. Ces auteurs soutiennent que les enseignants expérimentés peuvent aller au-delà des réactions de routine et réagir de façon plus professionnelle en se basant sur la *pensée mathématique* des élèves.

Ainsi, ce *professional noticing* implique d'aller plus loin que les interventions de l'enseignant que nous venons d'évoquer. En effet, s'il convient indiscutablement d'encourager les élèves à généraliser, à justifier, à discuter des avantages et des limites des stratégies, etc., encore convient-il, selon ces auteurs, de baser ces interventions sur l'observation des éléments significatifs du discours des élèves et surtout sur son interprétation. À cette fin, Jacobs *et al.* (2010, dans Callejo et Zapatera, 2016) invitent à

s'intéresser à un aspect particulier du *professional noticing*, en l'occurrence la *pensée mathématique* des élèves. Selon ces auteurs, il s'agit plus que d'une simple prise en compte des idées des élèves. Cette capacité se compose en effet de trois compétences interdépendantes : (1) décrire les stratégies utilisées par les élèves; (2) interpréter la compréhension des élèves; et (3) décider comment réagir en fonction de la compréhension des élèves.

Dans la suite, nous illustrons ces propos théoriques à travers les types d'interaction enseignant/enseignante-élèves émergeant d'une activité de généralisation.

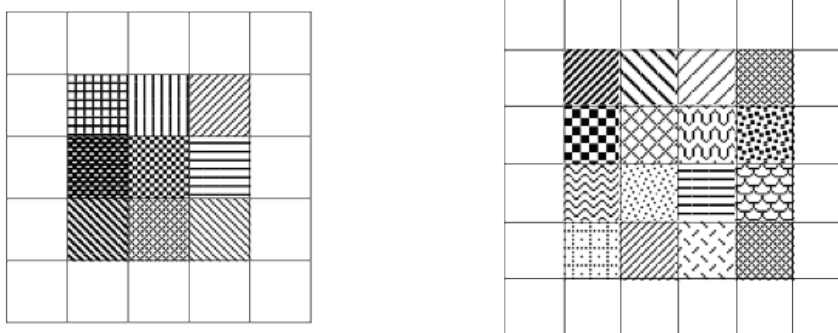
ÉLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES

Description de l'activité de généralisation *Antoine fait des mosaïques*

Nous avons expérimenté une activité de généralisation, intitulée *Antoine fait des mosaïques*, sur la base d'une situation bien connue, celle du carré bordé (Bednarz, 2005; Coulangue et Grugeon, 2008; Demonty et Vlassis, 2018). Celle-ci se base sur des motifs picturaux, en l'occurrence une mosaïque composée de carrés colorés à l'intérieur avec une bordure de carrés blancs. Des modèles de cette situation sont présentés dans la figure 2. Les objets conceptuels en jeu dans cette activité sont, pour l'essentiel, la formule et la variable, l'égalité et le sens des opérations.

La figure 2 ci-dessous présente deux mosaïques données en exemple aux élèves.

Figure 2. Deux modèles présentés aux élèves dans *Antoine fait des mosaïques*



Le questionnement consistait à demander aux élèves de trouver un moyen pour déterminer le nombre de carrés blancs en bordure, quel que soit le nombre de carrés colorés. La situation envisageait une progression dans le questionnement : Les élèves

étaient d'abord amenés à établir le nombre de carrés blancs en bordure ($n = 5$ avec n = nombre de carrés colorés sur un côté) à l'aide de matériel concret (petits cubes) (question 1). Les élèves étaient ensuite invités à produire un calcul d'abord pour une petite quantité de carrés ($n = 7$) (question 2), puis pour une plus grande quantité ($n = 32$) (question 3). Enfin, les élèves devaient trouver un message général exprimé d'abord en langage ordinaire (question 4), puis mathématique (question 5). Plusieurs formules pouvaient émerger selon différentes visualisations du schéma.

L'activité a été ainsi structurée selon une *chaîne de signification* (Gravemeijer *et al.*, 2000; Presmeg, 2006; Vlassis et Demonty, 2018), c'est-à-dire selon plusieurs étapes de symbolisation en relation avec une évolution de la conceptualisation (objectivation).

Contexte d'implémentation de l'activité

L'activité a été proposée dans deux classes de secondaire technique du Luxembourg, l'une de grade 7 avec 14 élèves et l'autre de grade 8 avec 20 élèves. Cette situation était une première pour les élèves des deux niveaux scolaires. Si les élèves de grade 8 suivaient un cours d'algèbre depuis près d'un an et avaient été initiés dans ce contexte à la résolution des équations et aux techniques algébriques – ils maîtrisaient donc l'algèbre impliquée dans l'activité –, les élèves de la classe de grade 7 n'avaient reçu aucun enseignement de l'algèbre. Pour soutenir les premières actions des élèves, les deux enseignantes avaient mis à leur disposition du matériel concret pour représenter les mosaïques.

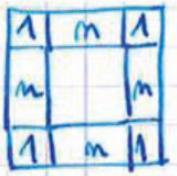
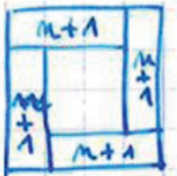
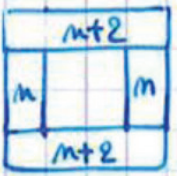
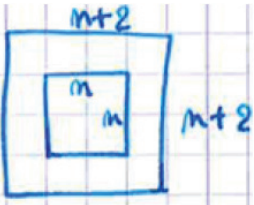
Deux moments ont été planifiés dans les deux classes. Tout d'abord, deux périodes (2 $\diamond$ 50') ont été consacrées au travail en groupes pour répondre aux questions de l'activité, puis deux autres périodes (2 $\diamond$ 50') ont été consacrées à la mise en commun. Nos analyses sont issues des deux premières périodes, où les élèves travaillaient en groupes. Dans chacune des deux classes, les enseignantes passaient dans les groupes et aidaient ceux qui étaient en difficulté. Les enseignantes n'ont donné que très peu de consignes concernant la tâche à réaliser, si ce n'est celles liées à l'organisation. Les élèves des deux classes étaient répartis en groupes de deux ou trois.

Les données ont été collectées sur la base des productions écrites des différents groupes d'élèves et des enregistrements audio ou vidéo des interactions dans les différents groupes.

Les démarches des élèves dans l'activité *Antoine fait des mosaïques*

Afin de comprendre les extraits présentés dans la suite, le tableau 1 présente les 4 types de généralisation produits par l'ensemble des élèves.

Tableau 1. **Les 4 types de généralisation produits par les élèves dans l'activité Antoine fait des mosaïques**

		Description	Formule
1		Prendre quatre fois le nombre de carrés de couleur sur un côté et ajouter les quatre carrés des coins.	$4n + 4^*$
2		Prendre quatre fois le nombre de carrés de couleur sur un côté plus un.	$4(n + 1)$
3		Prendre deux fois le nombre de carrés de couleur sur un côté plus deux. Au nombre obtenu, ajouter deux fois le nombre de carrés de couleur sur un côté.	$2(n + 2) + 2n$
4		Différence des aires : calculer l'aire du grand carré en prenant le carré du nombre de carrés de couleur sur un côté plus deux. Calculer l'aire du petit carré coloré en prenant le carré du nombre de carrés de couleur sur un côté, puis soustraire ce résultat du précédent.	$(n + 2)^2 - n^2$

De nombreux groupes ont rencontré des difficultés pour produire ces généralisations, notamment dans l'identification des *invariants* adéquats, ou encore dans l'*extension du domaine de référence* (Squalli, 2015; Vlassis, Demonty et Squalli, 2017). Pour les élèves de grade 7, cette situation était également l'occasion d'apprendre à exprimer la généralisation algébriquement à l'aide d'une formule. La section ci-dessous présente

deux extraits des interactions enseignante/enseignant-élèves et les commentent à la lumière des éléments théoriques évoqués plus haut. Ces extraits ont été choisis parce qu'ils étaient emblématiques des difficultés rencontrées par les élèves des deux classes et du type d'intervention de l'enseignante.

ANALYSE DES INTERACTIONS ENSEIGNANT/ENSEIGNANTE-ÉLÈVES OBSERVÉES DANS L'ACTIVITÉ DE GÉNÉRALISATION ANTOINE FAIT DES MOSAÏQUES

Voici deux exemples qui illustrent à la fois les difficultés évoquées précédemment, mais aussi les interventions de l'enseignante pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés.

• Exemple 1 (dans la classe de grade 8)

L'exemple 1 est basé sur la démarche de type 2 (voir tableau 1) :



Les élèves de ce groupe (grade 8) éprouvent d'importantes difficultés à trouver les invariants adéquats de la figure pour répondre à la question 2 (avec 7 carrés colorés de côté). Leur solution consiste à compter les carrés blancs sur un côté (correspondant à $n + 2$ sur le dessin ci-dessus) et à multiplier par 4, comme pour faire le périmètre. Ils obtiennent 36 (9×4) qui est une réponse erronée puisque les carrés des coins sont comptés deux fois. Les élèves ne pensent pas à valider leur solution par le comptage (encore possible à cette question). La figure 3 présente les interactions entre les élèves (E) et l'enseignante (P).

Figure 3. **Retranscription d'une interaction entre l'enseignant et un groupe d'élèves (Grade 8)**

1	E1	On a fait 36, Madame.
2	P	Mais les 36, vous les aviez calculés, si j'ai bien compris, parce que vous aviez 9, 9 et encore 9 et encore 9. Mais avec les 5 si on comptait $7 + 7 + 7 + 7$, ça faisait 28, et vous aviez pourtant compté 24. [P. montre sur le modèle avec les carrés autocollants réalisés à la question 1 (5 carrés colorés)]. Qu'est-ce qui se passe ?
3	E3	On a compté les carrés [E3 montre les côtés du carré de 5].
4	P	Vous aviez compté, ça c'est juste. Vous arriviez à 24, ça s'est bon. Mais si on fait 7×4 , on a 28. Alors, je me demande pourquoi on a 28 quand on fait 7×4 , alors que dans la réalité, quand on compte, on a 24 carrés blancs.
5		[pause 8 secondes]
6	E3	Là il y a quelque chose qui cloche...
7	E2	On a compté 9 ... euh...
8	P	Allez où sont les 9 ? Vous avez 9 [P. montre un côté], et là vous avez 9 [P. montre le côté opposé]. On va barrer ce qui est déjà compté. Qu'est-ce qui reste encore à compter ? [P. barre les carrés des deux côtés]
9	E1	Les deux-là [E1 montre les côtés opposés non barrés]
10	P	Ça fait combien ?
11	E1	Là ça fait 1, 2, 3, 4... [E1 montre un côté non barré mais compte le carré du coin qui est pourtant déjà barré]
12	P	Tu l'as déjà compté celui-là [...]
13	E1	Alors on fait 9 fois 4
14	P	C'est pareil ... on va regarder à nouveau ce qui est compté: 9 et 9 ça on a déjà compté [P. barre à nouveau les côtés du carré]. Qu'est-ce qui reste à compter ?
15	E1	Ca ... [E1 montre à nouveau un côté non pris en considération dans le comptage mais en pointant à nouveau un des coins déjà comptés]
16	P	Ça vous l'avez déjà compté ...
17	E2	... C'est 7
18	P	Oui, vous comprenez ? Vous aviez déjà compté ça. [C'est seulement à partir de là que les élèves ont pu produire le calcul correct $9 + 9 + 7 + 7$]

Cet extrait montre les difficultés pour l'enseignante de faire comprendre aux élèves leur erreur, élèves qui ne voyaient pas pourquoi leur calcul était incorrect. Il faudra plusieurs interventions de l'enseignante pour que les élèves parviennent à rédiger le calcul correct. Les interventions efficaces ont consisté à attirer l'attention sur les relations mathématiques (représentations) (Ellis, 2011). Plus particulièrement, connecter aux représentations géométriques (Lannin *et al.*, 2006) (lignes 2, 4, 8 et 14) et encourager à justifier (Ellis, 2011) ont permis aux élèves de progresser (lignes 2 et 4).

- **Exemple 2 (dans la classe de grade 7)**

L'exemple 2 est basé sur la même démarche que l'extrait de la figure 3. La figure 4 présente les interactions entre les élèves (E) et l'enseignante (P). Dans ce cas, l'enseignante intervient au moment de la généralisation en langage mathématique (question 5). Comme les élèves sont en grade 7, ils sont perplexes face à la question. L'enseignante guide la réflexion à partir de l'opération produite pour répondre à la question 3 (pour 32 carrés colorés de côté).

Figure 4. **Retranscription d'une interaction entre l'enseignant et un groupe d'élèves (Grade 7)**

$$32 \times 2 + (34 \times 2) = 68 + 64 = 132$$

1	P	Et si j'avais mis 180, quel calcul est-ce qu'on devrait faire ?
2	E2	180 fois 2 plus 182 fois 2
3	P	Et maintenant, si on veut une formule qui fonctionne avec n'importe quel nombre de carrés de couleur, comment trouver une formule qui va marcher dans tous les cas ?
4	E2	... avec des phrases ?
5	E1	... on peut aussi faire des calculs ici pour expliquer ...
6	P	Vous n'êtes pas loin de trouver la formule parce que là le calcul il est juste, il faut juste remplacer le 32 et le 34 par quelque chose qui fait que ça marche tout le temps ... si je prenais le 200, on va appliquer la formule, si je prenais 500 ça marcherait aussi
7	E2	Alors on fait x fois 2
8	P	Oui ... très bien x fois 2...
9	E1	Ah oui ... x fois 2 et après ...
10	E2	... oui ... plus
11	P	Tu continues la formule, très bien ...
12	E1	... plus x fois 4, euh fois 2 aussi
13	E2	x fois ~~non~~ ... plus 4
14	P	Non le 34, il a quel lien avec le 32 ?
15	E2	plus 2... alors plus x plus 2
16	P	Bien
17	E2	... fois 2
18	E1	Ok, $x \times 2$ plus ... [E3 écrit la formule juste en-dessous du calcul, après avoir changé les symboles « fois » par un point]

Au bout du compte, sur la base de ces réflexions, les élèves produisent la formule rédigée juste en dessous du calcul, comme présenté ci-dessous :

$$32 \times 2 + (34 \times 2) = 68 + 64 = 132$$

$$x \times 2 + (x + 2) \times 2$$

Guidés par l'enseignante, les élèves parviennent à rédiger une formule. Notons que les élèves hésitent pour exprimer le nombre de carrés blancs sur le grand côté et correspondant, dans leur calcul, au nombre 34 (lignes 12 et 13). Pour les amener à produire $x + 2$, l'enseignante attire leur attention sur le lien entre les nombres 32 et 34 (ligne 14). Cette fois, ce sont surtout les encouragements à généraliser sur la base d'une extension à d'autres cas (Ellis, 2011) qui semblent avoir été efficaces (lignes 1, 3, 6), ainsi que le fait d'attirer l'attention sur les relations mathématiques (Ellis, 2011) (ligne 14).

DISCUSSION

Ces exemples témoignent, d'une part, que le processus de généralisation n'est pas spontané chez les élèves malgré une activité envisagée selon une trajectoire d'apprentissage structurée sur la base d'une chaîne de significations, et, d'autre part, que les interventions de l'enseignant sont incontournables pour amener les élèves à surmonter les obstacles rencontrés. Cependant, on peut s'interroger sur l'efficacité des interventions de l'enseignant, pourtant cohérentes avec les théories d'Ellis (2011) et de Lannin *et al.* (2006), surtout dans l'exemple 1. Est-ce que les élèves ont compris leur erreur? Les dernières interactions rapportées dans cet extrait ne témoignent pas clairement de cette compréhension, même si les élèves rédigent le calcul correct. Dans cet exemple, la difficulté des élèves semble résider dans un glissement de foyer dans l'analyse du dessin (Vlassis, Demonty et Squalli, 2017). Sans s'en rendre compte, ceux-ci sont passés en réalité du dénombrement de carrés en tant qu'unités d'aire, au dénombrement des carrés comme unités de longueur, en l'occurrence des côtés externes des petits carrés dont la somme correspond au périmètre de la mosaïque. Dans cette perspective, les côtés externes des carrés placés aux quatre coins sont bien au nombre de deux. Les interventions de l'enseignante ne pointent pas cette confusion, ce qui peut justifier la difficulté des élèves à comprendre leur erreur. Ce qui manque dans ces interventions, c'est la considération de la pensée mathématique des élèves selon la perspective de Jacobs *et al.* (2010, dans Callejo et Zapatera, 2016), et en particulier la capacité à interpréter la compréhension des élèves. Dans l'exemple 2, les élèves semblent avoir plus facilement surmonté la difficulté posée par la production de la formule et en particulier par l'expression $x + 2$ pour désigner le grand côté au départ du petit côté (x). À ce stade, de nombreux élèves produisent souvent deux inconnues, une pour le grand côté et une pour le petit côté. Cette difficulté, assez répandue, correspond à ce que Duval (2002) appelle « redésignation fonctionnelle », laquelle concerne la nécessité, notamment dans les problèmes impliquant les équations, de choisir une lettre qui permettra de désigner non pas une, mais plusieurs quantités indéterminées de l'énoncé. L'intervention de l'enseignante intègre davantage la pensée mathématique des élèves dans la mesure où elle pointe directement l'origine de la difficulté (« Le 34, il a quel lien avec le 32? »). Les élèves paraissent comprendre rapidement, et l'obstacle semble plus aisément surmontable que dans l'exemple 1. Il faudra sans doute plusieurs situations et interventions de

l'enseignante pour amener les élèves à véritablement assimiler cette redésignation fonctionnelle.

CONCLUSIONS

Notre article visait à approfondir, en partant des travaux de Radford, le processus d'apprentissage des mathématiques. Il a proposé un modèle présentant une articulation entre trois composantes consubstantielles à l'apprentissage que sont les symboles, les objets mathématiques et les interactions sociales. L'importance des interactions entre l'enseignant et les élèves a été précisée et illustrée dans le contexte d'une activité de généralisation. Les exemples ont montré qu'il ne suffit pas à un enseignant de stimuler la réflexion des élèves en les encourageant à justifier leurs stratégies, à établir des mises en relation ou encore à partager leurs idées, mais qu'il convient également de développer un *professional noticing* impliquant de s'intéresser à la pensée mathématique des élèves selon le modèle de Jacobs *et al.* (2010, dans Callejo et Zapareto, 2016). Cet article ne présente pas réellement de données empiriques pour étayer son propos, il s'agit davantage d'une réflexion théorique, mais nos analyses montrent qu'il s'agit là d'une problématique cruciale pour les apprentissages des élèves, et qu'il conviendrait d'approfondir davantage. Les analyses témoignent de l'importance des interactions enseignant/enseignante-élèves, parfois sous-estimées, comme dans le cas des situations adidactiques. Pour Radford (2008), l'émergence, lors des interactions enseignant/enseignante-élèves, des objets mathématiques, comme, par exemple, la formule pour généraliser un phénomène, représente plus qu'un échange de points de vue. Dans le cas des deux exemples présentés plus haut, les élèves sont parvenus, même de manière encore imparfaite (surtout dans l'exemple 1), à surmonter les obstacles dans le cadre d'une interaction conjointe entre l'élève et l'enseignant ou l'enseignante. Ce type de relation présente une profonde valeur épistémique. Il s'agit en effet d'un processus complexe et dialectique dans lequel le processus d'apprentissage est étroitement imbriqué dans celui d'enseignement. Ceci permet de souligner l'importance de définir des trajectoires d'enseignement-apprentissage, plutôt que d'apprentissage seulement, ainsi que nous l'avons développé précédemment.

Ces constats conduisent à envisager des programmes de développement professionnel qui iraient au-delà de la diffusion d'environnements significatifs, ou encore de connaissances, pour un enseignement ciblé sur la pensée mathématique des élèves (Demonty, 2017). Ces composantes à elles seules sont nécessaires, mais pas suffisantes. Il conviendrait de les intégrer dans un modèle de développement professionnel qui ciblerait en particulier la capacité des enseignants et des enseignantes à développer des interactions efficaces avec les élèves (Ellis, 2011), le tout selon un processus dynamique où alterneraient des moments de réflexions et d'essais dans les classes, ciblés en particulier sur les interactions enseignant/enseignante-élèves.

Références bibliographiques

- BEDNARZ, N. (2005). Parler les mathématiques. *Vie pédagogique*, 136, 20-23.
- BROUSSEAU, G. et BALACHEFF, N. (1998). *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La pensée sauvage.
- CALLEJO, M. L. et ZAPATERA, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 309-333.
- COULANGE, L. et GRUGEON, B. (2008). Pratiques enseignantes et transmissions de situations d'enseignement en algèbre. *Petit x*, 78, 5-23.
- DEMONTY, I. (2017). *Regard croisé sur le développement de la pensée algébrique : entre raisonnements des élèves et connaissances des enseignants* (Thèse de doctorat). Université de Liège.
- DEMONTY, I. et VLASSIS, J. (2018). *Développer l'articulation arithmétique entre le primaire et le secondaire*. Bruxelles : Van In-De Boeck.
- DÖRFLER, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. Dans A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen et J. Van Dormolen (dir.), *Mathematical knowledge : its growth through teaching* (p. 63-85). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- DUVAL, R. (2000). Basic issues for research in mathematics education. Dans T. Nakahara et M. Koyama (dir.), *Proceedings of the Twenty-fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, p. 55-69). Hiroshima : University of Hiroshima.
- ELLIS, A. B. (2011). Generalizing-promoting actions: How classroom collaborations can support students' mathematical generalizations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(4), 308-345.
- FAGNANT, A. (2008). Résoudre et symboliser des problèmes additifs et soustractifs. Dans M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (dir.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques?* (p. 131-150). Bruxelles : De Boeck.
- FONT, V., GODINO, J. D. et GALLARDO, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97-124.

- GRAVEMEIJER, K., COBB, P., BOWERS, J. et WHITENACK, J. (2000). Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education. Dans P. Cobb, E. Yackel et K McClain (dir.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (p. 225-274). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- KIERAN, C. (2007). Learning and teaching algebra in the middle school through college levels. Dans F. K. Lester Jr (dir.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 707-762). É.-U.: National council of teachers of mathematics.
- KIERAN, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics*, 46(13), 187-228.
- KIERAN, C. (1992). The learning and the teaching of school algebra. Dans D. Grouws (dir.), *Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning* (p. 390-419). New York: Mac Millan.
- LANNIN, J., BARKER, D. et TOWNSEND, B. (2006). Algebraic generalisation strategies: Factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal*, 18(3), 3-28.
- IISKALA, T., VAURAS, M., LEHTINEN, E. et SALONEN, P. (2011). Socially shared metacognition of dyads of pupils in collaborative mathematical problem-solving processes. *Learning and instruction*, 21(3), 379-393.
- Ministère de la Communauté française de Belgique (1999). *Socles de compétences: enseignement fondamental et premier degré de l'Enseignement secondaire*. Bruxelles: Auteur.
- Ministère de l'Éducation nationale (2011). *Plan d'études de l'école fondamentale*. Grand Duché du Luxembourg: Auteur.
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6^e année*. Toronto: Ministère de l'Éducation.
- OLIVE, J. et CAĞLAYAN, G. (2007). From arithmetic reasoning to algebraic reasoning: Problems of representation and interpretation of systems of linear equations in a middle school classroom. Dans Lamberg, T. et Wiest, L. R. (dir.), *Proceedings of the 29th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Educations* (p. 194-197). Stateline (Lake Tahoe): University of Nevada.

- PRESMEG, N. (2006). Semiotics and the “connections” standard: Significance of semiotics for teachers of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 163-182.
- PICCOLO, D. L., HARBAUGH, A. P., CARTER, T. A., CAPRARO, M. M. et CAPRARO, R. M. (2008). Quality of Instruction: Examining Discourse in Middle School Mathematics Instruction. *Journal of Advanced Academics*, 19(3), 376-410.
- RADFORD, L. (2016). Mathematics and Mathematics classroom activity through the lens of a metaphor. Dans M. Iori (dir.), *La Matematica e la sua Didattica/ Mathematics and Mathematics Education. In occasion of the 70 years of Bruno D'Amore* (p. 439-446). Bologna: Pitagora Editrice.
- RADFORD, L. (2011). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage : la théorie de l'objectivation. *Éléments*, 1, 1-27.
- RADFORD, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. Dans L. Radford, G. Schubring et F. Seeger (dir.), *Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture* (p. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.
- RADFORD, L. (1998). On signs and representations, a cultural account. *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 1, 277-302.
- SCHNEIDER, M. et MERCIER, A. (2005). *Situation adidactique, situation didactique, situation-problème: circulation de concepts entre théorie didactique et idéologies pour l'enseignement*. Association francophone internationale de recherche scientifique en éducation, Bordeaux, France.
- SFARD, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1-3), 13-57.
- SFARD, A. (2000). Symbolizing mathematical reality into being – Or how mathematical discourse and mathematical objects create each other. Dans P. Cobb, E. Yackel et K. McClain (dir.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (p. 37-98). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- SQUALLI, H. (2015). La généralisation algébrique comme abstraction d'invariants essentiels. *Actes de l'Espace Mathématique Francophone*. Alger: Université des sciences et de la technologie Houari-Boumédiène. Repéré à <http://emf2015.usthb.dz/actes.php>

- SCHUBAUER-LEONI, M. L. et PERRET-CLERMONT, A. N. (1997). Social interactions and mathematics learning. Dans T. Nunes et P. Bryant (dir.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective* (vol. 11, p. 265-283). Hove: Psychology Press.
- VLASSIS, J. (2010). *Sens et symboles en mathématiques : étude de l'utilisation du signe « moins » dans les réductions polynomiales et la résolution d'équations du premier degré à une inconnue*. Berne: Peter Lang.
- VLASSIS, J. et DEMONTY, I. (2018). Symbolisation and objectivation through social interactions for meaningful learning of mathematics. Dans E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg et L. Sumpter (dir.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, p. 371-378). Umea: University of Umea.
- VLASSIS, J., DEMONTY, I. et SQUALLI, H. (2017). Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 20(3), 131-155.
- VLASSIS, J., FAGNANT, A. et DEMONTY, I. (2015). Symboliser et conceptualiser, une dialectique intrinsèque aux mathématiques et à leur apprentissage. Dans M. Crahay et M. Dutrevis (dir.), *Psychologie des apprentissages scolaires* (2^e éd., p. 221-255). Bruxelles: De Boeck.
- VYGOTSKY, L. (2003). *Pensée et langage*. Paris: La Dispute.
- WARREN, E. et COOPER, T. (2009). Developing mathematics understanding and abstraction: The case of equivalence in the elementary years. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 76-95.

Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET

Université Paris-Est-Créteil, France

Cécile ALLARD

Université Paris-Est-Créteil, France

Julie HOROKS

Université Paris-Est-Créteil, France

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada

Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique

Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg

Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France

Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France

Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada

Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET

Université Paris-Est-Créteil, France

Cécile ALLARD

Université Paris-Est-Créteil, France

Julie HOROKS

Université Paris-Est-Créteil, France

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous analysons les pratiques enseignantes d'évaluation formative en mathématiques, à travers les interactions organisées en classe pendant les moments de mise en commun. Nous croisons plusieurs cadres d'analyse des pratiques en didactique des mathématiques, de même que des outils liés à la recherche sur l'évaluation. Nous illustrons ces analyses avec un exemple de mise en commun dans une classe de collège, pour montrer de quelle façon l'enseignant, dans ses interactions

avec les élèves, s'appuie plus ou moins sur ce que les élèves produisent et sur les mathématiques en jeu dans les interactions.

ABSTRACT

Evaluation of learning to analyze interactions between teacher and students in moments of pooling knowledge

Julia PILET, Paris-Est Créteil University, France

Cécile ALLARD, Paris-Est Créteil University, France

Julie HOROKS, Paris-Est Créteil University, France

In this article, we analyze teachers' formative evaluation practices in mathematics through interactions organized in class during moments of knowledge pooling. We come across several frameworks of practice analysis in mathematics education, as well as tools related to research on evaluation. We illustrate these analyzes with an example of pooling knowledge in a college classroom to show how the teacher, through interactions with the students, relies more or less on what students produce and on the mathematics at play in the interactions.

RESUMEN

Una entrada por la evaluación de los aprendizajes para analizar las interacciones entre maestro y alumnos en los momentos de intercambio

Julia PILET, Universidad de París-Este Créteil, Francia

Cécile ALLARD, Universidad de París-Este Créteil, Francia

Julie HOROKS, Universidad de París-Este Créteil, Francia

En el presente artículo analizamos las prácticas docentes de evaluación formativa en matemáticas a través las interacciones organizadas en clase durante los momentos de intercambios. Combinamos varios cuadros de análisis de prácticas en didáctica de las matemáticas, así como herramientas ligadas a la investigación sobre la evaluación. Ilustramos dichos análisis con un ejemplo de intercambio en una clase de secundaria, para mostrar de qué manera el maestro, en sus interacciones con los alumnos, se apoya más o menos sobre lo que los alumnos producen y sobre las matemáticas implicadas en las interacciones.

INTRODUCTION

Nous proposons dans cet article une entrée par la question de l'évaluation formative pour étudier avec un regard didactique les interactions en classe. Nous construisons des outils pour analyser les pratiques enseignantes et la façon dont ces pratiques orchestrent les interactions avec les élèves en classe, en prenant en compte non seulement les apprentissages mathématiques qui peuvent en découler pour les élèves, mais aussi certaines contraintes du métier qui peuvent influencer les choix d'enseignement. Nous faisons l'hypothèse, non mise à l'épreuve ici, que certaines de ces interactions sont en effet plus significatives que d'autres pour les apprentissages mathématiques des élèves. Nous attachons une grande importance aux contenus mathématiques qui sont au centre de l'action enseignante que nous analysons. Une partie de nos outils d'analyse des interactions est donc liée à la spécificité du contenu mathématique travaillé.

CADRE D'ANALYSE DES INTERACTIONS DANS LES MOMENTS DE MISE EN COMMUN

La Double Approche pour analyser les pratiques : prise en compte des contenus, du déroulement et du contexte d'enseignement

Pour analyser ce qui se passe en classe, tant du côté de l'enseignante ou de l'enseignant que de celui des élèves, nous nous plaçons dans le cadre de la théorie de l'activité (Leontiev, 1978) telle qu'elle s'est développée en ergonomie cognitive en France (Rogalski, 2013). Selon cette théorie, les apprentissages des élèves découlent en grande partie de leurs activités mathématiques, c'est-à-dire tout ce que les élèves disent, écrivent, pensent, font ou ne font pas. Ces activités dépendent fortement des tâches choisies et de la façon dont la résolution de ces tâches est organisée dans la classe. Nous considérons, à la suite des développements récents de travaux issus de ces théories (Robert et Vandebrouck, 2014), que le discours de l'enseignante ou de l'enseignant peut avoir lui aussi une influence à la fois sur les activités des élèves et sur leurs apprentissages, en ce qu'il peut participer à l'explicitation et la structuration des activités des élèves, et à celles des mathématiques visées.

Nous nous situons dans le cadre de la Double Approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes (Robert, 2008) pour caractériser et interpréter les activités des enseignantes et des enseignants dans leur classe et pour celle-ci. Dans ce cadre, les pratiques sont décrites en cinq composantes¹ pour prendre en compte le choix des tâches et leur articulation entre elles et avec le cours, pour enseigner un contenu donné, ainsi que les déroulements organisés en classe. Pour interpréter ces choix, sont pris aussi en considération des contraintes du contexte d'enseignement, liées à

1. Composantes cognitive, médiative, institutionnelle, sociale et personnelle des pratiques enseignantes.

l'établissement et aux programmes scolaires, ainsi qu'à l'expérience et à la formation de l'enseignant ou de l'enseignante. Nous considérons que ce contexte d'enseignement a en particulier une influence sur les marges de manœuvre des enseignants et des enseignantes et sur les choix faits pour évaluer leurs élèves.

Les pratiques d'évaluation formative et la régulation de l'apprentissage

De Ketele, Gerard et Roegiers (1997) définissent l'acte d'évaluer comme «recueillir un ensemble d'informations suffisamment pertinentes, valides et fiables, examiner le degré d'adéquation entre cet ensemble d'informations et un ensemble de critères adéquats aux objectifs fixés au départ ou ajustés en cours de route, en vue de prendre une décision» (p. 34). En appui sur cette définition, nous appelons «pratique d'évaluation», dans l'enseignement des mathématiques, toutes les actions de l'enseignante ou de l'enseignant lui permettant de recueillir de l'information sur les activités ou les connaissances mathématiques de ses élèves, de les interpréter en fonction des mathématiques en jeu et de ce qui est attendu des élèves, et d'exploiter ces informations dans la suite de l'enseignement.

Allal et Mottier-Lopez (2005) montrent que la conception de l'évaluation formative s'est élargie au cours des dernières années. Au départ associée à l'idée d'une remédiation des difficultés d'apprentissage qui arrive après une phase d'enseignement, l'évaluation formative est progressivement intégrée au processus d'enseignement et d'apprentissage, et plus largement au concept de régulation de l'apprentissage. Pour De Ketele (2010, p. 27) :

L'évaluation de régulation est un processus qui doit permettre de prendre des décisions pour améliorer l'action (c'est-à-dire l'apprentissage) en cours (la séquence d'apprentissage concernée n'est pas terminée). [...] l'évaluation de régulation est donc centrée sur l'identification de ce qui est déjà acquis ou non encore acquis à un moment donné d'un apprentissage non terminé afin de prendre des décisions pour améliorer l'apprentissage en cours.

L'évaluation formative ainsi reconceptualisée est menée de façon informelle à travers des observations directes de l'enseignante ou enseignant et des interactions collectives. Pour Allal et Mottier-Lopez (2005), différents processus, relevant de la régulation de l'apprentissage, interviennent pour modifier l'écart entre le niveau réel des élèves et celui qui est attendu d'eux. Elles distinguent (p. 272) :

- Les actions effectivement menées par le maître et les élèves pour réduire l'écart.
- Le degré d'implication active de l'élève dans ces actions.
- L'utilisation faite par les élèves des outils et des ressources disponibles dans l'environnement en vue d'adapter ou d'enrichir leurs activités d'apprentissage.

- Le sens donné par les élèves et les enseignants et les enseignantes à l'évaluation et à ses divers aspects.
- Les façons dont les enseignants et les enseignantes, et les élèves négocient l'évaluation (discutent des critères et des exigences, construisent une représentation partagée de ce qui est attendu).

Ces processus, bien que généraux, nous intéressent tout particulièrement pour définir notre cadre d'analyse des interactions, entre l'enseignante ou l'enseignant et ses élèves.

Le moment de la mise en commun

Le terme de *mise en commun* est largement partagé dans la sphère professionnelle francophone (Artigue, Chevalarias, Debertonne-Dassule, Grugeon-Allys, Horoks et Pilet, à paraître) et semble pouvoir recouvrir plusieurs rôles pour l'enseignante ou l'enseignant, en fonction particulièrement de son moment par rapport au temps de la recherche des élèves, suivant qu'elle est suivie ou non d'une nouvelle recherche ou clôt la séance. Barlow (1993) la définit comme moyen de «reconstituer le groupe-classe et de faire profiter chacun du travail accompli par les différentes équipes» (p. 38), et en caractérise les modalités de mise en scène, après un travail des élèves. Nous retenons de cette définition le fait qu'une mise en commun fait suite à un travail des élèves, individuel ou en groupe, et qu'elle vise à montrer et à partager le travail de chacun, quelle que soit la modalité de travail qui a précédé.

Les mises en commun participent à différents moments d'une séance de mathématiques, identifiés en Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), et jouent un rôle clé dans la dialectique entre les dimensions individuelle et collective de l'apprentissage. La dimension collective participe à la dépersonnalisation des connaissances mathématiques², suite à l'exposition des procédures des élèves, sans garantir leur décontextualisation³ (Allard, 2015). C'est le cas en particulier lorsque les interactions entre les enseignantes ou les enseignants et leurs élèves se limitent à la description des actions (Margolinas et Lappara, 2008) ou à l'identification des réponses justes ou fausses sans réelle justification. Jorro et Mercier-Brunel (2011) soulignent que «les feedbacks de l'enseignant vers les élèves ne garantissent pas toujours une communication explicite qui porterait sur l'analyse des erreurs ou sur la sollicitation d'un raisonnement particulier» (p. 31). Notamment, les gestes à dimension évaluative demandant seulement aux élèves de faire des constats sur le résultat correct de l'exercice ne leur permettent généralement pas de tirer parti de ce moment de correction pour apprendre (Jorro et Crocé-Spinelli, 2010).

2. Dépersonnalisation : relève d'un processus qui permet de détacher le sujet de ce qu'il énonce.

3. Décontextualisation : relève d'un processus qui conduit à généraliser un savoir en dehors du contexte dans lequel il a été construit.

La fonction de la mise en commun dépend fortement de ce qui a précédé : la nature de la tâche sur laquelle les élèves ont travaillé, plus ou moins nouvelle, le temps de recherche dont les élèves ont disposé, mais aussi plus globalement la place de la séance considérée dans l'ensemble de la séquence. Les enjeux de la mise en commun sont donc fortement en lien avec les moments de l'étude⁴ de la notion mathématique (Chevallard, 1992).

Nous cherchons à caractériser plus particulièrement le déroulement des mises en commun lors du travail de la technique sur le type de tâche « Développer une expression algébrique du type $a(b+c)$ ou $(a+b)(c+d)$ », laquelle met en jeu la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition. Nous nous interrogeons sur la nature des justifications qui sont proposées aux élèves, la mise en évidence du savoir mathématique dans la formulation ou la validation des techniques, et les moyens de contrôle qui leur sont donnés.

Le rôle et la place du discours technologique qui décrit, justifie et légitime une technique apparaissent essentiels dans la construction des savoirs et savoir-faire et sont en particulier construits lors des interactions ayant lieu lors des mises en commun. À partir des travaux de Wozniak (2012), nous définissons trois niveaux de discours technologique :

- Muet : le discours décrit la technique sans chercher à la justifier;
- Faible : le discours décrit la technique et laisse entrevoir, à travers l'usage d'ostensifs⁵, des éléments justificatifs sans pour autant expliciter les propriétés mathématiques sous-jacentes;
- Fort : le discours technologique décrit, explicite et justifie la technique à partir des propriétés mathématiques qui la sous-tendent.

Dans le tableau 1, nous reprenons cette typologie pour caractériser la nature du discours technologique pour le développement d'une expression algébrique du type $a(b+c)$ ou $(a+b)(c+d)$. Nous faisons également référence à la place des ostensifs (Bosch et Chevallard, 1999), sollicités lors de la mise en œuvre d'une technique pour réaliser une tâche et produire un discours technologique (Bosch et Perrin-Glorian, 2013), et observables en particulier dans les interactions en classe.

4. Les moments de l'étude sont définis dans la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 2002), où l'activité mathématique est modélisée par des praxéologies mathématiques constituées d'un type de tâche, d'une technique de résolution, d'un discours explicatif et justificatif, appelé « discours technologique », et d'une théorie dans laquelle s'inscrit le discours. L'étude d'une praxéologie se réalise en différents moments : moment de première rencontre avec un type de tâche de cette praxéologie, moment d'exploration du type de tâche et d'élaboration d'une technique, moment de constitution de l'environnement technologico-théorique, moment du travail de la technique, moment de l'institutionnalisation, moment de l'évaluation. La chronologie d'une séquence d'enseignement ne suit pas nécessairement cet ordre dans les moments de l'étude.

5. Éléments discursifs oraux ou écrits, mais aussi outils symboliques, graphiques ou gestuels.

Critères d'analyse des interactions pendant les moments de mise en commun

Nous pensons que certaines modalités de travail dans les mises en commun sont plus favorables à l'émergence des savoirs et savoir-faire, selon l'appui sur ce qui a été produit par les élèves. Nous tentons dans ce qui suit de rattacher la caractérisation proposée par Allal et Mottier-Lopez (2005) sur l'évaluation formative à nos outils, issus de la didactique des mathématiques et prenant en compte les contenus mathématiques visés, pour analyser les moments de mise en commun.

Actions à la charge des enseignantes ou des enseignants

Nous détaillons ici les actions liées à l'évaluation formative, en lien avec les modalités de travail organisées pendant la mise en commun, pour réduire l'écart entre ce que les élèves ont produit et ce qui était attendu.

La sélection des productions d'élèves à exploiter, avec appui sur leur résultat, leur procédure, ou les connaissances mobilisées pour mettre en œuvre la procédure (Haspekian et al, à paraître) suppose la récupération de traces de l'activité des élèves, à travers des productions écrites ou orales, et le repérage des éléments pertinents pour la mise en commun. La variété des productions choisies (correctes ou non, avec différentes procédures), reflète alors plus ou moins la variété de ce qui a été produit par la classe, permettant ou non à l'ensemble des élèves de voir son travail discuté collectivement. Les difficultés liées à la gestion, par l'enseignante ou l'enseignant, de l'hétérogénéité des productions des élèves, ne peuvent pas être négligées, même si cette hétérogénéité peut présenter une richesse pour la mise en commun.

La présentation, (re)formulation et justification des productions des élèves, leur comparaison ou hiérarchisation, avec des critères pour juger de leur pertinence et de leur efficacité, de même que leur validation ou invalidation sont des actions jouant un rôle dans la construction des savoirs mathématiques. Leur institutionnalisation, leur décontextualisation et leur généralisation en vue d'autres usages peuvent clore la mise en commun et participer à la structuration des connaissances des élèves.

Degré d'implication active des élèves

Ces actions supposent plusieurs étapes pour constater, expliquer, puis corriger les productions et erreurs, avec plus ou moins d'autonomie pour les élèves. Leurs initiatives sont liées à leur ou leurs tâches explicites pendant la mise en commun : noter, justifier, vérifier... ou même résoudre une nouvelle tâche mathématique.

Outils et ressources disponibles pour les élèves

Les outils des élèves que nous prenons en considération ici sont des outils mathématiques: les propriétés et méthodes mathématiques, ainsi que toute trace matérielle de ces éléments: énoncés du cours (incluant un vocabulaire spécifique, des schémas) et autres exercices résolus. Dans notre analyse des mises en commun, nous tentons de repérer si ces éléments de cours, liés à des propriétés ou des techniques, sont mentionnés (par qui, comment et pour quoi faire) et d'étudier l'usage qui est fait des ostensifs associés.

Sens et négociation de l'évaluation

Comme Schubaeur-Leoni (1991), nous relient l'évaluation au «contrat didactique» qui lie les attentes réciproques de l'enseignante ou de l'enseignant et des élèves par rapport à un contenu ou à une tâche donnée. Nous interrogeons les objectifs de l'enseignante ou de l'enseignant dans l'acte d'évaluer, qui sont plus ou moins explicites pour les élèves, lors des mises en commun, avec un équilibre à maintenir entre statuer sur le juste et le faux, et chercher à expliquer. La place de l'erreur est liée à ce contrat d'évaluation, et participe aux retours faits aux élèves sur leur production, voire sur leurs progrès, et permet de pointer l'écart avec ce qui est attendu. Nous analysons son exploitation en classe, en lien d'une part avec la prise en compte effective des productions mathématiques des élèves, et d'autre part avec les mathématiques mobilisées dans la discussion autour de ces erreurs.

Jorro et Mercier-Brunel (2011) rappellent la nécessaire prise en compte de l'erreur dans les gestes professionnels qui visent à assurer les conditions de régulation des apprentissages. En effet, exposer des procédures erronées, c'est parfois laisser la place au jugement de valeur avec le risque du poids de l'humiliation en situation de classe (Merle, 2005). L'exploitation d'une erreur individuelle ou repérée pour plusieurs élèves peut être un moyen pour l'enseignante ou l'enseignant de revenir sur une procédure encore mal assimilée et exposer des moyens de contrôle, et peut donc servir à la dimension collective de l'apprentissage. Nous nous demandons donc si l'erreur est exploitée au service du collectif ou si elle sert à répondre ponctuellement à une difficulté d'un élève en particulier.

Problématique

Nous synthétisons ici nos hypothèses de travail, lesquelles portent sur les interactions qui pourraient jouer un rôle dans la régulation des apprentissages lors d'une mise en commun, et qui justifient les critères d'analyse guidant cette étude exploratoire.

Nous faisons en premier lieu l'hypothèse qu'un appui sur la variété des productions des élèves, et en particulier sur les procédures utilisées et les erreurs commises, peut participer à réduire l'écart entre ce qui a été produit et ce qui est attendu pour l'ensemble de la classe. La participation des élèves dans la formulation et la validation, de même que dans la comparaison des productions, nous paraît elle aussi porteuse d'apprentissages. Enfin, nous nous appuyons sur l'hypothèse qu'un discours technologique fort, mettant en évidence le savoir sous-jacent aux procédures des élèves, est nécessaire. Ce discours, en appui sur les propriétés des opérations, contribue selon nous à une institutionnalisation s'appuyant explicitement sur des connaissances mathématiques plutôt qu'un recours artificiel à des ostensifs.

Dans la partie suivante, nous illustrons la façon dont nous faisons fonctionner les outils d'analyse qui découlent de ces hypothèses, en étudiant le déroulement d'une mise en commun lors d'une séance d'algèbre dans une classe de 4^e (élèves de 13 à 14 ans). Nous caractérisons les interactions et leur participation potentielle à la régulation des apprentissages, mais ne pouvons pas mettre ici nos hypothèses à l'épreuve, n'ayant pas accès aux apprentissages des élèves qui pourraient en découler.

ILLUSTRATION AVEC L'ANALYSE D'UN MOMENT DE MISE EN COMMUN CHEZ UN ENSEIGNANT

Les aspects épistémologiques en jeu dans la transformation d'expressions algébriques

Le domaine de l'algèbre élémentaire comprend deux dimensions (Grugeon, 1997) : une dimension outil, dans laquelle l'algèbre intervient comme outil pour résoudre des problèmes de généralisation, de modélisation et de preuve, et une dimension objet, qui comprend la transformation des expressions algébriques. La mise en commun que nous analysons porte sur le type de tâche «développer une expression algébrique avec la distributivité simple», qui met en jeu l'aspect objet de l'algèbre. Plusieurs travaux ont pointé que la transformation d'expressions algébriques repose sur des aspects épistémologiques que l'enseignement doit prendre en considération pour favoriser les apprentissages, comme le fait que deux expressions algébriques puissent dénoter le même objet (Drouhard, 1992), le fait qu'une expression puisse être interprétée du point de vue de sa structure et comme un processus (Sfard, 1991), et le fait que la transformation d'une expression en une autre repose sur les propriétés du calcul algébrique. Aboud Raad et Mercier (2009), ou encore Assude *et al.* (2012), pointent que, dans les pratiques, les transformations d'expressions algébriques sont souvent davantage justifiées par une manipulation d'ostensifs, inventés à usage didactique, comme l'utilisation de couleurs ou de flèches qui accompagnent le geste de distribuer, que par un raisonnement porté par la propriété en jeu, notamment celle de la distributivité de la multiplication sur l'addition. Dans nos analyses, nous

études comment ces aspects épistémologiques interviennent dans le processus de partage et de validation des productions des élèves.

Présentation de l'enseignant, de la classe et de la séance

L'extrait analysé ici provient d'une des nombreuses séances filmées dans le cadre d'un travail collaboratif entre enseignants, enseignantes et chercheurs (Horoks et Pilet, 2015). La séance de 55 minutes a pour objectif de reprendre des exercices traités à la maison. Elle a été conçue par un enseignant expérimenté d'un collège de la région parisienne d'un milieu plutôt favorisé – nous l'appellerons ici « G ». Nous analysons dans cette étude la mise en commun ayant lieu suite à des exercices d'entraînement sur le développement d'expressions algébriques nécessitant l'utilisation de la propriété de distributivité. Cette séance, centrée sur le travail de la technique, arrive après celle visant à introduire l'algèbre en tant qu'outil pour résoudre un problème de généralisation. La tâche qui nous intéresse consiste à développer l'expression $4x(6x+7)-9(4x-5)$ en utilisant deux fois la distributivité simple. Parmi les erreurs possibles, dont nous analysons la prise en compte par l'enseignant, les élèves peuvent se tromper dans la distribution, dans la réécriture des monômes (par exemple sur la puissance carrée), dans la réduction de l'expression développée, ou dans le calcul avec des nombres relatifs. La mise en commun portant sur la transformation de cette expression dure 27 minutes. Nous avons numéroté de 1 à 99 toutes les interventions de l'enseignant ou des élèves sur les échanges traitant de la reconnaissance et de l'application de la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition. Un entretien avec l'enseignant, postérieur à la séance, nous a permis de préciser notre analyse, en recueillant des informations sur ses objectifs et ses choix pour la gestion de la classe.

Analyse de la mise en commun

Actions à la charge de l'enseignant G et degré d'implication active des élèves.

G commence par circuler dans la classe à la fois pour s'assurer que le travail a été fait, mais aussi pour prendre des informations sur le travail des élèves. G a l'habitude de demander à un élève de venir au tableau pour présenter sa solution et souvent il la choisit incorrecte. Ici, c'est l'élève L qui présente sa solution (voir figure 1); elle sait, suite à ses échanges avec G, que sa production est incorrecte. C'est la seule production qui sera exploitée par la suite, il n'y a donc pas de hiérarchisation ou de comparaison avec d'autres productions. La mise en commun sert ensuite à revenir sur la technique de développement à partir de cette production. Les échanges sont organisés sous la forme de questions posées par l'enseignant et de réponses formulées soit par l'élève L, soit par le reste de classe.

Figure 1. **Production de l'élève L affichée au tableau**

$$\begin{aligned} C &= 4x(6x+7)-9(4x-5) \\ C &= 4x \times 6x + 4x \times 7 - 9 \times 4x - 9 \times 5 \\ C &= 24x + 28x - 36x - 45 \\ C &= 52x - (-9x) \end{aligned}$$

G propose un discours technologique fort (voir tableau 1) pour invalider la production de L et pour décrire, expliciter et justifier la technique d'identification des termes de la propriété de distributivité simple à l'expression proposée.

Tableau 1. **Caractérisation de la nature du discours technologique dans le développement d'une expression algébrique**

Discours technologique muet	Discours technologique faible	Discours technologique fort
La technique est décrite sans être expliquée. Les propriétés mathématiques en jeu ne sont pas explicitées. La description se limite à l'action (« on développe », « on supprime les parenthèses »).	La technique est décrite et faiblement expliquée. Les propriétés mathématiques sont sous-jacentes et leur utilisation est peu explicitée, par exemple, en référence à des règles (« moins par moins, ça fait plus », « on n'a pas le droit de ») ou uniquement mentionnée (« On utilise la distributivité »). Le discours est porté majoritairement sur l'action par l'intermédiaire d'ostensifs (flèches, couleurs) supposés faciliter la mise en œuvre de la technique, mais ne permettant pas d'expliquer comment et pourquoi (par exemple, identification de la structure de l'expression pour reconnaître la propriété à appliquer).	La technique est décrite, expliquée, motivée et justifiée. Les propriétés mathématiques sont explicitées ainsi que les conditions de son utilisation (par exemple appel de la distributivité, reconnaissance de la structure, identification, application). Le discours qui explicite des savoirs sur le fonctionnement mathématique.

Cela se caractérise par une invalidation de la production, qui se fait par substitution et recherche d'un contre-exemple (voir figure 2). G commente la démarche (37) : « Ça veut dire qu'il y a une erreur quelque part. Donc l'avantage, c'est que ça vous permet de contrôler votre travail et d'essayer de comprendre et de repérer vos erreurs. » Ce sont les élèves qui le suggèrent suite à une question ouverte de G qui porte sur les outils de contrôle (16) : « Comment tu fais pour savoir que c'est faux? » Ils ont ainsi l'initiative du processus de contrôle à mettre en œuvre, institué dans les séances précédentes.

Figure 2. **Utilisation d'un contre-exemple pour invalider la production de l'élève L et mise en évidence de la structure sur laquelle appliquer la propriété de distributivité**

distributivité distributivité

$$C = 4x(6x+7) - 9(4x-5)$$

Si $x=3$, on obtient 237

$$C = 4x \times 6x + 4x \times 7 - 9 \times 4x - 9 \times 5$$

$$C = 24x + 28x - 36x - 45$$

$$C = 52x - (-9x)$$

Si $x=3$, on obtient 183

L'analyse de la production de l'élève L est réalisée ligne par ligne. D'abord, la structure de l'expression est analysée pour reconnaître un cas d'utilisation de la propriété de distributivité, puis l'application de cette distributivité est réalisée en identifiant les valeurs de k , a et b de la propriété $k(a+b)=ka+kb$ (pour k , a et b des réels) dans l'expression (voir figure 3). Cette identification conduit à une correction qui fait émerger une analyse des erreurs produites par L, liées aux relatifs (pour la seconde application de la propriété), avec un échange entre G et L: G (60): «Maintenant la deuxième distributivité, ça serait quoi k , a et b dans la deuxième?»; L (61): «Monsieur, je mets k égal moins 9 ou k égal 9?»

Figure 3. **Rappel de la propriété de distributivité donnée dans le cours et identification des termes pour son application**

Il faut Reprendre son travail.
Distributivité
 $k(a+b) = k \times a + k \times b$
 $k=4x$
 $a=6x$
 $b=7$
 $4x \times 6x + 4x \times 7$ // 1^{ère} distributivité

 $k=-9$
 $a=4x$
 $b=5$
 $-9 \times 4x + (-9) \times 5$

G explicite alors le raisonnement en proposant une nouvelle écriture de l'expression, à savoir $-9(4x+(-5))$ qui permet d'identifier que k vaut -9 et non 9 , et b vaut -5 et non 5 dans la deuxième utilisation de la distributivité. Dans ce travail autour de l'erreur, G donne donc aux élèves à la fois des moyens de contrôle et de vérification de leur production, mais aussi une explication sur l'origine des erreurs (ici numériques) produites par l'élève, ainsi que des explications sur la méthode à mettre en œuvre.

Dans l'élaboration de ce discours technologique, les élèves sont sollicités et amenés à répondre aux questions de l'enseignant, qui peuvent être ouvertes, à faire des propositions de réponses, à exprimer leur accord et à l'argumenter: G (68): «Est-ce que quand on regarde la première distributivité, on a bien identifié le k , le a et le b ? Et quand on fait la deuxième distributivité, est-ce qu'on a bien identifié le k , le a et le b ? Est-ce que vous êtes d'accord, pas d'accord?» Il leur est donc laissé des initiatives sur des processus qui nous semblent fondamentaux pour leurs apprentissages.

Outils et ressources disponibles pour les élèves

Plusieurs outils et ressources sont mis à dispositions des élèves.

Premièrement, comme, dans cette mise en commun, les élèves nomment la propriété de distributivité, mais n'arrivent pas à l'énoncer, G s'appuie sur le cours construit avec les élèves lors des séances précédentes. Il fait explicitement référence au fait que la propriété est écrite dans le cahier et les engage à chercher dans leur document de cours.

Deuxièmement, des méthodes de contrôle sont institutionnalisées. Ainsi le contrôle par substitution et la recherche d'un contre-exemple à l'aide de la calculatrice sont exigés dans les séances d'entraînement en classe, mais aussi lors des évaluations sommatives puisque G mentionne explicitement qu'il attend de ses élèves qu'ils contrôlent leur résultat et qu'il en tiendra compte dans son évaluation.

Sens et négociation de l'évaluation

De façon générale, les moments de mise en commun organisés par G se font selon des scénarios assez stables : des procédures incorrectes sont relevées et les élèves qui les ont produites sont invités à venir les présenter. Dans une autre séance, on peut entendre G dire dans un moment similaire : « Je vais regarder votre travail pour essayer de repérer une erreur pertinente. » Ainsi G répète et explicite le statut des erreurs dans les apprentissages. Dans la mise en commun analysée ici, les interactions entre G et les élèves montrent que G négocie le contrat d'évaluation formative avec ses élèves. G (5) : « On va apprendre. Si l'on a fait des erreurs ce n'est pas grave, il faut essayer de les comprendre pour ne pas les reproduire. » Il est valorisant et encourageant, et il pointe à plusieurs reprises ce que l'élève sait faire : G (37) : « Le point positif c'est que l'analyse de la structure de l'expression c'est la bonne. » Bien que G explicite les enjeux de la mise en commun en matière d'apprentissage, montrant l'appui sur les propriétés pour valider ou invalider un résultat puis repérer les erreurs, cette mise en commun se fait en tension. En effet, G vise l'appropriation par les élèves d'une méthode, déjà vue au cours précédent, qui nécessite beaucoup de rigueur et fait appel à de nombreux savoirs et savoir-faire (logique d'apprentissage), alors que les élèves semblent attendre une correction qui leur fournisse la réponse à la question posée (logique de réussite). Cela est rendu visible par le fait que les élèves manifestent leur étonnement face à la longueur de la correction, le nombre d'éléments importants à noter et la volonté de G de donner à ses élèves des méthodes et des outils de contrôle (par exemple de (62) à (64), G : « C'est tout cela qui doit apparaître dans une correction » ; E : « C'est vachement long » ; G : « Mais c'est le seul moyen de progresser. »). G justifie à plusieurs reprises la nécessité de faire une analyse de l'expression, soit en invoquant un besoin par rapport aux mathématiques (9) (« Si on n'arrive pas à analyser correctement la structure de l'expression alors après on ne peut pas faire le bon choix des

propriétés. »), soit en faisant le lien avec ce qui sera attendu des élèves plus tard (44) («Au lycée, il n'y aura pas un seul cours où on ne vous demandera pas d'appliquer ce genre de technique. »).

Nous nous questionnons ici sur la portée formative de cet épisode. Certes G propose un discours technologique fort pour traiter la production de l'élève L et le développement de l'expression algébrique, se rapprochant ainsi des mathématiques visées. Cependant, la mise en commun est centrée sur une seule production et peut s'éloigner de ce que les autres élèves ont produit. Pendant ce moment de mise en commun, les élèves sont incités à noter la correction dans leur cahier. Il ne leur est pas demandé d'appliquer la vérification à leur propre production, mais ils seront amenés à le faire sur les exercices suivants. Il nous faudrait analyser l'ensemble de la séquence proposée par G à ses élèves pour voir à quels autres moments, sur d'autres tâches, il est donné aux élèves l'occasion de situer leur production par rapport à ce qui est attendu.

CONCLUSION

Nous avons présenté des critères d'analyse des interactions au moment d'une mise en commun, pour tenter de caractériser leur caractère formatif. Ce premier travail est à poursuivre, notamment en le mettant en perspective des apprentissages effectifs des élèves.

L'étude d'une mise en commun filmée en classe a permis de pointer deux logiques qui peuvent s'opposer : une logique d'apprentissage, portée par l'enseignant, et une logique de réussite immédiate, apparemment adoptée par certains élèves (Peltier, 2004). Le discours technologique de l'enseignant, qui traduit sa volonté d'opérationnaliser les notions du cours de mathématiques, se confronte ainsi aux attentes des élèves, qui souhaitent savoir s'ils ont trouvé la solution attendue et pouvoir la noter dans leur cahier. Notre étude n'a pas permis de savoir si les erreurs traitées au tableau étaient le symptôme d'une erreur collective ou le fait d'une seule élève. Dans ce dernier cas, dans quelle mesure chaque élève est-il en mesure de revenir individuellement sur sa propre production pour la valider ou l'invalidier, et d'appliquer à son travail la technique qui vient d'être vue ? Nous faisons l'hypothèse que pour que ces mises en commun aient une dimension à la fois collective et formative, il faudrait que le choix des erreurs soit le plus emblématique possible et fasse office d'exemple généralisé pour les élèves (Butlen, 2003), de manière explicite dans le contrat didactique lié à ces phases de la classe.

La prise en charge des erreurs nous semble donc centrale dans les mises en commun, qui constituent un carrefour d'attentes parfois contradictoires des élèves et de l'enseignant, avec des dimensions individuelles et collectives en tension, et des multifonctions qui ne permettent pas forcément à tous les élèves d'adhérer entièrement aux

intentions de l'enseignant. Celui-ci est en effet contraint par le format relativement court de la séance (souvent moins d'une heure au collège) de faire des choix qui ont un impact sur la lisibilité de ses intentions par les élèves. De même, l'hétérogénéité de la classe peut rendre difficiles l'exploitation de la variété des propositions des élèves, et le fait de porter sur chacune d'elle et sur leur ensemble un discours technologique adapté. Il ne nous étonnera donc pas qu'un certain nombre de recherches (Bautier et Rayou, 2009; Langumier, 1991) montrent que, dans ces moments, la communication qui s'établit n'est pas dépourvue de malentendus, par rapport aux attentes de chacun, ce qui peut priver les élèves d'une compréhension des enjeux d'apprentissages. Jorro et Mercier-Brunel (2011) en particulier montrent qu'il y a une corrélation entre l'ancienneté dans l'enseignement et la prise en compte effective des erreurs des élèves lors des interactions langagières, mais que les moments de correction ne garantissent pas toujours une communication explicite, et ce, malgré l'expertise de l'enseignant. De Ketele (2010) souligne d'ailleurs que « [c'est] sans doute l'exercice de la fonction de régulation que le professionnalisme de l'enseignant révèle le plus » (p. 27). La variété des pratiques enseignantes nous amène aussi à penser que les élèves ont probablement vécu des mises en commun très différentes d'un enseignant à un autre ou d'une enseignante à une autre au cours de leur scolarité, ce qui rend plus difficile encore pour eux le fait d'en repérer les enjeux pour un enseignant donné ou une enseignante donnée, et d'en tirer parti pour apprendre de leurs erreurs et de celles des autres élèves.

Références bibliographiques

- ABOU RAAD, N. et MERCIER, A. (2009). Étude comparée de l'enseignement de la factorisation par un facteur commun binôme, en France et au Liban. *Recherches en didactique de mathématiques*, 29(2), 155-188.
- ALLAL, L. et MOTTIER LOPEZ, L. (2005). L'évaluation formative de l'apprentissage : revue de publications en langue française. Dans Centre pour la recherche et l'innovation dans l'enseignement. *L'évaluation formative. Pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaire*, Paris : OCDE, 265-290.
- ALLARD, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire: le cas de l'enseignement des fractions* (Thèse de doctorat). Université de Paris Diderot.

- ARTIGUE, M., CHEVALARIAS, T., DEBERTONNE-DASSULE, F., GRUGEON-ALLYS, B., HOROKS, J. et PILET, J. (sous presse). Approcher la diversité culturelle dans l'enseignement des mathématiques à travers le filtre du langage professionnel des enseignants. Dans M. Abboud (dir.), *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone, Gennevilliers, octobre 2018*. [Disponible sur le site Web du colloque en septembre 2019 : <http://emf.unige.ch/>]
- ASSUDE, T., COPPÉ, S. et PRESSIAT, A. (2012). Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au Collège : atomisation et réduction. Dans L. Coulange, J-P. Drouhard, J-L. Dorier et A. Robert (dir.), *Recherche en didactique des mathématiques. Hors série. Enseignement de l'algèbre élémentaire, Bilan et perspectives* (p. 41-62). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BARLOW, M. (1993). *Le travail en groupes des élèves*. Paris : A. Colin.
- BAUTIER, E. et RAYOU, P. (2009). *Les inégalités dans les apprentissages*. Paris : Presses Universitaires de France.
- BOSCH, M. et CHEVALLARD, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- BOSCH, M. et PERRIN-GLORIAN, M.-J. (2013). Le langage dans les situations et les institutions. Dans A. Bronner A., Castela, C., Pressiat, A. et Roditi, E. (dir.), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage. XVI^e École d'été de didactique des mathématiques, Carcassonne, août 2011* (p. 267-314). Grenoble : La pensée sauvage.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- BUTLEN, D. et CHARLES-PÉZARD, M. (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(1), 41-78.
- CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-111.
- DE KETELE, J.-M., GERARD, F.-M. et ROEGIERS, X. (1997). L'évaluation et l'observation scolaires : deux démarches complémentaires. *Éducatives – Revue de diffusion des savoirs en éducation*, 12, 33-37.
- DE KETELE, J.-M. (2010). Ne pas se tromper d'évaluation. *Revue française de linguistique appliquée*, 15(1), 25-37.

- DROUHARD, J.-P. (1992). *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire* (Thèse de doctorat). Université Paris 7 Denis-Diderot.
- GRUGEON, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(2), 167-210.
- HASPEKIAN, M., HOROKS, J., KIWAN-ZACKA, M., PILET, J. et RODITI, E. (sous presse). L'évaluation formative dans les interactions en classe de mathématiques : une approche didactique. Dans *Régulation des apprentissages et évaluation formative: quels regards didactiques? Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques*, Paris, août 2017 hal-01612783 . Grenoble: La pensée sauvage.
- HOROKS, J. et PILET, J. (2015). Étudier et faire évoluer les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques en algèbre au collège dans le cadre d'un Léa. Dans L. Theis (dir.), *Actes EMF2015, Pluralités culturelles et universalité des mathématiques: enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* (p. 791-804). Alger: GT9.
- JORRO, A. et MERCIER-BRUNEL, Y. (2011). Les gestes évaluatifs de l'enseignant dans une tâche de correction collective. *Mesure et évaluation en éducation*, 34(3), 27-50. [https:// doi.org/10.7202/1024794ar](https://doi.org/10.7202/1024794ar)
- JORRO, A. et CROCÉ-SPINELLI, H. (2010). Le développement de gestes professionnels en classe de français. Le cas de situations de lecture interprétative. *Pratiques*, 145-146, 125-140. DOI: 10.4000/pratiques.1527.
- LANGUMIER, M. (1991). Implicites et malentendus en cours de français dans les dialogues entre le maître et l'élève en CM2. Dans F. François (dir.), *La communication inégale* (p. 113-145). Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- LEONTIEV, A. (1978). *Activity, consciousness and personality*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- MARGOLINAS, C. et LAPPARA, M. (2008). *Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation: des effets de la transparence des objets du savoir*. Repéré à <http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/marg.pdf>.
- MERLE, V. (2005). *L'élève humilié*. Paris: PUF.
- PELTIER, M.-L. (dir.) (2004). *Dur d'enseigner en ZEP. Analyse des pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en réseaux d'éducation prioritaire*. Grenoble: La pensée sauvage.

- ROBERT, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques et une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 45-68). Toulouse: Octarès.
- ROBERT, A. et VANDEBROUCK, F. (2014). Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves: analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2-3), 239-285.
- ROGALSKI, J. (2013). Theory of activity and developmental frameworks for an analysis of teachers' practices and students' learning. Dans F. Vandebrouck (dir.), *Mathematics Classrooms: students' activities and teachers' practices* (p. 3-22). Rotterdam: Sense Publishers.
- SCHUBAEUR-LEONI, M.-L. (1991). L'évaluation didactique: une affaire contractuelle. Dans J. Weiss (dir.), *L'évaluation: problème de communication* (p. 79-95). Cousset: DelVal.
- SFARD, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- WOZNIAK, F. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école: une étude de cas. *Éducation et Didactique*, 6(2), 63-86.

Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Jean-François MAHEUX

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Lily BACON

Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada

Mireille SABOYA

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Caroline LAJOIE

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Mathieu THIBAUT

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada

Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique

Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg

Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France

Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France

Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada

Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Regards de chercheurs- conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Jean-François MAHEUX

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Lily BACON

Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada

Mireille SABOYA

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Caroline LAJOIE

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Mathieu THIBAUT

Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

RÉSUMÉ

La résolution de problèmes constitue, au Québec et ailleurs dans le monde, une composante clé de l'enseignement des mathématiques, et les interactions sociales y jouent un rôle important. Pour que s'exercent des interactions riches et favorables à l'apprentissage des élèves, il faut considérer le pilotage du problème par l'enseignant ou l'enseignante. Or les expériences des conseillers et conseillères pédagogiques (CP) en mathématiques – lesquels informent, soutiennent et accompagnent le personnel enseignant – montrent que ce pilotage ne va pas de soi, en particulier en ce qui concerne les relances mises en œuvre par l'enseignant ou l'enseignante dans le feu de l'action. Une recherche collaborative menée pendant trois ans avec huit CP en mathématiques au primaire a permis d'investiguer davantage ces relances. L'analyse des transcriptions des rencontres réflexives met en évidence une problématisation des pratiques de relances conduites par les enseignants et les enseignantes dans le feu de l'action, et en montre la complexité au regard de différents cas de figure. L'analyse souligne également l'ancrage du travail de relance sur une tâche préalable d'anticipation. Les pistes d'action qui se dégagent de l'analyse font par ailleurs ressortir une certaine culture mathématique de classe en lien avec ces relances et leur anticipation.

ABSTRACT

Perspectives of researchers-pedagogical advisers on interactions in the context of mathematical problem solving in the classroom

Nadine BEDNARZ, UQAM, Quebec, Canada
Jean-François MAHEUX, UQAM, Quebec, Canada
Lily BACON, UQAT, Quebec, Canada
Mireille SABOYA, UQAM, Quebec, Canada
Caroline LAJOIE, UQAM, Quebec, Canada
Mathieu THIBAUT, UQAM, Quebec, Canada

Problem-solving in Quebec and elsewhere in the world is a key component of mathematics education, and social interaction plays an important role in it. For students to enjoy rich and supportive interactions, the teacher's guidance of problem solving must be considered. However, the experiences of educational advisers (EAs) in mathematics - which inform, support and accompany the teaching staff - show that this guiding aspect is not straightforward, especially in terms of the follow-up questions or statements that teacher interjects in the heat of the moment to keep students moving forward. A collaborative study conducted for three years with eight EAs in elementary school mathematics allowed us to further investigate these follow-ups. The analysis of transcripts of reflective meetings highlights challenges with the follow-up practices teachers use in the heat of the moment, and shows the complexity

of a variety of scenarios. The analysis also highlights how follow-ups are anchored to a prior anticipation task. The lines of action that emerge from the analysis also reveal a certain classroom mathematical culture in relation to these follow-ups and their anticipation.

RESUMEN

Observaciones de investigadores-consejeros pedagógicos sobre las interacciones en contexto de resolución de problemas matemáticos en clase

Nadine BEDNARZ, UQAM, Quebec, Canadá

Jean-François MAHEUX, UQAM, Quebec, Canadá

Lily BACON, UQAT, Quebec, Canadá

Mireille SABOYA, UQAM, Quebec, Canadá

Caroline LAJOIE, UQAM, Quebec, Canadá

Mathieu THIBAUT, UQAM, Quebec, Canadá

La resolución de problemas constituye, en Quebec y en otras partes del mundo, un componente clave de la enseñanza de las matemáticas, en donde las interacciones sociales juegan un rol importante. Para que se ejerzan interacciones ricas y favorables al aprendizaje de los alumnos, hay que tomar en cuenta el pilotaje del problema por el maestro o maestra. Ahora bien, las experiencias de los consejeros y consejeras pedagógicos (CP) en matemáticas -quienes informan, sostienen y acompañan al personal docente- muestran que dicho pilotaje no tiene nada de evidente, sobre todo en lo que toca a las repeticiones realizadas por el maestro o maestra al calor del momento, y muestra la complejidad con respecto a diferentes situaciones. El análisis subraya asimismo el anclaje del trabajo de repetición sobre una actividad preliminar de anticipación. Las líneas de acción que se desprenden del análisis muestran, además, una cierta cultura matemática de la clase relacionada con las repeticiones y su anticipación.

INTRODUCTION

Dans le système scolaire québécois, les conseillers et conseillères pédagogiques (CP) agissent auprès des enseignants et enseignantes en tant «qu'experts-conseils» en pédagogie et en intervention (Héon, 2004). Au regard de la résolution de problèmes, un élément clé du programme de formation (MEQ, 2000), les CP sont amenés à accompagner les enseignants et enseignantes en agissant comme «ressources»

(Houle et Pratte, 2003). Cette présence au milieu de la pratique en fait des acteurs qui connaissent bien le travail des enseignants et des enseignantes, ainsi que la réalité de la classe (Lessard, 2008).

De 2015 à 2018, nous avons conduit avec des CP du primaire un projet de recherche collaborative en lien avec la résolution de problèmes en mathématiques en contexte d'enseignement¹. Dans le cadre de ce projet, le pilotage du problème par l'enseignant ou l'enseignante a été un élément longuement discuté. Quand l'enseignant ou l'enseignante est en classe, ses interactions avec les élèves sont essentielles du point de vue de l'apprentissage (voir par exemple Margolinas, 2005). En raison de leur proximité avec le corps enseignant et la réalité des classes, ainsi que leur mise à distance des directives ministérielles et leur recherche constante d'innovation en matière d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques, les CP impliqués dans le projet portent un regard intéressant sur la résolution de problèmes en classe. Leur point de vue concernant le pilotage du problème par l'enseignant ou l'enseignante vient éclairer de manière toute particulière les défis que pose cet aspect du travail de ces derniers, en particulier en ce qui a trait aux *relances* – c'est-à-dire les interactions lancées par l'enseignant ou l'enseignante, et qui visent l'avancement de la résolution du problème par les élèves. Dans ce texte, nous nous intéressons à *ces relances dans le feu de l'action* et au travail d'*anticipation* de celles-ci, c'est-à-dire à la réflexion sur les relances que pourrait faire l'enseignant ou l'enseignante en lien avec ce qui pourrait se passer en classe concernant la résolution de problèmes. Plus précisément, nous nous penchons sur la question suivante : comment les CP conçoivent-ils les relances de l'enseignant ou de l'enseignante dans le feu de l'action, en contexte de résolution de problèmes, et le travail d'anticipation qui permet de s'y préparer?

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES MATHÉMATIQUES EN CONTEXTE D'ENSEIGNEMENT ET INTERACTIONS SOCIALES : UN ÉTAT DE LA QUESTION

En contexte de résolution de problèmes, plusieurs travaux se sont intéressés aux interactions sociales entre élèves et à leurs apports pour l'apprentissage : formulation de problèmes (en dyade) à d'autres élèves à des fins de résolution (Bednarz, 1996), et interactions entre « novices » et « experts » dans le développement, chez un novice, d'une expertise adaptative en résolution de problèmes² (Buchs, Lehraus et Crahay, 2013; Hanin, 2018). Il faut se garder toutefois de transposer hâtivement ces résultats en contexte d'enseignement. Les travaux menés sur les pratiques enseignantes montrent en effet la complexité des gestes professionnels mis en œuvre par l'enseignant ou l'enseignante dans ses interactions avec les élèves (Charles-Pézar, Butlen et Masselot, 2012; Roditi, 2005; Vanderbrouck, 2008).

-
1. Cette recherche a été subventionnée par le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.
 2. La compétence adaptative en résolution de problèmes est ici définie comme une utilisation réfléchie, flexible et avisée par l'élève de stratégies cognitives et métacognitives (voir Hanin, 2018). Les différentes interventions reprises dans cette recherche portent sur des problèmes non routiniers, à contexte réaliste, et l'analyse porte entre autres sur le rôle des interactions sociales dans l'évolution des élèves.

De nombreux travaux en résolution de problèmes ont souligné le rôle fondamental des enseignants et des enseignantes en tant que «questionneurs» qui encouragent les élèves à réfléchir sur leurs actions (Fagnant, Dupont et Demonty, 2016; Mottiez Lopez, 2007), et dans l'influence qu'ils exercent sur les aspects mathématiques de la construction de connaissances et le développement d'une microculture de classe mathématique. L'analyse du processus par lequel les enseignants et les enseignantes amorcent et guident le développement de normes sociales qui soutiennent ces microcultures illustre bien la portée de ces interactions (Yackel, Cobb et Wood, 1991). Ainsi, les travaux de Mottier Lopez (2007) sur la régulation interactive d'enseignants et d'enseignantes, observée lorsque les élèves résolvent les problèmes en équipes, montrent comment les stratégies de régulation s'inscrivent dans la dynamique d'une microculture de classe et contribuent, en retour, à la constitution de celle-ci.

En contexte d'enseignement, des difficultés ont par ailleurs été mises en évidence en lien, par exemple, avec la prise en compte par l'enseignant ou l'enseignante des solutions des élèves (Oliveira, 2008) et de la prise en charge par les élèves de la validation (Barry, 2009; Saboya, 2010). Ces difficultés se manifestent dans l'exploitation de différents types de tâches, comme les situations de généralisation ou les tâches «complexes», sous forme de problèmes comportant plusieurs étapes de résolution (Demonty et Fagnant, 2014; Maheux, 2007). Ici, les représentations initiales des enseignants et des enseignantes (et celles des élèves) sur une démarche de recherche mathématique vont souvent interférer (Coulange et Reydy, 2014). S'intéressant au travail en classe autour de problèmes non standards, Ge et Land (2003) soulignent également l'importance de différents types d'interventions afin de soutenir les dynamiques d'interactions entre élèves travaillant sur un problème. Les relances de l'enseignant ou de l'enseignante durant une résolution de problèmes peuvent donc influencer fortement l'apprentissage des élèves et le développement d'une culture mathématique de classe.

CONSIDÉRATIONS MÉTHODOLOGIQUES ET THÉORIQUES

Une recherche collaborative (Bednarz, 2013, 2015; Desgagné *et al.*, 2001) a été menée pendant trois ans avec des CP en mathématiques au primaire. Ces CP se sont engagés avec les cinq membres du Groupe de Recherche sur la Formation à l'Enseignement des Mathématiques (GREFEM) dans une démarche de longue durée sur le thème de la résolution de problèmes en contexte d'enseignement, un thème ayant une résonance de part et d'autre³. Pour les CP, il s'agissait d'y voir clair par rapport à la résolution de problèmes en classe, de prendre une distance par rapport à leur pratique et d'échanger sur leurs expériences de manière à cerner des pistes d'accompagnement

3. On retrouve ici le critère de double vraisemblance (Dubet, 1994) qui imprègne la démarche de recherche collaborative dès l'entrée dans celle-ci, au moment de la cosituation du projet. Le projet a en effet une double pertinence sociale, qui rencontre les préoccupations de la communauté praticienne comme celle de la recherche (Bednarz, 2013).

possibles des enseignants et des enseignantes. Pour les chercheurs du GREFEM, la complexité de la résolution de problèmes mathématiques en classe en lien avec les apprentissages des élèves méritait qu'on s'y attarde (Lajoie et Bednarz, 2012, 2014, 2016).

Qui sont les praticiens engagés dans cette recherche collaborative?

Huit CP en mathématiques au primaire, provenant de cinq commissions scolaires différentes⁴, ont participé à ce projet en compagnie des cinq membres GREFEM. Les expériences et formations en conseilance et en enseignement de ces CP en font des témoins privilégiés de l'action en classe⁵. Comme nous le montrent des entrevues réalisées au début de la recherche, le métier de ces CP s'exerce dans des contextes différents et prend des formes variées. Ces réalités contrastées influencent le rôle que ces CP se donnent, en particulier dans les classes⁶.

La démarche de recherche

La recherche s'est articulée autour de dix-sept rencontres réflexives d'une journée chacune (cinq lors de la première année, six lors de la deuxième et six lors de la troisième). Ces rencontres étaient organisées de manière à explorer la résolution de

-
4. Ces commissions scolaires couvrent différentes régions du territoire québécois (île de Montréal, Estrie, Laurentides, Rivière du Nord, Abitibi).
 5. Ces CP, qui ont tous et toutes une expérience d'enseignement au primaire (ou au secondaire, dans l'un des cas) ont de 6 à 26 ans d'expérience comme CP. Leur formation universitaire en enseignement préscolaire primaire (pour 6 d'entre eux), en orthopédagogie (1) ou en enseignement secondaire en sciences (1) suivie d'autres formations complémentaires rend compte de la variété d'expertises acquises: maîtrise en didactique (pour 3 d'entre eux) ou en psychopédagogie (1); certificat en conseilance pédagogique (2), en efficacité cognitive (1), microprogramme en enseignement des mathématiques (3), en éducation sous la supervision de Claude Lessard (1), en littérature jeunesse (1) ou diplôme d'études supérieures en administration scolaire (1). Enfin plusieurs de ces CP (5) ont déjà une expérience de recherche dans le cadre d'autres projets.
 6. Des entrevues individuelles ont été réalisées avec chacun et chacune des CP au tout début du projet, visant à mieux comprendre leur métier tel qu'il s'exerce en contexte. Articulées autour de deux situations professionnelles choisies par eux, faisant état de leur accompagnement à la résolution de problèmes auprès des enseignants, ces entrevues constituent un matériau complémentaire aux données centrales, provenant des rencontres de RC. Elles mettent en évidence les contextes variés dans lesquels s'exerce leur métier: étendue géographique plus ou moins grande des régions couvertes, variété dans le nombre d'écoles desservies (entre 15 à 143 écoles primaires), responsabilité de plusieurs dossiers (mathématiques au primaire, préscolaire et orthopédagogie; mathématiques au primaire et secondaire; mathématiques et sciences au primaire). Elles mettent également en relief les formes variées que prend leur travail: formations organisées sur des concepts spécifiques ou approches, accompagnement d'équipes-écoles sur un long temps, réponse à des demandes ponctuelles d'enseignants et d'enseignantes, présence dans les classes pour mieux s'imprégner de ce qui se fait, comprendre la complexité du travail de l'enseignant ou de l'enseignante et ajuster leurs accompagnements en conséquence, expérimentations de problèmes en classe avec l'enseignant ou l'enseignante, expérimentation de situations provenant de la recherche dans les classes et accompagnement à l'appropriation de ces situations dans la pratique, etc.

problèmes en contexte d'enseignement⁷. Les CP sont venus nourrir ces échanges en s'appuyant sur leur expérience du métier, ce que Lessard (2008) nomme une « intelligence du terrain ». Ces rencontres ont fait l'objet d'un enregistrement audio dont les transcriptions forment le matériau de base de notre analyse.

Une démarche d'analyse émergente

Une démarche d'analyse émergente (Blais et Martineau, 2006; Glaser et Strauss, 1967) a été engagée *a posteriori* par les chercheurs. Tous les verbatim ont été, dans un premier temps, organisés en groupes d'épisodes autour de cinq thèmes émergents qui revenaient dans la discussion d'une séance à l'autre : 1) le travail qui précède le pilotage du problème en classe; 2) la mise en route du problème; 3) l'organisation du travail en classe; 4) les relances dans le feu de l'action; et 5) le choix de solutions pour le retour et la synthèse. Nous avons retenu pour cet article les extraits portant sur les relances dans le feu de l'action et ceux associés à la préparation de ces relances. Ces échanges renvoient à des pratiques de classe rapportées par les CP à propos de la résolution de problèmes, mais aussi à des expériences vécues dans le groupe de recherche collaborative lors des rencontres réflexives (où l'on s'est attardé au pilotage de problèmes spécifiques en équipes et au retour sur ce pilotage), ou encore à des expériences projetées en classe (concernant les manières dont pourrait être envisagé un pilotage).

Ces épisodes associés aux relances par l'enseignant ou l'enseignante ont fait l'objet d'un codage cherchant à comprendre comment un discours se construit à propos de ces relances, et ce que ce discours permet d'éclairer au sujet des interactions entreprises par l'enseignant ou l'enseignante. Dans un premier temps, cette démarche restitue la voix des CP : à propos de quoi les relances sont-elles invoquées et dans quel contexte se produisent-elles? Quelle forme prennent ces relances sur le plan de l'action? Qu'est-ce qui les sous-tend (intentions)? Plusieurs catégories descriptives ont ainsi été identifiées, par exemple, à propos d'une erreur commise, le fait de changer les nombres (relance au plan de l'action), ou le fait d'aider l'élève à prendre conscience de son erreur (son intention).

À un deuxième niveau de catégorisation émergente, dans une posture plus analytique, les chercheurs ont voulu saisir la structure de ces catégories. Deux concepts théoriques ont guidé ce travail : celui de *problématisation* (Fabre, 1999) et celui de *culture mathématique de classe* (Yackel et Cobb, 1996). Ces concepts, présentés à la

7. Différents aspects ont été abordés au fil des rencontres : choix de problèmes, pilotage de problèmes en classe et préparation à ce pilotage, de même que le retour après pilotage, potentiel de différents types de problèmes amenés par les uns et les autres. Les propos dont témoignent les échanges portent sur différents problèmes longuement discutés par le groupe, provenant de la recherche mais aussi de la pratique des CP, choisis en fonction de leur potentiel, en étant susceptibles d'engager une véritable activité mathématique par l'élève (de construction conceptuelle, de réflexion et d'analyse, de recherche mathématique) (voir pour des exemples de tels problèmes Bacon *et al.*, 2017; Bednarz *et al.*, 2017 ; Bednarz *et al.*, sous presse).

section suivante afin de respecter leur apparition « après coup » dans le travail d'analyse, se sont avérés pertinents pour dégager la manière avec laquelle les CP abordent les relances de l'enseignant ou de l'enseignante dans le feu de l'action et dans le travail préparatoire de celles-ci, sans oublier les éléments qui les fondent, et ce qui se construit à leur propos.

Deux concepts significatifs pour l'analyse

Le concept de problématisation nous a permis d'aborder comment les CP coconstruisent des compréhensions à propos des relances de l'enseignant ou de l'enseignante en résolution de problèmes. Problématiser consiste à examiner, selon Fabre (2006b), différentes composantes d'une situation afin d'identifier ce qui peut être problématique. Un même phénomène peut conduire à différentes problématisations, selon les tensions identifiées par les acteurs. Les praticiens (ici les CP) évoluent ainsi dans un espace d'interprétation entre le phénomène (la résolution de problèmes en classe et les relances de l'enseignant ou de l'enseignante) et la pratique (leur expérience du terrain). En simplifiant un peu, ce processus de problématisation peut être associé à trois phases : (a) l'identification du phénomène à problématiser (la « position »), (b) l'examen du problème sous forme de données et de conditions (la « construction » du problème au moyen de « références » diverses), puis (c) la « résolution », dans laquelle se fait l'énonciation de pistes pour l'action (Fabre, 1999, 2006a). Ce processus n'est pas linéaire, la problématisation progressant par « accumulation [de] références [qui] suscitent des inférences, lesquelles produisent de nouvelles références et ainsi de suite en une dialectique d'indices et de preuves » (Fabre, 2006b, p. 20). Problématiser consiste donc à « organiser l'expérience » à partir de laquelle certains jugements pourront être portés. Ce concept de problématisation nous permet de voir comment différents éléments dégagés par les CP contribuent à l'émergence d'un certain discours portant sur les interactions lancées par l'enseignant ou l'enseignante, discours pourvu d'une forme de cohésion et situé dans un réseau de relations situationnelles (voir par exemple Cislaru, 2017).

L'un des éléments caractérisant ce discours est en lien avec ce que Yackel et Cobb (1996) appellent la « culture mathématique de la classe » (voir aussi Cobb, Stephan, McClain et Gravermeijer, 2001; Cobb, Wood, Yackel et McNeal, 1992). Ce concept trouve ses fondements dans l'interactionnisme symbolique, avec l'idée d'une constitution interactive du sens (Blumer, 1969), et correspond à l'espace de significations qui s'établit autour de l'activité de résolution de problème, à travers les manières d'interagir en classe. Quelques travaux (Seeger, Voigt et Waschescio, 1998; Yackel et Cobb, 1996) ont développé ce concept de culture mathématique de la classe en examinant les « normes » constituées dans l'interaction entre les élèves et l'enseignant ou l'enseignante. Ces « normes sociomathématiques » ne renvoient pas à des critères prédéterminés, mais sont coconstituées, constamment générées et modifiées à travers les interactions enseignant-élèves, influençant les occasions d'apprentissage des

élèves. L'apprentissage, de ce point de vue, passe par la participation à une pratique de mathématisation: «Les individus développent leur compréhension personnelle lorsqu'ils participent à la négociation des normes de la classe, y compris celles qui sont spécifiques aux mathématiques.» (Yackel et Cobb, 1996, p. 460.) Des idées mathématiques se développent en même temps qu'une légitimation (par le groupe enseignant-élèves) de ce qui constitue une activité mathématique souhaitable (par exemple une justification mathématique acceptable, une approche mathématiquement différente d'une autre, etc.). Dans l'analyse qui suit, on verra que l'idée de participation à une culture de classe de mathématique particulière (qu'on pourrait dire «d'investigation») se dégage des propos des CP autour du travail de relance.

ANALYSE DES RÉSULTATS

Notre analyse dévoile le processus par lequel les CP et les chercheurs en viennent (1) à considérer la question des relances, (2) à l'aborder du point de vue des conditions et des nuances qui l'entourent, et (3) à formuler des manières d'agir instaurées par l'enseignant ou l'enseignante en interaction avec les élèves.

Dans les sections suivantes, nous illustrons ceci en rapportant une partie des propos tenus par les CP (identifiés CP1, CP2, etc.) et l'équipe de recherche (dont les membres sont identifiés par C1, C2, etc.) autour de ces deux éléments: les relances dans le feu de l'action et l'anticipation.

Le travail de relance dans le feu de l'action

Les CP, conjointement avec les chercheurs, identifient très vite un phénomène à étudier en raison du caractère imprévu du déroulement de la résolution de problèmes en classe: le pilotage du problème, et les relances en particulier. Ce travail de relance sera problématisé en s'appuyant sur un repérage dans l'action de gestes significatifs, de questionnements, de défis qui se posent à l'enseignant ou l'enseignante au regard de ce qui se passe chez les élèves, en se nourrissant pour cela d'expériences et d'observations faites en classe et dans les rencontres réflexives du groupe.

Au fil des discussions, les relances sont examinées au regard de différents cas de figure pouvant se produire dans une classe, ce que Fabre (1999) nomme les «données du problème» – soit les éléments que les acteurs (CP et chercheurs) se donnent pour faire avancer la problématisation. Les relances sont ainsi envisagées du point de vue des blocages d'élèves lors de la résolution, c'est-à-dire les élèves qui ne partent pas de la «bonne» façon, qui ne s'engagent pas dans le problème, ou qui bloquent le raisonnement d'autres élèves au sein d'une équipe. On parle aussi de relances du point de vue de la gestion des rythmes, face à des solutions différentes et à des stratégies plus ou moins efficaces présentées par les élèves, ou encore en lien avec l'erreur. Ces

différents cas de figure illustrent la densité du phénomène étudié et la complexité de ce qu'il recouvre. C'est ce qui ressort, par exemple, des propos de CP3, en référence à une expérimentation réalisée en classe, où elle observe la posture de retrait d'élèves en difficulté jumelés avec des élèves plus forts :

Moi comme intervenante, à gérer plein d'élèves en simultanée, même si je connaissais très bien les difficultés de ces élèves, je n'arrivais pas à faire de ce moment un moment d'apprentissage pour l'élève qui s'était placé plutôt en posture passive. Et je n'arrivais pas à trouver un levier pour... Même, je n'avais pas assez de temps pour le questionner suffisamment, parce qu'une équipe levait la main, l'autre avait besoin d'un petit indice pour avancer...

Cette CP témoigne de la complexité du travail de relance dans un cas de figure où des élèves ne sont pas engagés dans la résolution de problèmes. Cette complexité est mise en évidence à travers les conditions dans lesquelles s'inscrivent les interactions : besoin particulier d'élèves, contrainte de temps, simultanéité des régulations prenant en compte l'avancée des autres équipes, etc. Ces facteurs configurent l'enjeu des apprentissages des élèves d'une manière particulière.

On retrouve ceci dans un autre cas de figure, celui des relances face à la non-efficacité de stratégies mises en place par les élèves. Dans cet épisode, deux CP (CP3 et CP8) rapportent leurs observations suite à l'expérimentation en classe de 5^e année (10-11 ans) d'un jeu nommé « Problème de l'inspecteur » (voir figure 1).

Figure 1. **Problème de l'inspecteur (traduction et adaptation du Taxman problem)**
(Source : Hoshino, Polotskaia et Reid, 2016)

On dispose de 12 chèques au montant de 1 \$, 2 \$, 3 \$, ..., 12 \$.
Pige un chèque pour toi.
L'inspecteur prend alors tous les chèques restants dont le montant est un diviseur du chèque que tu viens de prendre.
On recommence, pige un autre chèque.
Le jeu s'arrête quand l'inspecteur ne peut plus prendre de chèque.
Essaie d'amasser le plus d'argent possible. Quelle est ta stratégie pour cela?

Les deux CP, ayant expliqué qu'ils ont lancé très rapidement les élèves dans ce jeu, explicitent l'effet qu'a eu ce choix sur leur travail de relance (voir figure 2, partie A) :

Figure 2. **À propos des relances dans le feu de l'action lors de la résolution du problème de l'inspecteur**

A	CP3 : C'est vrai qu'il y avait beaucoup de questions au début, les élèves n'étaient pas si certains de ce qu'ils devaient faire avec les règles [du jeu]. CP8 : C'était chaotique. Ce n'était pas efficace. CP3 : Ça m'a un peu déstabilisée. Est-ce que j'interviens, est-ce que je n'interviens pas? J'ai résisté à la tentation pendant un bon moment. CP8 : C'est là que tu te dis : est-ce que je leur donne une stratégie? Est-ce que je les laisse découvrir jusqu'à ce qu'il y en ait un qui [...] CP6 : Parce que toutes les équipes ne sont pas rendues à la même place, puis elles ne sont pas toutes rendues au même niveau.
B	CP3 : C'était plus profitable de le faire comme ça [présenter rapidement le jeu et mettre les élèves à la tâche] que de s'être assuré au départ que toutes les règles étaient comprises. Choisir le 12 en commençant est un bon exemple pour illustrer ceci. Il est plus significatif si ça arrive pour vrai aux élèves. On aurait pu le donner comme exemple dès le départ, mais on a préféré que les élèves le découvrent par eux-mêmes. Dans une autre classe, nous avons expérimenté en jouant une partie avec un élève en guise d'exemple pour tous. L'élève a choisi 12 (l'inspecteur 1-2-3-4-6) puis 7 (l'inspecteur rien) et la partie s'est terminée. Ce qui a mis en lumière 2 « pièges » dès le départ (choisir un grand nombre qui a plusieurs diviseurs et choisir un nombre qui n'a pas de diviseurs).
C	CP8 : Dépendant des équipes, tu peux sentir que tu as besoin d'aider, dans d'autres tu sens que non, mais parfois une petite question...ça va les repartir. Puis dans d'autres, tu aurais quasiment le goût, pas de les coincer, mais de les embêter un peu.

On voit à nouveau la complexité du travail de relance illustrée par les dilemmes qui se posent à l'enseignant ou l'enseignante : intervenir en donnant une stratégie ou laisser poursuivre? À quel moment le faire? Jusqu'où aller? Là aussi, les contraintes entrent rapidement en ligne de compte, en particulier les forces différentes des élèves et leurs rythmes variés.

Aborder la question des relances, en plein pilotage d'une résolution de problèmes, c'est donc ouvrir le questionnement, ajouter aux considérations, puis détailler et enrichir le paysage. Il s'agit d'une problématisation qui garde toujours au cœur de ses préoccupations les réflexions didactiques : un travail mathématique pertinent sur le problème reste nécessaire, comme le montre, par exemple, l'extrait suivant, toujours en référence au jeu mentionné précédemment (voir figure 2, partie B).

Cette problématisation s'accompagne de pistes d'action pour les enseignants et les enseignantes, des relances prometteuses qui sont explicitées en lien avec des intentions qui vont se préciser. En faisant référence à l'observation par trois CP des interactions lancées par la chercheuse qui intervient auprès d'eux pendant qu'ils résolvent le problème « du pied de géant » (voir figure 3), on nomme ainsi différentes relances qui leur apparaissent fécondes du point de vue de l'avancée dans la résolution du problème.

Figure 3. **Problème du pied de géant** (Source : Rauscher et Adjiage, 2012)



Cette photo a été prise dans un parc d'attractions en Angleterre. On y aperçoit une partie de la jambe d'un géant. Quelle est la taille de ce géant?

Parmi ces relances prometteuses figure, par exemple, l'idée de *faire semblant* de ne pas comprendre, dans l'intention de faire expliciter un raisonnement par les élèves (voir figure 4, partie A).

On pourrait aussi mentionner, toujours à propos du même problème, l'idée de *jouer le jeu*, de manière à encourager la recherche (voir figure 4, partie B).

Figure 4. **À propos des relances dans le feu de l'action lors de la résolution du problème du pied de géant**

A	CP5 : J'ai reflété tantôt le genre de questions que tu nous as lancées quand tu étais en train de nous faire réfléchir CP1 : [...] C'étaient les questions de quelqu'un qui fait semblant de ne pas comprendre, parce que tu voulais que je mette des mots. Quand j'ai dit « c'est sept fois et demi [faisant référence à une relation entre des grandeurs sur l'image, non précisée], tu as dit « qu'est-ce qui te fait dire cela? ». Tu m'amenais à ce que je précise.
B	CP1 : moi je vois aussi une relance pour encourager la recherche. Quand j'ai dit « c'est pas vrai que la longueur du pied influence la hauteur [de l'homme], tu nous as amenés à jouer le jeu en disant « admettons que ça se peut ». Moi je voulais pas, je disais « non c'est pas proportionnel » et là tu as dit « bien si on laissait CP5 aller jusqu'au bout de son raisonnement ». CP5 : j'avais un doute, je me disais « je ne sais pas si ça se tient, c'est pas ça ». C1 : dans le fond tu bloquais sa solution [s'adressant à CP1] en disant « ça marche pas ton truc » CP1 : Et là tu as dit « faisons comme si ça se pouvait. Admettons que ça se tiendrait ».
C	CP5 : Un moment donné elle [CP2] était au bout de son raisonnement. CP2 : J'ai dit « je ne le sais plus » [comment continuer] CP5 : [...] Et là tu l'as relancée, mais pas en lui disant ou pas [comment poursuivre]. Je ne sais plus comment tu l'as relancée [...], mais elle a repris son raisonnement [...]. C1 : Oui je sais que je l'ai relancée parce que tu disais [s'adressant à CP2] « c'est la même chose » [entendu, le même raisonnement que toi]. Puis, j'ai dit « je ne suis pas certaine [...] c'est peut-être pas tout à fait la même chose » [...]. CP1 : Tu nous amenais à clarifier les dimensions dont on tenait compte [...] pour distinguer ou faire un lien. CP5 : Tu relançais pour distinguer les différentes entrées. CP1 : ou rendre plus explicites les relations, des relations qui sont souvent implicites.

On nomme également l'idée de *semer le doute*, dans le but de pousser plus loin le raisonnement ou de faire comparer différentes stratégies, ou points d'entrée, ce qui est bien présent dans l'extrait de la figure 4 (voir partie C).

Différentes pistes de relances et des intentions sous-jacentes vont ainsi être explicitées au fil des échanges. Il s'agit de questionner en pistant des éléments importants du problème, de demander des précisions sur ce qui est dit pour pousser la réflexion, de demander de réexpliquer dans ses propres mots, de forcer une explication sur un élément qui reste implicite pour un élève, de proposer du matériel pour aider à résoudre le problème en faisant un choix judicieux selon ce qui est observé, de faire un temps d'arrêt pour mettre à plat les stratégies utilisées, puis de semer le doute pour différencier les solutions proposées et les entrées possibles. Dans ces relances, l'enseignant ou l'enseignante cherche à piquer l'attention des élèves, à solliciter leur engagement, à les mettre au défi et à encourager la recherche.

Une certaine vision de la classe en résolution de problèmes se dégage de ce qui précède en ce qui concerne les interactions de l'enseignant ou de l'enseignante avec les élèves, donnant de l'intérêt au raisonnement de l'élève et s'inscrivant dans une perspective *d'ajustements continuels à ce qui se passe* dans la classe (voir figure 2, partie C).

Se dégage de l'analyse précédente une culture mathématique de classe tournée vers l'investigation mathématique : valoriser, pousser le raisonnement, encourager la recherche, solliciter l'engagement, mettre l'élève au défi, être ouvert à différentes solutions, stratégies et points d'entrée, distinguer, faire des liens – tout ce qu'on pourrait facilement contraster avec l'enseignement explicite de procédures de résolution qu'il s'agit ensuite d'appliquer. Les relances sont des éléments clés de la mise en place de cette culture souhaitée, dont il importe de conserver le rationnel à travers les intentions poursuivies.

On se retrouve bien ici devant un processus riche de problématisation du travail de relance dans le feu de l'action en lien étroit avec l'idée d'une certaine culture mathématique de classe. Cette problématisation s'est aussi enrichie lorsque le groupe a envisagé le travail qui se fait en amont du pilotage en classe, c'est-à-dire l'anticipation.

Le travail d'anticipation pour préparer les relances

Au fil des échanges, les CP problématisent le travail de relance en lien avec l'anticipation de ce qui est susceptible de se produire en classe, en identifiant d'abord l'existence du phénomène. Ces relances ne peuvent jamais être complètement anticipées, dans la mesure où la résolution de problèmes en classe donne toujours lieu à de l'imprévu.

Ce phénomène est vite nuancé par l'apport d'une anecdote, au sujet de la mise en route rapide du jeu (voir figure 1), évoquant les risques liés à une « suranticipation », c'est-à-dire à l'idée d'anticiper pour contrôler le plus possible ce qui va se passer en classe (voir figure 5, partie A).

Se clarifient alors progressivement différents rôles liés à l'anticipation, selon la manière dont le travail de relance auprès des élèves est envisagé.

Ainsi, l'anticipation consiste à imaginer ce qui peut arriver durant la résolution en classe, afin d'envisager des réactions possibles de l'enseignant ou de l'enseignante (voir figure 5, partie B).

Figure 5. À propos de l'anticipation en lien avec le problème de l'inspecteur

A	CP3 : C'était plus profitable de le faire comme ça [présenter rapidement le jeu et les mettre à la tâche] que de s'être assuré au départ que tout était compris. Tu sais à vouloir sur-anticiper. La tentation est grande de vouloir présenter les stratégies optimales dès le départ sans laisser les élèves se débattre avec les stratégies peu efficaces. C'est plus profitable que chacun expérimente ces cas de figure [choisir un grand nombre qui a plusieurs diviseurs, choisir un nombre qui n'a pas de diviseur, etc.]. Ça fait partie de l'appropriation de la tâche et du développement de stratégies.
B	CP8 : [Des élèves] ont saisi dès le départ, puis c'est quand ils n'y arrivaient pas qu'ils t'ont posé une question. C'était là que c'était pertinent d'avoir une réponse. Ce n'était pas d'avoir la réponse avant d'avoir anticipé la problématique.
C	CP3 : Si moi je ne m'étais pas appropriée la tâche, si je n'avais pas fait des erreurs moi-même, je pense que j'aurais moins bien été capable de les accompagner [...] c'est bien plus au fil du déroulement des questions, ou quand ça surgit. Par exemple, plusieurs équipes étaient coincées avec un même résultat total qui revenait sans cesse. Le besoin s'est donc fait sentir de prendre des notes sur les séquences de chèques choisis. En fournissant, à ce moment là, un exemple de prise de notes, nous avons mis en évidence l'importance des traces dans la démarche de recherche.
D	CP8 : Quand on s'est préparé CP4 et moi, on a joué CP4 et moi avant. Donc on était capable d'anticiper : c'est quoi les meilleures stratégies? C'est quoi les pièges dans lesquels les élèves vont tomber? Mais ça demande un certain contrôle de soi pour ne pas tout dévoiler ça. Et de laisser parcourir aux élèves le chemin que nous, nous avons parcouru aussi.

On fait ici référence au fait d'être préparé à «répondre» aux élèves par des relances pertinentes. On distingue donc le travail d'anticipation, qui aurait pour but d'orchestrer précisément les interactions pour lancer d'emblée les élèves sur une bonne piste (et ainsi éviter qu'ils rencontrent telle ou telle difficulté), de celui poursuivant l'intention de se préparer à interagir avec les élèves face aux difficultés rencontrées. Le rôle de l'anticipation n'est donc pas d'éviter d'interagir avec les élèves, mais de pouvoir lire ce qui se passe et réagir en conséquence (voir figure 5, partie C).

L'anticipation sert également à cerner en amont, au service des relances, le potentiel mathématique du problème. Cette anticipation se fait dans un va-et-vient entre l'analyse du problème et ce qui peut se passer chez les élèves, permettant d'élargir le spectre établi *a priori*. On envisage alors des relances en lien avec les variables didactiques du problème et l'on se projette dans l'idée de pousser plus loin l'activité mathématique des élèves. Cette anticipation permet aussi d'envisager la diversité de ce qui pourrait se produire dans une classe, faisant ressortir le potentiel et la complexité de ces relances. Comme l'affirme C3 :

Le problème rejoint beaucoup d'élèves et est propice à des apprentissages et [des] évolutions variés. Un enjeu du pilotage est de gérer cette variété des évolutions.

Ainsi, l'anticipation participe au travail de relance dans sa dimension didactique, c'est-à-dire en lien avec les apprentissages des élèves et le développement de l'activité mathématique.

De ce point de vue, on expose alors un autre enjeu : celui de «se retenir», comme enseignant ou enseignante, au moment de l'interaction avec les élèves. Si l'anticipation passe par le fait de résoudre soi-même le problème, cela apporte le risque

d'intervenir d'une manière qui priverait l'élève du travail de résolution (voir figure 5, partie D).

On identifie ce « contrôle de soi » au moment des interactions comme quelque chose de difficile à développer pour les enseignants et les enseignantes (voir figure 6).

Figure 6. **À propos de difficultés observées par les CP dans les relances**

CP8 : De répondre aux questions, quand les questions arrivent; les enseignants trouvent ça difficile, de laisser faire les élèves et de ne pas les pister, ils trouvent ça super difficile. Je leur disais tout le temps « ne réponds pas, attends que les questions viennent ». Parfois, il n'y a rien qui se passe pendant cinq minutes. Ok, il ne se passera rien pendant cinq minutes.

CP8 : « Mais on perd du temps », me disent les enseignants. Non, on gagne du temps. C'est difficile pour eux [les enseignants], mais tellement gagnant pour l'apprentissage de l'élève.

CP6 : Il ne faut pas que tu le dises. Ils veulent répondre [...] Il faut qu'on le dise : « non attends » et c'est ce qu'ils trouvaient le plus difficile, les enseignants. C'est vraiment quelque chose de très complexe de se retenir comme enseignant.

Cette difficulté vient de l'impression d'allonger inutilement le temps nécessaire à résoudre le problème en laissant les élèves chercher et se tromper. Cependant, de l'avis de ces CP, cette retenue est importante du point de vue de l'apprentissage. Cette manière de concevoir les interactions au moment du travail sur le problème émerge alors comme un élément important à prendre en considération dans le travail d'accompagnement. Toujours selon CP3 :

C'est comme si on a l'impression que lorsqu'on enseigne, ils apprennent mieux que lorsqu'ils font... c'est une conception à revoir.

On déborde alors de la question de l'anticipation pour revenir sur la question des relances dans le feu de l'action. Des manières de faire se dégagent à travers la complexification de la question de l'anticipation face aux relances.

La réflexion commune met en valeur l'idée de *préparer des interventions en résolvant soi-même le problème*, en anticipant ce qui peut se produire, et celle de *prévoir de suspendre les interventions* en faisant référence à ce que les CP ont vécu en travaillant eux-mêmes sur le problème, à ce qu'ils ont connu en tant qu'enseignant ou enseignante intervenant avec des élèves, et à ce qu'ils ont vu des enseignants et des enseignantes faire ou dire. Ces « anecdotes » sont exemplaires parce qu'elles révèlent une certaine vision de l'apprentissage et de l'activité mathématique. Quand on dit que quelque chose est « gagnant pour l'apprentissage de l'élève » ou qu'il faut « les laisser parcourir le chemin que nous, nous avons parcouru aussi », une certaine vision de la classe de mathématiques (telle qu'on la souhaite) s'élabore. Les manières de faire, liées aux rôles et aux défis de l'anticipation par rapport aux interactions en classe, prennent sens à travers cette problématisation.

SYNTHÈSE ET DISCUSSION

Un retour sur les résultats de l'analyse nous permet de cerner les principales avancées de cette recherche. Soulignons trois points principaux.

D'abord, on voit s'élaborer chez les CP une problématisation des relances selon différents cas de figure pouvant se produire dans une classe. Cette problématisation montre la densité du pilotage du problème, par les multiples possibilités, souvent imbriquées, pouvant se produire, et la complexité de ce pilotage par l'enseignant ou l'enseignante, impliquant une simultanéité d'actions à mener. Elle permet aussi de faire apparaître des pistes d'action prometteuses pour l'avancée dans la résolution de problèmes, en raison de leur mise en lien avec certaines intentions précises. Le discours que les CP développent à propos des relances est ainsi, en même temps, un discours sur l'activité mathématique de la classe telle qu'ils la souhaitent. Cette dernière pourrait être qualifiée d'ouverte, d'exploratrice, valorisant l'argumentation et la discussion des idées mathématiques.

Deuxièmement, du point de vue de ces relances et de leur anticipation, on voit que cette culture exige une perspective d'ajustements continuels de l'action de l'enseignant ou de l'enseignante à ce qui se passe dans la classe. L'anticipation des relances a alors pour but non pas de tout prévoir (par exemple en s'assurant que telle difficulté ne sera pas rencontrée), mais de se préparer à pouvoir lire ce qui surgit chez les élèves, et ce, de manière à saisir l'occasion pour aller plus loin.

Enfin, la problématisation du travail de relance qui se construit chez les CP est enchâssée dans de nombreuses autres préoccupations, liées par exemple au choix des problèmes, à leur mise en route dans la classe, à la planification d'une activité. La question surgit donc à différents moments, sous différentes formes. Le développement de ce questionnement se fait en soulevant les multiples défis et possibilités qui entourent ce travail de relance. La problématisation à laquelle nous assistons s'enrichit ainsi progressivement. Si le début des échanges est surtout centré sur les relances dans le feu de l'action, le travail d'anticipation visant à préparer et nourrir ces relances est ainsi rapidement abordé, soulevant par là certaines dimensions didactiques, en lien avec les apprentissages des élèves et le développement de l'activité mathématique (par exemple autour du risque lié à une suranticipation, l'enseignant ou l'enseignante voulant à tout prix injecter dans la classe ce qu'il ou elle a anticipé).

Ces résultats viennent enfin confirmer les recherches antérieures qui se sont intéressées à la régulation par l'enseignant ou l'enseignante des interactions (par exemple Mottiez-Lopez, 2007), en mettant en évidence le rôle clé de la microculture de classe de mathématiques qui se constitue dans ces interactions enseignant-élèves. Une culture qui évoque fortement celle privilégiée dans les travaux portant sur la démarche d'investigation mathématique (Maab, Artigue, Doorman, Krainer et Ruthven, 2013) où « [l'on] peut voir l'enquête en mathématiques à l'école comme une

activité qui ressemble à celle des chercheurs mathématiciens [...]. L'engagement dans le questionnement et l'investigation se centre sur des aspects des mathématiques et génère de nouvelles questions et pistes d'investigation...» (Jaworski, 2004, p. 24.).

Plus particulièrement, on répond ici aux travaux de Yackel et Cobb (1996) en montrant comment la préoccupation de soutenir un climat de classe propice à la résolution de problèmes et à l'investigation passe, chez ces CP, par un regard sur la relance de l'enseignant ou de l'enseignante qu'il s'agit, donc, de problématiser. C'est une entrée que l'on ne retrouve pas dans les nombreux travaux autour des interactions en classe de mathématique, qui présentent surtout des modèles, par exemple du point de vue de l'étayage dans la résolution de problèmes mathématiques (Rivier et Monney, 2015), ou d'un dispositif d'enseignement visant le développement d'une expertise adaptative en résolution de problèmes chez les élèves (Hanin, 2018). Étant fortement tournée vers le travail mathématique, la problématisation développée diffère aussi de ce qu'on retrouve dans les travaux autour des interactions en contexte d'investigation sans ancrage disciplinaire (Ge et Land, 2003). On le voit dans la manière avec laquelle le processus de problématisation, conduisant à l'élaboration collective d'un champ de possibles du point de vue des relances, s'élabore, dans une dialectique entre les observations de terrain des CP (la classe réelle) et une certaine culture mathématique de classe favorisant la résolution de problèmes (la classe souhaitée).

CONCLUSION : LIMITES ET PERSPECTIVES DE LA RECHERCHE

La résolution de problèmes est une composante clé de l'enseignement des mathématiques dans laquelle les relances jouent un rôle important. Au cours de cette recherche, la question des interactions a naturellement fait l'objet de discussions. Les expériences des CP en mathématiques ayant participé à cette recherche collaborative en montrent la richesse et la complexité. Dans cet article, nous avons brièvement présenté *une partie de nos analyses* en ce sens, du point de vue de la problématisation de la question des relances en lien avec une certaine vision de la culture mathématique de classe.

Nos analyses reposent évidemment sur un groupe de CP particulièrement engagé du point de vue réflexif et par rapport à la résolution de problèmes en classe de mathématiques. Il sera intéressant de voir comment ce qui s'est coconstruit dans le cadre de cette RC résonnera effectivement dans la communauté plus large des CP, des enseignants et des enseignantes. Notons aussi que la question des interactions n'ayant pas été ciblée de manière explicite comme objet d'attention au cours de la recherche, les propos analysés ici sont certainement fragmentaires. Ce qui nous intéresse davantage, cependant, serait de voir comment cette problématisation pourra servir d'assise à un accompagnement des enseignants et des enseignantes par ces CP autour de la question des relances en résolution de problèmes. Notre analyse se limite ici à des propos en regard des relances et de la résolution de problèmes en classe, propos

tenus par des CP dont le rôle principal n'est pas d'intervenir en classe, mais de soutenir les enseignants et les enseignantes dans leur développement professionnel et dans cette action en classe. Que deviendrait cette problématisation mise de l'avant par ces CP confrontés à une culture mathématique «en action»? Comment serait-elle mise à contribution dans le travail avec les enseignants et les enseignantes? Penser le travail d'accompagnement des CP en termes de chocs ou de concordances culturels avec les interactions en classe comme révélateur et moyen d'action nous semble une piste prometteuse, à explorer.

Références bibliographiques

- BACON, L., BEDNARZ, N., LAJOIE, C., MAHEUX, J.F. et SABOYA, M. (2017). Two perspectives on diversity based on the pedagogical consultant's work on problem-solving in a teaching context. Dans J. Novotná et H. Moraová (dir.), *Equity and diversity in elementary mathematics education. Proceedings of SEMT17 – International Symposium on Elementary Mathematics Teaching* (p. 53-62). Prague: Charles University.
- BARRY, S. (2009). *Analyse des ressources mises à contribution par enseignant et chercheur dans l'élaboration de scénarios d'enseignement en dénombrement visant le développement de la modélisation en secondaire 1* (Thèse de doctorat). Université du Québec à Montréal.
- BEDNARZ, N. (1996). Language activities, conceptualization and problem solving: the role played by verbalization in the development of mathematical thought by young children. Dans H.M. Mansfield, N.A. Pateman et N. Bednarz (dir.), *Mathematics for tomorrow's young children: international perspectives on curriculum* (p. 228-239). Dordrecht: Kluwer.
- BEDNARZ, N. (2013). *Recherche collaborative et pratique enseignante: regarder ensemble autrement*. Paris: L'Harmattan.
- BEDNARZ, N. (2015). La recherche collaborative. Rencontre avec... *Carrefours de l'éducation*, 39 (1), 171-184.
- BEDNARZ, N., BACON, L., LAJOIE, C., MAHEUX, J.F. et SABOYA, M. (2017). Mathématisation en contexte d'enseignement: quelques enjeux autour de la résolution d'un problème «réaliste». *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, 27 (supplemento 2), 73-80.

- BEDNARZ, N., BACON, L., LAJOIE, C., MAHEUX, J.F et SABOYA, M. (sous presse). L'activité réflexive en recherche collaborative : analyse polyphonique d'un projet mené avec des conseillers pédagogiques en mathématiques au primaire. *Revue Hybride de l'Éducation*.
- BLAIS, M. et MARTINEAU, S. (2006). L'analyse inductive générale : description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. *Recherches qualitatives*, 26(2), 1-18.
- BLUMER, H. (1969). *Symbolic interactionism: Perspective and method*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall.
- BUCHS, C., LEHRAUS, K. et CRAHAY, M. (2013). Coopération et apprentissage. Dans M. Crahay (dir.), *L'école peut-elle être juste et efficace?* (p. 421-454). Bruxelles : De Boeck.
- CHARLES-PÉZARD, M., BUTLEN, D. et MASSELOT, P. (2012). *Professeurs des écoles débutant en ZEP. Quelles pratiques? Quelle formation?* Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CISLARU, G. (2017). *Dans le sens du texte: dynamiques sémantiques des unités lexicales et des discours*. Repéré à <https://halshs.archives-ouvertes.fr/tel-01826017/document>
- COBB, P., STEPHAN, M., McCLAIN, K. et GRAVEMEIJER, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *Journal of the Learning Sciences*, 10, 113-164.
- COBB, P., WOOD, T., YACKEL, E. et McNEAL, B. (1992). Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. *American Educational Research Journal*, 29(3), 573-604.
- COULANGE, L. et REYDY, C. (2014). La résolution de problèmes à l'école primaire : s'agit-il de « trouver la bonne formule »? *Éducation et Francophonie*, 42(2), 84-99.
- DEMONTY, I. et FAGNANT, A. (2014). Tâches complexes en mathématiques : difficultés des élèves et exploitations collectives en classe. *Éducation et Francophonie*, 42(2), 173-189.
- DESGAGNÉ, S., BEDNARZ, N., COUTURE, C., POIRIER, L. et LEBUIS, P. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, 27 (1), 33-64.
- DUBET, F. (1994). *Sociologie de l'expérience*. Paris : Éditions du Seuil.

- FABRE, M. (1999). *Situations-problèmes et savoir scolaire*. Paris : Presses universitaires de France.
- FABRE, M. (2006a). Analyse des pratiques et problématisation. *Recherche et Formation*, 51, 133-145.
- FABRE, M. (2006b). Qu'est-ce que problématiser? L'apport de John Dewey. Dans M. Fabre et E. Vellas (dir.), *Situations de formation et problématisation* (p. 15-30). Bruxelles : De Boeck.
- FAGNANT, A., DUPONT, V. et DEMONTY, I. (2016). Régulation interactive et résolution de tâches complexes en mathématiques. Dans L. Mottier Lopez et W. Tassaro (dir.), *Le jugement professionnel au cœur de l'évaluation et de la régulation des apprentissages* (p. 229-251). Berne : Peter Lang.
- GE, X. et LAND, S. M. (2003). Scaffolding students' problem-solving processes in an ill-structured task using question prompts and peer interactions. *Educational Technology Research and Development*, 51(1), 21-38.
- GLASER, B. G. et STRAUSS, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Chicago : Aldine.
- HANIN, V. (2018). *Une approche tridimensionnelle de la résolution de problèmes mathématiques chez les élèves en fin d'enseignement primaire* (Thèse de doctorat). Université catholique de Louvain.
- HÉON, L. (2004). Le conseiller pédagogique et le directeur d'établissement : nouvelle dynamique? Repéré à www.inrp.fr/Acces/Biennale/7biennale/Contrib/longue/6041.pdf.
- HOSHINO, R., POLOTSKAIA, E. et REID, D. (2016). Problem solving: definition, role, and pedagogy. *Actes de la 40^e rencontre annuelle du Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques (GCEDM/CMESG)* (p. 149-159). Kingston, Ontario, Canada.
- HOULE, H. et PRATTE, M. (2003). Les conseillères et les conseillers pédagogiques. Qui sont-ils? Que font-ils? *Pédagogie collégiale*, 17(2), 20-26.
- JAWORSKI, B. (2004). Grappling with complexity: co-learning in inquiry communities in mathematics teaching development. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the psychology of Mathematics Education*, I, 17-36.

- LAJOIE, C. et BEDNARZ, N. (2012). Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec: un parcours sur cent ans des programmes et documents pédagogiques. *Revue canadienne en enseignement des sciences, de la technologie et des mathématiques*, 12(2), 178-213.
- LAJOIE, C. et BEDNARZ, N. (2014). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec: évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et Francophonie*, XLII (2), 7-23.
- LAJOIE, C. et BEDNARZ, N. (2016). La notion de situation-problème en mathématiques au début du 21^{ème} siècle au Québec: rupture ou continuité? *Revue canadienne en enseignement des sciences, de la technologie et des mathématiques*, 16 (1), 1-27.
- LESSARD, C. (2008). Entre savoirs d'expérience des enseignants, autorité ministérielle et recherche: les conseillers pédagogiques. Dans P. Perrenoud, M. Altet, C. Lessard et L. Paquay (dir.), *Conflits de savoirs en formation des enseignants: entre savoirs issus de la recherche et savoirs issus de l'expérience* (p. 169-181). Bruxelles: De Boeck.
- MAAB, K., ARTIGUE, M., DOORMAN, M., KRAINER, K. et RUTHVEN, K. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day to day teaching. *ZDM Mathematics Education*, 45, 779-795. DOI 10.1007/s11858-013-0582-0.
- MARGOLINAS, C. (2005). Les bifurcations didactiques: un phénomène révélé par l'analyse de la structuration du milieu. Dans A. Mercier et C. Margolinas (dir.), *Balises en didactique des mathématiques, La pensée sauvage* (p. 1-12). Repéré à <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00432229>.
- MAHEUX, J.F (2007). *Le modèle de Wenger et la classe de mathématiques au secondaire: analyse du processus d'invention d'une situation pour le contexte ordinaire du travail d'un enseignant* (Mémoire de maîtrise). Université du Québec à Montréal.
- Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) (2000). *Programme de formation de l'école québécoise* (Version préliminaire du programme du primaire, 00-0439). Québec: Gouvernement du Québec.
- MOTTIER-LOPEZ, L. (2007). Régulations interactives situées dans des dynamiques de microculture de classe. *Mesure et évaluation en éducation*, 30(2), 23-47.
- OLIVEIRA, I. (2008). *Exploration de pratiques d'enseignement de la proportionnalité au secondaire en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves dans des problèmes de proportion* (Thèse de doctorat). Université du Québec à Montréal.

- RAUSCHER, J.C. et ADJIAGE, R. (2012). Espaces de travail et résolution d'un problème de modélisation. *Proceedings of the symposium Espace de Travail Mathématique*, 3., 75-91.
- RIVIER, C. et MONNEY, S. (2015). *L'étayage dans la résolution de problèmes mathématiques: étude comparée de deux problèmes résolus dans deux cadres de travail différents* (Mémoire professionnel). HEP Lausanne.
- RODITI, E. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris: L'Harmattan.
- SABOYA, M. (2010). *Élaboration et analyse d'une intervention didactique co-construite entre chercheur et enseignant, visant le développement d'un contrôle sur l'activité mathématique chez les élèves du secondaire* (Thèse de doctorat). Université du Québec à Montréal.
- SEEGER, F., VOIGT, J. et WASCHESCIO, U. (1998). *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.
- VANDEBROUCK, F. (2008). *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse: Octares.
- YACKEL, E. et COBB, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- YACKEL, E., COBB, P. et WOOD, T. (1991). Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(5), 390-408.