1

Traité

L’harmonie musicale fondée sur le nombre

Simon Martin

1

Traité

Résumé

En Occident, l'étude de l'harmonie musicale par les proportions de nombres entiers remonte aussi loin qu'à Pythagore, il y a quelque 2 500 ans. Cette approche, qui fut supplantée par la division de l'octave en douze parties égales au cours du 19e siècle, bénéficie aujourd'hui d'un regain d'intérêt. Le *Traité* propose une synthèse de certaines connaissances récentes sur ce sujet par l'entremise d'une méthode de modulation harmonique complète et cohérente. Partant de simples notions élémentaires, le *Traité* mène à l'utilisation d'un vaste répertoire d'enchaînements harmoniques modulants décrits strictement par des nombres entiers, disponible en *Compléments*.

Traité et *Compléments* disponibles au projectionsliberantes.ca.

Révision du contenu : Paul Bazin
Révision linguistique et traduction : François Couture
Direction artistique et design graphique : Noémie Darveau (Nofolio.com)

Réalisé dans le cadre d'un stage postdoctoral au centre de recherche matralab de l'Université Concordia, avec le soutien du Fonds de recherche du Québec – Société et culture (FRQSC).

ISBN 978-2-9820204-0-5

Dépôt légal - Bibliothèque et Archives nationales du Québec, 2021

matralab

Québec
Fonds de recherche – Nature et technologies
Fonds de recherche – Santé
Fonds de recherche – Société et culture

Projections libérantes

Table des matières

Deuxième partie

Liste des tableaux

Glossaire

Cent (abrév. « c ») — Unité de mesure qui correspond à la subdivision de chacune des douze divisions égales de l'octave en cent parties égales. *Ex. : 1 octave = 1200 cents. 1 cent = 1/1200 d'une octave.*

Dénominatif — Ratio compris entre 1/1 et 2/1 servant à désigner un élément par sa fonction, nonobstant toute autre considération. *Ex. : les ratios 5/1, 5/2 et 5/8 partagent tous le dénominatif 5/4.*

Facteur de modulation — Intervalle entre deux tonalités désigné par un dénominatif précédé d'un signe multiplicateur (représenté par un astérisque « * »). *Ex. : le facteur de modulation entre les tonalités 4/3* et 8/5* est *6/5.*

Famille de tonalités — Ensemble de tonalités qui sont entre elles des multiples de 3. La famille est désignée par la tonalité dont le facteur 3 est absent. *Ex. : les tonalités 16/9*, 4/3*, 1/1* et 3/2* appartiennent à la famille de tonalités 1/1*.*

Fondamental — Le plus petit commun dénominateur d'un ensemble d'harmoniques. Harmonique 1 de cet ensemble. Par extension, le fondamental désigne l'identité 1 d'un accord, c'est-à-dire aussi bien l'harmonique 1 que ses octaves (2, 4, 8, etc.). *Ex. : le fondamental des harmoniques 3, 5, et 7 est le plus petit commun dénominateur, soit le nombre 1. Ex. : le fondamental se trouve à la basse de l'accord [4 : 5 : 6].*

Harmonique — Une hauteur est dite « harmonique » lorsqu'elle se compare à une autre hauteur par un rapport de nombres entiers de fréquences. Une hauteur harmonique (qualificatif) est nommée un « harmonique » (substantif). Les harmoniques qui sont des multiples entiers d'un fondamental constituent les éléments de sa tonalité. En tant qu'élément d'une tonalité, un harmonique occupe le rang qui correspond à son multiple. *Ex. : le multiple 6 du fondamental 1 génère l'harmonique de rang 6.*

Harmonique générateur — Identité en numérateur d'une tonalité. *Ex. : le numérateur de la tonalité 8/7* est 8, dont l'identité est 1. L'harmonique générateur de la tonalité 8/7* est donc 1.*

Identité — Fonction tonale caractéristique, identifiable à l'audition. Les identités d'une tonalité correspondent aux harmoniques impairs du fondamental. Dans le *Traité*, nous attribuons une couleur à chaque identité en fonction de son plus grand facteur premier (au-delà de 3) : 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 25, etc. L'identité des harmoniques pairs correspond à celle de leur plus grand facteur premier, dont ils adoptent la couleur puisqu'ils en constituent les divers redoublements d'octaves. *Ex. : les harmoniques 5, 10 et 20 sont toutes des identités 5.*

Identité caractéristique — Identité en dénominateur d'une tonalité. Le dénominatif d'une tonalité adopte la couleur de son identité caractéristique. *Ex. : l'identité caractéristique de la tonalité 16/11* est 11.*

Limite — Caractérisation d'un système par le plus grand nombre premier impliqué. Par extension, la limite concerne parfois spécifiquement le nombre premier désigné. *Ex. : un système limite-5 n'implique aucun nombre premier autre que 2, 3 et 5. Ex. : le symbole d'altération limite-11 concerne l'identité 11.*

Modulation — Passage d'une tonalité à une autre.

Ordre de tonalités — Familles de tonalités partageant le même harmonique générateur. *Ex. : les familles de tonalités d'ordre 7 sont : 7/4*, 7/5*, 14/11*, etc.*

Ratio (ou rapport) — Comparaison de nombres entiers fréquences sous forme de nombre fractionnaire (x/y) ou de proportion (x : y).

Nous utilisons le nombre fractionnaire principalement pour désigner les hauteurs. Le rapport x/y sous-entend ainsi une relation à une hauteur génératrice 1/1. Cependant, le nombre fractionnaire peut aussi être utilisé pour représenter un intervalle, principalement lorsqu'aucun harmonique particulier n'est impliqué. *Ex. : la hauteur 7/8 doublée d'octave est 7/4. Ex. : la hauteur 1/1, multipliée par 5 et divisée par 7, équivaut à la hauteur 5/7. Ex. : pour transposer une hauteur d'une octave ascendante, nous la multiplions par l'intervalle 2/1.*

Nous utilisons la proportion pour désigner les intervalles et les accords. Les nombres en proportions peuvent être disposés en ordre descendant au besoin, mais ils sont disposés en ordre ascendant par convention, de la même façon que nous épelons les notes d'un intervalle (tierce majeure *do-mi*) ou d'un accord (triade majeure *do-mi-sol*). *Ex. : l'intervalle entre les harmoniques 5 et 4 est 4 : 5. Ex. : l'accord constitué des harmoniques 2, 6 et 7 est 2 : 6 : 7.*

Rapport harmonique — Rapport de nombres entiers de fréquences.

Réseau tonal — Ensemble de tonalités pour lesquelles 1/1 est la hauteur génératrice.

Sous-harmonique — Diviseur entier de fréquence. *Ex. : le sous-harmonique 5 de 1 est 1/5.*

Tonalité — Sentiment de cohérence émergeant d'un groupe de hauteurs en rapports harmoniques. Une tonalité est désignée par le dénominatif du fondamental, suivi d'un signe multiplicateur et adoptant la couleur de son identité en dénominateur. *Ex. : la tonalité ayant pour fondamental le sous-harmonique 17 de l'harmonique 1 (ratio 1/17) est 32/17*.* Une tonalité dont l'identité en dénominateur est 1 ou 3 est surlignée en gris, ce qui permet de distinguer la dénomination de la tonalité de tout autre ratio écrit en noir n'ayant pas cette fonction. *Ex. : le ratio 4/3 a un sens général, tandis que la tonalité 4/3* a un sens spécifique.*

Remerciements

Le *Traité* n'aurait jamais vu le jour sans le travail effectué avant moi par trois compositeurs en particulier.

Harry Partch (1901-1974) a jeté les bases modernes de l'harmonie fondée sur le nombre, notamment par l'entremise de son livre *Genesis of a Music*[1].

Marc Sabat (1965-), en plus de publier de nombreux écrits théoriques, a créé, avec Wolfgang von Schweinitz, le système de notation « Helmholtz-Ellis Just Intonation » (HEJI), dont nous décrivons les principaux aspects au chapitre 2 de cet ouvrage. Thomas Nicholson a contribué à la mise à jour du système de notation en 2020, en plus de concevoir un calculateur Web pour faciliter son utilisation.

Robin Hayward (1969-) a conçu et développé le logiciel Hayward Tuning Vine. Indispensable à mes recherches depuis 2016, ce logiciel s'avère un formidable outil pratique et didactique. C'est dans cet esprit que j'adopte son code de couleurs pour l'identification des nombres premiers. Plus d'informations sur la façon d'utiliser le logiciel en conjonction avec le *Traité* se trouvent en annexe.

Sur une note personnelle, je remercie ma femme, qui me soutient dans tous mes projets.

[1] Les références complètes des ouvrages mentionnés dans le *Traité* sont disponibles à la bibliographie.

À mon peuple, le peuple québécois. À mon Pays, le Québec.

Pour ma part, je crois que les valeurs de l'avenir ne sont pas créées. *Elles sourdent à la lumière comme les plantes, par une obscure et lente maturation dans le silence de la terre. Là-dessus, le Québec a quelque chose d'original à dire. C'est ce que j'appelle l'*indépendance *: une conjugaison, pour ici, de la créativité et du souvenir.*

Fernand Dumont

Introduction

Do, ré, mi, fa, sol, la, si, do.

Bien des gens savent nommer cette séquence de notes, sans pour autant connaître la musique. La plupart d'entre eux ignorent probablement qu'il s'agit d'une gamme majeure.

1/1, 9/8, 5/4, 4/3, 3/2, 5/3, 15/8, 2/1.

Bien des musiciens ne savent pas nommer cette séquence de rapports. La plupart d'entre eux ignorent probablement qu'il s'agit d'une gamme majeure.

Nous l'oublions : au-delà des notes se trouvent les nombres aux fondements de l'harmonie. En Occident, cette connaissance se serait établie il y a quelque 2 500 ans, lorsque Pythagore étudia les proportions d'une corde vibrante ; notamment, en utilisant les nombres premiers 2 et 3. Dans son ouvrage intitulé *Harmoniques*, datant du 2ᵉ siècle, Claude Ptolémée intègre le nombre 5, ce qui lui permet de diviser une corde en correspondance avec les rapports décrits ci-dessus.

2, 3, 5. Ces trois nombres suffisent pour concevoir la plupart des échelles musicales occidentales. Parallèlement, au 19ᵉ siècle, la division de l'octave en douze parties égales se substitue aux proportions, avec pour conséquence de confiner l'étude (et l'enseignement) de l'harmonie à celle d'un système clos de douze notes. Au milieu du 20ᵉ siècle, le compositeur étatsunien Harry Partch réintroduit le nombre comme outil d'investigation de l'harmonie musicale. Il nomme « *Just Intonation* » le système qui repose sur la perception auditive de rapports simples, tels que ceux déjà présentés, précisément en raison de notre capacité à reconnaître la justesse d'intonation des hauteurs musicales qui en résultent. Malgré la renommée grandissante de son œuvre, la voie proposée demeure méconnue hors des cercles d'initiés et difficilement accessible pour qui ne maîtrise pas leur jargon.

Le *Traité* propose une synthèse de certaines connaissances récentes sur ce sujet par l'entremise d'une méthode de modulation harmonique complète et cohérente. L'ouvrage se divise en deux parties. La première regroupe les chapitres 1 à 3, lesquels exposent l'essentiel de la matière théorique. D'abord, le chapitre 1, probablement le plus ardu, présente tous les principes fondamentaux nécessaires pour aborder l'harmonie par le nombre. Ensuite, le chapitre 2 explique comment transcrire les rapports de nombres entiers en notation musicale. Finalement, le chapitre 3 décrit la façon d'enchaîner les accords fondés sur le nombre. La deuxième partie du *Traité* regroupe les chapitres 4 à 7, lesquels contiennent des listes de tableaux généraux, tels que ceux décrivant toutes les notes et tous les accords que nous utilisons.

Le *Traité* est principalement destiné à l'intention des professionnels œuvrant dans le domaine de la musique instrumentale contemporaine. Cependant, nous avons pris soin qu'il demeure accessible à toute personne curieuse d'apprendre cette matière. À cette fin, chaque concept est expliqué au moment où il apparaît la première fois, sans portée musicale ni formule mathématique complexe. Les concepts les plus spécialisés, ou qui sont particuliers au *Traité*, sont aussi intégrés à un glossaire. Un vaste répertoire d'enchaînements harmoniques modulants décrits strictement par des nombres entiers est disponible séparément, en *Compléments* au *Traité*. Ces documents permettront ainsi au lecteur de s'initier à l'étude de l'harmonie par le nombre aussi bien que d'exercer son expertise.

1

Première partie

1. Principes

Le chapitre 1 présente les principes de l'harmonie fondée sur le nombre qui seront utiles au lecteur débutant en cette matière, tout en permettant au lecteur expert de se familiariser avec l'approche particulière au *Traité*, notamment en ce qui concerne le facteur de modulation, abordé à la section 1.8.

1.1 Notions élémentaires

1.1.1 Son

Le son est la sensation auditive qui résulte de variations de pression dans l'environnement. Les variations qui s'effectuent à une fréquence se situant environ entre 20 et 20 000 fois par seconde sont captées par l'oreille humaine, converties en potentiel d'action (influx nerveux) et portées à la conscience.

Un différentiel de pression qui se reproduit à une fréquence périodique (régulière) est interprété comme une hauteur plus ou moins grave (fréquence lente) ou aiguë (fréquence rapide). Nous disons que les hauteurs « montent » vers l'aigu et « descendent » vers le grave, en conjonction avec le mouvement requis de la gorge pour les chanter. Sur la portée musicale occidentale, la hauteur se traduit en symbole par une note plus ou moins basse (note grave) ou haute (note aiguë).

1.1.2 Harmonie

En musique, l'harmonie réfère aux rapports de nombres entiers de fréquences, dits « rapports harmoniques ». Prenons l'exemple d'une première fréquence « f » et d'une deuxième fréquence du double de « f », soit « 2f ». Le rapport de la deuxième fréquence à la première est 2f/f, ou 2/1. 2/1 étant un rapport de nombres entiers de fréquences, nous sommes en présence d'un rapport harmonique. Toute hauteur est dite « harmonique » lorsqu'elle se compare ainsi à une autre hauteur par un rapport de nombres entiers. Une hauteur harmonique (qualificatif) est nommée un « harmonique » (substantif).

Un ratio de nombres entiers de fréquences représente aussi la mesure de l'écart entre deux hauteurs, ce qui se nomme un « intervalle ». L'intervalle est mélodique si les hauteurs sont émises successivement, ou harmonique si elles sont émises simultanément. Un intervalle harmonique peut aussi se nommer « dyade ». Un groupe de trois hauteurs ou plus sonnant simultanément se nomme un « accord ». Un accord de trois sons se nomme « triade » ; un accord de quatre sons se nomme « tétrade ». En référence au chant choral, les quatre hauteurs d'une tétrade sont communément nommées, de la plus aiguë à la plus grave, les voix de « soprano », « alto », « ténor » et « basse » (S, A, T, B). Dans cet ouvrage, une triade générique omet la voix de soprano.

1.1.3 Tonalité

La « tonalité » est le sentiment de cohérence émergeant d'un groupe de hauteurs en rapports harmoniques. Les hauteurs d'une tonalité sont définies et hiérarchisées de la façon suivante. La fréquence fondamentale (qualitatif) est nommée le « fondamental » (substantif) d'une tonalité. Le fondamental correspond au plus petit commun diviseur d'un ensemble d'harmoniques. Inversement, les multiples entiers du fondamental constituent ses harmoniques, qui sont aussi les éléments de sa tonalité. La force du sentiment de cohérence entre un harmonique et son fondamental est tributaire de la simplicité de leur ratio de fréquence : plus simple est le ratio, plus fort est le sentiment de cohérence. Ceci est vrai pour tout couple de hauteurs.

1.1.4 Consonance

Le ratio de fréquences 1 : 1 constitue un unisson, ou l'intervalle de prime. Puisque les deux fréquences sont les mêmes, nous percevons une seule hauteur. Si nous doublons l'une des deux fréquences, nous obtenons le ratio 1 : 2, qui constitue l'intervalle d'octave. Puisque les deux fréquences ne sont pas les mêmes, nous distinguons deux hauteurs ; cependant, la coordination des fréquences est si grande que nous percevons ces deux hauteurs comme étant la même note transposée dans le registre. C'est le cas, par exemple, lorsqu'un chœur d'hommes et de femmes chantent une mélodie en octaves. L'expression « chanter à l'unisson » s'applique d'ailleurs à cette situation.

Le ratio de fréquences 100 : 101 se perçoit comme un unisson faux ; donc, un intervalle simple légèrement inexact, plutôt qu'un intervalle complexe exact. Ceci nous indique que le sentiment de cohérence ou d'attraction tonale existe non seulement entre des hauteurs entendues, mais aussi entre des hauteurs sous-entendues. En effet, plus un ratio de fréquences est complexe, plus nous avons tendance à l'interpréter comme un ratio similaire plus simple[1]. Conséquemment, plus simple est le ratio de fréquences (entendu ou sous-entendu), plus étendu et plus fort est son champ d'attraction tonale, si bien que tout intervalle peut être

[1] À ce sujet, voir Hasegawa, 2006.

considéré comme une dissonance relative s'il se trouve dans le champ d'attraction tonale d'un intervalle d'une plus grande consonance relative[2].

1.2 Identités

1.2.1 Harmoniques

Soit un fondamental de fréquence f. Considérons ses multiples entiers en nous limitant à 28[3] :

f, 2f, 3f, 4f, 5f, 6f, 7f, 8f, 9f... 28f.

Ces multiples entiers sont des harmoniques de rang 1 à 28 et constituent des éléments de la tonalité 1 :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9... 28.

Parmi ces multiples, les harmoniques pairs représentent des octaves : 2 est l'octave de 1 (2/1) ; 4 est l'octave de 2 (4/2 = 2/1) ; 6 est l'octave de 3 (6/3 = 2/1) ; 8 est l'octave de 4, qui est l'octave de 2, qui à son tour est l'octave de 1 (8/4 = 4/2 = 2/1) ; etc.

De ce fait, les nombres pairs ne représentent aucune nouvelle note dans la tonalité ; autrement dit, aucune nouvelle fonction tonale. Considérons donc uniquement les harmoniques impairs de cette série :

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27.

Les harmoniques impairs d'un fondamental constituent les « identités[4] » de sa tonalité, c'est-à-dire ses fonctions tonales caractéristiques, identifiables à l'audition. Parmi les harmoniques impairs se trouvent des harmoniques premiers et non premiers. Les harmoniques premiers ont pour seuls facteurs 1 et eux-mêmes. Les harmoniques premiers sont donc des identités tonales exclusives au fondamental 1. Par exemple : les seuls facteurs de 3 sont 1 et 3 ; 3 est un harmonique premier ; l'harmonique 3 est l'identité tonale 3, exclusive au fondamental 1.

[2] Pour approfondir les notions de consonance et de dissonance à travers l'histoire, voir Tenney, 1988. Par ailleurs, la consonance dépend de plusieurs autres facteurs que le seul rapport des fréquences (notamment, le registre des hauteurs et le timbre des sons impliqués), mais ceci dépasse largement le cadre de cet ouvrage.

[3] Nous nous rallions à Hayward et Sabat, 2006, repris par Nicholson, 2021, au sujet de la perceptibilité des harmoniques, laquelle serait beaucoup plus imprécise à partir du nombre premier 29.

[4] Ce terme et sa signification proviennent directement de Partch, 1974, p. 71.

Les harmoniques premiers[5] de la série sont :

1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

Pour mieux les repérer à l'avenir, attribuons une couleur[6] à chacune de ces identités exclusives :

1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23.

Le plus grand nombre premier impliqué dans un système est considéré comme sa « limite[7] ». Par exemple, les harmoniques que nous observons constituent un système « limite-23 ».

Les harmoniques impairs non premiers ont plusieurs facteurs premiers. Par exemple, les facteurs premiers de 15 sont 1, 3 et 5. Ainsi, l'harmonique 15 est une identité pour plusieurs tonalités potentielles :

— identité 15 de la tonalité 1 (15/1 = 15) ;
— identité 5 de la tonalité 3 (15/3 = 5/1 = 5) ;
— identité 3 de la tonalité 5 (15/5 = 3/1 = 3).

Les harmoniques impairs non premiers de la série sont :

9, 15, 21, 25, 27.

Attribuons une couleur à ces identités non exclusives en fonction de leur facteur premier le plus élevé :

— 9 et 27 ont pour plus grand facteur premier le nombre 3 ;
— 15 et 25 ont pour plus grand facteur premier le nombre 5 ;
— 21 a pour plus grand facteur premier le nombre 7.

De façon similaire, l'identité des harmoniques pairs correspond à celle de leur plus grand facteur premier, dont ils adoptent la couleur.

— 5, 10, 20…
— 7, 14, 28…
— 11, 22…
— etc.

[5] « 1 » n'est pas un harmonique premier, mais il est utilisé tout au long de cet ouvrage pour représenter l'harmonique premier « 2 » qui pourrait porter à confusion en tant qu'harmonique pair, octave de « 1 ».

[6] À l'exception des multiples 2 et 3 que nous conservons en noir, ce code de couleurs est celui du logiciel Hayward Tuning Vine, conçu par Robin Hayward (cf. annexe). Au sujet de ce logiciel, voir Hayward, 2015.

[7] L'utilisation courante de ce terme, utilisé en ce sens, provient directement de Partch, 1974, p. 109.

À la lumière de ces principes, nous pouvons maintenant ordonner les harmoniques de rang 1 à 28 dans un tableau en fonction de leur identité (à l'horizontale) et de leur octave (à la verticale).

octave 5	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
octave 4	8		9		10		11		12		13		14	15
octave 3	4				5				6				7	
octave 2	2								3					
octave 1	1													

Tableau 1.1 : Harmoniques 1 à 28 classés en fonction de leur identité et de leur octave

Nous pouvons aussi dès maintenant transcrire un accord par ses harmoniques regroupés en proportions et précédés du fondamental dont ils sont multiples. Par exemple, voici comment transcrire l'accord constitué des harmoniques 1-3-5 dans la tonalité 1 :

1*[1:3:5]

Pour autre exemple, considérons un accord composé des harmoniques 5-15-25 :

[5:15:25]

Exceptionnellement, ces harmoniques possèdent un commun diviseur supérieur à 1, soit, 5 :

$$\frac{[5:15:25]}{5} = \frac{[1:3:5]}{1}$$

L'accord appartient donc à la tonalité de 5 :

5*[1:3:5]

L'analyse des harmoniques en fonction de leur tonalité facilite la reconnaissance des accords, dont le schéma récurrent devient celui de la plus simple expression de leur périodicité. En effet, entendus hors de tout contexte, les harmoniques [5:15:25] sont bel et bien perçus selon la proportion de leur fréquence : [1:3:5].

1.2.2 Sous-harmoniques

En plus de représenter la mesure d'un intervalle, le rapport x/y rend compte de la dualité de toute hauteur dans un contexte tonal ; à savoir, le potentiel pour toute hauteur d'être le fondamental ou l'harmonique d'une tonalité.

Ainsi, nous avons vu que les identités d'une tonalité correspondent aux harmoniques impairs, lesquels sont des multiples entiers du fondamental. Par exemple, pour trouver l'identité 5 du fondamental 1, il faut multiplier 1 par 5 :

$1 \times 5 = 5$

Inversement, les identités d'une hauteur harmonique correspondent à ses sous-harmoniques impairs, lesquels sont des diviseurs entiers. Par exemple, pour trouver la tonalité dans laquelle la hauteur harmonique 1 est une identité 5, il faut diviser 1 par 5 :

$1 \div 5 = \frac{1}{5}$

1/5 constitue donc le fondamental de la tonalité pour laquelle la hauteur harmonique 1 est une identité 5. Pour preuve, si nous multiplions le fondamental 1/5 par l'identité recherchée, 5, nous retrouvons la hauteur harmonique 1 :

$$\frac{1}{5} \times 5 = \frac{1}{5} \times \frac{5}{1} = \frac{1 \times 5}{5 \times 1} = \frac{5}{5} = \frac{1}{1} = 1$$

Les sous-harmoniques génèrent ainsi autant de fondamentaux que d'identités conférées à la hauteur harmonique divisée. Par exemple, les tonalités dans lesquelles la hauteur harmonique 1 est une identité sont les suivantes :

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11} \ldots$$

1.3 Représentation graphique

La représentation graphique[8] des relations harmoniques facilite leur visualisation.

1.3.1 Axe horizontal

Par exemple, disposons d'abord à l'horizontale quelques multiples de 3 de la hauteur 1/1, dite « hauteur génératrice », pour obtenir ses harmoniques 3, 9 et 27 :

harmoniques de 1/1 →

$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{27}{1}$

Tableau 1.2 : Harmoniques multiples de 3 du fondamental 1/1

Cette séquence de multiples se prolonge aussi vers la gauche, pour faire de 1/1 l'harmonique 3, 9 ou 27 d'une tonalité :

← sous-harmoniques de 1/1 **harmoniques de 1/1 →**

$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{27}{1}$

Tableau 1.3 : Harmoniques multiples de 3, partant de 1/27

Chaque hauteur de la séquence peut aussi être considérée comme un fondamental (harmonique 1), avec ses harmoniques multiples de 3 à sa droite. En voici quelques exemples :

identité	1	3	9	27	81	243	729
ratio	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{27}{1}$

Tableau 1.4 : Identités multiples de 3 du fondamental 1/27

identité	1	3	9	27	81	243
ratio	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{27}{1}$

Tableau 1.5 : Identités multiples de 3 du fondamental 1/9

[8] Voir Tenney, 2008. Voir aussi la page intitulée « Tonnetz » dans Wikipédia : https://fr.wikipedia.org/wiki/Tonnetz (consultée le 12 mars 2021).

identité	1	3	9	27	81
ratio	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{27}{1}$

Tableau 1.6 : Identités multiples de 3 du fondamental 1/3

Enfin, ces exemples nous permettent aussi de constater que le dénominateur du fondamental indique l'identité de la hauteur génératrice 1/1 dans la tonalité.

1.3.2 Axe vertical

Ensuite, disposons à la verticale les multiples de 5 pour chacune de ces hauteurs :

			$\frac{25}{1}$			
$\frac{5}{27}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{15}{1}$	$\frac{45}{1}$	
$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{27}{1}$
	$\frac{1}{45}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{27}{5}$

Tableau 1.7 : Harmoniques et sous-harmoniques multiples de 3 et 5

Pour atteindre 15/1 en partant de la hauteur génératrice 1/1, il est possible de visualiser deux chemins : multiplier 1/1 par 5 pour retrouver 5/1 vers le haut, puis multiplier 5/1 par 3 pour retrouver 15/1 vers la droite ; ou, multiplier 1/1 par 3 pour retrouver 3/1 vers la droite, puis multiplier 3/1 par 5 pour retrouver 15/1 vers le haut.

La représentation graphique permet ainsi de déduire aisément des liens d'identité à tonalité. Pour reprendre l'exemple précédent, 15/1 est

— l'identité 15 de la tonalité 1/1 (1*15 = 15) ;
— l'identité 5 de la tonalité 3/1 (3*5 = 15) ;
— l'identité 3 de la tonalité 5/1 (5*3 = 15).

On visualise aussi que le rapport de 1/1 à 15/1 est le même que celui de 1/15 à 1/1, ou de toute autre paire de ratios disposés selon la même configuration.

1.3.3 Axe diagonal

Enfin, ajoutons les multiples de 7 en diagonale. Par exemple, on visualise que le rapport de 7/3 à 7/1 est le même que celui de 1/3 à 1/1, ou de 1/21 à 1/7, etc. Aussi, on calcule facilement que 7/1 est l'harmonique 49 (7*7) de 1/7, puisque pour passer de 1/7 à 7/1, il faut multiplier 1/7 par 7 deux fois pour monter deux fois en diagonale.

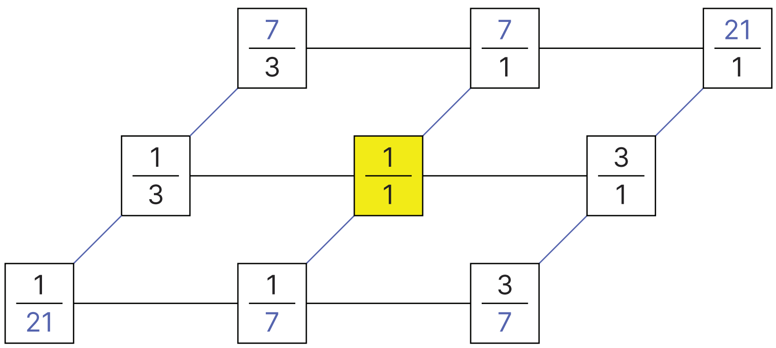


Tableau 1.8 : Harmoniques et sous-harmoniques multiples de 3 et 7

En somme, les trois multiples (3, 5 et 7) peuvent être représentés simultanément dans un même graphique (tableau 1.9). De nouveau, la représentation graphique facilite la déduction des rapports harmoniques. Par exemple, pour retrouver 5/7 en partant de la hauteur génératrice 1/1, on visualise qu'il faut multiplier 1/1 par 5 pour retrouver 5/1 vers le haut, puis diviser 5/1 par 7 pour retrouver 5/7 en diagonale vers le bas.

Par ailleurs, le numérateur de toute hauteur harmonique nous indique son identité dans une tonalité, tandis que son dénominateur nous indique l'identité de 1/1 dans cette même tonalité. Pour reprendre l'exemple de la hauteur harmonique 5/7, le numérateur nous indique son identité (5, dans la tonalité de 1/7) et son dénominateur nous indique l'identité de 1/1 dans cette même tonalité (7).

N'importe quels autres multiples que 3, 5 et 7 peuvent être disposés à l'horizontale, à la verticale et en diagonale et se prolonger dans l'une ou l'autre direction au besoin. Différents graphiques peuvent ainsi servir pour représenter le réseau harmonique de différentes sections d'une œuvre. D'autres indications peuvent être ajoutées au graphique, tel que le nom des notes correspondantes.

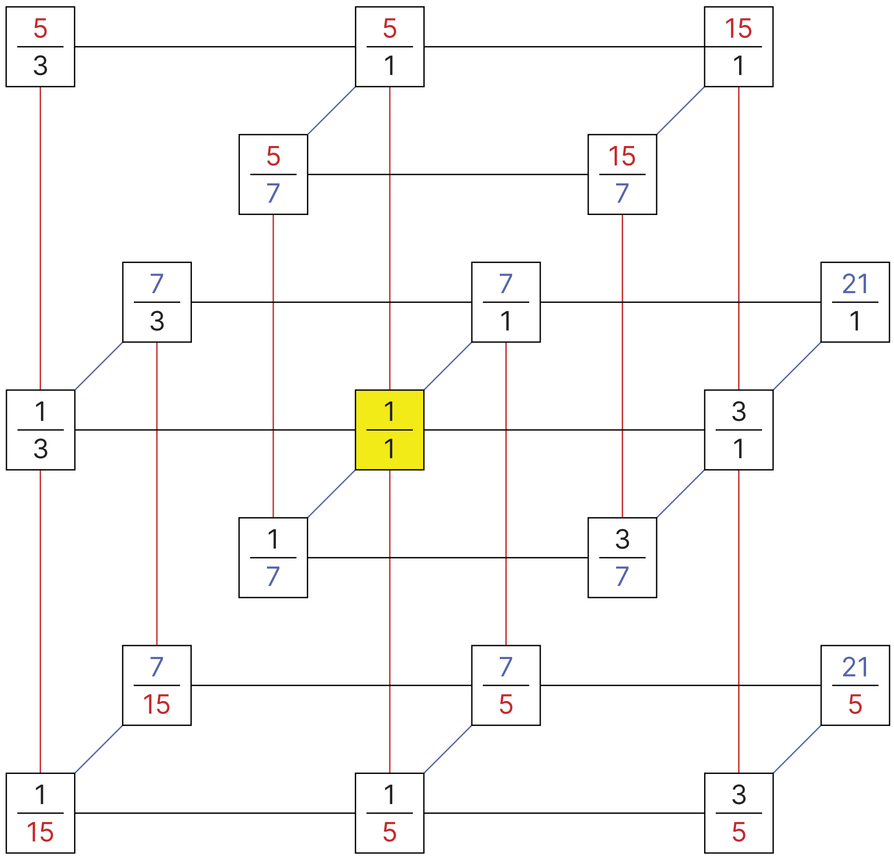


Tableau 1.9 : Harmoniques et sous-harmoniques multiples de 3, 5 et 7

1.4 Dénominatif

Le dénominatif est un ratio compris entre 1/1 et 2/1 servant à désigner un élément par sa fonction, nonobstant toute autre considération. Par exemple, en harmonie conventionnelle, lorsqu'on énumère les notes *do*, *ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, *do*, il est sous-entendu que ces notes se trouvent à l'intérieur de la même octave et qu'elles ne sont pas réparties aléatoirement dans le registre. Dans ce contexte, la répétition de *do*, tout comme celle du ratio 2/1, indique la périodicité de la séquence, identique pour chaque octave. En harmonie fondée sur le nombre, le dénominatif des ratios permet de désigner certains éléments, dont les hauteurs, de la même façon.

1.4.1 Calcul

Par exemple, pour obtenir le dénominatif du ratio 14/8, qui est 7/4, il faut décomposer ses termes en nombres premiers pour retrouver ses identités (en divisant les nombres pairs par 2 jusqu'à retrouver des nombres impairs),

$$\frac{14 \div 2}{8 \div 2^3} = \frac{7}{1}$$

puis, multiplier le plus petit terme par 2 pour transposer son octave, jusqu'à ce que le ratio se trouve compris entre 1/1 et 2/1.

$$\frac{7}{1 \times 2^2} = \frac{7}{4}$$

Pour autre exemple, pour obtenir le dénominatif du ratio 16/46, qui est 32/23, il faut décomposer ses termes en nombres premiers pour retrouver ses identités,

$$\frac{16 \div 2^4}{46 \div 2} = \frac{1}{23}$$

puis, multiplier le plus petit terme par 2 pour transposer son octave, jusqu'à ce que le ratio se trouve compris entre 1/1 et 2/1.

$$\frac{1 \times 2^5}{23} = \frac{32}{23}$$

Le calcul pour obtenir le dénominatif d'un ratio exige de le simplifier en divisant chacun de ses termes par le plus grand commun diviseur, lorsqu'un tel diviseur existe. Par exemple, pour le ratio 10/15, ce diviseur est 5. La simplification permet d'obtenir le dénominatif 4/3 :

$$\frac{10 \div 5}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$$

1.4.2 Hauteurs

Voici comment désigner des hauteurs par leur dénominatif.

Par exemple, le tableau ci-dessous présente : des identités harmoniques en ordre croissant ; le rapport de ces identités au fondamental 1 ; le dénominatif des hauteurs générées. Les différentes hauteurs d'une tonalité partagent la même identité en dénominateur, ce qui exprime leur rapport au même fondamental.

identité	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
$\frac{\text{identité}}{\text{fondamental 1}}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{7}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{11}{1}$	$\frac{13}{1}$	$\frac{15}{1}$	$\frac{17}{1}$	$\frac{19}{1}$	$\frac{21}{1}$	$\frac{23}{1}$	$\frac{25}{1}$	$\frac{27}{1}$
dénominatif	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{17}{16}$	$\frac{19}{16}$	$\frac{21}{16}$	$\frac{23}{16}$	$\frac{25}{16}$	$\frac{27}{16}$

Tableau 1.10 : Dénominatifs des hauteurs

Pour disposer les ratios dénominatifs du tableau précédent en ordre croissant et ainsi créer une échelle musicale, il suffit de les associer à leur rang harmonique dans une même octave ; dans ce cas, entre les harmoniques 16 et 32 (puisque 32/16 = 2/1).

identité	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	30	32
dénominatif	$\frac{1}{1}$	$\frac{17}{16}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{19}{16}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{21}{16}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{23}{16}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{25}{16}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{2}{1}$

Tableau 1.11 : Mise en échelle des dénominatifs des hauteurs

1.4.3 Tonalités

Voici comment désigner des tonalités par leur dénominatif.

Par exemple, le tableau ci-dessous présente : des identités sous-harmoniques en ordre croissant ; le rapport de ces identités à l'harmonique 1 ; le dénominatif des tonalités générées. Les différentes tonalités partagent la même identité en numérateur, ce qui exprime leur rapport au même harmonique générateur.

identité	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
harmonique 1 / identité	1/1	1/3	1/5	1/7	1/9	1/11	1/13	1/15	1/17	1/19	1/21	1/23	1/25	1/27
dénominatif	1/1	4/3	8/5	8/7	16/9	16/11	16/13	16/15	32/17	32/19	32/21	32/23	32/25	32/27

Tableau 1.12 : Dénominatifs des tonalités générées par l'harmonique 1

Le dénominatif d'une tonalité est suivi d'un signe multiplicateur et adopte la couleur de son identité en dénominateur, laquelle nous indique la fonction de l'harmonique générateur dans cette tonalité. La fonction de l'harmonique générateur d'une tonalité est caractéristique de cette dernière. Par exemple :

— l'harmonique 1 est une identité 11 dans la tonalité 1/11, dont le dénominatif est 16/11*, puisque l'identité caractéristique de la tonalité 16/11* est 11 ;
— l'harmonique 5 est une identité 7 dans la tonalité 5/7, dont le dénominatif est 10/7*, puisque l'identité caractéristique de la tonalité 10/7* est 7 ;
— etc.

Une tonalité dont l'identité en dénominateur est 1 ou 3 est surlignée en gris, ce qui permet de distinguer sa dénomination de tout autre ratio n'ayant pas cette fonction. Par exemple, le ratio 4/3 a un sens général, tandis que la tonalité 4/3* a un sens spécifique.

Le dénominatif des tonalités est obtenu de la même façon, peu importe l'harmonique générateur de la tonalité. Par exemple, le tableau ci-dessous présente : des identités sous-harmoniques en ordre croissant ; le rapport de ces identités à l'harmonique 5 ; le dénominatif des tonalités générées. Les rapports 5/5 et 5/15, respectivement équivalents aux dénominatifs 1/1* et 4/3*, sont retirés de façon à ne conserver que les tonalités ayant une identité 5 en numérateur.

identité	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
harmonique 5 / identité	5/1	5/3	5/5	5/7	5/9	5/11	5/13	5/15	5/17	5/19	5/21	5/23	5/25	5/27
dénominatif	5/4	5/3	-	10/7	10/9	20/11	20/13	-	20/17	20/19	40/21	40/23	40/25	40/27

Tableau 1.13 : Dénominatifs des tonalités générées par l'harmonique 5

Pour représenter les relations entre quelques tonalités, reprenons le tableau 1.9 en traduisant chaque hauteur en dénominatif de tonalité.

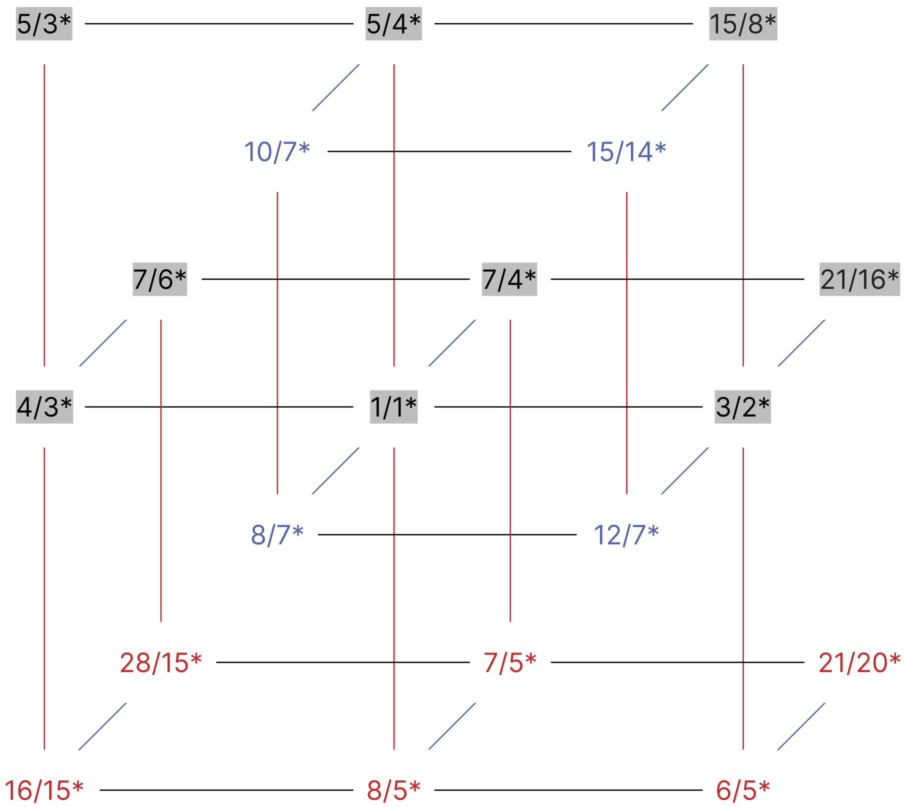


Tableau 1.14 : Représentation graphique de dénominatifs de tonalités

Enfin, pour obtenir le dénominatif d'une identité en fonction de sa tonalité, en prenant pour exemple 10/7*, il faut considérer les identités de la tonalité,

10/7*[1 : 3 : 5 : 7 : 9 : 11...]

traduire les identités en nombre fractionnaire,

$$10/7^{*}[\frac{1}{1} : \frac{3}{1} : \frac{5}{1} : \frac{7}{1} : \frac{9}{1} : \frac{11}{1} ...]$$

multiplier les résultats par le dénominatif de la tonalité

$$\frac{10 \times 1}{7 \times 1} : \frac{10 \times 3}{7 \times 1} : \frac{10 \times 5}{7 \times 1} : \frac{10 \times 7}{7 \times 1} : \frac{10 \times 9}{7 \times 1} : \frac{10 \times 11}{7 \times 1} ...$$

$$\frac{10}{7} : \frac{30}{7} : \frac{50}{7} : \frac{70}{7} : \frac{90}{7} : \frac{110}{7} ...$$

et traduire les résultats en dénominatifs.

$$\frac{10}{7} : \frac{15}{14} : \frac{25}{14} : \frac{5}{4} : \frac{45}{28} : \frac{55}{28} \ldots$$

1.5 Cents

Les douze notes du système musical occidental conventionnel correspondent à la division de l'octave en douze parties égales. Mise à part l'octave, les intervalles de ce système ne peuvent pas se décrire par des ratios de nombres entiers, mais uniquement par des nombres irrationnels. Chacune de ces douze parties égales de l'octave se subdivise à son tour en 100 unités nommées « cents[9] », abrégé « c ». Pour passer d'une octave à l'autre, il faut, dans ce cas, additionner une valeur constante (1200), plutôt que multiplier par une valeur constante (2/1).

Le tableau ci-dessous présente : le nom des douze notes du système musical occidental conventionnel ; les valeurs mathématiques de ces notes en nombres irrationnels ; leurs valeurs en cents. Les cases blanches et grises représentent les touches blanches ou noires du piano pour ces notes.

note	*do*	*do♯ ré♭*	*ré*	*ré♯ mi♭*	*mi*	*fa*	*fa♯ sol♭*	*sol*	*sol♯ la♭*	*la*	*la♯ si♭*	*si*	*do*
nombre irrationnel	1	$2^{1/12}$	$2^{1/6}$	$2^{1/4}$	$2^{1/3}$	$2^{5/12}$	$\sqrt{2}$	$2^{7/12}$	$2^{2/3}$	$2^{3/4}$	$2^{5/6}$	$2^{11/12}$	2
cents	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200

Tableau 1.15 : Valeurs résultant de la division de l'octave en douze parties égales

Par une formule mathématique, il est possible de traduire un ratio de nombres entiers en cents, ce qui facilite la conceptualisation de sa grandeur[10]. Par exemple, voici de quelle façon les douze notes du système conventionnel se comparent à quelques-uns des ratios que nous venons de mettre en échelle[11].

[9] Cette unité fut conçue par Alexander J. Ellis. Voir Helmholtz, 1895.

[10] Un ratio R correspond à un nombre n de cents, selon que $1200 \times \log_2(R) = n_{cents}$. Voir Nicholson et Sabat, 2018.

[11] Pour une liste de nombreux ratios ordonnés en cents, voir Gann, 1998.

Remarquons la déviation significative (en cents) qui existe entre ces intervalles, obtenus par des proportions de nombres entiers, et ceux obtenus par la division en douze parties égales présentés au tableau 1.15.

note	*do*	*do♯ ré♭*	*ré*	*ré♯ mi♭*	*mi*	*fa*	*fa♯ sol♭*	*sol*	*sol♯ la♭*	*la*	*la♯ si♭*	*si*	*do*
ratio	1/1	17/16	9/8	19/16	5/4	21/16	23/16	3/2	8/5	27/16	7/4	15/8	2/1
cents	0	105	204	298	386	471	628	702	814	906	969	1088	1200

Tableau 1.16 : Comparaison des douze notes conventionnelles avec quelques ratios

Un ratio peut-être accompagné de sa valeur en cents mise entre parenthèses. Par exemple :

5/4 (386 c) ou 4 : 5 (386 c)

Lorsque l'on désigne la grandeur d'un intervalle ascendant (valeur positive) ou descendant (valeur négative), la valeur en cents est précédée du signe correspondant. Par exemple :

4 : 5 (+386 c) ou 5 : 4 (-386 c).

Dans une partition, nous suggérons d'indiquer au musicien la valeur en cents des intervalles mélodiques inférieurs à environ 32 : 33 (53 c), car ceux-ci s'exécutent davantage comme un ajustement d'intonation, parfois difficile à quantifier, plutôt qu'un changement de doigté. Tout autre intervalle mélodique pouvant sembler contre-intuitif, notamment, en raison de la complexité des symboles d'altérations impliqués (cf. chapitre 2), peut être précisé de la même façon.

1.6 Genèse du réseau tonal

Un réseau tonal est un ensemble de tonalités pour lesquelles 1/1 est la hauteur génératrice. Une fois généré, le contenu du réseau tonal peut être utilisé librement, en tout ou en partie, de la même façon que les douze notes du système occidental conventionnel. En harmonie fondée sur le nombre, un réseau tonal se prolonge théoriquement à l'infini. Nous devons donc lui fixer des limites arbitraires en fonction des identités que nous voulons utiliser ainsi que des instruments de musique qui devront les reproduire. Générons donc un réseau tonal limite-23 en considérant la résonance naturelle d'un instrument à cordes typique.

1.6.1 Tonalités d'ordre 1

Premièrement, la vibration d'une corde à vide (sans doigté) produit la fréquence fondamentale de la corde, soit 1. Comme nous l'avons fait précédemment (cf. sections 1.2.2 et 1.4.3), conférons à la hauteur harmonique 1 les identités 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ou 23 en la divisant par le sous-harmonique correspondant.

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{17}, \frac{1}{19}, \frac{1}{23}$$

Ces tonalités générées par l'harmonique 1 sont d'ordre 1.

1.6.2 Tonalités d'ordres 5 et 7

Deuxièmement, en plus de sa fréquence fondamentale, une corde peut produire un certain nombre de ses harmoniques si elle est effleurée du doigt, plutôt qu'appuyée contre la touche[12]. L'harmonique obtenu est proportionnel à la position du doigt par rapport à la longueur de la corde :

— l'harmonique 2 est obtenu à la demie de sa longueur ;
— l'harmonique 3 au tiers ;
— l'harmonique 4 au quart ;
— l'harmonique 5 au cinquième ;
— l'harmonique 6 au sixième ;
— l'harmonique 7 au septième.

Conférons maintenant aux harmoniques 5 et 7 les identités 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ou 23 en les divisant par les sous-harmoniques correspondants, de façon à générer les tonalités d'ordre 5 et 7. Dans un tableau, rassemblons les résultats obtenus en disposant les harmoniques à l'horizontale et les sous-harmoniques à la verticale. Les rapports 5/5 et 7/7 ne sont pas nécessaires puisqu'ils sont équivalents à 1/1.

[12] Il en va de même pour la colonne d'air d'un instrument de la famille des cuivres. Par exemple, la trompette résonne à sa fréquence fondamentale lorsqu'elle est jouée sans enfoncer les pistons. Resserrer les lèvres en soufflant dans l'embouchure fait vibrer la colonne d'air en mode harmonique (2, 3, 4, 5…). Enfoncer les pistons transpose le fondamental de la colonne d'air et donne accès à de nouvelles séries d'harmoniques. La combinaison des doigtés et le contrôle des harmoniques par les lèvres permet ainsi de jouer des échelles musicales.

1	5	7	
$\frac{1}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{7}{1}$	$\frac{}{1}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{}{5}$
$\frac{1}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{}{7}$
$\frac{1}{11}$	$\frac{5}{11}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{}{11}$
$\frac{1}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{}{13}$
$\frac{1}{17}$	$\frac{5}{17}$	$\frac{7}{17}$	$\frac{}{17}$
$\frac{1}{19}$	$\frac{5}{19}$	$\frac{7}{19}$	$\frac{}{19}$
$\frac{1}{23}$	$\frac{5}{23}$	$\frac{7}{23}$	$\frac{}{23}$

Tableau 1.17 : Facteurs des tonalités d'ordres 1, 5 et 7

Le même tableau est repris ci-dessous en désignant les tonalités par leurs dénominatifs.

1/	5/	7/	
1/1*	5/4*	7/4*	/1
8/5*		7/5*	/5
8/7*	10/7*		/7
16/11*	20/11*	14/11*	/11
16/13*	20/13*	14/13*	/13
32/17*	20/17*	28/17*	/17
32/19*	20/19*	28/19*	/19
32/23*	40/23*	28/23*	/23

Tableau 1.18 : Dénominatifs des tonalités d'ordres 1, 5 et 7

1.6.3 Familles de tonalités

Troisièmement, en plus de la corde de valeur 1 (ou 1/1), ajoutons trois autres cordes, chacune étant l'identité 3 de sa corde voisine plus grave.

corde	facteurs	dénominatif
I	1/1	1/1*
II	1/3	4/3*
III	$1/3^2$	16/9*
IV	$1/3^3$	32/27*

Tableau 1.19 : Tonalités des cordes I à IV à vide

L'harmonique 3 de la corde I permet de générer la tonalité 3/2*, tandis que la corde IV, pouvant être considérée un harmonique 3 d'une tonalité, permet de générer la tonalité 128/81*.

corde	facteurs	dénominatif
	3/1	3/2*
I	1/1	1/1*
II	1/3	4/3*
III	$1/3^2$	16/9*
IV	$1/3^3$	32/27*
	$1/3^4$	128/81*

Tableau 1.20 : Tonalités multiples de 3 générées par les cordes I à IV à vide

Les harmoniques 5 et 7 de chacune des quatre cordes ne produisent pas eux-mêmes des harmoniques, mais peuvent être considérés comme les harmoniques 3 d'une tonalité (respectivement, 160/81* et 112/81*).

corde	facteurs	dénominatif
I	5/1	5/4*
II	5/3	5/3*
III	$5/3^2$	10/9*
IV	$5/3^3$	40/27*
	$5/3^4$	160/81*

corde	facteurs	dénominatif
I	7/1	7/4*
II	7/3	7/6*
III	$7/3^2$	14/9*
IV	$7/3^3$	28/27*
	$7/3^4$	112/81*

Tableau 1.21 : Tonalités multiples de 3 générées par les harmoniques 5 et 7 des cordes I à IV

Les tonalités qui sont entre elles des multiples de 3 constituent une famille de tonalités. Une famille de tonalité est désignée par la tonalité dont le facteur 3 est absent, puisque c'est elle qui se trouve le plus près de la hauteur génératrice 1/1. Par exemple, les tonalités de la famille 5/4* sont : 5/4*, 5/3*, 10/9*, etc.

1.6.4 Réseau tonal

Pour rassembler toutes les tonalités du réseau dans un seul tableau, il suffit d'ajouter les tonalités d'une même famille de bas en haut à l'intérieur d'une même case, tandis que les ordres de tonalités demeurent en colonnes. L'importance du tableau de la page suivante se révèlera notamment au moment d'expliquer le facteur de modulation (cf. section 1.8).

1/	5/	7/	
3/2* 1/1* 4/3* 16/9* 32/27* 128/81*	- 5/4* 5/3* 10/9* 40/27* 160/81*	- 7/4* 7/6* 14/9* 28/27* 112/81*	/1
6/5* 8/5* 16/15* 64/45* 256/135*		- 7/5* 28/15* 56/45* 224/135*	/5
12/7* 8/7* 32/21* 64/63* 256/189*	- 10/7* 40/21* 80/63* 320/189*		/7
12/11* 16/11* 64/33* 128/99* 512/297*	- 20/11* 40/33* 160/99* 320/297*	- 14/11* 56/33* 112/99* 448/297*	/11
24/13* 16/13* 64/39* 128/117* 512/351*	- 20/13* 40/39* 160/117* 640/351*	- 14/13* 56/39* 224/117* 448/351*	/13
24/17* 32/17* 64/51* 256/153* 512/459*	- 20/17* 80/51* 160/153* 640/459*	- 28/17* 56/51* 224/153* 896/459*	/17
24/19* 32/19* 64/57* 256/171* 1024/513*	- 20/19* 80/57* 320/171* 640/513*	- 28/19* 112/57* 224/171* 896/513*	/19
24/23* 32/23* 128/69* 256/207* 1024/621*	- 40/23* 80/69* 320/207* 640/621*	- 28/23* 112/69* 224/207* 896/621*	/23

Tableau 1.22 : Tableau synthèse du réseau tonal

Les deux tableaux suivants présentent, classés par multiples, tous les nombres qu'il est nécessaire de connaître pour situer rapidement une tonalité dans le réseau tonal.

Ci-dessous, les nombres premiers multipliés par 3 (dénominateurs des tonalités) :

/1
/3
$/3^2$
$/3^3$
$/3^4$
$/3^5$

/1	/5	/7	/11	/13	/17	/19	/23
/3	/15	/21	/33	/39	/51	/57	/69
/9	/45	/63	/99	/117	/153	/171	/207
/27	/135	/189	/297	/351	/459	/513	/621
/81							
/243							

Tableau 1.23 : Nombres premiers multipliés par 3

Ci-dessous, les nombres impairs multipliés par 2 (numérateurs des tonalités) :

1/
2/
2^2/
2^3/
2^4/
2^5/
2^6/
2^7/
2^8/
2^9/
2^{10}/

1/	3/	5/	7/	9/	15/
2/	6/	10/	14/	18/	30/
4/	12/	20/	28/	36/	
8/	24/	40/	56/		
16/		80/	112/		
32/		160/	224/		
64/		320/	448/		
128/		640/	896/		
256/					
512/					
1024/					

Tableau 1.24 : Nombres impairs multipliés par 2

1.7 Calculs entre ratios (partie 1)

En harmonie conventionnelle comme en harmonie fondée sur le nombre, il peut être utile de savoir calculer l'intervalle entre deux notes ou d'effectuer des additions et des soustractions d'intervalles.

1.7.1 Addition

Pour additionner deux ratios

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{3}$$

il faut les multiplier,

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3}$$

ce qui s'effectue plus précisément en multipliant les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{3 \times 4}{2 \times 3} = \frac{12}{6}$$

Le résultat obtenu peut être simplifié en divisant chacun des termes par le plus grand commun diviseur ; dans ce cas, 6.

$$\frac{12 \div 6}{6 \div 6} = \frac{2}{1}$$

1.7.2 Différence

Pour trouver l'intervalle entre deux ratios (c'est-à-dire, leur différence), il faut diviser le plus grand ratio par le plus petit,

$$\frac{3}{2} \div \frac{4}{3}$$

ce qui s'effectue en multipliant le premier ratio par l'inverse du second.

$$\frac{3}{2} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{3 \times 3}{2 \times 4} = \frac{9}{8}$$

Nous pouvons aussi obtenir l’intervalle entre deux ratios par le produit des termes opposés, entre le ratio le plus petit et le plus grand.

$$\frac{4}{3} \quad \frac{3}{2}$$

$$\frac{3 \times 3}{4 \times 2} = \frac{9}{8}$$

1.7.3 Intervalle complémentaire

Un intervalle dit « complémentaire » est l’intervalle qu’il faut ajouter à un ratio pour obtenir l’octave. Par exemple, 4/3 est l’intervalle complémentaire de 3/2, et inversement, puisque leur somme est 2/1. L’intervalle complémentaire d’un ratio dénominatif est le renversement de ce ratio traduit en dénominatif. Par exemple : pour trouver l’intervalle complémentaire du ratio 3/2, il faut le renverser pour obtenir 2/3, puis traduire 2/3 par son dénominatif 4/3, pour que (3/2) + (4/3) = 2/1 ; pour trouver l’intervalle complémentaire du ratio 5/4, il faut le renverser pour obtenir 4/5, puis traduire 4/5 par son dénominatif 8/5, pour que (5/4) + (8/5) = 2/1 ; etc.

1.8 Facteur de modulation

Le passage d’une tonalité à une autre se nomme « modulation ». L’intervalle entre deux tonalités correspond au « facteur de modulation ». Le facteur de modulation se désigne par un dénominatif précédé d’un signe multiplicateur, puisque, comme nous l’expliquerons dans cette section, le fondamental de la tonalité de départ doit être multiplié par le facteur de modulation pour parvenir au fondamental de la tonalité d’arrivée. Par exemple, le facteur de modulation entre les tonalités 4/3* et 8/5* est *6/5.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d’arrivée
4/3*	*6/5	8/5*

Tableau 1.25 : Modulation par un facteur *6/5

Tout comme la notation d’un accord en proportions [x : y : z] (cf. section 1.2.1), le facteur de modulation permet de créer un schéma pouvant être répliqué sans égards aux tonalités particulières impliquées. Le facteur de modulation exprime aussi l’harmonique commun à deux tonalités, le numérateur correspondant à l’harmonique de la tonalité de départ et le dénominateur à l’harmonique de la tonalité d’arrivée. Par exemple, le facteur de modulation *6/5 signifie qu'un harmonique d'identité 3 dans la tonalité de départ est un harmonique d'identité 5 dans la tonalité d'arrivée. Le facteur de modulation exprime donc de surcroît le degré de simplicité ou de complexité d'une relation tonale.

1.8.1 Calcul

Comme tout intervalle, le facteur de modulation s'obtient par une division, dans ce cas entre la tonalité d'arrivée et de départ, de façon à retracer l'écart parcouru. Comme nous l'avons vu précédemment (cf. section 1.7.2), cette opération peut être remplacée par le produit des termes opposés.

En prenant pour exemple le passage de la tonalité 4/3* à 8/5*,

$$\frac{4}{3} \rightarrow \frac{8}{5}$$

il faut simplifier les ratios en facteurs premiers pour faciliter l'opération de multiplication,

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{5}$$

obtenir le produit des termes opposés entre la tonalité de départ et d'arrivée

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{5}$$

$$\frac{3 \times 1}{1 \times 5} = \frac{3}{5}$$

et traduire le résultat en dénominatif.

$$\frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Le facteur de modulation qui permet de passer de la tonalité 4/3* à 8/5* est donc *6/5. La preuve peut être obtenue simplement en multipliant la tonalité de départ par le facteur de modulation (les ratios auraient pu être simplifiés en facteurs premiers pour faciliter cette opération),

$$\frac{4}{3} \quad \frac{6}{5}$$

$$\frac{4 \times 6}{3 \times 5} = \frac{24}{15}$$

puis, en traduisant le résultat en dénominatif.

$$\frac{24 \div 3}{15 \div 3} = \frac{8}{5}$$

Les sous-sections suivantes présentent, par cinq démonstrations, différentes approches permettant de visualiser rapidement les facteurs de modulation dans l'ensemble du réseau tonal[13]. Reprenons ci-dessous le tableau 1.18, qui servira aux démonstrations A, B et C.

1/	5/	7/	
1/1*	5/4*	7/4*	/1
8/5*		7/5*	/5
8/7*	10/7*		/7
16/11*	20/11*	14/11*	/11
16/13*	20/13*	14/13*	/13
32/17*	20/17*	28/17*	/17
32/19*	20/19*	28/19*	/19
32/23*	40/23*	28/23*	/23

Tableau 1.26 : Dénominatifs des tonalités d'ordres 1, 5 et 7

1.8.2 Démonstration A

En se rapportant au tableau 1.26 ci-dessus, décrivons les étapes de calcul pour passer de la tonalité 14/11* à la tonalité 1/1* :

— multiplier 14/11* par 11 pour arriver à 7/4*, donc, placer 11 en numérateur du facteur de modulation (11/) ;
— diviser 7/4* par 7 pour arriver à 1/1*, donc, placer 7 en dénominateur du facteur de modulation (/7) ;
— combiner les deux termes, 11/7, pour constituer le facteur de modulation *11/7.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d'arrivée
14/11*	*11/7	1/1*

Tableau 1.27 : Modulation par un facteur *11/7

[13] Une approche similaire peut éventuellement être utilisée pour visualiser l'intervalle entre n'importe quelles paires de ratios.

1.8.3 Démonstration B

Toujours en nous référant au tableau 1.26, décrivons les calculs pour trois possibilités de modulation par un facteur *10/7.

Possibilité 1 :

— multiplier 1/1* par 5 pour arriver à 5/4* ; donc, placer 5 en numérateur du facteur de modulation (5/) ;
— diviser 5/4* par 7 pour arriver à 10/7* ; donc, placer 7 en dénominateur du facteur de modulation (/7) ;
— combiner les deux termes, 5/7, pour obtenir le facteur de modulation *10/7.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d’arrivée
1/1*	*10/7	10/7*

Tableau 1.28 : Modulation par un facteur *10/7 (possibilité 1)

Possibilité 2 :

— multiplier 8/5* par 5 pour arriver à 1/1* ; donc, placer 5 en numérateur du facteur de modulation (5/) ;
— diviser 1/1* par 7 pour arriver à 8/7* ; donc, placer 7 en dénominateur du facteur de modulation (/7) ;
— combiner les deux termes, 5/7, pour obtenir le facteur de modulation *10/7.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d’arrivée
8/5*	*10/7	8/7*

Tableau 1.29 : Modulation par un facteur *10/7 (possibilité 2)

Possibilité 3 :

— multiplier 7/5* par 5 pour arriver à 7/4* ; donc, placer 5 en numérateur du facteur de modulation (5/) ;
— diviser 7/4* par 7 pour arriver à 1/1* ; donc, placer 7 en dénominateur du facteur de modulation (/7) ;
— combiner les deux termes, 5/7, pour obtenir le facteur de modulation *10/7.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d’arrivée
7/5*	*10/7	1/1*

Tableau 1.30 : Modulation par un facteur *10/7 (possibilité 3)

1.8.4 Démonstration C

Référons-nous une dernière fois au tableau 1.26. Décrivons le calcul pour la seule modulation possible par un facteur *25/16 :

— multiplier 8/5* par 5 pour arriver à 1/1* ; donc, 5 se trouve en numérateur du facteur de modulation (5/) ;
— multiplier 1/1* par 5 pour arriver à 5/4* ; donc, placer 5 en numérateur du facteur de modulation (5/) ;
— aucune division n'est requise ; donc, placer 1 en dénominateur du facteur de modulation (/1) ;
— rassembler les trois termes, (5*5)/1, pour obtenir le facteur de modulation *25/16.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d'arrivée
8/5*	*25/16	5/4*

Tableau 1.31 : Modulation par un facteur *25/16

Inversement, le passage de la tonalité 5/4* à 8/5* se réalise par le facteur de modulation *32/25, puisque 32/25 est l'intervalle complémentaire de 25/16.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d'arrivée
5/4*	*32/25	8/5*

Tableau 1.32 : Modulation par un facteur *32/25

1.8.5 Démonstration D

Référons-nous maintenant au tableau 1.22, qui présente le réseau tonal entier, pour visualiser les facteurs de modulation entre des tonalités impliquant le nombre 3.

Par exemple, pour calculer le facteur de modulation de la tonalité 1/1* à la tonalité 10/9*, il faut :

— multiplier 1/1* par 5 pour arriver à 5/4* ; donc, placer 5 en numérateur du facteur de modulation (5/) ;
— diviser 5/4* par 3^2 pour arriver à 10/9* ; donc, placer 3^2 en dénominateur du facteur de modulation (/3^2) ;
— combiner les deux termes, 5/3^2, pour constituer le facteur de modulation *10/9.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d'arrivée
1/1*	*10/9	10/9*

Tableau 1.33 : Modulation par un facteur *10/9

1.8.6 Démonstration E

Toujours en nous référant au tableau 1.22, décrivons le calcul d'une modulation par le facteur *24/17 :

- multiplier 4/3* par 3 pour arriver à 1/1* ; donc, placer 3 en numérateur du facteur de modulation (3/) ;
- diviser 1/1* par 17 pour arriver à 32/17* ; donc, placer 17 en dénominateur du facteur de modulation (/17) ;
- combiner les deux termes, 3/17, pour constituer le facteur de modulation *24/17.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d'arrivée
1/1*	*24/17	24/17*

Tableau 1.34 : Modulation par un facteur *24/17

Dans un cas similaire, voici une méthode rapide pour trouver un couple de tonalités générique associé à un facteur de modulation :

- le numérateur de la tonalité de départ et d'arrivée est l'identité 1 ;
- le numérateur du facteur de modulation équivaut au dénominateur de la tonalité de départ ;
- le dénominateur du facteur de modulation équivaut au dénominateur de la tonalité d'arrivée ;
- les tonalités se traduisent par leur dénominatif.

tonalité de départ	facteur de modulation	tonalité d'arrivée
1	*24/17	1
↓		↓
1/24	⟶	1/17
4/3*	⟶	32/17*

Tableau 1.35 : Couple de tonalités associé à un facteur de modulation *24/17

1.9 Calculs entre ratios (partie 2)

Nous savons que l'intervalle mélodique entre deux harmoniques d'une même tonalité correspond tout simplement à leur mise en relation sous forme de proportion. Par exemple, pour les harmoniques 6 et 7, l'intervalle mélodique ascendant se note 6 : 7 (+267 c) et l'intervalle mélodique descendant se note 7 : 6 (-267 c).

Pour obtenir l'intervalle mélodique entre deux harmoniques de tonalités différentes, il faut diviser l'harmonique d'arrivée par l'harmonique de départ (pour retracer l'écart parcouru). Comme nous l'avons vu précédemment (cf. section 1.7.2), l'opération de division peut être remplacée par le produit des termes opposés.

En prenant pour exemple l'intervalle entre l'harmonique 7 de la tonalité 4/3* et l'harmonique 6 de la tonalité 8/5*, il faut obtenir le dénominatif de l'harmonique de départ

$$4/3^{*}\,[7] = \frac{4}{3} \times \frac{7}{1} = \frac{7}{3}\,,\ \frac{7}{3 \times 2} = 7/6$$

et le dénominatif de l'harmonique d'arrivée

$$8/5^{*}\,[6] = \frac{8}{5} \times \frac{6}{1} = \frac{48}{5}\,,\ \frac{48 \div 2^{3}}{5} = 6/5$$

pour obtenir le produit des termes opposés entre les deux.

$$\frac{7}{6}\ \ \frac{6}{5} = \frac{6 \times 6}{5 \times 7} = \frac{36}{35}$$

Selon que l'intervalle mélodique est ascendant ou descendant, il sera noté 35 : 36 (+49 c) ou 36 : 35 (-49 c).

Si le facteur de modulation est connu, les dénominatifs des hauteurs de départ et d'arrivée peuvent être déduits des harmoniques correspondants, de la même façon que les couples de tonalités (cf. section 1.8.6) :

— les harmoniques de départ et d'arrivée demeurent en numérateur des ratios correspondants ;
— le numérateur du facteur de modulation équivaut au dénominateur du ratio de départ ;
— le dénominateur du facteur de modulation équivaut au dénominateur du ratio d'arrivée.

harmonique de départ	facteur de modulation	harmonique d'arrivée
7	*6/5	6

7/6 6/5

Tableau 1.36 : Hauteurs associées à un facteur de modulation *6/5

Voici un autre exemple avec les mêmes harmoniques de départ et d'arrivée, cette fois pour un enchaînement par le facteur de modulation *13/11 :

harmonique de départ	facteur de modulation	harmonique d'arrivée
7	*13/11	6

7/13 6/11

$$\frac{7}{13} \rightarrow \frac{6}{11}$$

$$\frac{7}{13} \times \frac{6}{11} = \frac{13 \times 6}{7 \times 11} = \frac{78}{77}$$

Tableau 1.37 : Intervalle mélodique associé à un facteur de modulation *13/11

Selon que l'intervalle mélodique est ascendant ou descendant, il sera noté 77 : 78 (+22 c) ou 78 : 77 (-22 c).

Conceptuellement, puisque toutes les notes du réseau tonal sont en rapports harmoniques entre elles, il existe un fondamental unique auquel elles se rapportent toutes. Pour reprendre le dernier exemple, l'intervalle 77 : 78 correspond à l'écart entre les hauteurs 14/13 et 12/11, mais aussi à celui entre les harmoniques 78 et 77 d'un fondamental 1 théorique. Ultimement, la distinction entre tonalité et réseau tonal résulte donc d'un choix d'analyse.

2. Notation

Le chapitre 2 décrit la façon d'exprimer les ratios de nombres entiers en symboles musicaux, notamment par l'entremise du système de notation musicale « Helmholtz-Ellis Just Intonation » (HEJI)[1]. Le système HEJI permet de représenter chaque identité de nombre premier par un symbole d'altération qui lui est propre, tout en accordant la prépondérance à l'identité 3. Avant de plonger dans l'étude de ces altérations (cf. sections 2.4 et 2.5), le lecteur débutant bénéficiera des explications suivantes au sujet du système conventionnel.

2.1 Écart de cents

Pour traduire les ratios de nombres entiers en notes de musique, il est possible de se référer au système musical occidental conventionnel, d'utiliser le nom de la note la plus proche et d'en préciser l'écart en cents. Combinons les tableaux 1.15 et 1.16 présentés précédemment.

note	*do*	*do♯* *ré♭*	*ré*	*ré♯* *mi♭*	*mi*	*fa*	*fa♯* *sol♭*	*sol*	*sol♯* *la♭*	*la*	*la♯* *si♭*	*si*	*do*
nombre irrationnel	1	$2^{1/12}$	$2^{1/6}$	$2^{1/4}$	$2^{1/3}$	$2^{5/12}$	$\sqrt{2}$	$2^{7/12}$	$2^{2/3}$	$2^{3/4}$	$2^{5/6}$	$2^{11/12}$	2
cents	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
ratio	1/1	17/16	9/8	19/16	5/4	21/16	23/16	3/2	8/5	27/16	7/4	15/8	2/1
cents	0	105	204	298	386	471	628	702	814	906	969	1088	1200

Tableau 2.1 : Comparaison entre nombres irrationnels et ratios

Par exemple, le ratio 9/8 mesure 204 cents ; la note conventionnelle la plus proche de ce ratio est *ré* ; 9/8 mesure 4 cents de plus que le *ré* conventionnel, tel que mesuré par un accordeur ; 9/8 sera donc noté *ré* +4. Sur la portée musicale, l'indication « +4 » s'ajoute au-dessus de la note *ré*.

[1] Ce système fut conçu par Marc Sabat et Wolgang von Schweinitz au début des années 2000 et mis à jour par Marc Sabat et Thomas Nicholson en 2020. Voir Nicholson et Sabat, 2020, ainsi que Nicholson, 2020.

Pour autre exemple, le ratio 5/4 mesure 386 cents ; la note conventionnelle la plus proche de ce ratio est *mi* ; 5/4 mesure 14 cents de moins que le *mi* conventionnel, tel que mesuré par un accordeur ; 5/4 sera donc noté *mi* -14. Sur la portée musicale, l'indication « -14 » s'ajoute au-dessous de la note *mi*.

Logiquement, aucun écart de cents ne dépasse ±50. Par exemple, si l'intonation de *mi* est haussée au-delà de 50 cents, la note de référence la plus près devient *fa*. Sur un accordeur, nous lirons donc *fa* -49, plutôt que *mi* +51.

Cette méthode a pour avantages d'être simple à comprendre, de permettre l'utilisation d'un accordeur pour évaluer la justesse d'une note jouée et de limiter l'utilisation de trop nombreux symboles. Elle a cependant pour désavantages de quantifier de façon abstraite un écart par rapport à une référence elle-même abstraite (car issue d'un nombre irrationnel), en plus de ne donner aucune information sur la fonction tonale de la note jouée. Aussi, l'accordeur qui serait utilisé pour comparer les écarts de cents manquera forcément de précision, en raison de la complexité du phénomène sonore.

Ainsi, les réflexes du musicien (entraîné à réagir à un symbole musical et à ajuster son intonation par rapport à un contexte tonal qu'il perçoit par lui-même) ne sont pas pris en compte de façon adéquate par cette méthode, qui doit donc être utilisée conjointement avec une autre.

2.2 Échelle diatonique

2.2.1 Diatonisme et chromatisme

Pour traduire les ratios de nombres entiers en notes de musique en tenant compte du contexte tonal, il faut approfondir notre compréhension du système musical occidental conventionnel. Voici de nouveau les douze notes de ce système.

note	*do*	*do♯* *ré♭*	*ré*	*ré♯* *mi♭*	*mi*	*fa*	*fa♯* *sol♭*	*sol*	*sol♯* *la♭*	*la*	*la♯* *si♭*	*si*	*do*

Tableau 2.2 : Les douze notes du système conventionnel

Les sept notes associées aux colonnes blanches représentent l'échelle diatonique. Les autres notes, associées aux colonnes grises, représentent des altérations chromatiques de l'échelle diatonique. Le dièse (♯) altère une note de 100 cents vers le haut ; le bémol (♭) altère une note de 100 cents vers le bas. Le double dièse (𝄪) ou le double bémol (𝄫), parfois nécessaires, altèrent une note de 200 cents. L'équivalence des notes chromatiques (comme *do♯* et *ré♭*) se nomme l'« enharmonie ». L'enharmonie est nécessaire pour préserver la relation diatonique des catégories d'intervalles, comme nous l'expliquerons plus tard (cf. section 2.3).

2.2.2 Ratios multiples de 3

Comme nous l'avons évoqué en introduction, les origines de ce que nous interprétons aujourd'hui comme l'échelle diatonique proviennent de la Grèce antique. En étudiant les proportions d'une corde vibrante, Pythagore (vers 590-494 av. J.-C.) aurait introduit les rapports de nombres entiers pour diviser l'octave (1 : 2) par un intervalle de quarte (3 : 4) et de quinte (2 : 3)[2]. Comme nous le savons, le nombre 3 permet de générer des notes, tandis que le nombre 2 permet de disposer ces notes à l'intérieur d'une octave pour créer une échelle.

Si nous attribuons arbitrairement à la note *fa* la valeur 1 et que nous multiplions sa fréquence par 3, 3^2, 3^3, etc., nous obtenons la séquence de notes suivantes.

note	*fa*	*do*	*sol*	*ré*	*la*	*mi*	*si*
facteur	*1	*3	$*3^{2}$	$*3^{3}$	$*3^{4}$	$*3^{5}$	$*3^{6}$

Tableau 2.3 : Notes diatoniques ordonnées en multiples de 3

Si la séquence était prolongée vers l'aigu, elle se reproduirait à l'identique en dièses ; puis, encore, en doubles dièses, puisque l'intervalle *si-fa♯* est équivalent à l'intervalle *fa-do*.

note	*fa*	*do*	*sol*	*ré*	*la*	*mi*	*si*	*fa♯*	*do♯*	*sol♯*	*ré♯*	*la♯*	*mi♯*	*si♯*	*fa𝄪*	...
facteur	*1	*3	$*3^{2}$	$*3^{3}$	$*3^{4}$	$*3^{5}$	$*3^{6}$	$*3^{7}$	$*3^{8}$	$*3^{9}$	$*3^{10}$	$*3^{11}$	$*3^{12}$	$*3^{13}$	$*3^{14}$	...

Tableau 2.4 : Notes diatoniques et transpositions chromatiques en dièse

Si la séquence était prolongée vers le grave, elle se reproduirait à l'identique en bémols ; puis, encore, en doubles bémols, puisque l'intervalle *si♭-fa* est équivalent à l'intervalle *fa-do*.

note	...	*si𝄫*	*fa♭*	*do♭*	*sol♭*	*ré♭*	*la♭*	*mi♭*	*si♭*	*fa*	*do*	*sol*	*ré*	*la*	*mi*	*si*
facteur	...	$/3^{8}$	$/3^{7}$	$/3^{6}$	$/3^{5}$	$/3^{4}$	$/3^{3}$	$/3^{2}$	/3	*1	*3	$*3^{2}$	$*3^{3}$	$*3^{4}$	$*3^{5}$	$*3^{6}$

Tableau 2.5 : Notes diatoniques et transpositions chromatiques en bémol

[2] Doty, 2002, p. 2.

Reprenons la séquence diatonique originale, en spécifiant cette fois : le rapport à la note de départ ; le dénominatif de ce rapport ; la valeur en cents du dénominatif.

note	*fa*	*do*	*sol*	*ré*	*la*	*mi*	*si*
facteur	*1	*3	*3^2	*3^3	*3^4	*3^5	*3^6
rapport	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{27}{1}$	$\frac{81}{1}$	$\frac{243}{1}$	$\frac{729}{1}$
dénominatif	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{81}{80}$	$\frac{243}{128}$	$\frac{729}{512}$
cents	0	702	204	906	408	1110	612

Tableau 2.6 : Valeurs des notes diatoniques multiples de 3, pour *fa* = 1/1

Si nous décidons arbitrairement que la valeur de la note *fa* est 1/3, plutôt que 1, nous obtenons les valeurs suivantes.

note	*fa*	*do*	*sol*	*ré*	*la*	*mi*	*si*
facteur	/3	*1	*3	*3^2	*3^3	*3^4	*3^5
rapport	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{27}{1}$	$\frac{81}{1}$	$\frac{243}{1}$
dénominatif	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{81}{80}$	$\frac{243}{128}$
cents	498	0	702	204	906	408	1110

Tableau 2.7 : Valeurs des notes diatoniques multiples de 3, pour *do* = 1/1

Si nous ordonnons cette dernière séquence en ordre croissant de cents, nous retrouvons l'ordre des notes que nous connaissons aujourd'hui.

note	*do*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*do*
ratio	$\frac{1}{1}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	$\frac{2}{1}$
cents	0	204	408	498	702	906	1110	1200

Tableau 2.8 : Échelle des notes diatoniques multiples de 3, partant de *do*

2.2.3 Ratios multiples de 5

Dans son ouvrage intitulé *Harmoniques*, Claude Ptolémée (vers 90-168 apr. J.-C.) décrit ce qu'il nomme le mode « diatonique tendu » par des proportions intégrant le nombre 5, en plus des nombres 2 et 3. Pour présenter ce mode, attribuons encore arbitrairement le ratio 1/1 à la note *do*. Nous constatons que les ratios des notes *mi*, *la* et *si* du mode ptoléméen diffèrent de ceux du mode pythagorien.

note	*do*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*do*
ratio	$\frac{1}{1}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{2}{1}$
cents	0	204	386	498	702	884	1088	1200

Tableau 2.9 : Échelle des notes diatoniques multiples de 3 et de 5, partant de *do*

Pour mieux étudier ce mode,

— disposons d'abord l'information à propos de chaque élément à l'intérieur d'une case, comme suit ;

ratio	note
cents	écart

Tableau 2.10 : Organisation des informations dans une case de tableau

— puis, disposons les multiples de 3 à l'horizontale et les multiples de 5 à la verticale, comme suit.

5	$\frac{5}{3}$ *la* 884 -16	$\frac{5}{4}$ *mi* 386 -14	$\frac{15}{8}$ *si* 1088 -12	
1	$\frac{4}{3}$ *fa* 498 -2	$\frac{1}{1}$ *do* 0 +0	$\frac{3}{2}$ *sol* 702 +2	$\frac{9}{8}$ *ré* 204 +4

Tableau 2.11 : Disposition des notes diatoniques en fonction des multiples de 3 et de 5

A posteriori, nous pouvons constater que ce mode est fondé sur ce qui est nommé, dans le système conventionnel, la « triade majeure » ; c'est-à-dire, en termes de rapports harmoniques, une triade composée des identités 1-3-5 :

— triade *do-mi-sol* ;

5	$\frac{5}{4}$ *mi* 386 -14	
1	$\frac{1}{1}$ *do* 0 +0	$\frac{3}{2}$ *sol* 702 +2

Tableau 2.12 : Triade *do-mi-sol*

— triade *fa-la-do* (soit la triade *do-mi-sol* multipliée par le sous-harmonique 3) ;

5	$\frac{5}{3}$ *la* 884 -16	
1	$\frac{4}{3}$ *fa* 498 -2	$\frac{1}{1}$ *do* 0 +0

Tableau 2.13 : Triade *fa-la-do*

— triade *sol-si-ré* (soit la triade *do-mi-sol* multipliée par l'harmonique 3).

5	$\frac{15}{8}$ *si* 1088 -12	
1	$\frac{3}{2}$ *sol* 702 +2	$\frac{9}{8}$ *ré* 204 +4

Tableau 2.14 : Triade *sol-si-ré*

2.2.4 Différence d'intonation

Combinons dans un même tableau les ratios multiples de 3 et 5. Pour les notes *la*, *mi* et *si*, deux intonations différentes sont possibles, selon qu'elles correspondent à une identité 3 ou 5.

5				$\frac{5}{3}$ *la* 884 -16	$\frac{5}{4}$ *mi* 386 -14	$\frac{15}{8}$ *si* 1088 -12	
1	$\frac{4}{3}$ *fa* 498 -2	$\frac{1}{1}$ *do* 0 +0	$\frac{3}{2}$ *sol* 702 +2	$\frac{9}{8}$ *ré* 204 +4	$\frac{27}{16}$ *la* 906 +6	$\frac{81}{64}$ *mi* 408 +8	$\frac{243}{128}$ *si* 1110 +10

Tableau 2.15 : Différences d'intonation entre les notes *la*, *mi* et *si* en fonction de leur identité

Ces différences se reproduisent à mesure que des notes sont ajoutées. Par exemple, *fa*♯ comme identité 5 de *ré* diffèrerait de *fa*♯ comme identité 3 de *si*, etc.

5					$\frac{5}{3}$ *la* 884 -16	$\frac{5}{4}$ *mi* 386 -14	$\frac{15}{8}$ *si* 1088 -12	$\frac{45}{32}$ ♯*fa* 590 -10
1	$\frac{4}{3}$ *fa* 498 -2	$\frac{1}{1}$ *do* 0 +0	$\frac{3}{2}$ *sol* 702 +2	$\frac{9}{8}$ *ré* 204 +4	$\frac{27}{16}$ *la* 906 +6	$\frac{81}{64}$ *mi* 408 +8	$\frac{243}{128}$ *si* 1110 +10	$\frac{729}{512}$ ♯*fa* 612 +12

Tableau 2.16 : Différence d'intonation pour la note *fa*♯ en fonction de son identité

De la fin du 18e siècle au milieu du 19e siècle, la division de l'octave en douze parties égales s'est progressivement imposée en Occident comme solution pour faire abstraction de ces différences d'intonation. Ainsi, à une note correspond une seule intonation :

— une seule valeur de 900 cents vaut à la fois pour *la* = 5/3 (884 c) et *la* = 27/16 (906 c) ;
— une seule valeur de 400 cents vaut à la fois pour *mi* = 5/4 (386 c) et *mi* = 81/64 (408 c) ;
— une seule valeur de 1100 cents vaut à la fois pour *si* = 15/8 (1088 c) et *si* = 243/128 (1110 c) ;
— etc.

En procédant de cette façon, l'intonation des identités 5 est légèrement haussée, tandis que celle des identités 3 est très légèrement abaissée. La symétrie du système obtenu permet de transposer la triade majeure sur chacune des douze notes en préservant toujours exactement les mêmes grandeurs d'intervalles, sans causer d'écart trop grand avec le rapport de nombres entiers sous-entendu. Cette quasi-équivalence entre les notes générées par les nombres premiers 2, 3 et 5 tient au hasard mathématique suivant : théoriquement, 3 étant un nombre premier, multiplier une fréquence par 3 à l'infini génère une infinité de notes différentes. Or, multiplier une fréquence par 3 à douze répétitions (3^{12}) produit douze notes dont la dernière se trouve très près de l'une des octaves de la fréquence de départ. En effet, multiplier une fréquence par 3 à douze répétitions produit un intervalle à peine plus grand si l'on multiplie cette même fréquence par 2 à dix-neuf répétitions, tel que l'illustrent les calculs mathématiques suivants :

$1*3^{12} = 531\,441 \approx 1*2^{19} = 524\,288$

ou

$(3/2)^{12} = 129{,}746... \approx (2/1)^{7} = 128$

Par ailleurs, multiplier une fréquence par 3 à quatre répétitions (3^4) produit une note qui s'approche de l'identité 5 de la fréquence de départ. En effet, multiplier une fréquence par 3/2 à quatre répétitions produit un intervalle un peu plus grand que si l'on multiplie cette même fréquence par 5, tel que l'illustrent les calculs mathématiques suivants :

$1*(3/2)^4 = 5{,}0625 \approx 1*5 = 5$

ou

$3^4 = 81 \approx 5*2^4 = 80$

Logiquement, diviser l'octave en douze parties égales génère douze notes ayant entre elles : douze intervalles parfaits de 1∶2 ; douze intervalles à peine plus petits que 2∶3 ; douze intervalles un peu plus grands que 4∶5.

Le système de notation que nous adoptons diffère de cette approche. Nous nous référons aux ratios multiples de 3 et à leurs altérations traditionnelles pour générer les notes ; puis, nous utilisons des altérations spécifiques pour préciser l'intonation de ces mêmes notes en fonction de leur identité (5, 7, 11, etc.). Pour comprendre quelle note choisir en fonction de l'identité, il faut une fois de plus revenir à l'étude de l'échelle diatonique, cette fois pour comprendre la dénomination de ses intervalles.

2.3 Intervalles diatoniques

2.3.1 Nomenclature

Un degré est attribué à chacune des sept notes de l'échelle diatonique. Le nombre de degrés impliqués dans un intervalle donné détermine le nom de cet intervalle. L'échelle porte le nom de son premier degré. Ainsi, pour l'échelle diatonique de *do*, on constate que

— l'intervalle *do-ré* implique deux degrés, se nomme donc « seconde » et mesure 200 cents (200 c - 0 c = 200 c) ;
— l'intervalle *do-mi* implique trois degrés, se nomme donc « tierce » et mesure 400 cents (400 c - 0 c = 400 c) ;
— etc.

note	*do*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*do*
degré	1	2	3	4	5	6	7	8
intervalle	prime	seconde	tierce	quarte	quinte	sixte	septième	octave
cents	0	200	400	500	700	900	1100	1200

Tableau 2.17 : Catégories d'intervalles diatoniques en fonction du degré de l'échelle

Cependant,

— l'intervalle *mi-fa* implique deux degrés, se nomme également « seconde » et mesure pourtant 100 cents (500 c - 400 c = 100 c) ;
— l'intervalle *mi-sol* implique trois degrés, se nomme également « tierce » et mesure pourtant 300 cents (700 c - 400 c = 300 c) ;
— etc.

Des intervalles de même nom diffèrent de grandeur. Ceci se produit à plusieurs endroits dans l'échelle et génère une variété d'intervalles de qualités différentes. Le tableau 2.18 présente, en miroir, les intervalles du système conventionnel que nous utilisons.

Les intervalles s'inversent ainsi : prime/octave ; seconde/septième ; tierce/sixte ; quarte/quinte. Les qualités s'inversent suivant le même principe : majeure/mineure ; augmentée/diminuée. Donc, l'inversion d'une tierce mineure (*mi-sol*) correspond à une sixte majeure (*sol-mi*) ; l'inversion d'une quarte augmentée (*do-fa♯*) correspond à une quinte diminuée (*fa♯-do*) ; etc.

<table>
<tr><th>intervalle</th><th>qualité</th><th>cents</th></tr>
<tr><td rowspan="2">prime</td><td>juste</td><td>0</td></tr>
<tr><td>augmentée</td><td rowspan="2">100</td></tr>
<tr><td rowspan="2">seconde</td><td>mineure</td></tr>
<tr><td>majeure</td><td>200</td></tr>
<tr><td rowspan="2">tierce</td><td>mineure</td><td>300</td></tr>
<tr><td>majeure</td><td rowspan="2">400</td></tr>
<tr><td rowspan="3">quarte</td><td>diminuée</td></tr>
<tr><td>juste</td><td>500</td></tr>
<tr><td>augmentée</td><td rowspan="2">600</td></tr>
<tr><td rowspan="3">quinte</td><td>diminuée</td></tr>
<tr><td>juste</td><td>700</td></tr>
<tr><td>augmentée</td><td rowspan="2">800</td></tr>
<tr><td rowspan="2">sixte</td><td>mineure</td></tr>
<tr><td>majeure</td><td>900</td></tr>
<tr><td rowspan="2">septième</td><td>mineure</td><td>1000</td></tr>
<tr><td>majeure</td><td rowspan="2">1100</td></tr>
<tr><td rowspan="2">octave</td><td>diminuée</td></tr>
<tr><td>juste</td><td>1200</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>cents</th><th>qualité</th><th>intervalle</th></tr>
<tr><td>1200</td><td>juste</td><td rowspan="2">octave</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1100</td><td>diminuée</td></tr>
<tr><td>majeure</td><td rowspan="2">septième</td></tr>
<tr><td>1000</td><td>mineure</td></tr>
<tr><td>900</td><td>majeure</td><td rowspan="2">sixte</td></tr>
<tr><td rowspan="2">800</td><td>mineure</td></tr>
<tr><td>augmentée</td><td rowspan="3">quinte</td></tr>
<tr><td>700</td><td>juste</td></tr>
<tr><td rowspan="2">600</td><td>diminuée</td></tr>
<tr><td>augmentée</td><td rowspan="3">quarte</td></tr>
<tr><td>500</td><td>juste</td></tr>
<tr><td rowspan="2">400</td><td>diminuée</td></tr>
<tr><td>majeure</td><td rowspan="2">tierce</td></tr>
<tr><td>300</td><td>mineure</td></tr>
<tr><td>200</td><td>majeure</td><td rowspan="2">seconde</td></tr>
<tr><td rowspan="2">100</td><td>mineure</td></tr>
<tr><td>augmentée</td><td rowspan="2">prime</td></tr>
<tr><td>0</td><td>juste</td></tr>
</table>

Tableau 2.18 : Liste des intervalles diatoniques et de leurs qualités

En préservant la même note de départ, l'inversion de l'intervalle équivaut à changer sa direction (ascendante ou descendante). Donc : à partir de *mi*, l'intervalle de tierce mineure ascendante est *mi-sol*, et l'intervalle de tierce mineure descendante (ou de sixte majeure ascendante) est *mi-do*♯ ; à partir de *do*, l'intervalle de quarte augmentée ascendante est *do-fa*♯, et l'intervalle de quarte augmentée descendante (ou de quinte diminuée ascendante) *do-sol*♯ ; etc.

Tout intervalle qui dépasse l'octave est dit « redoublé ». Par exemple, 1 : 4 est une « octave redoublée ». Le même principe s'applique pour les secondes, tierces, etc.

2.3.2 Démonstrations

Présentons à nouveau le tableau 1.15 :

note	*do*	*do♯* *ré♭*	*ré*	*ré♯* *mi♭*	*mi*	*fa*	*fa♯* *sol♭*	*sol*	*sol♯* *la♭*	*la*	*la♯* *si♭*	*si*	*do*
cents	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200

Tableau 2.19 : Valeurs résultant de la division de l'octave en douze parties égales

Par exemple, trouvons quelle note représente la tierce mineure de *ré♯*. Pour ce faire, impliquons les trois degrés de l'échelle diatonique concernés : *ré, mi, fa*. Nous savons que la tierce de *ré* porte le nom *fa*, peu importe les altérations impliquées. Pour nous assurer de la bonne altération de *fa* par rapport à *ré♯* pour former une tierce mineure, additionnons la valeur en cents d'une tierce mineure (300 c) à la valeur en cents de *ré♯* (300 c) : 300 c + 300 c = 600 c. La valeur de 600 cents est *fa#* ou *sol♭*. Nous savons que la bonne notation est *fa#*. La tierce mineure de *ré♯* est *fa♯*.

Pour autre exemple, trouvons de quelle note *sol* est la tierce majeure. Pour ce faire, soustrayons la valeur en cents de *sol* (700 c) à la valeur en cents d'une tierce majeure (400 c) : 700 c - 400 c = 300 c. La valeur 300 cents correspond à la note *mi♭*. *Sol* est donc la tierce majeure de *mi♭*. Pour nous en assurer, nous constatons que l'intervalle implique bien trois degrés diatoniques (*mi, fa, sol*).

2.3.3 Intervalle des identités

Dans le système de notation que nous adoptons, chaque identité de nombre premier correspond à un intervalle diatonique spécifique.

identité de nombre premier	intervalle diatonique à altérer
23	quarte augmentée
19	tierce mineure
17	prime augmentée
13	sixte majeure
11	quarte juste
7	septième mineure
5	tierce majeure
3	quinte juste

Tableau 2.20 : Catégorie d'intervalle en fonction de l'identité

Pour simplifier, considérons toujours que l'intervalle d'un fondamental à un harmonique est ascendant, tandis que l'intervalle d'un harmonique au fondamental est descendant. Par exemple, l'intervalle du fondamental 1 à l'harmonique 5 correspond à une tierce majeure ascendante, 1 : 5, ou 4 : 5 ; l'intervalle de l'harmonique 1 au fondamental 1/5 correspond à une tierce majeure descendante, 5 : 1, ou 5 : 4.

Après avoir déterminé l'intervalle diatonique et sa note correspondante en fonction de l'identité à représenter, une altération doit en modifier l'intonation.

2.4 Altérations

Le tableau suivant résume tous les symboles d'altération que nous utilisons et leur valeur.

identité	symbole					ratio		cents
49/						$(64:63)^2$	$(3^2*7/1)^2$	-55
25/						$(81:80)^2$	$(3^4/5)^2$	-43
23/						729:736	$3^6/23$	+17
19/						512:513	$1/3^3*19$	+3
17/						2187:2176	$3^7/2^7*17$	-9
13/						27:26	$3^3/13$	-65
11/						33:32	$3*11/1$	+53
7/						64:63	$1/3^2*7$	-27
5/						81:80	$3^4/5$	-22
3/	𝄫	♭	♮	♯	𝄪	2048:2187	$2^{11}/3^7$	+114
/3						2187:2048	$3^7/2^{11}$	-114
/5						80:81	$5/3^4$	+22
/7						63:64	$3^2*7/1$	+27
/11						33:32	$3*11/1$	-53
/13						26:27	$13/3^3$	+65
/17						2187:2176	$3^7/2^7*17$	+9
/19						513:512	$3^3*19/1$	-3
/23						736:729	$23/3^6$	-17

Tableau 2.21 : Tableau synthèse des symboles d'altérations limite-23 du système HEJI

Avant de présenter chacune de ces altérations dans les sous-sections qui suivent, voici quelques considérations d’ordre général au sujet du système de notation que nous utilisons dans le *Traité*.

Le tableau précédent nous permet de constater que chaque identité possède une altération harmonique et sous-harmonique spécifique. Les altérations bémol et dièse deviennent des altérations « limite-3 » en ne faisant référence qu’aux ratios multiples de 3. En effet, comme nous l’avons vu en étudiant l’échelle diatonique et chromatique, le nombre 3 est suffisant pour générer les notes et les altérations conventionnelles ; il est donc logique que les altérations limite-5 à limite-23 ne fassent qu’en modifier l’intonation.

Les notes générées par les multiples de 3 ont cette particularité, par rapport aux douze notes du système conventionnel : plus elles « montent » vers les dièses, plus l’écart positif de cents est grand[3] ; plus elles « descendent » vers les bémols, plus l’écart négatif de cents est grand. Pour le constater, voici un exemple par rapport à la hauteur génératrice *la* = 1/1 :

note	...	*la♭*	*mi♭*	*si♭*	*fa*	*do*	*sol*	*ré*	*la*	*mi*	*si*	*fa♯*	*do♯*	*sol♯*	*ré♯*	*la♯*	...
dénominatif	...	4096/2187	1024/729	256/243	128/81	32/27	16/9	4/3	1/1	3/2	9/8	27/16	81/64	243/128	729/512	2187/2048	...
cents	...	1086	588	90	792	294	996	498	0	702	204	906	408	1110	612	114	...
écart	...	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	+0	+2	+4	+6	+8	+10	+12	+14	...

Tableau 2.22 : Écart croissant des cents pour les notes multiples de 3

Si bien que l’enharmonie au sens conventionnel n’existe plus. On le constate aisément en comparant, par exemple, les notes *sol♯* +10 et *la♭* -14. Conséquemment, chaque hauteur possède une notation unique.

[3] L'écart en cents réfère toujours à la division de l'octave en douze parties égales ; il s'applique donc toujours à la note altérée considérée dans ce système (et peu importe les altérations limite-5 à limite-23 qui peuvent s'ajouter ensuite). Suivant leurs logiques respectives, il peut se produire que la note altérée par un symbole diffère de la note équivalente en écart cents. Dans ce cas, l’écart de cents est accompagné du nom de la note tel qu’il apparaîtrait sur un accordeur.

En conjonction avec les symboles d'altérations, le nom des notes est symbolisé par une lettre, selon le système anglo-saxon conventionnel.

symbole	A	B	C	D	E	F	G
note	*la*	*si*	*do*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*

Tableau 2.23 : Dénomination des notes par leur symbole anglo-saxon

Dans les sous-sections qui suivent, nous utiliserons un modèle de tableau spécifique (cf. section 2.2.3) qui sera également repris pour présenter toutes les notes du réseau tonal aux chapitres 4 et 5. Rappelons comment est construit ce modèle.

Premièrement, l'information à propos de chaque harmonique est disposée à l'intérieur d'une case.

ratio	note
cents	écart

Tableau 2.24 : Organisation des informations dans une case de tableau

Deuxièmement, les cases des harmoniques multiples de 3 sont ordonnées de gauche à droite, comme dans l'exemple ci-dessous.

$\frac{4}{3}$	♮D	$\frac{1}{1}$	♮A	$\frac{3}{2}$	♮E
498	-2	0	+0	702	+2

Tableau 2.25 : Cases ordonnées de gauche à droite en multiples de 3

Troisièmement, les cases des harmoniques premiers multiples de 5 à 23 se superposent de bas en haut, comme dans l'exemple ci-dessous.

5	
1	

Tableau 2.26 : Cases ordonnées de bas en haut en multiples de 5

2.4.1 Identité 3

Les symboles d’altération limite-3 sont le bémol, le dièse et le bécarre. Le bécarre (♮) est l’altération « neutre » utilisée pour préciser que la note n’est ni bémol ni dièse.

identité	symbole				
3	𝄫	♭	♮	♯	𝄪

Tableau 2.27 : Symboles d’altération de l’identité 3

Les altérations bémol et dièse, lorsqu’elles sont relatives aux multiples de 3 et non plus à des nombres irrationnels, ont une valeur de 114 cents, plutôt que 100 cents. Par exemple, la différence d’intonation entre les deux notes *la* +0 = 1/1 (0 c) et *la*♯ +14 = 2187/2048 (114 c) correspond à l’intervalle 2048 : 2187 (+114 c), dont les facteurs sont $2^{11}/3^{7}$.

L’altération dièse hausse l’intonation de 114 cents.

1	$\frac{1}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{243}{128}$	$\frac{729}{512}$	$\frac{2187}{2048}$
	♮A	♮E	♮B	♯F	♯C	♯G	♯D	♯A
	0	702	204	906	408	1110	612	114
	+0	+2	+4	+6	+8	+10	+12	+14

Tableau 2.28 : Altération dièse (limite-3)

En inversant la direction de la comparaison, la différence d’intonation entre les deux notes *la* +0 = 1/1 (0 c) et *la*♭ -14 = 4096/2187 (1086 c) correspond à l’intervalle 2187 : 2048 (-114 c), dont les facteurs sont $3^{7}/2^{11}$.

L’altération bémol abaisse l’intonation de 114 cents.

1	$\frac{4096}{2187}$	$\frac{1024}{729}$	$\frac{256}{243}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{1}$
	♭A	♭E	♭B	♮F	♮C	♮G	♮D	♮A
	1086	588	90	792	294	996	498	0
	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	+0

Tableau 2.29 : Altération bémol (limite-3)

2.4.2 Identité 5

Le symbole d'altération limite-5 est une flèche pointant vers le haut ou vers le bas s'attachant à un symbole d'altération limite-3.

identité	symbole				
5/	𝄫↓	♭↓	♮↓	♯↓	𝄪↓
/5	𝄫↑	♭↑	♮↑	♯↑	𝄪↑

Tableau 2.30 : Symboles d'altération de l'identité 5

L'intervalle diatonique correspondant à l'identité 5 est la tierce majeure. Pour une note qui serait *la*, la tierce majeure ascendante est *do♯*. La différence d'intonation entre les deux notes *do♯* +8 = 81/64 (408 c) limite-3 et *do♯* -14 = 5/4 (386 c) limite-5 correspond à l'intervalle 81 : 80 (-22 c), dont les facteurs sont $3^4/5$.

L'altération de l'harmonique 5 abaisse l'intonation de l'altération limite-3 de 22 cents.

5	5/4 ♯↓C 386 -14	15/8 ♯↓G 1088 -12	45/32 ♯↓D 590 -10		
1	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4	27/16 ♯F 204 +6	81/64 ♯C 204 +8

Tableau 2.31 : Altération de l'harmonique 5

En inversant l'intervalle, la tierce majeure descendante de *la* est *fa*. La différence d'intonation entre les deux notes *fa* -8 = 128/81 (792 c) limite-3 et *fa* +14 = 8/5 (814 c) limite-5 correspond à l'intervalle 80 : 81 (+22 c), dont les facteurs sont $5/3^4$. L'altération du sous-harmonique 5 hausse l'intonation de l'altération limite-3 de 22 cents.

5	128/81 ♮F 792 -8	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0
1	512/405 ♭↑D 406 +6	256/135 ♭↑A 1108 +8	64/45 ♭↑E 610 +10	16/15 ♭↑B 112 +12	8/5 ♮↑F 814 +14

Tableau 2.32 : Altération du sous-harmonique 5

De la même façon que les altérations limite-3 (telles que le double dièse ou le double bémol), les altérations limite-5 peuvent se cumuler entre elles.

identité	symbole				
25/	𝄫⇊	♭⇊	♮⇊	♯⇊	𝄪⇊

Tableau 2.33 : Cumul du symbole d’altération de l’harmonique 5 avec lui-même

2.4.3 Identité 7

Le symbole d’altération limite-7 s’apparente à la forme graphique « 7 » orientée vers le haut ou vers le bas.

identité	symbole				
7/	˪𝄫	˪♭	˪	˪♯	˪𝄪
/7	˹𝄫	˹♭	˹	˹♯	˹𝄪

Tableau 2.34 : Symboles d’altération de l’identité 7

L’intervalle diatonique correspondant à l’identité 7 est la septième mineure. Pour une note qui serait *la*, la septième mineure ascendante est sol. La différence d’intonation entre les deux notes *sol* -4 = 16/9 (996 c) limite-3 et *sol* -31 = 7/4 (969 c) limite-7 correspond à l’intervalle 64 : 63 (-27 c), dont les facteurs sont $1/3^2*7$.

L’altération de l’harmonique 7 abaisse l’intonation de l’altération limite-3 de 27 cents.

7	14/9	˪F	7/6	˪C	7/4	˪G
	765	-35	267	-33	969	-31
1	16/9	♮G	4/3	♮D	1/1	♮A
	996	-4	498	-2	0	+0

Tableau 2.35 : Altération de l'harmonique 7

En inversant l'intervalle, la septième mineure descendante de la est *si*. La différence d'intonation entre les deux notes *si* +4 = 9/8 (204 c) limite-3 et *si* +31 = 8/7 (231 c) limite-7 correspond à l'intervalle 63 : 64 (+27 c), dont les facteurs sont 3^2*7/1.

L'altération du sous-harmonique 7 hausse l'intonation de l'altération limite-3 de 27 cents.

7	1/1	♮A	3/2	♮E	9/8	♮B
	0	+0	702	+2	204	+4
1	8/7	B	12/7	♯F	9/7	♯C
	231	+31	933	+33	435	+35

Tableau 2.36 : Altération du sous-harmonique 7

De la même façon que les altérations limite-3 et limite-5, les altérations limite-7 peuvent se cumuler entre elles.

identité	symbole				
49/	♭♭	♭	♮	♯	𝄪

Tableau 2.37 : Cumul du symbole d'altération de l'harmonique 7 avec lui-même

2.4.4 Identité 11

Les symboles d'altération limite-11 s'apparentent à un dièse incomplet ou à un bémol inversé.

identité	symbole				
11/	♭♭	♭	♮	♯	𝄪
/11	♭♭	♭	♮	♯	𝄪

Tableau 2.38 : Symboles d'altération de l'identité 11

L'intervalle diatonique correspondant à l'identité 11 est la quarte juste. Pour une note qui serait *la*, la quarte juste ascendante est *ré*. La différence d'intonation entre les deux notes *ré* -2 = 4/3 (498 c) limite-3 et *ré* +51 = 11/8 (551 c) limite-11 correspond à l'intervalle 32 : 33 (+53 c), dont les facteurs sont 1/3*11.

L'altération de l'harmonique 11 hausse l'intonation de l'altération limite-3 de 53 cents.

11	11/6	𝄲G	11/8	𝄲D
	1049	+49	551	D♯-49
1	4/3	♮D	1/1	♮A
	498	-2	0	+0

Tableau 2.39 : Altération de l'harmonique 11

En inversant l'intervalle, la quarte juste descendante de *la* est *mi*. La différence d'intonation entre les deux notes *mi* +2 = 3/2 (702 c) limite-3 et *mi* -51 = 16/11 (649 c) limite-11 correspond à l'intervalle 33 : 32 (-53 c), dont les facteurs sont 3*11/1.

L'altération du sous-harmonique 11 abaisse l'intonation de l'altération limite-3 de 53 cents.

11	1/1	♮A	3/2	♮E
	0	+0	702	+2
1	16/11	𝄳E	12/11	𝄳B
	649	E♭+49	151	-49

Tableau 2.40 : Altération du sous-harmonique 11

2.4.5 Identité 13

Les symboles d'altération limite-13 s'apparentent à ceux de l'altération limite-11. Ils y additionnent une branche pour représenter une valeur plus grande.

identité	symbole				
13/	𝄳𝄫	𝄳♭	𝄳	𝄳♯	𝄳𝄪
/13	𝄲𝄫	𝄲♭	𝄲	𝄲♯	𝄲𝄪

Tableau 2.41 : Symboles d'altération de l'identité 13

L’intervalle diatonique correspondant à l’identité 13 est *la* sixte majeure. Pour une note qui serait *la*, la sixte majeure ascendante est *fa*. La différence d’intonation entre les deux notes *fa♯* +6 = 27/16 (906 c) limite-3 et *fa♯* -59 = 13/8 (841 c) limite-13 correspond à l’intervalle 27 : 26 (-65 c), dont les facteurs sont 3^3/13.

L’altération de l’harmonique 13 abaisse l’intonation de l’altération limite-3 de 65 cents.

13	13/8 𝄳♯F 841 F+41	39/32 𝄳♯C 342 C+42	117/64 𝄳♯G 1044 G+44	
1	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4	27/16 ♯F 906 +6

Tableau 2.42 : Altération de l’harmonique 13

En inversant l’intervalle, la sixte majeure descendante de *la* est *do*. La différence d’intonation entre les deux notes *do* -6 = 32/27 (294 c) limite-3 et *do* +59 = 16/13 (359 c) limite-13 correspond à l’intervalle 26 : 27 (+65 c), dont les facteurs sont 13/3^3.

L’altération du sous-harmonique 13 hausse l’intonation de l’altération limite-3 de 65 cents.

13	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0
1	512/351 ♯♭E 654 E-46	128/117 ♯♭B 156 B-44	64/39 ♯F 858 F#-42	16/13 ♯C 359 C#-41

Tableau 2.43 : Altération du sous-harmonique 13

2.4.6 Identité 17

Le symbole d'altération limite-17 est composé de deux courtes lignes obliques orientées vers le haut ou vers le bas.

identité	symbole				
17/	⟍♭♭	⟍♭	⟍	⟍♯	⟍𝄪
/17	⟋♭♭	⟋♭	⟋	⟋♯	⟋𝄪

Tableau 2.44 : Symboles d'altération de l'identité 17

L'intervalle diatonique correspondant à l'identité 17 est la prime augmentée. Pour une note qui serait *la*, la prime augmentée ascendante est *la♯*. La différence d'intonation entre les deux notes *la♯* +14 = 2187/2048 (114 c) limite-3 et *la♯* +5 = 17/16 (105 c) limite-17 correspond à l'intervalle 2187 : 2176 (-9 c), dont les facteurs sont $3^7/17$.

L'altération de l'harmonique 17 abaisse l'intonation de l'altération limite-3 de 9 cents.

17	17/16 ⟍♯A 105 +5	51/32 ⟍♯E 807 +7	153/128 ⟍♯B 309 +9					
1	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4	27/16 ♯F 906 +6	81/64 ♯C 408 +8	243/128 ♯G 1110 +10	729/512 ♯D 612 +12	2187/2048 ♯A 114 +14

Tableau 2.45 : Altération de l'harmonique 17

En inversant l'intervalle, la prime augmentée descendante de *la* est *la♭*. La différence d'intonation entre les deux notes *la♭* -14 = 4096/2187 (1086 c) limite-3 et *la♭* -5 = 32/17 (1095 c) limite-17 correspond à l'intervalle 2176 : 2187 (+9 c), dont les facteurs sont $17/3^7$.

L'altération du sous-harmonique 17 hausse l'intonation de l'altération limite-3 de 9 cents.

17	4096/2187 ♭A 1086 -14	1024/729 ♭E 588 -12	256/243 ♭B 90 -10	128/81 ♮F 792 -8	32/27 ♮C 294 -6	16/3 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0
1					512/459 ⟋♭C 189 B-11	256/153 ⟋♭G 891 -9	64/51 ⟋♭D 393 -7	32/17 ⟋♭A 1095 -5

Tableau 2.46 : Altération du sous-harmonique 17

2.4.7 Identité 19

Le symbole d'altération limite-19 s'apparente à celui de l'altération 17. Il lui soustrait une ligne oblique pour représenter une valeur plus petite.

identité	symbole				
19/	/𝄫	/♭	/	/♯	/𝄪
/19	\𝄫	\♭	\	\♯	\𝄪

Tableau 2.47 : Symboles d'altération de l'identité 19

L'intervalle diatonique correspondant à l'identité 19 est la tierce mineure. Pour une note qui serait *la*, la tierce mineure ascendante est *do*. La différence d'intonation entre les deux notes *do* -6 = 32/27 (294 c) limite-3 et *do* -2 = 19/16 (298 c) limite-19 correspond à l'intervalle 512 : 513 (+3 c), dont les facteurs sont $1/3^3*19$.

L'altération de l'harmonique 19 hausse l'intonation de l'altération limite-3 de 3 cents[4].

19	38/27	/♭E	19/18	/♭B	19/12	/F	19/16	/C
	592	-8	94	-6	796	-4	298	-2
1	32/27	♮C	16/9	♮G	4/3	♮D	1/1	♮A
	294	-6	996	-4	498	-2	0	+0

Tableau 2.48 : Altération de l'harmonique 19

En inversant l'intervalle, la tierce mineure descendante de *la* est *fa*♯. La différence d'intonation entre les deux notes *fa*♯ +6 = 27/16 (906 c) limite-3 et *fa*♯ +2 = 32/19 (902 c) limite-19 correspond à l'intervalle 513 : 512 (-3 c), dont les facteurs sont $3^3*19/1$.

[4] La différence entre 32/27 (294 c) et 19/16 (298 c) semble être de 4 cents, mais elle correspond bel et bien à l'intervalle 512 : 513, qui mesure 3 cents. Ceci est dû à l'arrondissement des valeurs, lesquelles sont, plus précisément : 32/27 (294.1 c), 19/16 (297.5 c) et 512 : 513 (3.4 c).

L’altération du sous-harmonique 19 abaisse l’intonation de l’altération limite-3 de 3 cents.

19	1/1	♮A	3/2	♮E	9/8	♮B	27/16	♯F
	0	+0	702	+2	204	+4	906	+6
1	32/19	↘♯F	24/19	↘♯C	36/19	↘♯G	27/19	↘♯D
	902	+2	404	+4	1106	+6	608	+8

Tableau 2.49 : Altération du sous-harmonique 19

2.4.8 Identité 23

Le symbole d’altération limite-23 est une flèche orientée vers le haut ou vers le bas.

identité	symbole				
23/	↑𝄫	↑♭	↑	↑♯	↑𝄪
/23	↓𝄫	↓♭	↓	↓♯	↓𝄪

Tableau 2.50 : Symboles d’altération de l’identité 23

L’intervalle diatonique correspondant à l’identité 23 est la quarte augmentée. Pour une note qui serait *la*, la quarte augmentée ascendante est *ré♯*. La différence d’intonation entre les deux notes *ré♯* +12 = 729/512 (612 c) limite-3 et *ré♯* +28 = 23/16 (628 c) limite-23 correspond à l’intervalle 729 : 736 (+17 c), dont les facteurs sont $3^6/23$.

L’altération de l’harmonique 23 hausse l’intonation de l’altération limite-3 de 17 cents[5].

23	23/16	↑♯D	69/64	↑♯A	207/128	↑♯E								
	628	+28	130	+30	832	+32								
1	1/1	♯A	3/2	♮E	9/8	♮B	27/16	♯F	81/64	♯C	243/128	♯G	729/512	♯D
	0	+0	702	+2	204	+4	906	+6	408	+8	1110	+10	612	+12

Tableau 2.51 : Altération de l’harmonique 23

[5] La différence entre 729/512 (612 c) et 23/16 (628 c) semble être de 16 cents, mais elle correspond bel et bien à l’intervalle 729 : 736, qui mesure 17 cents. Ceci est dû à l’arrondissement des valeurs, lesquelles sont, plus précisément : 729/512 (611.7 c), 23/16 (628.3 c) et 729 : 736 (16.5 c).

En inversant l'intervalle, la quarte augmentée descendante de *la* est *mi*♭. La différence d'intonation entre les deux notes *mi*♭ -12 = 1024/729 (588 c) limite-3 et *mi*↓♭ -28 = 32/23 (572 c) limite-23 correspond à l'intervalle 736 : 729 (-17 c), dont les facteurs sont 23/3^6.

L'altération du sous-harmonique 23 abaisse l'intonation de l'altération limite-3 de 17 cents.

23	$\frac{1024}{729}$ ♭E 588 -12	$\frac{256}{243}$ ♭B 90 -10	$\frac{128}{81}$ ♮F 792 -8	$\frac{32}{27}$ ♮C 294 -6	$\frac{16}{3}$ ♮G 996 -4	$\frac{4}{3}$ ♮D 498 -2	$\frac{1}{1}$ ♮A 0 +0
1				$\frac{1024}{621}$ ♭G 866 -34	$\frac{256}{207}$ ↓♭D 368 -32	$\frac{128}{63}$ ↓♭A 1070 -7	$\frac{32}{23}$ ↓♭E 572 -28

Tableau 2.52 : Altération du sous-harmonique 23

2.5 Cumul des altérations

2.5.1 Fonction tonale

En plus de préciser l'intonation par rapport à une référence absolue (c'est-à-dire la fréquence choisie du diapason pour la hauteur génératrice 1/1), les altérations permettent de retracer les fonctions tonales impliquées. Par exemple, voyons comment représenter la hauteur 20/13 par son symbole d'altération. L'identité en harmonique est 5, tandis que l'identité en sous-harmonique est 13. Les symboles associés à ces identités sont les suivants :

identité	symbole
5/	♮↓
/13	ǂ

Tableau 2.53 : Symboles d'altération de l'harmonique 5 et du sous-harmonique 13

La combinaison nous donne le symbole suivant :

ratio	symbole
$\frac{20}{13}$	ǂ♮↓

Tableau 2.54 : Symbole d'altération du ratio 20/13

Les symboles sont toujours ordonnés ainsi, de gauche à droite, de l'identité représentée la plus élevée à la plus basse, dans ce cas : 13, 5. Cette convention ne sert qu'à uniformiser la notation : théoriquement, l'inversion des symboles ne change rien au résultat de l'intonation (de la même façon que changer l'ordre des additions et des soustractions ne change pas le résultat d'une équation).

Considérons maintenant que le ratio 20/13 correspond à un fondamental et que nous cherchons à noter son identité 7, soit 20/13*[7]. Les identités en harmoniques sont 5 et 7, tandis que l'identité en sous-harmonique est 13.

identité	symbole
7/	
5/	
/13	

Tableau 2.55 : Symboles d'altération de l'harmonique 5 et 7 ainsi que du sous-harmonique 13

Le cumul de ces fonctions tonales se traduit par le symbole suivant :

fonction	symbole
20/13*[7]	

Tableau 2.56 : Symbole d'altération de la fonction 20/13*[7]

Ce qui doit apparaître au premier coup d'œil en voyant les deux symboles  et  est que la différence entre les deux se résume à l'altération de l'identité 7 (), ce qui indique que l'intonation entre les deux notes qui seraient ainsi altérées doit être ajustée à l'oreille pour représenter l'identité 7.

2.5.2 Symbole caractéristique

Le tableau suivant présente les familles de tonalités avec leur symbole caractéristique.

	1/	5/	7/
/1	1/1*	5/4*	7/4*
/5	8/5*		7/5*
/7	8/7*	10/7*	
/11	16/11*	20/11*	14/11*
/13	16/13*	20/13*	14/13*
/17	32/17*	20/17*	28/17*
/19	32/19*	20/19*	28/19*
/23	32/23*	40/23*	28/23*

Tableau 2.57 : Symbole caractéristique pour chacune des familles de tonalités

Pour simplifier la notation de façon générale, il est préférable de recourir aux tonalités dont le symbole caractéristique ne réfère qu'à une seule identité (en plus de l'identité 3). C'est le cas des familles de tonalités qui se trouvent dans la colonne de gauche ainsi que sur la ligne supérieure. Pour les tonalités dont le symbole caractéristique réfère à une combinaison d'identités, nous conseillons de se limiter, autant que possible, à utiliser les identités 1-3 de la tonalité, en plus de son identité caractéristique. Par exemple, pour les tonalités 20/11* et 14/11*, ces identités sont 1-3-11.

2.5.3 Dénomination

Les symboles d'altérations limite-5 à limite-23 sont simplement dénommés par leur harmonique (abréviation « h ») ou leur sous-harmonique (abréviation « s ») correspondant.

Par exemple, le symbole se nomme « harmonique 7 », ou « h7 ». Pour autre exemple, l'altération se nomme « s13-h7-h5 », ou « s13-h35 » si les harmoniques 5 et 7 sont multipliés entre eux. Le cas échéant, la dénomination est suivie de la spécification « bémol » ou « dièse ». Si le bécarre de l'exemple est remplacé par un bémol, la dénomination devient : « s13-h35-bémol ».

2.5.4 Tableaux synthèses

Une fois la matière du chapitre 2 assimilée, il est possible de se référer uniquement aux deux tableaux de la page suivante pour pouvoir désigner, noter et jouer avec la bonne intonation chacune des notes du réseau tonal. Pour les instruments de la famille des cuivres, il est plus naturel de s'accorder par rapport à *si*♭, plutôt que *la* : conséquemment, si une composition n'utilise que des cuivres, il est préférable d'utiliser un réseau tonal ayant *si*♭ pour hauteur génératrice (cf. chapitre 5).

identité	symbole	cents	intervalle	note limite-3 (voir tableau ci-contre)						
23/	↑	+17	quarte augmentée	si	fa♯	do♯	sol♯	ré♯	la♯	mi♯
19/	⸝	+3	tierce mineure	la♭	mi♭	si♭	fa	do	sol	ré
17/	⧵⧵	-9	prime augmentée	fa♯	do♯	sol♯	ré♯	la♯	mi♯	si♯
13/	𝄳	-65	sixte majeure	ré	la	mi	si	fa♯	do♯	sol♯
11/	𝄲	+53	quarte juste	si♭	fa	do	sol	ré	la	mi
7/	↓	-27	septième mineure	mi♭	si♭	fa	do	sol	ré	la
5/	♮↓	-22	tierce majeure	la	mi	si	fa♯	do♯	sol♯	ré♯
3/	𝄫♭♮♯𝄪		quinte juste	do	sol	ré	la	mi	si	fa♯
1			↕	**fa**	**do**	**sol**	**ré**	**la**	**mi**	**si**
/3			quinte juste	si♭	fa	do	sol	ré	la	mi
/5	♮↑	+22	tierce majeure	ré♭	la♭	mi♭	si♭	fa	do	sol
/7	↑	+27	septième mineure	sol	ré	la	mi	si	fa♯	do♯
/11	𝄳	-53	quarte juste	do	sol	ré	la	mi	si	fa♯
/13	𝄲	+65	sixte majeure	la♭	mi♭	si♭	fa	do	sol	ré
/17	//	+9	prime augmentée	fa♭	do♭	sol♭	ré♭	la♭	mi♭	si♭
/19	⸜	-3	tierce mineure	ré	la	mi	si	fa♯	do♯	sol♯
/23	↓	-17	quarte augmentée	do♭	sol♭	ré♭	la♭	mi♭	si♭	fa

Tableau 2.58 : Tableau synthèse des symboles d'altération et des intervalles diatoniques

note	cents	note
la𝄪	+28	si♯
ré𝄪	+26	mi♯
sol𝄪	+24	la♯
do𝄪	+22	ré♯
fa𝄪	+20	sol♯
si♯	+18	do♯
mi♯	+16	fa♯
la♯	+14	si
ré♯	+12	mi
sol♯	+10	la
do♯	+8	ré
fa♯	+6	sol
si	+4	do
mi	+2	fa
la	**-**	**si♭**
ré	-2	mi♭
sol	-4	la♭
do	-6	ré♭
fa	-8	sol♭
si♭	-10	do♭
mi♭	-12	fa♭
la♭	-14	si𝄫
ré♭	-16	mi𝄫
sol♭	-18	la𝄫
do♭	-20	ré𝄫
fa♭	-22	sol𝄫
si𝄫	-24	
mi𝄫	-26	
la𝄫	-28	

Tableau 2.59 : Notes limite-3 et écarts de cents correspondants

3. Accords

Le chapitre 3 propose une méthode systématique pour la dénomination des accords, la notation des dissonances qui s'y intègrent et la transcription de leurs enchaînements par modulation, ouvrant la voie à la compréhension et à l'utilisation efficace des *Compléments* au *Traité*.

3.1 Notions préliminaires

3.1.1 Classification

Soit la méthode de classification des accords suivante :

— regroupons trois identités, x, y et z, pour en faire un accord [x : y : z] ;
— supposons que la disposition [x : y : z] soit celle qui regroupe ces identités dans le plus petit intervalle possible, de la note la plus grave à la plus aiguë ;
— effectuons toutes les permutations possibles de cette triade.

Les dispositions ainsi obtenues se regroupent en trois paires. Chacune des paires porte le nom de l'identité à sa base en majuscule : X, Y ou Z. La première triade de chaque paire se trouve dans un intervalle inférieur à l'octave (disposition serrée) ; ces triades peuvent être désignées par l'indice « 1 » (X_1, Y_1, Z_1). La deuxième triade de chaque paire se trouve dans un intervalle supérieur à l'octave (disposition large) ; ces triades peuvent être désignées par l'indice « 2 » (X_2, Y_2, Z_2). Ces six permutations et leurs désignations respectives apparaissent dans le tableau suivant. Ainsi, la triade « X_1 » correspond à la disposition [x : y : z] ; la triade « X_2 » correspond à la disposition [x : z : y] ; la triade « Y_1 » correspond à la disposition [y : z : x] ; etc.

X_1	X_2	Y_1	Y_2	Z_1	Z_2
z	y	x	z	y	x
y	z	z	x	x	y
x	x	y	y	z	z

Tableau 3.1 : Six dispositions de la triade [x : y : z]

Appliquons maintenant cette méthode de classification à l'exemple suivant :

— regroupons les identités 1, 3 et 5 pour en faire un accord ;
— considérons que la disposition [4:5:6] est celle qui regroupe ces identités dans le plus petit intervalle possible, du grave à l'aigu ;
— effectuons toutes les permutations possibles de cette triade.

6	5	8	12	5	8
5	3	6	8	4	5
4	2	5	5	3	3
X_1	X_2	Y_1	Y_2	Z_1	Z_2

Tableau 3.2 : Six dispositions de la triade [4:5:6]

Ainsi, la triade « X_1 » correspond à la disposition [4:5:6] ; la triade « X_2 » correspond à la disposition [2:3:5] ; la triade « Y_1 » correspond à la disposition [5:6:8] ; etc.

Il est possible d'ajouter le fondamental à la basse pour constituer une tétrade. Dès lors, la tétrade « X_1 » correspond à la disposition [2:4:5:6] ; la tétrade « X_2 » correspond à la disposition [1:2:3:5] ; la tétrade « Y_1 » correspond à la disposition [2:5:6:8] ; etc.

De façon générale, il est préférable que l'écart entre le ténor et la basse d'un accord se trouve entre une ou deux octaves. C'est la raison pour laquelle, dans l'exemple de la tétrade [2:5:6:8] ci-dessus, l'intervalle entre la basse et le ténor est 2:5, plutôt que 4:5. Cependant, au besoin, l'écart entre la basse et le ténor peut être inférieur à une octave ou, exceptionnellement, s'agrandir jusqu'à l'intervalle 1:6. Cette souplesse de la basse permet d'ajuster la disposition de l'accord en fonction des besoins de sonorité et d'instrumentation, et de modifier la direction mélodique de la basse pour contrebalancer celle des autres voix (cf. section 3.2). La basse d'une triade [x:y:z] peut également s'abaisser d'une ou de plusieurs octaves. Par exemple, la triade X_1 [4:5:6] peut devenir [2:5:6] ou, plus exceptionnellement, [1:5:6].

3.1.2 Enchaînements de type X →

Pour optimiser l'espace dans les *Compléments* au *Traité*, les dispositions d'accords sont présentées sur deux lignes (dispositions serrées et larges) et trois colonnes (dispositions X, Y, Z). Pour faciliter le repérage, les dispositions des accords de départ se trouvent toujours au même endroit, tandis que les dispositions des accords d'arrivée varient d'endroit en fonction de l'enchaînement présenté. Voici le tableau type d'un enchaînement :

	X →	Y →	Z →
1 (dispositions serrées)	X_1 → (X_1, ou Y_1 ou Z_1)	Y_1 → (X_1, ou Y_1 ou Z_1)	Z_1 → (X_1, ou Y_1 ou Z_1)
2 (dispositions larges)	X_2 → (X_2, ou Y_2 ou Z_2)	Y_2 → (X_2, ou Y_2 ou Z_2)	Z_2 → (X_2, ou Y_2 ou Z_2)

Tableau 3.3 : Tableau type d'un enchaînement d'accord X →

Un enchaînement n'est pas toujours possible en six dispositions. C'est notamment le cas parce que des accords deviennent trop dissonants pour certaines dispositions, lesquelles sont rejetées d'emblée (cf. chapitre 7). Même lorsqu'une seule disposition est possible, le tableau conserve toujours les mêmes trois colonnes, mais la ligne inutilisée est retirée.

3.1.3 Dénomination

La dénomination de tout accord générique, peu importe sa tonalité ou sa disposition, correspond à l'énumération, en ordre croissant, de ses identités qui s'ajoutent au fondamental. Ainsi, les accords [2:4:5:6], [1:2:3:5], [2:5:6:8], etc. se nomment tous « 3-5 », puisque la présence des identités 3 et 5 caractérise leur sonorité commune.

Dans quatre cas spécifiques, soit les accords 3-5 et 3-5-15, ainsi que 3-7 et 3-7-9, le fondamental à la basse peut être remplacé, respectivement, par l'identité 5 et 3 sans causer de trop grande dissonance. Par exemple :

— [4:10:12:15] devient [5:10:12:15] ;
— [4:5:6] devient [5:10:12] ;
— [2:3:5] devient [5:6:10] ;
— [4:7:12] devient [6:7:12] ;
— [4:6:7:12] devient [3:6:7:12] ;
— [4:6:7:9] devient [3:6:7:9] ;
— etc.

Sur le plan perceptuel, en créant un intervalle d'octave et/ou de quinte avec une autre identité, la basse de ces accords semble avoir fonction de fondamental, ce qui n'est pas le cas. Parallèlement, ces dispositions mettent en valeur la sonorité de l'intervalle 5:6 (316 c) des accords 3-5 et 3-5-15, ainsi que l'intervalle 6:7 (267 c) des accords 3-7 et 3-7-9. Ces accords sont donc qualifiés de « mineurs », par analogie à la tierce mineure diatonique conventionnelle, dont la grandeur est similaire (300 c). Dans ce cas, un « m » s'ajoute à la dénomination de l'accord : 3-5 m, 3-5-15 m, etc.

Pour l’accord 3-5-15 m, la sonorité de tierce mineure est représentée par l’identité 3, seule identité de l’accord en noir, peu importe la disposition. Quant à elle, la sonorité de tierce mineure pour l’accord 3-7-9 m est représentée par l’identité 7, seule identité de l’accord en bleu, peu importe la disposition.

Pour les triades qui ne sont constituées que de deux identités, nous n’utilisons que deux dispositions (pour éviter qu’une octave se retrouve aux deux voix supérieures et cause une sonorité creuse) : [2:3:4] ou [1:2:3] pour la triade 3 ; [4:5:8] ou [2:4:5] pour la triade 5 ; [5:10:12] ou [5:6:10] pour la triade 3-5 m ; etc.

3.1.4 Enchaînements de type W →

Les triades composées uniquement de deux identités ne possèdent pas de permutations générant des dispositions X, Y, Z, mais une seule disposition W, serrée ou large. L’intervalle entre la note la plus aiguë et la note la plus grave de la disposition W_1 équivaut à l’octave, tandis que cet intervalle est supérieur à l’octave pour la disposition W_2. La disposition W_1 s’enchaîne le plus souvent en « s’ouvrant » sur une disposition large, tandis que la disposition W_2 s’enchaîne le plus souvent en « se fermant » sur une disposition serrée, ce qui permet généralement d’éviter un trop grand parallélisme dans la conduite des voix (cf. section 3.2). Dans un tableau, des enchaînements en disposition W sont ajoutés au besoin sur les lignes horizontales, sans hiérarchie particulière. Le signe de prime « ' » qui s’ajoute au W signifie qu’il s’agit de la même disposition d’accord de départ s’enchaînant à une disposition d’accord d’arrivée différente. Voici le tableau type d’un enchaînement où un accord en disposition W_1 s’enchaîne à un accord en disposition W_2 (constitué de deux identités) ou à un accord en dispositions X, Y ou Z (constitué de trois identités aux diverses permutations) :

1 (dispositions serrées)	W_1 → (W_2, ou X_2, ou Y_2 ou Z_2)	W'_1 → (W_2, ou X_2, ou Y_2 ou Z_2)	W''_1 → (W_2, ou X_2, ou Y_2 ou Z_2)
2 (dispositions larges)	W_2 → (W_1, ou X_1, ou Y_1 ou Z_1)	W'_2 → (W_1, ou X_1, ou Y_1 ou Z_1)	W''_2 → (W_1, ou X_1, ou Y_1 ou Z_1)
	X →	Y →	Z →

Tableau 3.4 : Tableau type d’un enchaînement d’accord W →

3.2 Mouvement mélodique

Dans cette section, nous résumons des notions propres à l'harmonie traditionnelle concernant le mouvement mélodique[1]. Ces notions visent à renforcer la cohésion des enchaînements harmoniques de même que l'identification et la distinction des voix entre elles. Nous observons d'abord trois considérations générales, avant de décrire plus en détail trois règles spécifiques.

3.2.1 Considérations générales

Voici trois considérations générales à observer :

— présence d'une ou plusieurs notes communes entre les deux accords ;
— mouvements mélodiques par intervalles conjoints[2] ou par intervalles composés d'harmoniques consécutifs comme, par exemple, 6 : 7 (+267 c). Mis à part l'octave, aucun saut mélodique ne devrait dépasser l'intervalle de sixte mineure 5 : 8 (814 c) ;
— mouvements contraires des voix mélodiques entre elles. Surtout, il est préférable que la basse soit en mouvement contraire à toutes les autres voix ; ou, à tout le moins, à la voix la plus aiguë de l'accord.

Prenons pour exemple l'enchaînement [3 : 4 : 5] → [1 : 2 : 3], pour lequel le ténor serait une note commune aux deux accords.

Pour faciliter la visualisation des mouvements mélodiques pour chacune des voix, transcrivons l'enchaînement à la verticale :

5 ↗ 3
4 = 2
3 ↘ 1

Sachant que l'accord [1 : 2 : 3] est proportionnellement équivalent à [2 : 4 : 6],

5 ↗ 6
4 = 4
3 ↘ 2

[1] Pour une mise en perspective de ces règles par le contrepoint, voir Nicolas, 2013.

[2] Un intervalle conjoint est équivalent ou inférieur à 8 : 9 (204 c). Un intervalle plus grand est considéré comme étant disjoint.

il est possible d'établir les constats suivants :

— le ténor est une note commune aux deux accords (4 = 4, donc 1 : 1) ;
— l'alto effectue un mouvement mélodique ascendant (5 ↗ 6) entre deux harmoniques consécutifs (5 : 6) ;
— la basse effectue un mouvement mélodique descendant (3 ↘ 2) entre deux harmoniques consécutifs (3 : 2).

Dans cet exemple, les voix de basse et d'alto procèdent entre elles par mouvement contraire, tandis que chacune de ces deux voix procède par mouvement oblique par rapport au ténor.

3.2.2 Mouvement parallèle

Nous nous interdisons que deux voix à intervalle harmonique d'octave ou de quinte juste dans un accord de départ conservent ce même intervalle dans l'accord d'arrivée. Ce mouvement est dit « parallèle » si les deux voix vont dans le même sens, « consécutif » si les deux voix vont en sens contraire.

Dans l'exemple ci-dessous, l'intervalle entre l'alto et la basse pour l'accord de départ est l'octave (2 : 4, ou 1 : 2) ; et, pour l'accord d'arrivée, l'intervalle entre ces mêmes voix est encore l'octave (redoublée, 2 : 8, ou 1 : 4). Il s'agit d'une octave consécutive, un mouvement mélodique que nous nous interdisons.

4 ↗ 8
3 ↘ 5
2 ↘ 2

3.2.3 Mouvement direct

Nous nous permettons que deux voix qui procèdent par un mouvement mélodique dans la même direction parviennent à un intervalle harmonique d'octave ou de quinte à condition que : l'intervalle harmonique de ces deux voix dans l'accord de départ soit différent ; la voix supérieure de cet intervalle procède par mouvement mélodique conjoint. Ce mouvement est dit « direct ».

Dans l'exemple ci-dessous, l'intervalle entre l'alto et la basse pour l'accord de départ est 2 : 5 ; pour l'accord d'arrivée, l'intervalle entre ces mêmes voix est l'octave (2 : 4, ou 1 : 2). Ce dernier intervalle est créé alors que les deux voix procèdent par un mouvement mélodique dans la même direction. Il s'agit d'une octave directe. En supposant que l'alto procède par mouvement conjoint, ce mouvement mélodique est acceptable, même s'il n'est pas idéal.

5 ↗ 4
4 ↘ 3
2 ↗ 2

Dans les *Compléments* au *Traité*, nous présentons certaines tétrades effectuant un mouvement fautif ou potentiellement problématique. Les voix impliquées sont alors inscrites en gris. Omettre une de ces voix peut rendre un enchaînement de triades possible.

C'est le cas dans l'exemple ci-dessous, où il est possible d'éviter une quinte directe entre le soprano et le ténor de la tétrade d'arrivée.

5 ↘ 6
4 ↘ 5
3 ↘ 4
1 ↗ 2

En effet, omettre l'une des voix en gris créera l'un des deux enchaînements de triades suivants :

— sans le soprano ;

4 ↘ 5
3 ↘ 4
1 ↗ 2

— sans le ténor.

5 ↘ 6
4 ↘ 5
1 ↗ 2

3.2.4 Unissons, croisements et chevauchements

Nous évitons les unissons et nous nous interdisons les croisements et les chevauchements.

L'unisson (à éviter) se produit lorsque deux voix se retrouvent simultanément sur la même hauteur. Les deux voix doivent arriver à cette situation et la quitter par mouvement contraire ou oblique.

5 ↘ 9 = 9
4 ↗ ↘ 7
2 = 2 = 2

Le croisement (interdit) se produit lorsque, dans un accord d'arrivée, une voix inférieure se retrouve au-dessus d'une voix supérieure, ou inversement :

5	=	5
4	↗	6
2	=	2

Le chevauchement (interdit) se produit lorsque, dans un accord d'arrivée, une voix inférieure se retrouve au-dessus de la hauteur (ou sur la même hauteur) qu'occupait la voix supérieure dans l'accord de départ, ou inversement :

5	↗	6
4	↗	5
2	=	2

Bien sûr, toutes les règles que nous avons présentées peuvent être contredites si l'effet recherché est, précisément, de brouiller l'identification des voix. Par ailleurs, la présence d'une note commune entre les deux accords permet d'assouplir l'ensemble des règles qui régissent les mouvements mélodiques, y compris celles concernant la complexité des intervalles dans le contexte d'une modulation.

3.3 Modulation

3.3.1 Attraction

Rappelons que la tonalité est le sentiment de cohérence émergeant d'un groupe de hauteurs en rapports harmoniques (cf. section 1.1.3) et que le passage d'une tonalité à une autre se nomme modulation (cf. section 1.8). Pour justifier de quitter une tonalité de départ, une force d'attraction suffisante doit être exercée par la tonalité d'arrivée. Cette force d'attraction s'exerce sur les plans mélodique et harmonique. Sur le plan mélodique, plus un intervalle est complexe, plus il doit être petit[3]. Les ratios dont les harmoniques sont consécutifs observent cette règle de façon inhérente. Par exemple : l'intervalle 2 : 3 (+702 c) est très grand, mais aussi très simple sur le plan tonal, puisqu'il implique les identités 1 et 3 ; l'intervalle 77 : 78 (+22 c) est très petit, mais aussi très complexe sur le plan tonal, puisqu'il implique les identités 3, 7, 11 et 13 ; etc.

[3] Ceci s'explique par ce que nous avons déjà dit de la consonance (cf. section 1.1.4) : plus simple est l'identité, plus étendu et plus fort est son champ d'attraction tonale, si bien que toute hauteur peut être considérée comme une dissonance relative si elle se trouve dans le champ d'attraction tonale d'une plus grande consonance relative.

Pour autant, ces ratios mélodiques ne sont pas les seuls qui peuvent être utilisés. Par exemple, l'intervalle complexe 32∶35 (+155 c) peut paraître tout aussi naturel que l'intervalle 2∶3 (+702 c) dans certains contextes. C'est notamment le cas s'il est dissimulé dans une voix intérieure (ténor ou alto d'une tétrade) et qu'il est accompagné d'autres intervalles mélodiques plus simples (y compris une note commune). Par ailleurs, la simplicité du facteur de modulation influence évidemment la simplicité de l'ensemble des intervalles mélodiques impliqués lors d'une modulation.

Sur le plan harmonique, plus les éléments d'un accord sont organisés en ordre croissant d'identités, plus grande est la consonance de cet accord. Par exemple, la consonance de l'accord 3-5-7 est plus grande pour la disposition [1∶3∶5∶7] que pour la disposition [2∶7∶12∶20][4]. Puisqu'un accord désordonné est plus dissonant qu'un accord ordonné[5], l'enchaînement du premier vers le deuxième provoque un effet de résolution de tension qui semble justifier, *a posteriori*, le mouvement harmonique dans son ensemble. Schématiquement, le besoin de nouveauté justifie l'appauvrissement de la disposition. Pour sa part, le besoin de résoudre la tension accumulée justifie la modulation.

3.3.2 Exemple A : une comparaison pour un facteur

Prenons l'exemple de l'enchaînement 3-5 → 3-5-7 en comparant les dispositions X → X (et, donc, Y → Y et Z → Z) par un facteur de modulation *5/3 (884 c), tel que présenté dans le tableau ci-dessous. Cet enchaînement est possible en six dispositions. Pour chaque disposition, l'intervalle mélodique est indiqué vis-à-vis de chacune des voix. Les couleurs ne sont pas utilisées pour les intervalles mélodiques dans les tableaux, pour ne pas trop complexifier la visualisation. Le facteur de modulation se trouve en haut à gauche du tableau. Puisqu'il s'agit d'un enchaînement comportant une note commune entre les deux accords, le carré à la gauche du facteur de modulation est mis en gris foncé, plutôt qu'en gris pâle (facteur simple) ou en blanc (facteur complexe). À la droite du facteur de modulation, en petits caractères, un mouvement mélodique alternatif pour la basse est suggéré. Dans cet exemple, si l'identité de la basse de l'accord de départ est changée pour 3, le mouvement mélodique se fera de façon ascendante vers la basse de l'accord d'arrivée par un intervalle de 9∶10 (+182 c), plutôt que 6∶5 (-316 c), tel que présenté dans le tableau. Pour faciliter la lecture de ces indications alternatives, les identités sont toujours notées par le plus petit nombre impair possible, sans considérer les rapports d'octave.

[4] La présence de nombres pairs élevés suffit à faire remarquer le désordre (au sens littéral) des identités.

[5] Ceci pour des raisons acoustiques ; plus précisément, liées aux timbres instrumentaux. Voir Doty, 2002, p. 9-24.

	*5/3 (884 c)		Basse : 3 ↗ 1 9:10 (+182)
1 (dispositions serrées)	6 ↘ 7 36:35 (-49) 5 = 6 4 ↗ 5 24:25 (+71) 2 ↘ 2 6:5 (-316)	8 ↗ 10 24:25 (+71) 6 ↘ 7 36:35 (-49) 5 = 6 2 ↘ 2 6:5 (-316)	5 = 12 4 ↗ 10 24:25 (+71) 3 ↘ 7 36:35 (-49) 1 ↘ 2 6:5 (-316)
2 (dispositions larges)	5 = 12 3 ↘ 7 36:35 (-49) 2 ↗ 5 24:25 (+71) 1 ↘ 2 6:5 (-316)	12 ↘ 7 36:35 (-49) 8 ↗ 5 24:25 (+71) 5 = 3 2 ↘ 1 6:5 (-316)	8 ↗ 20 24:25 (+71) 5 = 12 3 ↘ 7 36:35 (-49) 2 ↘ 4 6:5 (-316)
	X →	Y →	Z →

Tableau 3.5 : Dispositions X → X

Analysons les différentes possibilités d'enchaînement contenues dans ce tableau :

— L'enchaînement Y_2 →, soit [2:5:8:12] → [1:3:5:7], offre probablement le sentiment de résolution le plus fort, puisque les harmoniques de l'accord de départ sont désordonnés et que ceux de l'accord d'arrivée sont parfaitement ordonnés ;

— L'enchaînement X_1 →, soit [2:4:5:6] → [2:5:6:7], est équilibré, puisque les harmoniques des deux accords sont presque parfaitement ordonnés. L'enchaînement X_2 → est de qualité similaire ;

— Les enchaînements Y_1 → et Z_1 → sont de qualité similaire entre eux, mais Y_1 → est préférable en raison de l'identité 3 au ténor de l'accord d'arrivée, contre l'identité 7 pour Z_1 → ;

— L'enchaînement Z_2 → est le moins intéressant, parce que les deux accords sont désordonnés ; surtout, celui d'arrivée.

3.3.3 Exemple B : deux comparaisons pour un facteur

Dans les *Compléments* au *Traité*, les enchaînements sont présentés en tableaux adjoints les uns aux autres et disposés par ordre croissant de facteur de modulation. Si, pour le même facteur de modulation, la conduite des voix permet que deux accords s'enchaînent par plus d'une comparaison de dispositions, un deuxième tableau s'adjoint sous le premier sans que ne soit répété le facteur de modulation. Dans l'exemple ci-dessous, l'accord 3-5 s'enchaîne en comparant ses propres dispositions X → Z ainsi que X → Y par le facteur de modulation *3/2 (702 c). Le mouvement alternatif de la basse est spécifié pour les enchaînements « (du haut) » et « (du bas) ».

	*3/2 (702 c) Basse (du haut) : 3 = 1	Basse (du bas) : 1 ↗ 3	8:9 (+204)
1 (dispositions serrées)	6 ↗ 5 4:5 (+386) 5 ↗ 4 5:6 (+316) 4 ↗ 3 8:9 (+204) 2 ↘ 1 4:3 (-498)	8 ↗ 6 8:9 (+204) 6 ↗ 5 4:5 (+386) 5 ↗ 4 5:6 (+316) 4 ↘ 2 4:3 (-498)	5 ↗ 8 5:6 (+316) 4 ↗ 6 8:9 (+204) 3 ↗ 5 4:5 (+386) 2 ↘ 2 4:3 (-498)
2 (dispositions larges)	5 ↗ 8 5:6 (+316) 3 ↗ 5 4:5 (+386) 2 ↗ 3 8:9 (+204) 1 ↘ 1 4:3 (-498)	12 ↗ 5 4:5 (+386) 8 ↗ 3 8:9 (+204) 5 ↗ 2 5:6 (+316) 4 ↘ 1 4:3 (-498)	8 ↗ 12 8:9 (+204) 5 ↗ 8 5:6 (+316) 3 ↗ 5 4:5 (+386) 2 ↘ 2 4:3 (-498)
1 (dispositions serrées)	6 = 8 5 ↘ 6 10:9 (-182) 4 ↘ 5 16:15 (-112) 2 ↗ 4 2:3 (+702)	8 ↘ 5 16:15 (-112) 6 = 4 5 ↘ 3 10:9 (-182) 2 ↗ 2 2:3 (+702)	5 ↘ 6 10:9 (-182) 4 ↘ 5 16:15 (-112) 3 = 4 1 ↗ 2 2:3 (+702)
2 (dispositions larges)	5 ↘ 12 10:9 (-182) 3 = 8 2 ↘ 5 16:15 (-112) 1 ↗ 4 2:3 (+702)	12 = 8 8 ↘ 5 16:15 (-112) 5 ↘ 3 10:9 (-182) 2 ↗ 2 2:3 (+702)	8 ↘ 5 16:15 (-112) 5 ↘ 3 10:9 (-182) 3 = 2 1 ↗ 1 2:3 (+702)
	X → Z X → Y	Y → X Y → Z	Z → Y Z → X

Tableau 3.6 : Dispositions X → X et X → Y

Dans le cas de la disposition W, la ligne pleine est parfois nécessaire à la verticale, pour signifier qu'il s'agit de la même disposition d'accord de départ s'enchaînant à une disposition d'accord d'arrivée différente. Dans l'exemple ci-dessous, le même accord [1:2:3] s'enchaîne à deux dispositions différentes de l'accord 3-7 par le facteur de modulation *16/9 (996 c). Parce qu'il s'agit d'une modulation sans note commune, le carré à la gauche du facteur de modulation apparaît cette fois en gris pâle.

*16/9 (996 c)		
3 ↗ 7 27:28 (+63) 2 ↗ 6 3:4 (+498) 1 ↘ 2 9:8 (-204)	3 ↗ 7 27:28 (+63) 2 ↘ 4 9:8 (-204) 1 ↗ 3 3:4 (+498)	
X →	Y →	Z →

Tableau 3.7 : Dispositions W_2 → Z_1 et W_2 → X_2

3.3.4 Exemple C : deux comparaisons pour deux facteurs

Si deux accords s'enchaînent par plus d'une comparaison de dispositions, mais que chacune des comparaisons utilise des facteurs de modulation différents, la séquence de tableaux est interrompue par une espace pour démarquer l'endroit où s'effectue le changement. Dans l'exemple ci-dessous, l'accord 3-5 s'enchaîne à l'accord 3-11 en comparant les dispositions X → Z ainsi que X → Y par deux facteurs de modulation différents. Dans cet exemple, le carré à la gauche du facteur de modulation *15/11 (537 c) est laissé en blanc en raison de sa complexité et de l'absence de note commune pour ces enchaînements.

	*15/11 (537 c)		
1 (dispositions serrées)	6 ↗ 11 4:5 (+386) 5 ↗ 8 11:12 (+151) 4 ↗ 6 44:45 (+39) 2 ↘ 2 22:15 (-663)	8 ↗ 12 44:45 (+39) 6 ↗ 11 4:5 (+386) 5 ↗ 8 11:12 (+151) 4 ↘ 4 22:15 (-663)	5 ↗ 16 11:12 (+151) 4 ↗ 12 44:45 (+39) 3 ↗ 11 4:5 (+386) 2 ↘ 4 22:15 (-663)
2 (dispositions larges)	5 ↗ 16 11:12 (+151) 3 ↗ 11 4:5 (+386) 2 ↗ 6 44:45 (+39) 1 ↘ 4 22:15 (-663)	12 ↗ 11 4:5 (+386) 8 ↗ 6 44:45 (+39) 5 ↗ 4 11:12 (+151) 4 ↘ 2 22:15 (-663)	
(scission) --	X → Z	Y → X	Z → Y
	*10/7 (617 c)		
1 (dispositions serrées)	6 ↘ 16 21:20 (-84) 5 ↘ 12 7:6 (-267) 4 ↘ 11 56:55 (-31) 1 ↗ 4 7:10 (+617)	8 ↘ 11 56:55 (-31) 6 ↘ 8 21:20 (-84) 5 ↘ 6 7:6 (-267) 2 ↗ 4 7:10 (+617)	5 ↘ 12 7:6 (-267) 4 ↘ 11 56:55 (-31) 3 ↘ 8 21:20 (-84) 1 ↗ 4 7:10 (+617)
2 (dispositions larges)		12 ↘ 16 21:20 (-84) 8 ↘ 11 56:55 (-31) 5 ↘ 6 7:6 (-267) 2 ↗ 4 7:10 (+617)	8 ↘ 11 56:55 (-31) 5 ↘ 6 7:6 (-267) 3 ↘ 4 21:20 (-84) 1 ↗ 2 7:10 (+617)
	X → Y	Y → Z	Z → X

Tableau 3.8 : Dispositions X → Z et X → Y par deux facteurs de modulation différents

3.4 Traitement des dissonances

3.4.1 Retard et anticipation

Nous savons que les identités de nombre impair non premier peuvent toujours s'interpréter comme des identités plus simples dans une autre tonalité. Par exemple, l'harmonique 21 du fondamental 1 s'interprète plus simplement comme l'harmonique 3 du fondamental 7. Plus l'identité est complexe, plus sa dissonance requiert un traitement mélodique particulier pour s'intégrer de façon cohérente sur le plan tonal. Dans cette section, nous détaillons les traitements mélodiques que nous estimons les plus appropriés à cette fin[6].

Les identités 33 et 39 doivent être traitées comme des retards. Un retard prend la forme d'une consonance dans la tonalité de départ avant de devenir, par modulation, une dissonance dans la tonalité d'arrivée. La dissonance créée se résout par mouvement mélodique vers une consonance dans la tonalité d'arrivée.

Les identités 21, 27 et 45 doivent être traitées comme des retards ou des anticipations. Une anticipation prend la forme d'une dissonance qui apparaît par mouvement mélodique dans un accord de départ. La dissonance se résout, au moment d'une modulation, en prenant la forme d'une consonance dans la tonalité d'arrivée.

Les identités 9, 15 et 25 peuvent être traitées comme des retards ou des anticipations, ou encore être intégrées à un accord stable[7], c'est-à-dire un accord qui ne nécessite pas de résolution de l'une de ses identités sur une consonance plus forte.

[6] Voici les raisons pour lesquelles nous acceptons ou refusons l'intégration des dissonances les plus complexes par un traitement mélodique particulier. Les dissonances refusées sur le plan mélodique peuvent potentiellement être intégrées sur le plan harmonique comme note ajoutée (cf. section 3.4.6).

- L'identité 33 (acceptée) se résout, simplement, sur l'harmonique 32 (identité 1) par un facteur de modulation *4/3 ;
- L'identité 35 (refusée) requiert une résolution sur l'harmonique 36 (identité 9, non exclusive à la tonalité de résolution) par une facteur de modulation *8/5, ce que nous estimons trop complexe pour établir une relation suffisamment claire ;
- L'identité 39 (acceptée) se résout, plutôt simplement, sur l'harmonique 40 (identité 5) par un facteur de modulation *4/3 ;
- L'identité 45 (acceptée) se résout sur l'harmonique 48 (identité 3) par un facteur de modulation *16/9 et par un intervalle mélodique aussi simple que 15 : 16 (+112 c) ;
- L'identité 49 (refusée), en plus d'être complexe en elle-même (7*7), requiert une résolution sur l'harmonique 48 (identité 3) par un facteur de modulation *8/7 et par un intervalle mélodique très petit (36 c). Un si petit intervalle entre une dissonance et sa note de résolution risque de faire paraître la dissonance comme une simple faute d'intonation ;
- Les identités suivant 49 ne procurent pas de conditions plus favorables.

[7] L'intégration de l'identité 25 à ce groupe peut surprendre, étant donné sa relative dissonance. Cependant, 25 est une identité limite-5 qui ne se trouve pas à trop grande proximité d'une consonance forte, contrairement à 21 (729 c) par rapport à 3 (702 c), par exemple. Par ailleurs, analyser 25 comme faisant partie d'un accord stable (même si dissonant) facilite grandement son utilisation et son repérage dans les *Compléments*.

Les retards et les anticipations peuvent être décrits par une équation. Le chiffre à la gauche de l'équation réfère à l'accord de départ et celui de droite à l'accord d'arrivée. La logique mnémotechnique pour la notation des retards et des anticipations est la suivante : une parenthèse encadrant le premier facteur de l'équation désigne une anticipation ; une parenthèse encadrant le dernier facteur de l'équation désigne un retard.

3.4.2 Exemple de retard

Voici l'exemple d'un enchaînement avec possibilité de retard (à gauche) et sa réalisation (à droite).

	*16/9 (996c)
8 ↗ 5	9:10 (+182)
6 ↗ 4	27:32 (+294)
5 ↗ 3	15:16 (+112)
2 ↘ 1	9:8 (-204)

*16/9	
8 =	9 ↗ 5
6 ↗	8 = 4
5 ↗	6 = 3
2 ↘	2 = 1

Tableau 3.9 : Enchaînement avec possibilité de retard et sa réalisation

Ce retard peut être décrit par l'équation 1 = (9), laquelle nous indique que l'identité 1 de l'accord de départ, qui se trouve au soprano, devient, par modulation, l'identité 9 de l'accord d'arrivée. Puisque l'identité 9 a fonction de retard, elle est mise entre parenthèses. Le retard est créé par modulation (indiquée ci-dessus par la ligne pointillée verticale) et la dissonance se résout sur l'harmonique 5 de l'accord d'arrivée par l'intervalle mélodique 9:10 (+182 c). Ci-dessus, l'harmonique 9 est surligné pour mieux visualiser le retard.

3.4.3 Exemple d'anticipation

Si nous inversons maintenant l'enchaînement, nous nous trouvons devant la possibilité d'une anticipation (9) = 1.

	*9/8 (204 c)
5 ↘ 8	10:9 (-182)
4 ↘ 6	32:27 (-294)
3 ↘ 5	16:15 (-112)
1 ↗ 2	8:9 (+204)

*9/8		
5 ↘ 9 =	8	
4 8 ↘	6	32:27 (-294)
3 6 ↘	5	16:15 (-112)
1 2 ↗	2	8:9 (+204)

Tableau 3.10 : Enchaînement avec possibilité d'anticipation et sa réalisation

L’équation (9) = 1 nous indique que l’identité 9 de l’accord de départ devient l’identité 1 dans l’accord d’arrivée. Puisque l’identité 9 a fonction d’anticipation, elle est mise entre parenthèses. L’anticipation est créée par l’intervalle mélodique 10:9 (-182 c), et la dissonance se résout par modulation (indiquée ci-dessus par la ligne pointillée verticale) en devenant l’harmonique 8 de l’accord d’arrivée. Ci-dessus, l’harmonique 9 est surligné pour mieux visualiser l’anticipation.

3.4.4 Résolution

La résolution s’effectue ainsi toujours sur l’identité la plus simple et la plus près de la hauteur dissonante ; préférablement, on procède par un mouvement mélodique descendant, quoique le mouvement mélodique ascendant soit aussi possible. Dans l’exemple précédent du retard 1 = (9), la résolution par mouvement ascendant sur l’identité 5 est nécessaire pour éviter l’octave consécutive avec la basse qu’aurait causée une résolution par mouvement descendant sur l’harmonique 4.

Ce qui caractérise l’anticipation et le retard par rapport à toute autre dissonance, c’est que la note dissonante puisse être intégrée à un accord transitoire, c’est-à-dire un accord dans lequel une dissonance perdure un certain temps sans la présence de sa note de résolution. À ce titre, qu’elle se produise par un mouvement mélodique ou par modulation, la résolution d’une identité de nombre impair non premier peut être évitée, lors d’une modulation, en assumant le rôle de note commune aux accords de départ et d’arrivée.

Dans l’exemple suivant, le retard se résout par modulation sans aucun mouvement mélodique de la voix de soprano, qui devient une consonance (harmonique 6) dans l’accord final.

	*16/9		*3/2		
8	=	9	=	6	
6	↗	8	↘	5	16:15 (-112)
5	↗	6	=	4	
2	↘	2	↗	2	2:3 (+702)

Tableau 3.11 : Exemple d’une résolution de retard par modulation

3.4.5 Usage des parenthèses

Dans la transcription d’un enchaînement, nous suggérons de mettre une note entre parenthèses pour faire abstraction de son octave, qui est alors simplement déduite de sa position parmi les voix. Par exemple, la hauteur « (x) » se trouve : au soprano de l’accord [1:2:3:(x)] ; à l’alto de l’accord [1:2:(x):3] ; etc. Ceci permet de préserver la notation de l’accord structurel, hormis sa hauteur de passage.

Par exemple, cette résolution d'un retard par l'intervalle mélodique descendant 21:20 (-84 c)

24	=	6	
21	↘	5	21:20 (-84)
8	=	2	

se visualise plus simplement de cette façon.

6	=	6	
(21)	↘	5	21:20 (-84)
2	=	2	

3.4.6 Note ajoutée

Les parenthèses sont particulièrement utiles pour les notes ajoutées. Une note est dite « ajoutée » lorsqu'elle crée une dissonance en coexistant avec sa note de résolution, ce qui la différencie d'un retard ou d'une anticipation. Selon que la note ajoutée se trouve en position harmonique ou sous-harmonique par rapport au fondamental, sa notation prendra soit la forme d'un dénominatif (sous-harmonique), soit celle d'un nombre impair le plus petit possible (harmonique).

Par exemple, une note ajoutée à distance d'un intervalle de 63:64 (27 c) au-dessus de l'identité 7 d'un accord correspond au sous-harmonique 16/9 du fondamental. L'accord est noté comme suit : [2:7:(16/9):8]. En inversant, une note ajoutée à distance d'un intervalle de 64:63 (27 c) au-dessous de l'identité 8 d'un accord correspond à l'harmonique 63 du fondamental. L'accord est alors plutôt noté comme suit : [2:(63):8:9].

De la même façon que pour les retards et les anticipations, les ajouts peuvent être décrits par une équation. Dans l'exemple ci-dessous : l'harmonique 8 dans la tonalité de départ devient le sous-harmonique 16/9 dans la tonalité d'arrivée, ce qui serait indiqué par 1 = (16/9) ; l'harmonique 63 de la tonalité de départ devient l'harmonique 7 dans la tonalité d'arrivée, ce qui serait indiqué par (63) = 7.

			*9/8 (204 c)
9	=	8	
8	↘	7	64:63 (-27)
2	↗	2	8:9 (+204)

		*9/8	
9	=	8	
8	=	(16/9)	
(63)	=	7	
2	↗	2	8:9 (+204)

Tableau 3.12 : Enchaînement avec possibilité de notes ajoutées et sa réalisation

3.4.7 Accord pivot

Enfin, l'analyse d'un enchaînement détermine l'endroit où situer la modulation et modifie la notation des anticipations et des retards. Par exemple, soit l'enchaînement 3-7 m → 3 par un facteur de modulation *7/4 (969 c).

	*7/4 (969 c)
7 = 4	
6 ↘ 3 8 : 7 (-231)	
3 ↗ 2 6 : 7 (+267)	

Tableau 3.13 : Enchaînement 3-7 m → 3 par un facteur de modulation *7/4 (969 c)

Le même enchaînement peut être analysé de deux façons, qui impliquent des voix différentes :

— avec une anticipation à la basse ;

8/7*	*7/4	1/1*
7 =	7 =	4
6 =	6 ↘	3
3 ↗	(7) =	2

Tableau 3.14 : Analyse d'une modulation avec anticipation à la basse

— avec un retard au ténor.

8/7*	*7/4	1/1*	
7 =		4	= 4
6 =		(12/7)	↘ 3
3 ↗		2	= 2

Tableau 3.15 : Analyse d'une modulation avec retard au ténor

Dans les deux cas, les accords [(7) : 6 : 7] ou [2 : (12/7) : 4] sont considérés comme les « accords pivots » de la modulation, précisément parce qu'il est possible de les interpréter dans deux tonalités différentes.

3.5 Transcription des enchaînements

Comme nous l'avons exposé à la section 3.1.1, les enchaînements harmoniques peuvent se transcrire soit par une disposition verticale des accords, soit par une disposition horizontale. La disposition verticale convient mieux à la transcription analytique, et la disposition horizontale à la transcription schématique.

3.5.1 Transcription analytique

Par exemple, soit l'enchaînement 3-7 → 3-5 par un facteur de modulation *4/3 (498 c).

			*4/3 (498 c)
7	↘	5	21:20 (-84)
4	=	3	
3	↘	2	9:8 (-204)
1	↗	1	3:4 (+498)

Tableau 3.16 : Enchaînement 3-7 → 3-5 par un facteur de modulation *4/3 (498 c)

Imaginons que le premier accord, [1:3:4:7], se construise progressivement, une voix à la fois, puis que la modulation se réalise par des mouvements mélodiques successifs générant des anticipations et des retards dont nous voulons rendre compte. Ci-dessous, de gauche à droite, les colonnes représentent toujours des étapes successives.

						*4/3			
			7		7	=	(21)	↘	5
1	2	4	4		4	=	3		3
		3	3	↘	(4/3)	=	2		2
	1	1	1		1	↗	1		1

Tableau 3.17 : Exemple de transcription analytique

On constate que l'ajout des voix de basse et de ténor force successivement la réinterprétation de l'octave de l'alto comme harmonique 1, 2 et 4. Au choix, l'alto aurait pu se noter comme un harmonique 4 dès le départ. Le premier mouvement mélodique de l'enchaînement, qui se trouve au ténor, crée une anticipation de la tonalité d'arrivée dans la tonalité de départ. Ensuite, le mouvement mélodique de la basse provoque, tout à la fois, le sentiment : de modulation ; de résolution de l'anticipation du ténor sur l'harmonique 2 dans la tonalité d'arrivée ; de retard du soprano sur l'harmonique 21 dans la tonalité d'arrivée.

L'espace au-dessus des mouvements mélodiques peut être utilisé pour préciser d'autres informations que le seul facteur de modulation, soit : des tonalités spécifiques, le résumé de la séquence harmonique et la dénomination des accords. Ainsi, du haut vers le bas, on retrouve des niveaux d'analyse de plus en plus détaillés.

							3-7 → 3-5			
3/2*			[1:3:4:7]			*4/3	1/1*		[1:3:4:5]	
			[7]		7	=	(21)	↘	[5]	
[1]	2	4	4		4	=	3		3	
		[3]	3	↘	(4/3)	=	2		2	
	[1]	1	1		1	↗	[1]		1	

Tableau 3.18 : Exemple de transcription analytique avec différents niveaux d'analyse

Les indications qui se trouvent au-dessus de la ligne horizontale peuvent être transcrites dans une partition au-dessus de la portée. Quant à elles, les identités qui se trouvent sous la ligne horizontale peuvent être transcrites pour chacune des notes dans leur portée respective. L'encadrement (« [ ] ») de l'identité de chaque nouvelle note facilite la visualisation du cheminement harmonique dans ce contexte.

3.5.2 Transcription schématique

La transcription des accords à l'horizontale permet de disposer de plus d'espace continu. Voici comment se présenterait alors l'enchaînement précédent. Ci-dessous, de haut en bas, les lignes représentent des étapes successives.

	…	
3/2*	4	
	1:4	
	1:3:4	
	1:3:4:7	
	1:3:(4/3):7	*4/3 (498 c)
1/1*	1:3:4:(21)	
	1:3:4:5	
	…	

Tableau 3.19 : Exemple de transcription schématique

La transcription des accords à l'horizontale se réalise au détriment de la visualisation claire du mouvement des voix, ce qui peut représenter un avantage pour simplifier l'esquisse d'un passage. Au besoin, des traits peuvent être ajoutés à la main pour indiquer la continuité des voix. Ce schéma peut être simplifié davantage en utilisant uniquement certaines informations, telles que :

— le résumé harmonique ;

3/2*	… 1 : 3 : 4 : 7	*4/3 (498 c)
1/1*	1 : 3 : 4 : 5 …	

Tableau 3.20 : Exemple de transcription schématique par le résumé harmonique

— la dénomination des accords.

3/2*	… 3 3-7	*4/3 (498 c)
1/1*	3-5 …	

Tableau 3.21 : Exemple de transcription schématique par la dénomination des accords

Pour schématiser encore davantage la transcription, le contenu harmonique de sections entières d'une œuvre peut se résumer par les identités impliquées. Par exemple, l'enchaînement précédent pourrait faire partie d'une section « 3-5-7 » et se distinguer des sections suivantes, « 3-5-25 » et « 3-19 ».

2

Deuxième partie

4. Réseau tonal (cordes)

Toutes les notes du réseau tonal tel que nous l'avons défini (cf. section 1.6) sont présentées dans les tableaux de ce chapitre. Chaque tableau présente une famille de tonalités et porte le nom de cette famille. Du bas vers le haut, les lignes représentent les identités 1 à 23 (excluant les multiples de 3) en ordre croissant. De gauche à droite, les colonnes présentent les multiples de 3 en ordre croissant.

Dans la marge de gauche, certaines identités sont accompagnées par d'autres indications de tonalité et d'identité. Par exemple, l'identité 7 du tableau 8/5* est accompagnée par l'indication « 7/5*[1] ». Ceci indique que les notes qui représentent les identités 7 du tableau 8/5* sont les mêmes qui représentent l'identité 1 du tableau 7/5*. Les identités 25 sont indiquées de la même façon. Quant à elles, les identités de nombres non premiers qui sont des multiples de 3 (15, 21, 27, 33, 39 et 45) peuvent être lues directement dans un même tableau.

Les notes du réseau sont limitées en fonction des notes de références, c'est-à-dire des notes dont la hauteur est, théoriquement, donnée avec exactitude sans nécessité d'ajustement par le jeu de l'interprète. Prenons par exemple les cordes à vide du violoncelle.

corde	facteurs	dénominatif	note
I	1/1	1/1	*la* +0
II	1/3	4/3	*ré* -2
III	$1/3^2$	16/9	*sol* -4
IV	$1/3^3$	32/27	*do* -6

Tableau 4.1 : Valeurs des cordes à vide du violoncelle

Chaque corde produit des notes de référence dont les identités sont des multiples de 1 (vibration en mode fondamental), 3, 5 et 7 (vibration en mode harmonique). Dans un tableau, si les multiples de 3 sont disposés à l'horizontale, il ne reste qu'à représenter les harmoniques 1, 5 et 7 à la verticale. Ci-dessous, le résultat de cette classification est exprimé en facteurs.

	corde IV	corde III	corde II	corde I	
harmonique 7	$7/3^3$	$7/3^2$	$7/3$	$7/1$	
harmonique 5	$5/3^3$	$5/3^2$	$5/3$	$5/1$	
harmonique 1	$1/3^3$	$1/3^2$	$1/3$	$1/1$	$3/1$

Tableau 4.2 : Notes de référence du violoncelle exprimées en facteurs

Ci-dessous, le même résultat est exprimé en dénominatifs.

	corde IV	corde III	corde II	corde I	
harmonique 7	28/27	14/9	7/6	7/4	
harmonique 5	40/27	10/9	5/3	5/4	
harmonique 1	32/27	16/9	4/3	1/1	3/2

Tableau 4.3 : Notes de référence du violoncelle exprimées en dénominatifs

Ceci nous donne un total de treize notes de référence. Dans les tableaux des chapitres 4 et 5, ces notes sont toujours surlignées en jaune pour faciliter leur repérage.

7	$\frac{28}{27}$ ♭B 63 -37	$\frac{14}{9}$ F 765 -35	$\frac{7}{6}$ C 267 -33	$\frac{7}{4}$ G 969 -31	
5	$\frac{40}{27}$ ♮↓E 680 -20	$\frac{10}{9}$ ♮↓B 182 -18	$\frac{5}{3}$ ♯↓F 884 -16	$\frac{5}{4}$ ♯↓C 386 -14	
1	$\frac{32}{27}$ ♮C 294 -6	$\frac{16}{9}$ ♮G 996 -4	$\frac{4}{3}$ ♮D 498 -2	$\frac{1}{1}$ ♮A 0 +0	$\frac{3}{2}$ ♮E 702 +2

Tableau 4.4 : Valeurs des treize notes de référence du réseau tonal pour un diapason *la* = 1/1

L'étendue du réseau tonal est limitée en fonction des relations tonales permises par les notes de références. En effet, toutes les notes du réseau doivent pouvoir intégrer une note de référence dans un accord sans dépasser le nombre premier 23 ou le nombre impair non premier 21.

Parallèlement, de façon à ne pas trop complexifier la sonorité des accords, le réseau est également limité en fonction des considérations et restrictions arbitraires suivantes : les tonalités dont l'identité caractéristique est 7 ne contiennent pas d'identités supérieures à 17 ; les tonalités dont l'identité caractéristique est 11, 13 ou 17 ne contiennent pas d'autres identités de nombre premier supérieures à 7 ; les tonalités dont l'identité caractéristique est 19 ou 23 ne contiennent pas d'autres identités de nombre premier supérieures à 5.

Enfin, des cases sont mises en gris pour deux raisons : leur tonalité implique les nombres impairs non premiers 9, 15 ou 21[1], ou une note de référence supplémentaire à celles retenues principalement[2] ; elles nécessitent de trop nombreux symboles d'altérations (cf. section 2.5.2).

[1] Dans les tableaux synthèses des réseaux pour cordes et pour cuivres (cf. sections 4.1 et 5.1), ces tonalités y sont aussi inscrites en gris.

[2] Par exemple : pour les cordes, la corde de *mi* de la contrebasse et ses harmoniques ; pour les cuivres, la trompette en *do* et ses harmoniques ; etc.

4.1 Tableau synthèse

	♮ /1	♮ 5/	7/
/1 ♮	9/8* 3/2* 1/1* 4/3* 16/9* 32/27* 128/81* 256/243*	- 15/8* 5/4* 5/3* 10/9* 40/27* 160/81* 320/243*	- 21/16* 7/4* 7/6* 14/9* 28/27* 112/81* 448/243*
/5 ♮	9/5* 6/5* 8/5* 16/15* 64/45* 256/135*		- 21/20* 7/5* 28/15* 56/45* 224/135*
/7	9/7* 12/7* 8/7* 32/21* 64/63* 256/189*	- 15/14* 10/7* 40/21* 80/63* 320/189*	
/11	12/11* 16/11* 64/33* 128/99* 512/297*	- 20/11* 40/33* 160/99* 320/297*	- 14/11* 56/33* 112/99* 448/297*
/13	24/13* 16/13* 64/39* 128/117* 512/351*	- 20/13* 40/39* 160/117* 640/351*	- 14/13* 56/39* 224/117* 448/351*
/17	24/17* 32/17* 64/51* 256/153* 512/459*	- 20/17* 80/51* 160/153* 640/459*	- 28/17* 56/51* 224/153* 896/459*
/19	24/19* 32/19* 64/57* 256/171* 1024/513*	- 20/19* 80/57* 320/171* 640/513*	- 28/19* 112/57* 224/171* 896/513*
/23	24/23* 32/23* 128/69* 512/267* 1024/621*	- 40/23* 80/69* 320/207* 640/621*	- 28/23* 112/69* 448/267* 896/621*

4.2 Ordre 1

4.2.1 Famille 1/1*

23 ↑		92/81 ↑B 220 +20	46/27 ↑♯F 922 +22	23/18 ↑♯C 424 +24	23/12 ↑♯G 1126 +26	23/16 ↑♯D 628 +28	69/64 ↑♯A 130 +30	207/128 ↑♯E 832 F+32		
19 ⟋	304/243 ⟋♭D 388 -12	152/81 ⟋♭A 1090 -10	38/27 ⟋♭E 592 -8	19/18 ⟋♭B 94 -6	19/12 ⟋F 796 -4	19/16 ⟋C 298 -2	57/32 ⟋G 999 -1	171/128 ⟋D 501 +1		
17 ⟍⟍	272/243 ⟍⟍B 195 -5	136/81 ⟍⟍♯F 897 -3	34/27 ⟍⟍♯C 399 -1	17/9 ⟍⟍♯G 1101 +1	17/12 ⟍⟍♯D 603 +3	17/16 ⟍⟍♯A 105 +5	51/32 ⟍⟍♯E 807 F+7	153/128 ⟍⟍♯B 309 C+9		
13 d	416/243 dG 931 G♭+31	104/81 dD 433 D♭+33	52/27 dA 1135 A♭+35	13/9 dE 637 E♭+37	13/12 dB 139 B♭+39	13/8 d♯F 841 F+41	39/32 d♯C 342 C+42	117/64 d♯G 1044 G+44		
11 ‡	352/243 ‡♭E 642 +42	88/81 ‡♭B 143 +43	44/27 ‡F 845 +45	11/9 ‡C 347 +47	11/6 ‡G 1049 +49	11/8 ‡D 551 D♯-49	33/32 ‡A 53 A♯+47	99/64 ‡E 755 F-45		
7 L	448/243 L♭A 1059 -41	112/81 L♭E 561 -39	28/27 L♭B 63 -37	14/9 LF 765 -35	7/6 LC 267 -33	7/4 LG 969 -31	21/16 LD 471 -29	63/32 LA 1173 -27		
5 ♮↓ 8/5*[25]	320/243 ♮↓D 477 -23	160/81 ♮↓A 1178 -22	40/27 ♮↓E 680 -20	10/9 ♮↓B 182 -18	5/3 ♯↓F 884 -16	5/4 ♯↓C 386 -14	15/8 ♯↓G 1088 -12	45/32 ♯↓D 590 -10		
1 ♮	256/243 ♭B 90 -10	128/81 ♮F 792 -8	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4	27/16 ♯F 906 +6	81/64 ♯C 408 +8

4.2.2 Famille 8/5*

23		184/135 ♮D 536 +36	46/45 ♮A 38 +38	23/15 ♮E 740 +40	23/20 ♮B 242 +42	69/40 ♯F 944 +44	207/160 ♯C 446 +46		
19	608/405 ♭F 703 E+3	152/135 ♭C 205 B+5	76/45 ♭G 907 +7	19/15 ♭D 409 +9	19/10 ♭A 1111 +11	57/40 ♭E 613 +13	171/160 ♭B 115 +15		
17		136/135 ♮A 13 +13	68/45 ♮E 715 +15	17/15 ♮B 217 +17	17/10 ♯F 919 +19	51/40 ♯C 421 +21	153/80 ♯G 1123 +23		
13		208/135 ♮F 748 E+48	52/45 ♮C 250 -50	26/15 ♮G 952 -48	13/10 ♮D 454 -46	39/20 ♮A 1156 -44	117/80 ♮E 658 -42		
11		176/135 ♭D 459 D-41	88/45 ♭A 1161 A-39	22/15 ♭E 663 E-37	11/10 ♭B 165 B-35	33/20 ♮F 867 F♯-33	98/80 ♮C 369 C♯-31		
7 7/5*[1]	448/405 ♭C 175 B-25	224/135 ♭G 877 -23	56/45 ♭D 379 -21	28/15 ♭A 1081 -19	7/5 ♭E 583 -17	21/20 ♭B 84 -16	63/40 ♮F 786 -14		
5	128/81 ♮F 792 -8	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4		
1	512/405 ♭D 406 +6	256/135 ♭A 1108 +8	64/45 ♭E 610 +10	16/15 ♭B 112 +12	8/5 ♮F 814 +14	6/5 ♮C 316 +16	9/5 ♮G 1018 +18	27/20 ♮D 520 +20	81/80 ♮A 22 +22

4.2.3 Famille 8/7*

17	272/189 ♯D 630 +30	68/63 ♯A 132 +32	34/21 ♯E 834 F+34	17/14 ♯B 336 C+36	51/28 ×F 1038 G+38	153/112 ×C 540 D+40		
13	208/189 B 166 -34	104/63 ♯F 868 -32	26/21 ♯C 370 -30	13/7 ♯G 1072 -28	39/28 ♯D 574 -26	117/112 ♯A 76 -24		
11	352/189 G 1077 G♯-23	88/63 D 579 D♯-21	22/21 A 81 A♯-19	11/7 E 782 F-18	33/28 B 284 C-16	99/56 ♯F 986 G-14		
7	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4		
5 ♮ 10/7*[1]	320/189 ♯F 912 +12	80/63 ♯C 414 +14	40/21 ♯G 1116 +16	10/7 ♯D 617 +17	15/14 ♯A 119 +19	45/28 ♯E 821 F+21		
1 ♮	256/189 D 525 +25	64/63 A 27 +27	32/21 E 729 +29	8/7 B 231 +31	12/7 ♯F 933 +33	9/7 ♯C 435 +35	27/14 ♯G 1137 +37	81/56 ♯D 639 +39

4.2.4 Famille 16/11*

11 𝄲	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4	
7 ʟ 14/11*[1]	448/297 𝄳ʟF 712 E+12	112/99 𝄳ʟC 214 B+14	56/33 𝄳ʟG 916 G♭+16	14/11 𝄳ʟD 418 D♭+18	21/11 𝄳ʟA 1119 A♭+19	63/44 𝄳ʟE 621 E♭+21	
5 ♮↓ 20/11*[1]	320/297 𝄳♮↓B 129 B♭+29	160/99 𝄳♯↓F 831 F+31	40/33 𝄳♯↓C 333 C+33	20/11 𝄳♯↓G 1035 G+35	15/11 𝄳♯↓D 537 D+37	45/44 𝄳♯↓A 39 A+39	135/88 𝄳♯↓E 741 E+41
1 ♮	512/297 𝄳G 943 G♭+43	128/99 𝄳D 445 D♭+45	64/33 𝄳A 1147 A♭+47	16/11 𝄳E 649 E♭+49	12/11 𝄳B 151 -49	18/11 𝄳♯F 853 -47	27/22 𝄳♯C 355 -45

4.2.5 Famille 16/13*

13 𝄳	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4	
7 ʟ 14/13*[1]	448/351 ♯ʟ♭D 422 +22	224/117 ♯ʟ♭A 1124 +24	56/39 ♯ʟ♭E 626 +26	14/13 ♯ʟ♭B 128 +28	21/13 ♯ʟF 830 +30	63/52 ♯ʟC 332 +32	
5 ♮↓ 20/13*[1]	640/351 ♯♮↓G 1040 +40	160/117 ♯♮↓D 542 +42	40/39 ♯♮↓A 44 +44	20/13 ♯♮↓E 746 +46	15/13 ♯♮↓B 248 +48	45/26 ♯♯↓F 950 +50	135/104 ♯♯↓C 452 D-48
1 ♮	512/351 ♯♭E 654 E-46	128/117 ♯♭B 156 B-44	64/39 ♯F 858 F♯-42	16/13 ♯C 359 C♯-41	24/13 ♯G 1061 G♯-39	18/13 ♯D 563 D♯-37	27/26 ♯A 65 A♯-35

4.2.6 Famille 32/17*

17	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4	
7 28/17*[1]	896/459 ♭♭B 1158 A-42	224/153 ♭F 660 E-40	56/51 ♭C 162 B-38	28/17 ♭G 864 -36	21/17 ♭D 366 -34	63/34 ♭A 1068 -32	
5 ♮ 20/17*[1]	640/459 ♭E 575 -25	160/153 ♭B 77 -23	80/51 ♮F 779 -21	20/17 ♮C 281 -19	30/17 ♮G 983 -17	45/34 ♮D 485 -15	
1 ♮	512/459 ♭C 189 B-11	256/153 ♭G 891 -9	64/51 ♭D 393 -7	32/17 ♭A 1095 -5	24/17 ♭E 597 -3	18/17 ♭B 99 -1	27/17 F 801 +1

4.2.7 Famille 32/19*

19	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4		
5 ♮ 20/19*[1]	640/513 ♯C 383 -17	320/171 ♯G 1085 -15	80/57 ♯D 587 -13	20/19 ♯A 89 -11	30/19 ♯E 791 F-9	45/38 ♯B 293 C-7	135/76 𝄪F 995 G-5	
1 ♮	1024/513 A 1197 -3	256/171 E 699 -1	64/57 B 201 +1	32/19 ♯F 902 +2	24/19 ♯C 404 +4	36/19 ♯G 1106 +6	27/19 ♯D 608 +8	81/76 ♯A 110 +10

4.2.8 Famille 32/23*

23 ↑	32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2	9/8 ♮B 204 +4	
5 ♮ 40/23*[1]	640/621 ↓♭B 52 -48	320/207 ↓♮F 754 -46	80/69 ↓♮C 256 -44	40/23 ↓♮G 958 -42	30/23 ↓♮D 460 -40	45/23 ↓♮A 1162 -38	
1 ♮	1024/621 ↓♭G 866 -34	256/207 ↓♭D 368 -32	128/69 ↓♭A 1070 -30	32/23 ↓♭E 572 -28	24/23 ↓♭B 74 -26	36/23 ↓F 776 -24	27/23 ↓C 278 -22

4.3 Ordre 5

4.3.1 Famille 5/4*

23		115/81 ♯D 607 +7	115/108 ♯A 109 +9	115/72 ♯E 811 F+11	115/96 ♯B 313 C+13	115/64 ×F 1015 G+15			
19		95/81 ♮C 276 -24	95/54 ♮G 978 -22	95/72 ♮D 480 -20	95/48 ♮A 1182 -18	95/64 ♮E 684 -16	285/256 ♮B 186 -14		
17		85/81 ♯A 83 -17	85/54 ♯E 785 F-15	85/72 ♯B 287 C-13	85/48 ×F 989 G-11	85/64 ×C 491 D-9			
13	260/243 ♮B 117 B♭+17	130/81 ♯F 819 F+19	65/54 ♯C 321 C+21	65/36 ♯G 1023 G+23	65/48 ♯D 525 D+25	65/64 ♯A 27 A+27			
11	440/243 ♮G 1028 +28	110/81 ♮D 530 +30	55/54 ♮A 32 +32	55/36 ♮E 734 +34	55/48 ♮B 236 +36	55/32 ♯F 938 +38			
7 7/4*[5]	280/243 ♮C 245 B+45	140/81 ♮G 947 G♭+47	35/27 ♮D 449 D♭+49	35/18 ♮A 1151 -49	35/24 ♮E 653 -47	35/32 ♮B 155 -45	105/64 ♯F 857 -43		
5 ♮ 1/1*[25]	400/243 ♯F 863 -37	100/81 ♯C 365 -35	50/27 ♯G 1067 -33	25/18 ♯D 569 -31	25/24 ♯A 71 -29	25/16 ♯E 773 F-27	75/64 ♯B 275 C-25		
1 ♮ 8/5*[25]	320/243 ♮D 477 -23	160/81 ♮A 1178 -22	40/27 ♮E 680 -20	10/9 ♮B 182 -18	5/3 ♯F 884 -16	5/4 ♯C 386 -14	15/8 ♯G 1088 -12	45/32 ♯D 590 -10	135/128 ♯A 92 -8

4.3.2 Famille 10/7*

7	40/27 ♮E 680 -20	10/9 ♮B 182 -18	5/3 ♯F 884 -16	5/4 ♯C 386 -14	15/8 ♯G 1088 -12		
5 ♮ 8/7*[25]	200/189 ♯A 98 -2	100/63 ♯E 800 F+0	25/21 ♯B 302 C+2	25/14 𝄪F 1004 G+4	75/56 𝄪C 506 D+6		
1 ♮ 8/7*[5]	320/189 ♯F 912 +12	80/63 ♯C 414 +14	40/21 ♯G 1116 +16	10/7 ♯D 617 +17	15/14 ♯A 119 +19	45/28 ♯E 821 F+21	135/112 ♯B 323 C+23

4.3.3 Famille 20/11*

11	40/27 ♮E 680 -20	10/9 ♮B 182 -18	5/3 ♯F 884 -16	5/4 ♯C 386 -14	15/8 ♯G 1088 -12		
7 14/11*[5]	560/297 ♮A 1098 A♭-2	140/99 ♮E 600 E♭+0	35/33 ♮B 102 B♭+2	35/22 ♯F 804 F+4	105/88 ♯C 306 C+6		
5 ♮ 16/11*[25]	400/297 ♯D 515 D+15	100/99 ♯A 17 A+17	50/33 ♯E 719 E+19	25/22 ♯B 221 B+21	75/44 𝄪F 923 F♯+23		
1 ♮ 16/11*[5]	320/297 ♮B 129 B♭+29	160/99 ♯F 831 F+31	40/33 ♯C 333 C+33	20/11 ♯G 1035 G+35	15/11 ♯D 537 D+37	45/44 ♯A 39 A+39	135/88 ♯E 741 E+41

4.3.4 Famille 20/13*

13	40/27 ♮E 680 -20	10/9 ♮B 182 -18	5/3 ♯F 884 -16	5/4 ♯C 386 -14	15/8 ♯G 1088 -12		
7 14/13*[5]	560/351 F 809 +9	140/117 C 311 +11	70/39 G 1013 +13	35/26 D 515 +15	105/104 A 17 +17		
5 16/13*[25]	400/351 D 226 +26	200/117 A 928 +28	50/39 E 430 +30	25/13 B 1132 +32	75/52 ♯F 634 +34		
1 16/13*[5]	640/351 G 1040 +40	160/117 D 542 +42	40/39 A 44 +44	20/13 E 746 +46	15/13 B 248 +48	45/26 ♯F 950 +50	135/104 ♯C 452 D-48

4.3.5 Famille 20/17*

17	40/27 ♮E 680 -20	10/9 ♮B 182 -18	5/3 ♯F 884 -16	5/4 ♯C 386 -14	15/8 ♯G 1088 -12	
7 28/17*[5]	560/459 ♭D 344 C+44	280/153 ♭A 1046 G+46	70/51 ♭E 548 D+48	35/34 ♭B 50 -50	105/68 ♮F 752 -48	
5 32/17*[25]	800/459 G 962 -38	200/153 D 464 -36	100/51 A 1166 -34	25/17 E 668 -32	75/68 B 170 -30	
1 32/17*[5]	640/459 ♭E 575 -25	160/153 ♭B 77 -23	80/51 F 779 -21	20/17 C 281 -19	30/17 G 983 -17	45/34 D 485 -15

4.3.6 Famille 20/19*

19	$\frac{40}{27}$ ♮E 680 -20	$\frac{10}{9}$ ♮B 182 -18	$\frac{5}{3}$ ♯F 884 -16	$\frac{5}{4}$ ♯C 386 -14	$\frac{15}{8}$ ♯G 1088 -12	
5 ♮ 32/19*[25]	$\frac{800}{513}$ ♯E 769 F-31	$\frac{200}{171}$ ♯B 271 C-29	$\frac{100}{57}$ 𝄪F 973 G-27	$\frac{25}{19}$ 𝄪C 475 D-25	$\frac{75}{38}$ 𝄪G 1177 A-23	$\frac{225}{152}$ 𝄪D 679 E-21
1 ♮ 32/19*[5]	$\frac{640}{513}$ ♯C 383 -17	$\frac{320}{171}$ ♯G 1085 -15	$\frac{80}{57}$ ♯D 587 -13	$\frac{20}{19}$ ♯A 89 -11	$\frac{30}{19}$ ♯E 791 F-9	$\frac{45}{38}$ ♯B 293 C-7

4.3.7 Famille 40/23*

23	$\frac{40}{27}$ ♮E 680 -20	$\frac{10}{9}$ ♮B 182 -18	$\frac{5}{3}$ ♯F 884 -16	$\frac{5}{4}$ ♯C 386 -14	$\frac{15}{8}$ ♯G 1088 -12	
5 ♮ 32/23*[25]	$\frac{800}{621}$ ♮D 438 D♭+38	$\frac{400}{207}$ ♮A 1140 A♭+40	$\frac{100}{69}$ ♮E 642 E♭+42	$\frac{25}{23}$ ♮B 144 B♭+44		
1 ♮ 32/23*[5]	$\frac{640}{621}$ ♭B 52 -48	$\frac{320}{207}$ ♮F 754 -46	$\frac{80}{69}$ ♮C 256 -44	$\frac{40}{23}$ ♮G 958 -42	$\frac{30}{23}$ ♮D 460 -40	$\frac{45}{23}$ ♮A 1162 -38

4.4 Ordre 7

4.4.1 Famille 7/4*

23		161/81 A 1189 -11	161/108 E 691 -9	161/144 B 193 -7	161/96 ♯F 895 -5	161/128 ♯C 397 -3			
19		133/81 ♭G 859 -41	133/108 ♭D 360 -40	133/72 ♭A 1062 -38	133/96 ♭E 564 -36	133/128 ♭B 66 -34			
17		119/81 E 666 -34	119/108 B 168 -32	119/72 ♯F 870 -30	119/96 ♯C 372 -28	119/64 ♯G 1074 -26			
13	364/243 F 700 E+0	91/81 C 202 B+2	91/54 G 903 G♭+3	91/72 D 405 D♭+5	91/48 A 1107 A♭+7	91/64 E 609 E♭+9			
11	308/243 ♭D 410 +10	154/81 ♭A 1112 +12	77/54 ♭E 614 +14	77/72 ♭B 116 +16	77/48 F 818 +18	77/64 C 320 +20			
7	392/243 ♭G 828 F+28	98/81 ♭D 330 C+30	49/27 ♭A 1032 G+32	49/36 ♭E 534 D+34	49/48 ♭B 36 A+36	49/32 F 738 E+38	147/128 C 240 B+40		
5 ♮ 5/4*[7]	280/243 ♮C 245 B+45	140/81 ♮G 947 G♭+47	35/27 ♮D 449 D♭+49	35/18 ♮A 1151 -49	35/24 ♮E 653 -47	35/32 ♮B 155 -45	105/64 ♯F 857 -43		
1 ♮	448/243 ♭A 1059 -41	112/81 ♭E 561 -39	28/27 ♭B 63 -37	14/9 F 765 -35	7/6 C 267 -33	7/4 G 969 -31	21/16 D 471 -29	63/32 A 1173 -27	189/128 E 675 -25

4.4.2 Famille 7/5*

7	784/405 B 1144 A♭+44	196/135 F 645 E♭+45	49/45 C 147 B♭+47	49/30 G 849 F+49	49/40 D 351 D♭-49	147/80 A 1053 A♭-47		
5	112/81 E 561 -39	28/27 B 63 -37	14/9 F 765 -35	7/6 C 267 -33	7/4 G 969 -31	21/16 D 471 -29		
1 8/5*[7]	448/405 C 175 B-25	224/135 G 877 -23	56/45 D 379 -21	28/15 A 1081 -19	7/5 E 583 -17	21/20 B 84 -16	63/40 F 786 -14	189/160 C 288 -12

4.4.3 Famille 14/11*

11		28/27 B 63 -37	14/9 F 765 -35	7/6 C 267 -33	7/4 G 969 -31	21/16 D 471 -29		
7		392/297 E 480 D-20	196/99 B 1182 A-18	49/33 F 684 E-16	49/44 C 186 B-14			
5 20/11*[7]		560/297 A 1098 A♭-2	140/99 E 600 E♭+0	35/33 B 102 B♭+2	35/22 F 804 F+4	105/88 C 306 C+6		
1 16/11*[7]		448/297 F 712 E+12	112/99 C 214 B+14	56/33 G 916 G♭+16	14/11 D 418 D♭+18	21/11 A 1119 A♭+19	63/44 E 621 E♭+21	

4.4.4 Famille 14/13*

13	28/27 B 63 -37	14/9 F 765 -35	7/6 C 267 -33	7/4 G 969 -31	21/16 D 471 -29	
7	392/351 C 191 B-9	196/117 G 893 -7	49/39 D 395 -5	49/26 A 1097 -3		
5 20/13*[7]	560/351 F 809 +9	140/117 C 311 +11	70/39 G 1013 +13	35/26 D 515 +15	105/104 A 17 +17	
1 16/13*[7]	448/351 D 422 +22	224/117 A 1124 +24	56/39 E 626 +26	14/13 B 128 +28	21/13 F 830 +30	63/52 C 332 +32

4.4.5 Famille 28/17*

17	28/27 B 63 -37	14/9 F 765 -35	7/6 C 267 -33	7/4 G 969 -31	21/16 D 471 -29	
7	784/459 A 927 G♭+27	196/153 E 429 D♭+29	98/51 B 1131 A♭+31	49/34 F 633 E♭+33	147/136 C 135 B♭+35	
5 20/17*[7]	560/459 D 344 C+44	280/153 A 1046 G+46	70/51 E 548 D+48	35/34 B 50 -50	105/68 F 752 -48	
1 32/17*[7]	896/459 B 1158 A-42	224/153 F 660 E-40	56/51 C 162 B-38	28/17 G 864 -36	21/17 D 366 -34	63/34 A 1068 -32

4.4.6 Famille 28/19*

19	28/27 ♭B 63 -37	14/9 F 765 -35	7/6 C 267 -33	7/4 G 969 -31	21/16 D 471 -29	
5 ♮	560/513 ♮B 152 -48	280/171 ♯F 854 -46	70/57 ♯C 356 -44	35/19 ♯G 1058 -42	105/76 ♯D 560 -40	315/304 ♯A 62 -38
1 ♮	896/513 G 965 -35	224/171 D 467 -33	112/57 A 1169 -31	28/19 E 671 -29	21/19 B 173 -27	63/38 ♯F 875 -25

4.4.7 Famille 28/23*

23 ↑	28/27 ♭B 63 -37	14/9 F 765 -35	7/6 C 267 -33	7/4 G 969 -31	21/16 D 471 -29	
5 ♮	1120/621 ♭A 1021 G+21	280/207 ♭E 523 D+23	70/69 ♭B 25 A+25	35/23 ♮F 727 E+27	105/92 ♮C 229 B+29	
1 ♮	896/621 ♭F 635 E♭+35	224/207 ♭C 137 B♭+37	112/69 ♭G 839 F+39	28/23 ♭D 341 C+41	42/23 ♭A 1043 G+43	63/46 ♭E 544 D+44

5. Réseau tonal (cuivres)

Sur le même modèle que le réseau tonal du chapitre 4, le chapitre 5 présente un réseau tonal pour lequel *si*♭ est la hauteur génératrice. Ce réseau convient plus naturellement aux cuivres[1], qui sont généralement des instruments doubles en *si*♭ et en *fa*[2]. L'instrument devrait ainsi être accordé sur *si*♭ +0 (sans aucune valve, doigté « Si♭ 0 »), tandis que la valve de transposition devrait être ajustée pour retirer précisément l'intervalle 4/3 afin d'obtenir *fa* +2 (doigté « Fa 0 »). À ces notes de références, nous ajoutons celles obtenues par la valve 1, qui est normalement ajustée pour retirer précisément l'intervalle 9/8, ce qui permet d'obtenir *mi*♭ -2 à partir de l'instrument en *fa* (doigté « Fa 1 ») et *la*♭ -4 à partir de l'instrument en *si*♭ (doigté « Si♭ 1 »)[3]. Similairement aux cordes, chaque note ainsi obtenue est l'identité 3 de sa note voisine plus grave. Prenons en exemple ces quatre doigtés au cor :

doigté	ratio	note
Fa 0	3/2	*fa* +2
Si♭ 0	1/1	*si*♭ +0
Fa 1	4/3	*mi*♭ -2
Si♭ 1	16/9	*la*♭ -4

Tableau 5.1 : Valeurs de la vibration en mode fondamental de quatre doigtés au cor

Dans un tableau présentant ces informations sous forme de facteurs, si nous ordonnons les multiples de 3 à l'horizontale, il ne reste qu'à ordonner les harmoniques 1, 5 et 7 à la verticale.

	doigté Si♭ 1	doigté Fa 1	doigté Si♭ 0	doigté Fa 0	
harmonique 7	14/9	7/6	7/4	21/16	
harmonique 5	10/9	5/3	5/4	15/8	
harmonique 1	16/9	4/3	1/1	3/2	9/8

Tableau 5.2 : Notes de référence du cor exprimées en dénominatifs

[1] Voir Hayward et Sabat, 2006.

[2] Ceci signifie que l'instrument possède l'équivalent de deux colonnes d'air sans pistons, similairement à deux cordes sans doigté, dont le son fondamental est respectivement *si*♭ et *fa*. Le passage entre les deux colonnes s'effectue par une valve de transposition, tandis que les autres pistons modifient la hauteur obtenue par l'une ou l'autre des colonnes.

[3] Voir Hayward et Sabat, 2006.

Les ratios du réseau tonal des cuivres sont donc identiques à ceux du réseau des cordes, transposés par 3/2. Les treize notes de références des cuivres sont les suivantes :

7	14/9 ♭♭G 765 -35	7/6 ♭♭D 267 -33	7/4 ♭♭A 969 -31	21/16 ♭♭E 471 -29	
5	10/9 ♮↓C 182 -18	5/3 ♮↓G 884 -16	5/4 ♮↓D 386 -14	15/8 ♮↓A 1088 -12	
1	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4

Tableau 5.3 : Valeurs des treize notes de référence du réseau tonal pour un diapason *si♭* = 1/1

Lorsqu'ils sont utilisés conjointement avec les cordes, les cuivres peuvent être accordés sur *si♭* +12[4], plutôt que sur *si♭* +0. Ce faisant,

— les notes de références obtenues par l'harmonique 1 des cuivres correspondent à celles des cordes pour la famille de tonalités 8/5* ;

256/135 ↑♭A 1108 +8	64/45 ↑♭E 610 +10	16/15 ↑♭B 112 +12	8/5 ↑♮F 814 +14	6/5 ↑♮C 316 +16

Tableau 5.4 : Harmoniques 1 d'un cuivre accordé sur *si♭* +12

— conséquemment, les notes de références obtenues par l'harmonique 5 des cuivres correspondent à celles des cordes pour la famille de tonalités 1/1*.

32/27 ♮C 294 -6	16/9 ♮G 996 -4	4/3 ♮D 498 -2	1/1 ♮A 0 +0	3/2 ♮E 702 +2

Tableau 5.5 : Harmoniques 5 d'un cuivre accordé sur *si♭* +12

[4] Voir Hayward et Sabat, 2006.

5.1 Tableau synthèse

	♮ /1	♮ 5/	7/
	27/16* 9/8* 3/2* 1/1* 4/3* 16/9* 32/27* 128/81*	- 45/32* 15/8* 5/4* 5/3* 10/9* 40/27* 160/81*	- - 21/16* 7/4* 7/6* 14/9* 28/27* 112/81*
/5 ♮	27/20* 9/5* 6/5* 8/5* 16/15* 64/45*		- - 21/20* 7/5* 28/15* 56/45*
/7	24/17* 9/7* 12/7* 8/7* 32/21* 64/63*	- 45/28* 15/14* 10/7* 40/21* 80/63*	
/11	18/11* 12/11* 16/11* 64/33* 128/99*	- 15/11* 20/11* 40/33* 160/99*	- 21/11* 14/11* 56/33* 112/99*
/13	18/13* 24/13* 16/13* 64/39* 128/117*	- 15/13* 20/13* 40/39* 160/117*	- 21/13* 14/13* 56/39* 224/117*
/17	18/17* 24/17* 32/17* 64/51* 256/153*	- 30/17* 20/17* 80/51* 160/153*	- 21/17* 28/17* 56/51* 224/153*
/19	36/19* 24/19* 32/19* 64/57* 128/171*	- 30/19* 20/19* 80/57* 320/171*	- 21/19* 28/19* 112/57* 224/171*
/23 ↓	36/23* 24/23* 32/23* 128/69* 512/267*	- 30/23* 40/23* 80/69* 320/207*	- 42/23* 28/23* 112/69* 448/267*

5.2 Ordre 1

5.2.1 Famille 1/1*

23 ↑		46/27 ↑G 922 +22	23/18 ↑D 424 +24	23/12 ↑A 1126 +26	23/16 ↑E 628 +28	69/64 ↑B 130 +30	207/128 ↑♯F 832 +32	621/512 ↑♯C 334 +34		
19 ⁄	152/81 ⁄♭♭B 1090 A-10	38/27 ⁄♭F 592 E-8	19/18 ⁄♭C 94 B-6	19/12 ⁄♭G 796 -4	19/16 ⁄♭D 298 -2	57/32 ⁄♭A 999 -1	171/128 ⁄♭E 501 +1	513/512 ⁄♭B 3 +3		
17 ⧵	136/81 ⧵G 897 -3	34/27 ⧵D 399 -1	17/9 ⧵A 1101 +1	17/12 ⧵E 603 +3	17/16 ⧵B 105 +5	51/32 ⧵♯F 807 +7	153/128 ⧵♯C 309 +9	459/256 ⧵♯G 1011 +11		
13 𝄳	104/81 𝄳♭E 433 D+33	52/27 𝄳♭B 1135 A+35	13/9 𝄳F 637 E+37	13/12 𝄳C 139 B+39	13/8 𝄳G 841 G♭+41	39/32 𝄳D 342 D♭+42	117/64 𝄳A 1044 A♭+44	351/256 𝄳E 546 E♭+46		
11 𝄲	88/81 𝄲♭C 143 B+43	44/27 𝄲♭G 845 +45	11/9 𝄲♭D 347 +47	11/6 𝄲♭A 1049 +49	11/8 𝄲♭E 551 E-49	33/32 𝄲♭B 53 B-47	99/64 𝄲F 755 F♯-45	297/256 𝄲C 257 C♯-43		
7 ʟ	112/81 ʟ♭F 561 E-39	28/27 ʟ♭C 63 B-37	14/9 ʟ♭G 765 -35	7/6 ʟ♭D 267 -33	7/4 ʟ♭A 969 -31	21/16 ʟ♭E 471 -29	63/32 ʟ♭B 1173 -27	189/128 ʟF 675 -25		
5 ♮↓ 8/5*[25]	160/81 ♭↓B 1178 -22	40/27 ♮↓F 680 -20	10/9 ♮↓C 182 -18	5/3 ♮↓G 884 -16	5/4 ♮↓D 386 -14	15/8 ♮↓A 1088 -12	45/32 ♮↓E 590 -10	135/128 ♮↓B 92 -8		
1 ♮	128/81 ♭G 792 -8	32/27 ♭D 294 -6	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4	27/16 ♮G 906 +6	81/64 ♮D 408 +8	243/128 ♮A 1110 +10

5.2.2 Famille 8/5*

23		46/45 ♭B 38 +38	23/15 ♮F 740 +40	23/20 ♮C 242 +42	69/40 ♮G 944 +44	207/160 ♮D 446 +46	621/320 ♮A 1148 +48		
19	152/135 𝄫D 205 C+5	76/45 𝄫A 907 G+7	19/15 𝄫E 409 D+9	19/10 𝄫B 1111 A+11	57/40 ♭F 613 E+13	171/160 ♭C 115 B+15	513/320 ♭G 817 +17		
17		68/45 ♮F 715 +15	17/15 ♮C 217 +17	17/10 ♮G 919 +19	51/40 ♮D 421 +21	153/80 ♮A 1123 +23	459/320 ♮E 625 +25		
13		52/45 ♭D 250 -50	26/15 ♭A 952 -48	13/10 ♭E 454 -46	39/20 ♭B 1156 -44	117/80 ♮F 658 -42	351/320 ♮C 160 -40		
11		88/45 𝄫B 1161 B♭-39	22/15 ♭F 663 F-37	11/10 ♭C 165 C-35	33/20 ♭G 867 G-33	98/80 ♭D 369 D-31	297/160 ♭A 1071 A-29		
7 7/5*[1]	224/135 𝄫A 877 G-23	56/45 𝄫E 379 D-21	28/15 𝄫B 1081 A-19	7/5 ♭F 583 E-17	21/20 ♭C 84 B-16	63/40 ♭G 786 -14	189/160 ♭D 288 -12		
5 ♮	32/27 ♭D 294 -6	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4	27/16 ♮G 906 +6		
1 ♮	256/135 𝄫B 1108 A+8	64/45 ♭F 610 E+10	16/15 ♭C 112 B+12	8/5 ♭G 814 +14	6/5 ♭D 316 +16	9/5 ♭A 1018 +18	27/20 ♭E 520 +20	81/80 ♭B 22 +22	243/160 ♮F 723 +23

5.2.3 Famille 8/7*

17	68/63 B 132 +32	34/21 ♯F 834 +34	17/14 ♯C 336 +36	51/28 ♯G 1038 +38	153/112 ♯D 540 +40	459/448 ♯A 42 +42		
13	104/63 G 868 -32	26/21 D 370 -30	13/7 A 1072 -28	39/28 E 574 -26	117/112 B 76 -24	351/224 ♯F 778 -22		
11	88/63 ♭E 579 E-21	22/21 ♭B 81 B-19	11/7 F 782 F♯-18	33/28 C 284 C♯-16	99/56 G 986 G♯-14	297/224 D 488 D♯-12		
7	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4	27/16 ♮G 906 +6		
5 ♮ 10/7*[1]	80/63 ♮D 414 +14	40/21 ♮A 1116 +16	10/7 ♮E 617 +17	15/14 ♮B 119 +19	45/28 ♯F 821 +21	135/112 ♯C 323 +23		
1 ♮	64/63 ♭B 27 +27	32/21 F 729 +29	8/7 C 231 +31	12/7 G 933 +33	9/7 D 435 +35	27/14 A 1137 +37	81/56 E 639 +39	243/224 B 141 +41

5.2.4 Famille 16/11*

11	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4	27/16 ♮G 906 +6	
7 14/11*[1]	112/99 ♭♭D 214 C+14	56/33 ♭♭A 916 G+16	14/11 ♭♭E 418 D+18	21/11 ♭♭B 1119 A+19	63/44 F 621 E+21	189/176 C 123 B+23	
5 ♮ 20/11*[1]	160/99 ♮G 831 G♭+31	40/33 ♮D 333 D♭+33	20/11 ♮A 1035 A♭+35	15/11 ♮E 537 E♭+37	45/44 ♮B 39 B♭+39	135/88 ♯F 741 F+41	405/352 ♯C 243 C+43
1 ♮	128/99 ♭E 445 D+45	64/33 ♭B 1147 A+47	16/11 F 649 E+49	12/11 C 151 -49	18/11 G 853 -47	27/22 D 355 -45	81/44 A 1057 -43

5.2.5 Famille 16/13*

13	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4	27/16 ♮G 906 +6	
7 14/13*[1]	224/117 ♭♭B 1124 A+24	56/39 ♭F 626 E+26	14/13 ♭C 128 B+28	21/13 ♭G 830 +30	63/52 ♭D 332 +32	189/104 ♭A 1034 +34	
5 ♮ 20/13*[1]	160/117 ♭E 542 +42	40/39 ♭B 44 +44	20/13 ♮F 746 +46	15/13 ♮C 248 +48	45/26 ♮G 950 +50	135/104 ♮D 452 D♯-48	405/208 ♮A 1154 A♯-46
1 ♮	128/117 ♭C 156 C-44	64/39 ♭G 858 G-42	16/13 ♭D 359 D-41	24/13 ♭A 1061 A-39	18/13 ♭E 563 E-37	27/26 ♭B 65 B-35	81/52 ♯F 767 F♯-33

5.2.6 Famille 32/17*

17	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4	27/16 ♮G 906 +6	
7 28/17*[1]	224/153 ♭♭G 660 F-40	56/51 ♭♭D 162 C-38	28/17 ♭♭A 864 G-36	21/17 ♭♭E 366 D-34	63/34 ♭♭B 1068 A-32	189/136 ♭F 570 E-30	
5 ♮ 20/17*[1]	160/153 ♭C 77 B-23	80/51 ♭G 779 -21	20/17 ♭D 281 -19	30/17 ♭A 983 -17	45/34 ♭E 485 -15	135/68 ♭B 1187 -13	
1 ♮	256/153 ♭♭A 891 G-9	64/51 ♭♭E 393 D-7	32/17 ♭♭B 1095 A-5	24/17 ♭F 597 E-3	18/17 ♭C 99 B-1	27/17 ♭G 801 +1	81/68 ♭D 303 +3

5.2.7 Famille 32/19*

19	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4	27/16 ♮G 906 +6		
5 ♮ 20/19*[1]	320/171 ♮A 1085 -15	80/57 ♮E 587 -13	20/19 ♮B 89 -11	30/19 ♯F 791 -9	45/38 ♯C 293 -7	135/76 ♯G 995 -5	405/304 ♯D 497 -3	
1 ♮	256/171 F 699 -1	64/57 C 201 +1	32/19 G 902 +2	24/19 D 404 +4	36/19 A 1106 +6	27/19 E 608 +8	81/76 B 110 +10	243/152 ♯F 812 +12

5.2.8 Famille 32/23*

23 ↑	16/9 ♭A 996 -4	4/3 ♭E 498 -2	1/1 ♭B 0 +0	3/2 ♮F 702 +2	9/8 ♮C 204 +4	27/16 ♮G 906 +6	
5 ♮↓ 40/23*[1]	320/207 ↓↓♭G 754 -46	80/69 ↓↓♭D 256 -44	40/23 ↓↓♭A 958 -42	30/23 ↓↓♭E 460 -40	45/23 ↓↓♭B 1162 -38	135/92 ↓↓♮F 664 -36	
1 ♮	256/207 ↓♭♭E 368 D-32	128/69 ↓♭♭B 1070 A-30	32/23 ↓♭F 572 E-28	24/23 ↓♭C 74 B-26	36/23 ↓♭G 776 -24	27/23 ↓♭D 278 -22	81/46 ↓♭A 980 -20

5.3 Ordre 5

5.3.1 Famille 5/4*

23		115/108 ♮B 109 +9	115/72 ♯F 811 +11	115/96 ♯C 313 +13	115/64 ♯G 1015 +15	345/256 ♯D 517 +17			
19		95/54 ♭A 978 -22	95/72 ♭E 480 -20	95/48 ♭B 1182 -18	95/64 ♮F 684 -16	285/256 ♮C 186 -14	855/512 ♮G 888 -12		
17		85/54 ♯F 785 -15	85/72 ♯C 287 -13	85/48 ♯G 989 -11	85/64 ♯D 491 -9	255/128 ♯A 1193 -7			
13	130/81 ♮G 819 G♭+19	65/54 ♮D 321 D♭+21	65/36 ♮A 1023 A♭+23	65/48 ♮E 525 E♭+25	65/64 ♮B 27 B♭+27	195/128 ♯F 729 F+29			
11	110/81 ♭E 530 +30	55/54 ♭B 32 +32	55/36 ♮F 734 +34	55/48 ♮C 236 +36	55/32 ♮G 938 +38	165/128 ♮D 440 +40			
7 7/4*[5]	140/81 ♭A 947 G+47	35/27 ♭E 449 D+49	35/18 ♭B 1151 -49	35/24 ♮F 653 -47	35/32 ♮C 155 -45	105/64 ♮G 857 -43	315/256 ♮D 359 -41		
5 1/1*[25]	100/81 ♮D 365 -35	50/27 ♮A 1067 -33	25/18 ♮E 569 -31	25/24 ♮B 71 -29	25/16 ♯F 773 -27	75/64 ♯C 275 -25	225/128 ♯G 977 -23		
1 8/5*[25]	160/81 ♭B 1178 -22	40/27 ♮F 680 -20	10/9 ♮C 182 -18	5/3 ♮G 884 -16	5/4 ♮D 386 -14	15/8 ♮A 1088 -12	45/32 ♮E 590 -10	135/128 ♮B 92 -8	405/256 ♯F 794 -6

5.3.2 Famille 10/7*

7	10/9 ♮C 182 -18	5/3 ♮G 884 -16	5/4 ♮D 386 -14	15/8 ♮A 1088 -12	45/32 ♮E 590 -10		
5 ♮ 8/7*[25]	100/63 ♯F 800 +0	25/21 ♯C 302 +2	25/14 ♯G 1004 +4	75/56 ♯D 506 +6	225/128 ♯A 977 +7		
1 ♮ 8/7*[5]	80/63 ♮D 414 +14	40/21 ♮A 1116 +16	10/7 ♮E 617 +17	15/14 ♮B 119 +19	45/28 ♯F 821 +21	135/112 ♯C 323 +23	405/224 ♯G 1025 +25

5.3.3 Famille 20/11*

11	10/9 ♮C 182 -18	5/3 ♮G 884 -16	5/4 ♮D 386 -14	15/8 ♮A 1088 -12	45/32 ♮E 590 -10		
7 14/11*[5]	140/99 ♮F 600 E+0	35/33 ♮C 102 B+2	35/22 ♮G 804 G♭+4	105/88 ♮D 306 D♭+6	315/176 ♮A 1008 A♭+8		
5 ♮ 16/11*[25]	100/99 ♮B 17 B♭+17	50/33 ♯F 719 F+19	25/22 ♯C 221 C+21	75/44 ♯G 923 G+23	225/176 ♯D 425 D+25		
1 ♮ 16/11*[5]	160/99 ♮G 831 G♭+31	40/33 ♮D 333 D♭+33	20/11 ♮A 1035 A♭+35	15/11 ♮E 537 E♭+37	45/44 ♮B 39 B♭+39	135/88 ♯F 741 F+41	405/352 ♯C 243 C+43

5.3.4 Famille 20/13*

13	10/9 C 182 -18	5/3 G 884 -16	5/4 D 386 -14	15/8 A 1088 -12	45/32 E 590 -10		
7 14/13*[5]	140/117 D 311 +11	70/39 A 1013 +13	35/26 E 515 +15	105/104 B 17 +17	315/208 F 719 +19		
5 16/13*[25]	200/117 G 928 +28	50/39 D 430 +30	25/13 A 1132 +32	75/52 E 634 +34	225/208 B 136 +36		
1 16/13*[5]	160/117 E 542 +42	40/39 B 44 +44	20/13 F 746 +46	15/13 C 248 +48	45/26 G 950 +50	135/104 D 452 D♯-48	405/208 A 1154 A♯-46

5.3.5 Famille 20/17*

17	10/9 C 182 -18	5/3 G 884 -16	5/4 D 386 -14	15/8 A 1088 -12	45/32 E 590 -10	
7 28/17*[5]	280/153 B 1046 A♭+46	70/51 F 548 E♭+48	35/34 C 50 B-50	105/68 G 752 -48	315/272 D 752 -46	
5 32/17*[25]	200/153 E 464 -36	100/51 B 1166 -34	25/17 F 668 -32	75/68 C 170 -30	225/136 G 872 -28	
1 32/17*[5]	160/153 C 77 B-23	80/51 G 779 -21	20/17 D 281 -19	30/17 A 983 -17	45/34 E 485 -15	135/68 B 1187 -13

5.3.6 Famille 20/19*

19	10/9 ♮C 182 -18	5/3 ♮G 884 -16	5/4 ♮D 386 -14	15/8 ♮A 1088 -12	45/32 ♮E 590 -10	
5 ♮ 32/19*[25]	200/171 ♯C 271 -29	100/57 ♯G 973 -27	25/19 ♯D 475 -25	75/38 ♯A 1177 -23	225/152 ♯E 679 F-21	675/608 ♯B 181 C-19
1 ♮ 32/19*[5]	320/171 ♮A 1085 -15	80/57 ♮E 587 -13	20/19 ♮B 89 -11	30/19 ♯F 791 -9	45/38 ♯C 293 -7	135/76 ♯G 995 -5

5.3.7 Famille 40/23*

23	10/9 ♮C 182 -18	5/3 ♮G 884 -16	5/4 ♮D 386 -14	15/8 ♮A 1088 -12	45/32 ♮E 590 -10	
5 ♮ 32/23*[25]	400/207 ♭B 1140 A+40	100/69 ♮F 642 E+42	25/23 ♮C 144 B+44	75/46 ♮G 846 G♭+46		
1 ♮ 32/23*[5]	320/207 ♭G 754 -46	80/69 ♭D 256 -44	40/23 ♭A 958 -42	30/23 ♭E 460 -40	45/23 ♭B 1162 -38	135/92 ♮F 664 -36

5.4 Ordre 7

5.4.1 Famille 7/4*

23		161/108 F 691 -9	161/144 C 193 -7	161/96 G 895 -5	161/128 D 397 -3	483/256 A 1099 -1			
19		133/108 ♭♭E 360 D-40	133/72 ♭♭B 1062 A-38	133/96 ♭F 564 E-36	133/128 ♭C 66 B-34	399/256 ♭G 768 -32			
17		119/108 C 168 -32	119/72 G 870 -30	119/96 D 372 -28	119/64 A 1074 -26	357/256 E 576 -24			
13	91/81 ♭D 202 C+2	91/54 ♭A 903 G+3	91/72 ♭E 405 D+5	91/48 ♭B 1107 A+7	91/64 F 609 E+9	273/256 C 111 B+11			
11	154/81 ♭♭B 1112 A+12	77/54 ♭F 614 E+14	77/72 ♭C 116 B+16	77/48 ♭G 818 +18	77/64 ♭D 320 +20	231/128 ♭A 1022 +22			
7	98/81 ♭♭E 330 D♭+30	49/27 ♭♭B 1032 A♭+32	49/36 ♭F 534 E♭+34	49/48 ♭C 36 B♭+36	49/32 ♭G 738 F+38	147/128 ♭D 240 C+40	441/256 ♭A 942 G+42		
5 5/4*[7]	140/81 ♭A 947 G+47	35/27 ♭E 449 D+49	35/18 ♭B 1151 -49	35/24 F 653 -47	35/32 C 155 -45	105/64 G 857 -43	315/256 D 359 -41		
1	112/81 ♭F 561 E-39	28/27 ♭C 63 B-37	14/9 ♭G 765 -35	7/6 ♭D 267 -33	7/4 ♭A 969 -31	21/16 ♭E 471 -29	63/32 ♭B 1173 -27	189/128 F 675 -25	567/512 C 177 -23

5.4.2 Famille 7/5*

7	196/135 G 645 E+45	49/45 D 147 B+47	49/30 A 849 G♭+49	49/40 E 351 D-49	147/80 B 1053 A-47	441/320 F 555 E-45		
5 ♮	28/27 C 63 B-37	14/9 G 765 -35	7/6 D 267 -33	7/4 A 969 -31	21/16 E 471 -29	63/32 B 1173 -27		
1 ♮ 8/5*[7]	224/135 A 877 G-23	56/45 E 379 D-21	28/15 B 1081 A-19	7/5 F 583 E-17	21/20 C 84 B-16	63/40 G 786 -14	189/160 D 288 -12	567/320 A 990 -10

5.4.3 Famille 14/11*

11	14/9 G 765 -35	7/6 D 267 -33	7/4 A 969 -31	21/16 E 471 -29	63/32 B 1173 -27	
7	196/99 C 1182 B♭-18	49/33 G 684 F-16	49/44 D 186 C-14	147/88 A 888 G-12		
5 ♮ 20/11*[7]	140/99 F 600 E+0	35/33 C 102 B+2	35/22 G 804 G♭+4	105/88 D 306 D♭+6	315/176 A 1008 A♭+8	
1 ♮ 16/11*[7]	112/99 D 214 C+14	56/33 A 916 G+16	14/11 E 418 D+18	21/11 B 1119 A+19	63/44 F 621 E+21	189/176 C 123 B+23

5.4.4 Famille 14/13*

13	14/9 ♭G 765 -35	7/6 ♭D 267 -33	7/4 ♭A 969 -31	21/16 ♭E 471 -29	63/32 ♭B 1173 -27	
7	196/117 ♭♭A 893 G-7	49/39 ♭♭E 395 D-5	49/26 ♭♭B 1097 A-3	147/104 ♭F 599 E-1		
5 ♮ 20/13*[7]	140/117 ♭D 311 +11	70/39 ♭A 1013 +13	35/26 ♭E 515 +15	105/104 ♭B 17 +17	315/208 ♮F 719 +19	
1 ♮ 16/13*[7]	224/117 ♭♭B 1124 A+24	56/39 ♭F 626 E+26	14/13 ♭C 128 B+28	21/13 ♭G 830 +30	63/52 ♭D 332 +32	189/104 ♭A 1034 +34

5.4.5 Famille 28/17*

17	14/9 ♭G 765 -35	7/6 ♭D 267 -33	7/4 ♭A 969 -31	21/16 ♭E 471 -29	63/32 ♭B 1173 -27	
7	196/153 ♭♭F 429 D+29	98/51 ♭♭C 1131 A+31	49/34 ♭♭G 633 E+33	147/136 ♭♭D 135 B+35	441/272 ♭♭A 837 G+37	
5 ♮ 20/17*[7]	280/153 ♭B 1046 A♭+46	70/51 ♭F 548 E♭+48	35/34 ♭C 50 B-50	105/68 ♭G 752 -48	315/272 ♭D 254 -46	
1 ♮ 32/17*[7]	224/153 ♭♭G 660 F-40	56/51 ♭♭D 162 C-38	28/17 ♭♭A 864 G-36	21/17 ♭♭E 366 D-34	63/34 ♭♭B 1068 A-32	189/136 ♭F 570 E-30

5.4.6 Famille 28/19*

19	14/9 ♭G 765 -35	7/6 ♭D 267 -33	7/4 ♭A 969 -31	21/16 ♭E 471 -29	63/32 ♭B 1173 -27	
5 ♮	280/171 ♮G 854 -46	70/57 ♮D 356 -44	35/19 ♮A 1058 -42	105/76 ♮E 560 -40	315/304 ♮B 62 -38	945/608 ♯F 763 -37
1 ♮	224/171 ♭E 467 -33	112/57 ♭B 1169 -31	28/19 F 671 -29	21/19 C 173 -27	63/38 G 875 -25	189/152 D 377 -23

5.4.7 Famille 28/23*

23 ↑	14/9 ♭G 765 -35	7/6 ♭D 267 -33	7/4 ♭A 969 -31	21/16 ♭E 471 -29	63/32 ♭B 1173 -27	
5 ♮	280/207 ↓♭F 523 E♭+23	70/69 ↓♭C 25 B♭+25	35/23 ↓♭G 727 F+27	105/92 ↓♭D 229 C+29	315/184 ↓♭A 931 G+31	
1 ♮	224/207 ↓♭♭D 137 B+37	112/69 ↓♭♭A 839 G♭+39	28/23 ↓♭♭E 341 D♭+41	42/23 ↓♭♭B 1043 A♭+43	63/46 ↓♭F 544 E♭+44	189/184 ↓♭C 46 B♭+46

6. Couples de tonalités

Voici le tableau synthèse des principaux facteurs de modulation que nous utilisons dans les *Compléments* au *Traité*. Les facteurs les plus simples, dont nous recommandons l'utilisation la plus fréquente, sont encadrés ci-dessous. Disposés en ordre croissant, ils servent de titres aux sections du chapitre.

*16/15 (112 c)	*15/8 (1088 c)
*15/14 (119 c)	*28/15 (1081 c)
*10/9 (182 c)	*9/5 (1018 c)
*9/8 (204 c)	*16/9 (996 c)
*8/7 (231 c)	*7/4 (969 c)
*7/6 (267 c)	*12/7 (933 c)
*75/64 (275 c)	*128/75 (925 c)
*32/27 (294 c)	*27/16 (906 c)
*6/5 (316 c)	*5/3 (884 c)
*5/4 (386 c)	*8/5 (814 c)
*81/64 (408 c)	*128/81 (792 c)
*32/25 (427 c)	*25/16 (773 c)
*9/7 (435 c)	*14/9 (765 c)
*21/16 (471 c)	*32/21 (729 c)
*4/3 (498 c)	*3/2 (702 c)
*27/20 (520 c)	*40/27 (680 c)
*7/5 (583 c)	*10/7 (617 c)
*45/32 (590 c)	*64/45 (610 c)

Tableau 6.1 : Principaux facteurs de modulation

Les tableaux qui se trouvent dans les pages suivantes présentent les couples de tonalités correspondantes pour chacun de ces facteurs. Les couples de tonalités sont classés en trois colonnes, en fonction de l'ordre 1, 5 ou 7 de la tonalité de départ ; puis, de haut en bas de chaque colonne en fonction de leur multiple de 3. À l'intérieur de chaque colonne, les groupes de couples sont aussi classés de haut en bas en fonction de cette hiérarchie :

— harmonique générateur de la tonalité de départ le plus simple ;
— harmonique générateur de la tonalité d'arrivée le plus simple ;
— identité de l'harmonique au départ la plus simple ;
— identité de l'harmonique à l'arrivée la plus simple.

Par exemple, voici la façon dont se présente le tableau pour le facteur de modulation *10/7 (pour lequel il n'existe pas de tonalités de départ d'ordre 5). Les couples en gris, tels que 27/20* → 27/14*, impliquent des tonalités qui se situent aux limites du réseau tonal (cf. chapitre 4.).

*10/7 (617 c)

27/20* → 27/14* 9/5* → 9/7* 6/5* → 12/7* 8/5* → 8/7* 16/15* → 32/21* 64/45* → 64/63* 256/135* → 256/189* 9/8* → 45/28* 3/2* → 15/14* 1/1* → 10/7* 4/3* → 40/21* 16/9* → 80/63* 32/27* → 320/189*		21/20* → 3/2* 7/5* → 1/1* 28/15* → 4/3* 56/45* → 16/9* 224/135* → 32/27* 21/16* → 15/8* 7/4* → 5/4* 7/6* → 5/3* 14/9* → 10/9* 28/27* → 40/27* 112/81* → 160/81* 448/243* → 320/243*

Tableau 6.2 : Facteur de modulation *10/7 (617 c) et couples de tonalités correspondants

La hiérarchie de présentation des tonalités est importante de façon générale : il est préférable d'utiliser les tonalités qui s'éloignent le moins possible de la hauteur génératrice, ceci autant pour favoriser la cohérence tonale que pour faciliter la composition et l'interprétation. Par exemples, en se référant au tableau ci-dessus, nous préférons : 8/5* → 8/7* à 1/1* → 10/7* ; ou encore 1/1* → 10/7* à 7/5* → 1/1* ; etc.

6.1 Facteur *16/15 (112 c)

*16/15 (112 c)

27/16* → 27/20* 9/8* → 9/5* 3/2* → 8/5* 1/1* → 16/15* 4/3* → 64/45* 16/9* → 256/135*	45/32* → 3/2* 15/8* → 1/1* 5/4* → 4/3* 5/3* → 16/9* 10/9* → 32/27* 40/27* → 128/81* 160/81* → 256/243* 45/28* → 12/7* 15/14* → 8/7* 10/7* → 32/21* 40/21* → 64/63* 80/63* → 256/189*	21/16* → 7/5* 7/4* → 28/15* 7/6* → 56/45* 14/9* → 224/135*

*15/14 (119 c)

9/5* → 27/14* 6/5* → 9/7* 8/5* → 12/7* 16/15* → 8/7* 64/45* → 32/21* 256/135* → 64/63* 3/2* → 45/28* 1/1* → 15/14* 4/3* → 10/7* 16/9* → 40/21* 32/27* → 80/63* 128/81* → 320/189*		21/20* → 9/8* 7/5* → 3/2* 28/15* → 1/1* 56/45* → 4/3* 224/135* → 16/9* 21/16* → 45/32* 7/4* → 15/8* 7/6* → 5/4* 14/9* → 5/3* 28/27* → 10/9* 112/81* → 40/27* 448/243* → 160/81*

6.2 Facteur *10/9 (182 c)

*10/9 (182 c)

27/20* → 3/2* 9/5* → 1/1* 6/5* → 4/3* 8/5* → 16/9* 16/15* → 32/27* 64/45* → 128/81* 256/135* → 256/243* 27/16* → 15/8* 9/8* → 5/4* 3/2* → 5/3* 1/1* → 10/9* 4/3* → 40/27* 16/9* → 160/81* 32/27* → 320/243* 27/14* → 45/28* 9/7* → 10/7* 12/7* → 40/21* 8/7* → 80/63* 32/21* → 320/189*		21/20* → 7/6* 7/5* → 14/9* 28/15* → 28/27* 56/45* → 112/81* 224/135* → 448/243*

6.3 Facteur *9/8 (204 c)

*9/8 (204 c)

3/2* → 27/16* 1/1* → 9/8* 4/3* → 3/2* 16/9* → 1/1* 32/27* → 4/3* 128/81* → 16/9* 256/243* → 32/27* 9/5* → 27/20* 8/5* → 9/5* 16/15* → 6/5* 64/45* → 8/5* 256/135* → 16/15* 12/7* → 27/14* 8/7* → 9/7* 32/21* → 12/7* 64/63* → 8/7* 256/189* → 32/21*	10/9* → 5/4* 40/27* → 5/3* 160/81* → 10/9* 320/243* → 40/27* 10/7* → 45/28* 40/21* → 15/14* 80/63* → 10/7* 320/189* → 40/21*	7/6* → 21/16* 14/9* → 7/4* 28/27* → 7/6* 112/81* → 14/9* 448/243* → 28/27* 28/15* → 21/20* 56/45* → 7/5* 224/135* → 28/15*

6.4 Facteur *8/7 (231 c)

*8/7 (231 c)

27/16* → 27/14* 9/8* → 9/7* 3/2* → 12/7* 1/1* → 8/7* 4/3* → 32/21* 16/9* → 64/63* 32/27* → 256/189*	45/32* → 45/28* 15/8* → 15/14* 5/4* → 10/7* 5/3* → 40/21* 10/9* → 80/63* 40/27* → 320/189*	21/16* → 3/2* 7/4* → 1/1* 7/6* → 4/3* 14/9* → 16/9* 28/27* → 32/27* 112/81* → 128/81* 448/243* → 256/243* 21/20* → 6/5* 7/5* → 8/5* 28/15* → 16/15* 56/45* → 64/45* 224/135* → 256/135*

6.5 Facteur *7/6 (267 c)

*7/6 (267 c)

27/14* → 9/8* 9/7* → 3/2* 12/7* → 1/1* 8/7* → 4/3* 32/21* → 16/9* 64/63* → 32/27* 256/189* → 128/81* 9/8* → 21/16* 3/2* → 7/4* 1/1* → 7/6* 4/3* → 14/9* 16/9* → 28/27* 32/27* → 112/81* 128/81* → 448/243* 9/5* → 21/20* 6/5* → 7/5* 8/5* → 28/15* 16/15* → 56/45* 64/45* → 224/135*	45/28* → 15/8* 15/14* → 5/4* 10/7* → 5/3* 40/21* → 10/9* 80/63* → 40/27* 320/189* → 160/81*	

*75/64 (275 c)

6/5* → 45/32* 8/5* → 15/8* 16/15* → 5/4* 64/45* → 5/3* 256/135* → 10/9*		

*32/27 (294 c)

27/16* → 1/1* 9/8* → 4/3* 3/2* → 16/9* 1/1* → 32/27* 4/3* → 128/81* 16/9* → 256/243* 27/20* → 8/5* 9/5* → 16/15* 6/5* → 64/45* 8/5* → 256/135* 9/7* → 32/21* 12/7* → 64/63* 8/7* → 256/189*	45/32* → 5/4* 15/8* → 10/9* 5/4* → 40/27* 5/3* → 160/81* 10/9* → 320/243* 45/28* → 40/21* 15/14* → 80/63* 10/7* → 320/189*	21/16* → 14/9* 7/4* → 28/27* 7/6* → 112/81* 14/9* → 448/243* 21/20* → 56/45* 7/5* → 224/135*

6.6 Facteur *6/5 (316 c)

*6/5 (316 c)

9/8* → 27/20* 3/2* → 9/5* 1/1* → 6/5* 4/3* → 8/5* 16/9* → 16/15* 32/27* → 64/45* 128/81* → 256/135*	45/32* → 27/16* 15/8* → 9/8* 5/4* → 3/2* 5/3* → 1/1* 10/9* → 4/3* 40/27* → 16/9* 160/81* → 32/27* 320/243* → 128/81* 45/28* → 27/14* 15/14* → 9/7* 10/7* → 12/7* 40/21* → 8/7* 80/63* → 32/21-* 320/189* → 64/63-*	7/4* → 21/20* 7/6* → 7/5* 14/9* → 28/15* 28/27* → 56/45* 112/81* → 224/135*

6.7 Facteur *5/4 (386 c)

*5/4 (386 c)

27/20* → 27/16* 9/5* → 9/8* 6/5* → 3/2* 8/5* → 1/1* 16/15* → 4/3* 64/45* → 16/9* 256/135* → 32/27* 9/8* → 45/32* 3/2* → 15/8* 1/1* → 5/4* 4/3* → 5/3* 16/9* → 10/9* 32/27* → 40/27* 128/81* → 160/81* 256/243* → 320/243* 9/7* → 45/28* 12/7* → 15/14* 8/7* → 10/7* 32/21* → 40/21* 64/63* → 80/63* 256/189* → 320/189*		21/20* → 21/16* 7/5* → 7/4* 28/15* → 7/6* 56/45* → 14/9* 224/135* → 28/27*

*81/64 (408 c)

4/3* → 27/16* 16/9* → 9/8* 32/27* → 3/2* 128/81* → 1/1* 256/243* → 4/3* 16/15* → 27/20* 64/45* → 9/5-* 256/135* → 6/5* 32/21* → 27/14* 64/63* → 9/7* 256/189* → 12/7*	10/9* → 45/32* 40/27* → 15/8* 160/81* → 5/4* 320/243* → 5/3*	28/27* → 21/16* 112/81* → 7/4* 448/243* → 7/6*

*32/25 (427 c)

	45/32* → 9/5* 15/8* → 6/5* 5/4* → 8/5* 5/3* → 16/15* 10/9* → 64/45* 40/27* → 256/135*	

*9/7 (435 c)

	5/4* → 45/28* 5/3* → 15/14* 10/9* → 10/7* 40/27* → 40/21* 160/81* → 80/63* 320/243* → 320/189*	21/16* → 27/16* 7/4* → 9/8 7/6* → 3/2 14/9* → 1/1 28/27* → 4/3 112/81* → 16/9 448/243* → 32/27* 21/20* → 27/20* 7/5* → 9/5* 28/15* → 6/5* 56/45* → 8/5* 224/135* → 16/15*

*21/16 (471c)

9/7* → 27/16* 12/7* → 9/8* 8/7* → 3/2* 32/21* → 1/1* 64/63* → 4/3* 256/189* → 16/9* 1/1* → 21/16* 4/3* → 7/4* 16/9* → 7/6* 32/27* → 14/9* 128/81* → 28/27* 256/243* → 112/81* 8/5* → 21/20* 16/15* → 7/5* 64/45* → 28/15* 256/135* → 56/45*	15/14* → 45/32* 10/7* → 15/8* 40/21* → 5/4* 80/63* → 5/3* 320/189* → 10/9*	

6.8 Facteur *4/3 (498 c)

*4/3 (498 c)

27/16* → 9/8* 9/8* → 3/2* 3/2* → 1/1* 1/1* → 4/3* 4/3* → 16/9* 16/9* → 32/27* 32/27* → 128/81* 128/81* → 256/243* 27/20* → 9/5* 9/5* → 6/5* 6/5* → 8/5* 8/5* → 16/15* 16/15* → 64/45* 64/45* → 256/135* 27/14* → 9/7* 9/7* → 12/7* 12/7* → 8/7* 8/7* → 32/21* 32/21* → 64/63* 64/63* → 256/189*	45/32* → 15/8* 15/8* → 5/4* 5/4* → 5/3* 5/3* → 10/9* 10/9* → 40/27* 40/27* → 160/81* 160/81* → 320/243* 45/28* → 15/14* 15/14* → 10/7* 10/7* → 40/21* 40/21* → 80/63* 80/63* → 320/189*	21/16* → 7/4* 7/4* → 7/6* 7/6* → 14/9* 14/9* → 28/27* 28/27* → 112/81* 112/81* → 448/243* 21/20* → 7/5* 7/5* → 28/15* 28/15* → 56/45* 56/45* → 224/135*

*27/20 (520 c)

27/16* → 27/20* 9/8* → 9/5* 16/9* → 6/5* 32/27* → 8/5* 128/81* → 16/15* 256/243* → 64/45*	15/8* → 45/32* 5/4* → 15/8* 5/3* → 9/8* 10/9* → 3/2* 40/27* → 1/1* 160/81* → 4/3* 320/243* → 16/9* 10/7* → 27/14* 40/21* → 9/7* 80/63* → 12/7* 320/189* → 8/7*	14/9* → 21/20* 28/27* → 7/5* 112/81* → 28/15* 448/243* → 56/45*

6.9 Facteur *7/5 (583 c)

*7/5 (583 c)

27/14* → 27/20* 9/7* → 9/5* 12/7* → 6/5* 8/7* → 8/5* 32/21* → 16/15* 64/63* → 64/45* 256/189* → 256/135* 3/2* → 21/20* 1/1* → 7/5* 4/3* → 28/15* 16/9* → 56/45* 32/27* → 224/135*	45/28* → 9/8* 15/14* → 3/2* 10/7* → 1/1* 40/21* → 4/3* 80/63* → 16/9* 320/189* → 32/27* 15/8* → 21/16* 5/4* → 7/4* 5/3* → 7/6* 10/9* → 14/9* 40/27* → 28/27* 160/81* → 112/81* 320/243* → 448/243*	

*45/32 (590 c)

6/5* → 27/16* 8/5* → 9/8* 16/15* → 3/2* 64/45* → 1/1* 256/135* → 4/3* 1/1* → 45/32* 4/3* → 15/8* 16/9* → 5/4* 32/27* → 5/3* 128/81* → 10/9* 256/243* → 40/27* 8/7* → 45/28* 32/21* → 15/14* 64/63* → 10/7* 256/189* → 40/21*		28/15* → 21/16* 56/45* → 7/4* 224/135* → 7/6*

*64/45 (610 c)

27/16* → 6/5* 9/8* → 8/5* 3/2* → 16/15* 1/1* → 64/45* 4/3* → 256/135*	45/32* → 1/1* 15/8* → 4/3* 5/4* → 16/9* 5/3* → 32/27* 10/9* → 128/81* 40/27* → 256/243* 45/28* → 8/7* 15/14* → 32/21* 10/7* → 64/63* 40/21* → 256/189*	21/16* → 28/15* 7/4* → 56/45* 7/6* → 224/135*

6.10 Facteur *10/7 (617 c)

*10/7 (617 c)

27/20* → 27/14* 9/5* → 9/7* 6/5* → 12/7* 8/5* → 8/7* 16/15* → 32/21* 64/45* → 64/63* 256/135* → 256/189* 9/8* → 45/28* 3/2* → 15/14* 1/1* → 10/7* 4/3* → 40/21* 16/9* → 80/63* 32/27* → 320/189*		21/20* → 3/2* 7/5* → 1/1* 28/15* → 4/3* 56/45* → 16/9* 224/135* → 32/27* 21/16* → 15/8* 7/4* → 5/4* 7/6* → 5/3* 14/9* → 10/9* 28/27* → 40/27* 112/81* → 160/81* 448/243* → 320/243*

*40/27 (680 c)

27/20* → 27/16* 9/5* → 9/8* 6/5* → 16/9* 8/5* →32/27* 16/15* →128/81* 64/45* →256/243* 27/14* →10/7* 9/7* →40/21* 12/7*→ 80/63* 8/7* → 320/189* 45/32* → 15/8* 15/8* →5/4* 9/8* → 5/3* 3/2* → 10/9* 1/1* → 40/27* 4/3* → 160/81* 16/9* → 320/243*		21/20* → 14/9* 7/5* → 28/27* 28/15* → 112/81* 56/45* → 448/243*

6.11 Facteur *3/2 (702 c)

*3/2 (702 c)

<table>
<tr>
<td>9/8* → 27/16*
3/2* → 9/8*
1/1* → 3/2*
4/3* → 1/1*
16/9* → 4/3*
32/27* → 16/9*
128/81* → 32/27*
256/243* → 128/81*

9/5* → 27/20*
6/5* → 9/5*
8/5* → 6/5*
16/15* → 8/5*
64/45* → 16/15*
256/135* → 64/45*

9/7* → 27/14*
12/7* → 9/7*
8/7* → 12/7*
32/21* → 8/7*
64/63* → 32/21*
256/189* → 64/63*</td>
<td>15/8* → 45/32*
5/4* → 15/8*
5/3* → 5/4*
10/9* → 5/3*
40/27* → 10/9*
160/81* → 40/27*
320/243* → 160/81*

45/32* → 45/28*
10/7* → 15/14*
40/21* → 10/7*
80/63* → 40/21*
320/189* → 80/63*</td>
<td>7/4* → 21/16*
7/6* → 7/4*
14/9* → 7/6*
28/27* → 14/9*
112/81* → 28/27*
448/243* → 112/81*

7/5* → 21/20*
28/15* → 7/5*
56/45* → 28/15*
224/135* → 56/45*</td>
</tr>
</table>

*32/21 (729 c)

<table>
<tr>
<td>27/16* → 9/7*
9/8* → 12/7*
3/2* → 8/7*
1/1* → 32/21*
4/3* → 64/63*
16/9* → 256/189*</td>
<td>45/32* → 15/14*
15/8* → 10/7*
5/4* → 40/21*
5/3* → 80/63*
10/9* → 320/189*</td>
<td>21/16* → 1/1*
7/4* → 4/3*
7/6* → 16/9*
14/9* → 32/27*
28/27* → 128/81*
112/81* → 256/243*

21/20* → 8/5*
7/5* → 16/15*
28/15* → 64/45*
56/45* → 256/135*</td>
</tr>
</table>

*14/9 (765 c)

27/14* → 3/2* 9/7* → 1/1* 12/7* → 4/3* 8/7* → 16/9* 32/21* → 32/27* 64/63* → 128/81* 256/189* → 256/243* 27/16* → 21/16* 9/8* → 7/4* 3/2* → 7/6* 1/1* → 14/9* 4/3* → 28/27* 16/9* → 112/81* 32/27* → 448/243* 27/20* → 21/20* 9/5* → 7/5* 6/5* → 28/15* 8/5* → 56/45* 16/15* → 224/135*	45/35* → 5/4* 15/14* → 5/3* 10/7* → 10/9* 40/21* → 40/27* 80/63* → 160/81* 320/189* → 320/243*	

*25/16 (773 c)

9/5* → 45/32* 6/5* → 15/8* 8/5* → 5/4* 16/15* → 5/3* 64/45* → 10/9* 256/135* → 40/27*		

*128/81 (792 c)

27/16* → 4/3* 9/8* → 16/9* 3/2* → 32/27* 1/1* → 128/81* 4/3* → 256/243* 27/20* → 16/15* 9/5* → 64/45* 6/5* → 256/135* 27/14* → 32/21* 9/7* → 64/63* 12/7* → 256/189*	45/32* → 10/9* 15/8* → 40/27* 5/4* → 160/81* 5/3* → 320/243*	21/16* → 28/27* 7/4* → 112/81* 7/6* → 448/243*

6.12 Facteur *8/5 (814 c)

*8/5 (814 c)

27/16* → 27/20* 9/8* → 9/5* 3/2* → 6/5* 1/1* → 8/5* 4/3-* → 16/15* 16/9* → 64/45* 32/27* → 256/135*	45/32* → 9/8* 15/8* → 3/2* 5/4* → 1/1* 5/3* → 4/3* 10/9* → 16/9* 40/27* → 32/27* 160/81* → 128/81* 320/243* → 256/243* 45/28* → 9/7* 15/14* → 12/7* 10/7* → 8/7* 40/21* → 32/21* 80/63* → 64/63* 320/189* → 256/189*	21/16* → 21/20* 7/4* → 7/5* 7/6* → 28/15* 14/9* → 56/45* 28/27* → 224/135*

6.13 Facteur *5/3 (884 c)

*5/3 (884 c)

27/20* → 9/8* 9/5* → 3/2* 6/5* → 1/1* 8/5* → 4/3* 16/15* → 16/9* 64/45* → 32/27* 256/135* → 128/81* 27/16* → 45/32* 9/8* → 15/8* 3/2* → 5/4* 1/1* → 5/3* 4/3* → 10/9* 16/9* → 40/27* 32/27* → 160/81* 128/81* → 320/243* 27/14* → 45/28* 9/7* → 15/14* 12/7* → 10/7* 8/7* → 40/21* 32/21* → 80/63* 64/63* → 320/189*		21/20* → 7/4* 7/5* → 7/6* 28/15* → 14/9* 56/45* → 28/27* 224/135* → 112/81*

*27/16 (906 c)

16/9* → 3/2* 32/27* → 1/1 128/81* → 4/3 256/243* → 16/9* 8/5* → 27/20* 16/15* → 9/5* 64/45* → 6/5* 256/135* → 8/5* 32/21* → 9/7* 64/63* → 12/7* 256/189* → 8/7*	5/4* → 45/32* 10/9* → 15/8* 40/27* → 5/4* 160/81* → 5/3* 320/243* → 10/9* 40/21* → 45/28* 80/63* → 15/14* 320/189* → 10/7*	14/9* → 21/16* 28/27* → 7/4* 112/81* → 7/6* 448/243* → 14/9* 56/45* → 21/20* 224/135* → 7/5*

*128/75 (925 c)

	45/32* → 6/5* 15/8* → 8/5* 5/4* → 16/15* 5/3* → 64/45* 10/9* → 256/135*	

6.14 Facteur *12/7 (933 c)

*12/7 (933 c)

9/8* → 27/14* 3/2* → 9/7* 1/1* → 12/7* 4/3* → 8/7* 16/9* → 32/21* 32/27* → 64/63* 128/81* → 256/189*	15/8* → 45/28* 5/4* → 15/14* 5/3* → 10/7* 10/9* → 40/21* 40/27* → 80/63* 160/81* → 320/189*	21/16* → 9/8* 7/4* → 3/2* 7/6* → 1/1* 14/9* → 4/3* 28/27* → 16/9* 112/81* → 32/27* 448/243* → 128/81* 21/20* → 9/5* 7/5* → 6/5* 28/15* → 8/5* 56/45* → 16/15* 224/135* → 64/45*

6.15 Facteur *7/4 (969 c)

*7/4 (969 c)

27/14* → 27/16* 9/7* → 9/8* 12/7* → 3/2* 8/7* → 1/1* 32/21* → 4/3* 64/63* → 16/9* 256/189* → 32/27* 3/2* → 21/16* 1/1* → 7/4* 4/3* → 7/6* 16/9* → 14/9* 32/27* → 28/27* 128/81* → 112/81* 256/243* → 448/243* 9/5* → 21/20* 8/5* → 7/5* 16/15* → 28/15* 64/45* → 56/45* 256/135* → 224/135*	15/14* → 15/8* 10/7* → 5/4* 40/21* → 5/3* 80/63* → 10/9* 320/189* → 40/27*	27/14* → 27/16* 9/7* → 9/8* 12/7* → 3/2* 8/7* → 1/1* 32/21* → 4/3* 64/63* → 16/9* 256/189* → 32/27* 3/2* → 21/16* 1/1* → 7/4* 4/3* → 7/6* 16/9* → 14/9* 32/27* → 28/27* 128/81* → 112/81* 256/243* → 448/243* 9/5* → 21/20* 8/5* → 7/5* 16/15* → 28/15* 64/45* → 56/45* 256/135* → 224/135*

6.16 Facteur *16/9 (996 c)

*16/9 (996 c)

27/16* → 3/2*	45/32* → 5/4*	21/16* → 7/6*
9/8* → 1/1*	15/8* → 5/3*	7/4* → 14/9*
3/2* → 4/3*	5/4* → 10/9*	7/6* → 28/27*
1/1* → 16/9*	5/3* → 40/27*	14/9* → 112/81*
4/3* → 32/27*	10/9* → 160/81*	28/27* → 448/243*
16/9* → 128/81*	40/27* → 320/243*	
32/27* → 256/243*		21/20* → 28/15*
	45/28* → 40/21*	7/5* → 56/45*
21/20* → 6/5*	10/7* → 80/63*	28/15* → 224/135*
9/5* → 8/5*	40/21* → 320/189*	
6/5* → 16/15*		
8/5* → 64/45*		
16/15* → 256/135*		
27/14* → 12/7*		
9/7* → 8/7*		
12/7* → 32/21*		
8/7* → 64/63*		
32/21* → 256/189*		

6.17 Facteur *9/5 (1018 c)

*9/5 (1018 c)

3/2* → 21/20* 1/1* → 9/5* 4/3* → 6/5* 16/9* → 8/5* 32/27* → 16/15* 128/81* → 64/45* 256/243* → 256/135*	15/8* → 27/16* 5/4* → 9/8* 5/3* → 3/2* 10/9* → 1/1* 40/27* → 4/3* 160/81* → 16/9* 320/243* → 32/27* 15/14* → 27/14* 10/7* → 9/7* 40/21* → 12/7* 80/63* → 8/7* 320/189* → 32/21*	7/6* → 21/20* 14/9* → 7/5* 28/27* → 28/15* 112/81* → 56/45* 448/243* → 224/135*

*28/15 (1081 c)

27/14* → 9/5* 9/7* → 6/5* 12/7* → 8/5* 8/7* → 16/15* 32/21* → 64/45* 64/63* → 256/135* 9/8* → 21/20* 3/2* → 7/5* 1/1* → 28/15* 4/3* → 56/45* 16/9* → 224/135*	45/28* → 3/2* 15/14* → 1/1* 10/7* → 4/3* 40/21* → 16/9* 80/63* → 32/27* 320/189* → 128/81* 45/32* → 21/16* 15/8* → 7/4* 5/4* → 7/6* 5/3* → 14/9* 10/9* → 28/27* 40/27* → 112/81* 160/81* → 448/243*	

6.18 Facteur *15/8 (1088 c)

*15/8 (1088 c)

9/5* → 27/16* 6/5* → 9/8* 8/5* → 3/2* 16/15* → 1/1* 64/45* → 4/3* 256/135* → 16/9* 3/2* → 45/32* 1/1* → 15/8* 4/3* → 5/4* 16/9* → 5/3* 32/27* → 10/9* 128/81* → 40/27* 256/243* → 160/81* 12/7* → 45/28* 8/7* → 15/14* 32/21* → 10/7* 64/63* → 40/21* 256/189* → 80/63*		7/5* → 21/16* 28/15* → 7/4* 56/45* → 7/6* 224/135* → 14/9*

7. Liste d'accords

Ce chapitre suggère une liste d'accords à utiliser dans le contexte d'une modulation[1]. Pour obtenir une classification logique et constante, les accords sont ordonnés selon cette hiérarchie :

— ordre croissant de limite (nombre premier le plus élevé de l'accord) ;
— ordre croissant du deuxième nombre premier le plus élevé de l'accord (par exemple, 3-5-7 est ordonné après 3-7-9, parce que, hormis 7, son deuxième nombre premier le plus élevé est 5, contre 3 pour 3-7-9 ;
— ordre croissant de la somme de toutes les identités de l'accord (par exemple, l'accord 3-5-7 est ordonné après l'accord 5-7, puisque la somme de 3 + 5 + 7 est supérieure à celle de 5 + 7).

Nous avons éliminé certaines dispositions d'accord jugées trop dissonantes et admis certaines autres avec réserve. Ce jugement, subjectif, demeure guidé par un critère principal, objectif, énoncé au chapitre portant sur la modulation : plus les harmoniques d'un accord sont organisés en ordre croissant d'identité, plus grande est la consonance de cet accord. Par ailleurs, de façon générale, la désorganisation des harmoniques nuit à la perception de leur identification. Par exemple, le renversement des identités 1 et 9 produit l'intervalle [9 : 16], que nous avons tendance à percevoir comme l'intervalle similaire [4 : 7], dont les identités sont ordonnées.

Dans l'exemple ci-dessous, pour l'accord 3-15, il est préférable de remplacer les dispositions désordonnées, en gris, par les dispositions mieux ordonnées, en couleurs.

	16	15	24	32	15	24
3-15	15	8	16	24	12	15
	12	6	15	15	8	8

Tableau 7.1 : Différentes dispositions de l'accord 3-15

[1] Les accords ne faisant que permuter des harmoniques à l'intérieur d'une même tonalité admettent davantage de complexité, si bien qu'en dresser la liste nous semble inutile, sinon impossible.

Dans cet autre exemple, pour l'accord 5-9, les dispositions [9 : 16 : 20] et [5 : 9 : 16] sont retirées, ce qui témoigne par ailleurs de notre difficulté à les intégrer à des modulations satisfaisantes dans les *Compléments*.

3-15	10 9 8	9 5 4	16 10 9		9 8 5	

Tableau 7.2 : Différentes dispositions de l'accord 5-9

7.1 Accords limite-3

3	4 3 2	3 2 1	4 3 2	3 2 1	4 3 2	3 2 1
9	16 9 8	9 8 4	16 9 8	9 8 4	16 9 8	9 8 4
3-9	12 9 8	9 6 4	16 12 9		9 8 6	16 9 6

7.2 Accords limite-5

5	8 5 4	5 4 2	8 5 4	5 4 2	8 5 4	5 4 2
3-5	6 5 4	5 3 2	8 6 5	12 8 5	5 4 3	8 5 3
5-9	10 9 8	9 5 4	16 10 9		9 8 5	
3-5-9	12 10 9	20 12 9	16 9 5	9 8 5	10 9 6	9 5 3
15	16 15 8	15 8 4	16 15 8	15 8 4	16 15 8	15 8 4
3-15	16 15 12	15 8 6	24 16 15	32 24 15	15 12 8	24 15 8
5-15	20 16 15	32 20 15	15 10 8	20 15 8	16 15 10	15 8 5
3-5-15	15 12 10	24 15 10	20 15 12	15 10 6	24 20 15	40 24 15
3-9-15	18 15 12	15 9 6	24 18 15	36 24 15	15 12 9	24 15 9
5-25	25 20 16	40 25 16	32 25 20	25 16 10	40 32 25	64 40 25

7.3 Accords limite-7

7	8 7 4	7 4 2	8 7 4	7 4 2	8 7 4	7 4 2
3-7	8 7 6	7 4 3	12 8 7	16 12 7	7 6 4	12 7 4
7-9	9 8 7	18 16 7	14 9 8	9 7 4	16 14 9	
3-7-9	9 7 6	14 9 6	12 9 7	18 12 7	14 12 9	24 14 9
5-7	10 8 7	16 10 7	7 5 4	10 7 4	8 7 5	14 8 5
3-5-7	7 6 5	12 7 5	10 7 6	7 5 3	12 10 7	20 12 7
5-7-9	10 9 7		14 10 9		9 7 5	14 9 5
7-15	16 15 14				15 14 8	
3-7-15	15 14 12			15 12 7		
5-7-15		15 10 7			15 14 10	

7.4 Accords limite-11

11	16 11 8	11 8 4	16 11 8	11 8 4	16 11 8	11 8 4
3-11	12 11 8	11 6 4	16 12 11		11 8 6	16 11 6
9-11	11 9 8					
5-11	11 10 8		16 11 10	11 8 5		
3-5-11	12 11 10	11 6 5			11 10 6	
5-9-11	11 10 9			11 9 5		
7-11	11 8 7		14 11 8	11 7 4		
3-7-11	14 12 11		11 7 6	14 11 6		

7.5 Accords limite-13

13	16 13 8	13 8 4	16 13 8	13 8 4	16 13 8	13 8 4
3-13	16 13 12	13 8 6	24 16 13		13 12 8	
9-13			13 9 8			
3-9-13				13 9 6		
5-13			13 10 8	20 13 8	16 13 10	13 8 5
3-5-13	13 12 10		20 13 12	13 10 6		
5-9-13				13 9 5		
7-13	16 14 13				14 13 8	13 7 4
3-7-13	14 13 12				13 12 7	

7.6 Accords limite-17

17	32 17 16	17 16 8	32 17 16	17 16 8	32 17 16	17 16 8
3-17	24 17 16	17 12 8	32 24 17		17 16 12	32 17 12
9-17	18 17 16					
3-9-17	24 18 17				18 17 12	
5-17	20 17 16	17 10 8			17 16 10	
3-5-17	24 20 17		17 12 10	24 17 10	20 17 12	17 10 6
7-17	17 16 14		28 17 16	17 14 8		
3-7-17	17 14 12	28 17 12	24 17 14	17 12 7	28 24 17	
5-7-17	20 17 14	17 10 7	28 20 17	40 28 17	17 14 10	28 17 10

7.7 Accords limite-19

19	32 19 16	19 16 8	32 19 16	19 16 8	32 19 16	19 16 8
3-19	24 19 16	19 12 8	32 24 19	48 32 19	19 16 12	32 19 12
9-19	19 18 16	36 19 16				
3-9-19	24 19 18				19 18 12	
5-19	20 19 16	19 10 8			19 16 10	
3-5-19	24 20 19		19 12 10	24 19 10	20 19 12	19 10 6
15-19	19 16 15		30 19 16	19 15 8	32 15 19	60 32 19
3-15-19	30 24 19	48 30 19	19 15 12	30 19 12	24 19 15	38 24 15

7.8 Accords limite-23

23	32 23 16	23 16 8	32 23 16	23 16 8	32 23 16	23 16 8
3-23	24 23 16	23 12 8			23 16 12	32 23 12
5-23	23 20 16	40 23 16		23 16 10		
3-5-23	24 23 20	23 12 10			23 20 12	

Conclusion

Derrière les schémas d'organisation se cachent les phénomènes qui les sous-tendent. Similairement, sur le plan de l'entendement, nous pouvons considérer la musique comme la négation du son au profit de son organisation. Pourtant, un son qui serait complètement abandonné à son autonomie, plutôt que recueilli comme matériau d'une facture poétique, retournerait à la rumeur de la nature. C'est donc dire que, pour être perçu esthétiquement, le son a besoin de la musique autant que la musique a besoin du son.

Cette tension dialectique se retrouve au cœur de l'harmonie fondée sur le nombre, dont le matériau correspond à la mesure exacte du phénomène. Un équilibre devient possible entre la musique et le son ; entre l'ordre, nécessaire à l'émergence de la complexité, et le chaos, au potentiel créateur infini.

Ne l'oublions plus.

Bibliographie

Doty, David (2002 [1993]), *The Just Intonation Primer*, 3e édition, www.dbdoty.com/Words/Primer1.html (consulté le 24 mars 2021).

Gann, Kyle (1998), *Anatomy of an Octave*, www.kylegann.com/Octave.html (consulté le 19 décembre 2019).

Hasegawa, Robert (2006), « Tone Representation and Just Intervals », *Contemporary Music Review*, vol. 25, nº 3, p. 263-281, doi.org/10.1080/07494460600726529 (consulté le 2 mars 2021).

Hayward, Robin (2015), *The Hayward Tuning Vine: An Interface for Just Intonation*, communication présentée à l'International Conference on New Interfaces for Musical Expression, Los Angeles, www.nime.org/proceedings/2015/nime2015_146.pdf (consulté le 19 décembre 2019).

Hayward, Robin et Sabat, Marc (2006), *Towards an Expanded Definition of Consonance: Tunable Intervals on Horn, Tuba and Trombone*, www.marcsabat.com/pdfs/tuneable-brass.pdf (consulté le 19 décembre 2019).

Helmholtz, Hermann (1895 [1877]), *On the Sensations of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music*, 3e édition, traduite et annotée par A. J. Ellis, Londres, Longmans, Green and Co.

Moore, Brian (2012 [1977]), *An Introduction to the Psychology of Hearing*, 6e édition, Bingley, Emrald.

Nicholson, Thomas (2020), *Plainsound Harmonic Space Calculator*, www.plainsound.org/HEJI (consulté le 11 novembre 2020).

Nicholson, Thomas (2021), *Surprising Connections in Extended Just Intonation*, https://thomasnicholson.ca/files/nicholson-surprising-connections.pdf (consulté le 23 février 2021).

Nicholson, Thomas et Sabat, Marc (2018), *Fundamental Principles of Just Intonation and Microtonal Composition*, https://marsbat.space/pdfs/JI.pdf (consulté le 12 novembre 2020).

Nicholson, Thomas et Sabat, Marc (2020), *The Helmholtz-Ellis JI Pitch Notation Legend and Series*, https://marsbat.space/pdfs/HEJI2legend+series.pdf (consulté le 12 novembre 2020).

Nicolas, Patrice (2013), « De quelques fausses idées du contrepoint d'école et de leurs conséquences », *Les Cahiers de la Société québécoise de recherche en musique*, vol. 14, nº 2, p. 11-24, doi.org/10.7202/1023737ar (consulté le 2 mars 2021).

Partch, Harry (1974 [1949]), *Genesis of a Music*, 2ᵉ édition, New York, Da Capo.

s.a. (s.d.), « Tonnetz », https://fr.wikipedia.org/wiki/Tonnetz (consulté le 12 mars 2021).

Solomon, Jon (1999), *Ptolemy Harmonics: Translation and Commentary*, Leyde, Brill.

Tenney, James (1988), *A History of Consonance and Dissonance*, New York, Excelsior.

Tenney, James (2008), « On "Crystal Growth" in Harmonic Space (1993–1998) », *Contemporary Music Review*, vol. 27, nº 1, p. 47-56, doi.org/10.1080/07494460701671525 (consulté le 2 mars 2021).

Biographie de l'auteur

Né à Rouyn-Noranda (Québec), Simon Martin (1981-) est un compositeur de musique de concert contemporaine résidant à Montréal.

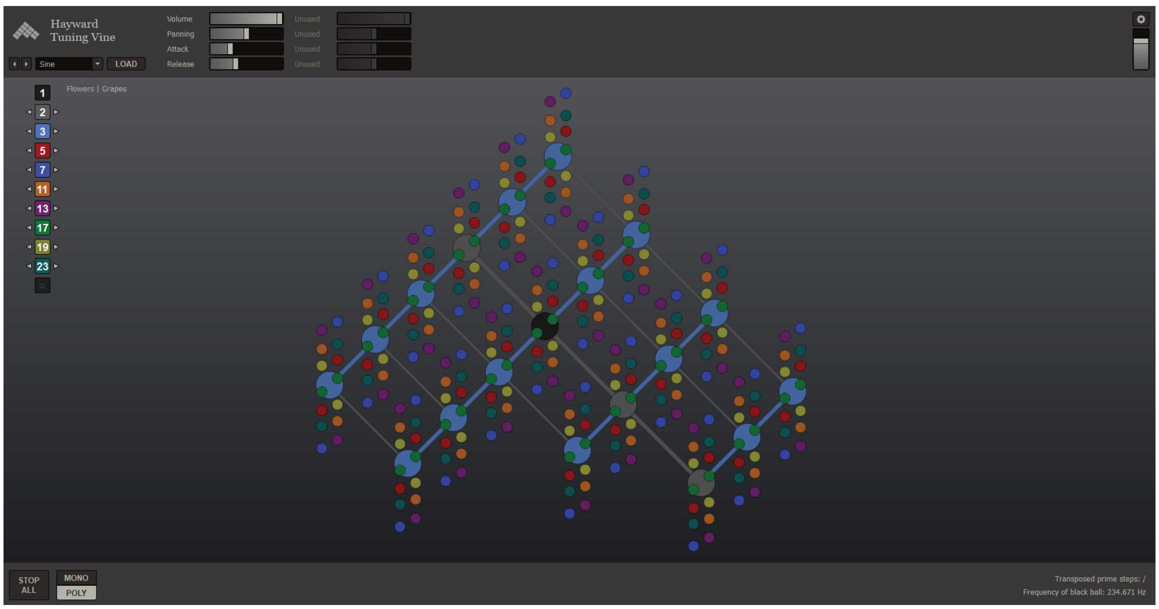
Par l'entremise de sa compagnie de création Projections libérantes (2011), ses œuvres-concert sont interprétées par les ensembles de renommée internationale Quatuor Bozzini (2015), Zinc & Copper (2017) et Ensemble Musikfabrik (2019 et 2021).

Simon Martin est lauréat du prix Opus – Compositeur de l'année (2016) assorti d'une bourse de 10 000 $ du Conseil des arts et des lettres du Québec. Il mène actuellement un stage postdoctoral en recherche-création d'une durée de trois ans (2019-2022) au centre matralab de l'Université Concordia avec le soutien du Fonds de recherche du Québec.

Empreinte d'intériorité, la musique de Simon Martin nous rend témoins d'un mystère qui nous interroge. Le récit de ses œuvres-concert se trouve ciselé à même la matière : une quête de perfection de l'harmonie devient source à la fois de beauté et de drame.

Annexe : logiciel Hayward Tuning Vine

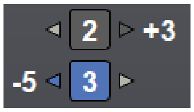
Nous recommandons d'utiliser le logiciel Hayward Tuning Vine[1] en conjonction avec le *Traité* et ses *Compléments*. Voici la seule fenêtre du logiciel telle qu'elle apparaît à l'ouverture :



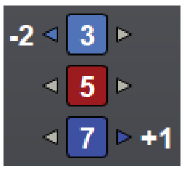
Pour reproduire n'importe quelle modulation, il faut ouvrir deux fenêtres du logiciel, soit une pour chaque tonalité. D'abord, pour obtenir la tonalité de départ dans la première fenêtre, il faut considérer ses facteurs. Par exemple, dans le cas de la tonalité 256/243*, ces facteurs sont : $1/3^5$. Ensuite, il faut appuyer en positif sur les nombres premiers en numérateurs, et en négatif sur les nombres premiers en dénominateur. Dans le cas de $1/3^5$, il faut n'appuyer sur aucun nombre en positif (puisque le nombre en numérateur est 1), et il faut appuyer cinq fois sur le nombre 3 en négatif (puisque le dénominateur de la tonalité est 3^5).

[1] Une version d'essai gratuite de ce logiciel est disponible à l'adresse tuningvine.com (consulté le 2 mars 2021). Une version mise à jour du logiciel est aussi disponible, donnant accès aux harmoniques 29 et 31, entre autres caractéristiques nouvelles.

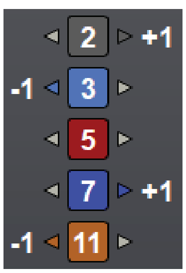
Finalement, il faut utiliser le nombre 2 pour ajuster l’octave désirée.



Pour autre exemple, pour obtenir la tonalité 14/9* (facteurs 7/3^2), il faut appuyer une fois en positif sur le nombre 7, et deux fois en négatif sur le nombre 3.

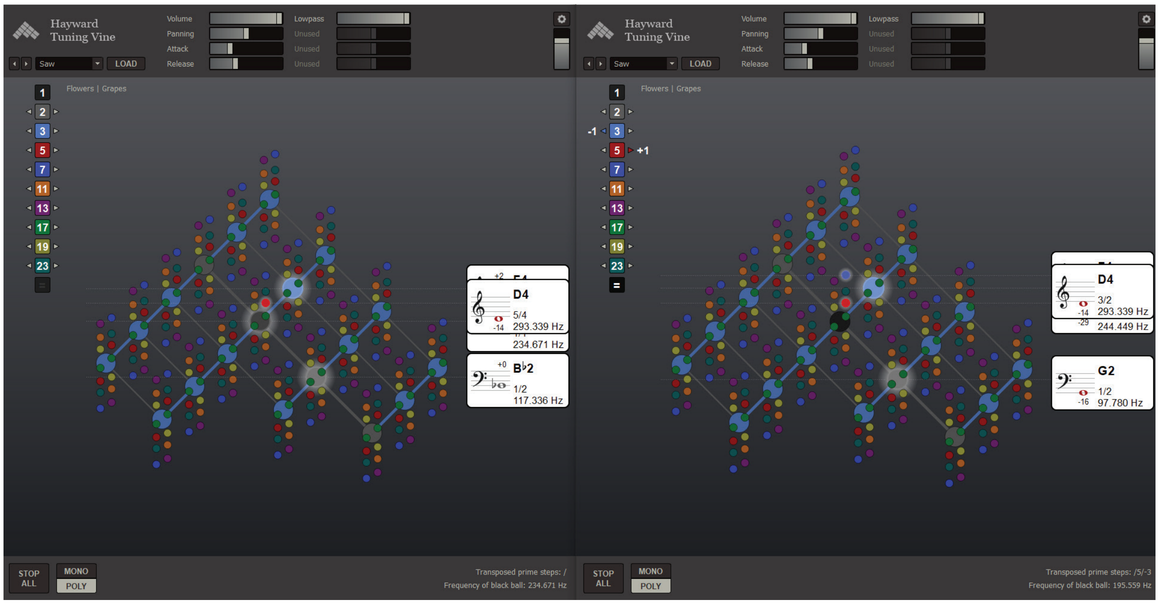


Partant de la tonalité 14/9*, il est possible de moduler dans la même fenêtre, par exemple, par un facteur *12/11 (facteurs 3/11) en appuyant sur 3 en positif et sur 11 en négatif, pour obtenir la tonalité 56/33* (facteurs 7/3*11).



Pour dernier exemple, voici le tableau d’un enchaînement entre les accords 3-5 → 3-5-7 par un facteur de modulation *5/3 et la façon de le reproduire dans le logiciel, à l’aide de deux fenêtres ajustées respectivement aux tonalités 1/1* et 5/3*.

	*5/3 (884 c)
6 ↘ 7	36:35 (-49)
5 = 6	
4 ↗ 5	24:25 (+71)
2 ↘ 2	6:5 (-316)


Hayward
Tuning Vine
Volume
Panning
Attack
Release
Lowpass
Unused
Unused
Unused
Saw
LOAD
Flowers | Grapes
1
2
3
5
7
11
13
17
19
23
D4
5/4
-14
293.339 Hz
234.671 Hz
B♭2
+0
1/2
117.336 Hz
STOP ALL
MONO
POLY
Transposed prime steps: /
Frequency of black ball: 234.671 Hz
Hayward
Tuning Vine
Volume
Panning
Attack
Release
Lowpass
Unused
Unused
Unused
Saw
LOAD
Flowers | Grapes
-1
+1
D4
3/2
-14
293.339 Hz
-29
244.449 Hz
G2
1/2
-16
97.780 Hz
STOP ALL
MONO
POLY
Transposed prime steps: /5/-3
Frequency of black ball: 195.559 Hz

$$\frac{1}{T}$$