





## ÉQUIPE

### RÉDACTEUR EN CHEF

SIMON LUANGXAY

### GRAPHISME

PIERRE-ALEXANDRE MAILHOT  
LEON CARLOS NAVARRO CAMPILLO

### CHRONIQUES

EVENSON AUGUSTE  
ANNE CLÉROUX  
JONATHAN GODIN  
BÉATRICE HAJJAR  
JULIEN HÉBERT-DOUTRELOUX  
ÉLOI MARTIN  
BLANCHE MONGEON  
MATHIEU PINEAULT

### REMERCIEMENTS

MATILDE LALÍN (6 QUESTIONS)  
SILVIA BAHAMONDEZ (CORRECTION)  
GARANCE LÉVY (ARTICLE PHILO.)

## CONTACT

### COURRIEL

LAXIOMATIQUE@GMAIL.COM

### SITE WEB

LAXIOMATIQUE.COM

### FACEBOOK

FACEBOOK.COM/LAXIOMATIQUE

## SOMMAIRE

- 2** MOT DE LA RÉDACTION
- 3** NOVEMBRE AU CLUBMATH
- 3** L'ÉDITION 2022 DU SUMM APPROCHE À GRAND PAS!
- 4** EXAMENS CONCIS
- 5** 6 QUESTIONS À MATILDE LALÍN
- 7** AVIS AUX MATHÉMATICIENS ET MATHÉMATIENNES: SOMMES-NOUS DES PHILOSOPHES? DEVRIONS-NOUS L'ÊTRE?
- 8** LE CHOIX DE L'ÉLECTEUR MÉDIAN
- 10** STAGERIENCE
- 11** L'ENSEMBLE DE MANDELBROT
- 12** VOULEZ-VOUS VIVRE PLUS LONGTEMPS? RESTER À L'ÉCOLE
- 13** SINGULARITÉ CHEZ LES POMMES ET FORME POUR L'ŒUF
- 14** ÉNIGMES ET JEUX MATHÉMATIQUES

CETTE ÉDITION EST RÉALISÉE GRÂCE  
À L'APPUI FINANCIER REÇU DE

LA FÉDÉRATION DES ASSOCIATIONS  
ÉTUDIANTES DU CAMPUS DE  
L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL



F A É C U M

# L'AXIOMATIQUE

## L'AXIOMATIQUE RECRUTE!

Plusieurs postes sont à combler pour la session Hiver 2022! Nous sommes à la recherche de:

- GRAPHISTE;
- ■ CHRONIQUEUR ET CHRONIQUEUSE;
- ■ ■ CORRECTEUR OU CORRECTRICE;

### Pourquoi devrais-tu absolument participer à ce projet?

● Tu peux apprendre plusieurs nouvelles choses plus ou moins utiles qui te serviront lors d'un souper de famille ou pour impressionner tes collègues.



●● Tu seras forcément amené, un jour ou l'autre, à écrire un article; pourquoi ne pas prendre de l'expérience maintenant?

●●● Nous ne sommes pas un comité hyper exigeant qui requiert ta présence régulièrement: tu vas encore avoir une vie sociale malgré ton implication.



●●●● C'est considéré comme du bénévolat: ça paraît bien sur un CV!

●●●●● Tu vas avoir la chance de créer de nouveaux liens et de nouvelles compétences!

Bref, il n'y a que des bonnes raisons pour s'impliquer à L'Axiomatique!

Contacte-nous sur Facebook si l'offre t'intéresse!

### | LE MOT DE LA RÉDACTION

#### FINNISSONS LA SESSION EN BEAUTÉ!

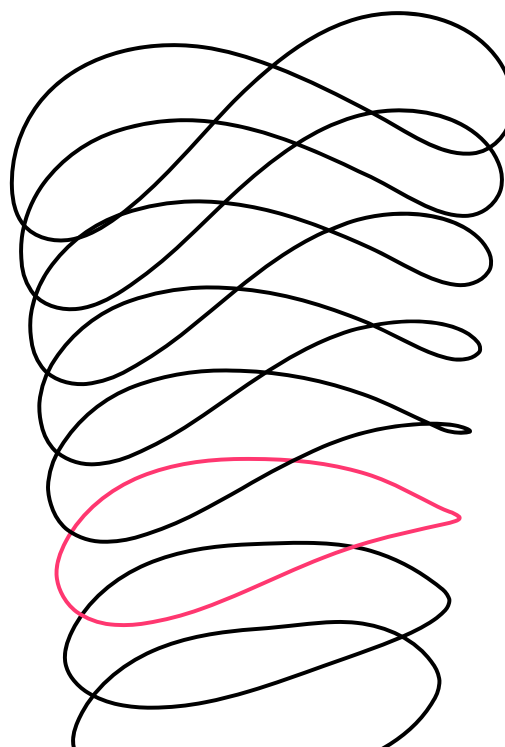
Cette session aura été mémorable pour L'Axiomatique. En plus de la fusion avec les cycles supérieurs, plusieurs nouveaux visages ont joint nos rangs de chroniqueurs et chroniqueuses au cours des derniers mois. Le journal ne cesse de croître et de s'améliorer.

Cela étant dit, au nom de l'équipe du journal, nous aimerions également porter un « toast » à notre ancien rédacteur en chef, Pierre-Olivier Prud'Homme. P-O, ton beau sourire, ta passion brûlante, ton leadership et ton dévouement pour le journal nous manqueront. Nous te rassurons que le flambeau que tu nous as légué ne s'éteindra pas de sitôt. C'est avec honneur que l'équipe et moi prendrons la relève de L'Axiomatique.

Et bien sûr, à toi qui me lis, je ne t'oublie pas. Toi, qui viens assouvir ta curiosité dans le journal chaque mois, nous te remercions.

Sur ce, on se revoit en février 2022 pour la prochaine édition. Bonne fin de session et bonne lecture!

**SIMON LUANGXAY**, RÉDACTEUR EN CHEF



## NOVEMBRE AU CLUBMATH

Si les journées se font de plus en plus courtes et de plus en plus grises, le Clubmath est au moins encore là pour égayer vos mercredis midis! Après une pause du Clubmath justifiée par les examens intras, trois superbes conférences nous ont été présentées en novembre. Florian Maire, professeur adjoint au DMS, a ouvert le bal le 3 novembre en présentant sa conférence intitulée «Apprentissage en ligne (pas sur Zoom!)». Il nous a expliqué les différences entre l'apprentissage traditionnel, où on a  $n$  données, et l'apprentissage en ligne où les données arrivent au compte-goutte. Si l'enjeu de la confidentialité des données et celui d'obtenir une réponse en un temps fini sur des algorithmes qui travaillent sur un grand nombre de données motivent l'utilisation de l'apprentissage en ligne, on doit tout de même se demander si les deux types d'apprentissage sont aussi efficaces l'un que l'autre. Florian Maire a ainsi répondu à cette question au courant de sa conférence.

Le 10 novembre, ce fut au tour de Jonathan Godin, chargé de cours au DMS, de nous rendre visite avec sa conférence «Joli et utile». Il nous a présenté l'ensemble de Mandelbrot, soit une fractale qui organise la dynamique de la famille  $\{z^2 + c\}$ . En fait, comprendre cet ensemble permet de mieux comprendre la famille des polynômes quadratiques. Si Jonathan Godin nous a expliqué plusieurs caractéristiques de l'ensemble de Mandelbrot, il y en reste encore une qui n'a pas encore été résolue : l'ensemble de Mandelbrot est-il localement connexe? Le 17 novembre, Mia Brunetti, étudiante au doctorat au DMS, nous a présenté une conférence fortement intéressante sur l'application des mathématiques en oncologie. Elle a entre autres défini comment les mathématiques modifiaient notre compréhension des mécanismes à l'origine des tumeurs, en plus de nous permettre de trouver de nouvelles solutions pour combattre le cancer. En fait, nous décrivons et prédisons la croissance de tumeurs, en plus des effets de différents traitements, avec des équations différentielles depuis déjà plusieurs années.

Finalement, le 24 novembre, Pierre-Alexandre Mailhot, chargé de cours au DMS, nous a présenté une conférence intitulée «Calculer le nombre de trous dans une paille et autres applications importantes de la topologie algébrique». Il nous a alors parlé d'une définition concrète de ce qu'est

un trou, en plus de nous convaincre que le nombre de trous dans un espace topologique est véritablement important pour l'avenir de l'humanité. Le 1er décembre, Maxime Fortier Bourque présentera la dernière conférence de la session. Il abordera le sujet des pavages, des surfaces platoniques et de la géométrie hyperbolique. Comme d'habitude, les conférences ont lieu les mercredis de 12h30 à 13h30 au 1140 André-Aisenstadt, et elles sont également toutes disponibles sur notre chaîne Youtube.

Sur ce, l'équipe du Clubmath vous souhaite une excellente fin de session, en plus de très joyeuses fêtes. On se retrouve tous en forme et prêts pour une nouvelle session en janvier.

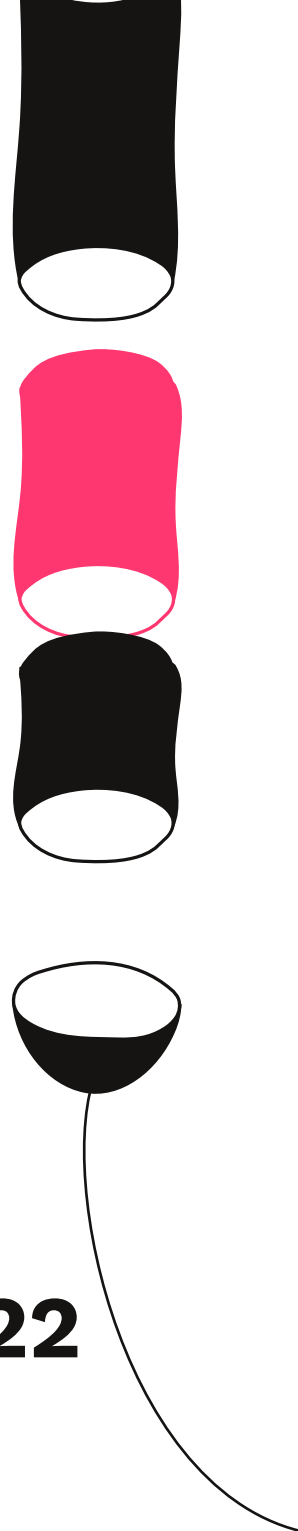
[dms.umontreal.ca/~clubmath/](https://dms.umontreal.ca/~clubmath/)  
[www.facebook.com/clubmath.dms/](https://www.facebook.com/clubmath.dms/)  
[www.youtube.com/channel/UCpv-KeFLZiMTqxx0ErcFMw](https://www.youtube.com/channel/UCpv-KeFLZiMTqxx0ErcFMw)

BLANCHE MONGEON, AU NOM DU COMITÉ ORGANISATEUR DU CLUBMATH

# L'ÉDITION 2022 DU **SUMM** APPROCHE À GRANDS PAS!

Oyez, oyez, membres de la communauté mathématique de l'UdeM, voici venir une annonce palpitante que vous ne voulez pas manquer! Vous n'êtes jamais absent aux conférences régulières données au département? Vous avez fait un stage de recherche captivant cet été et vous désirez partager vos découvertes? Ou bien vous voulez simplement partager votre passion contagieuse pour les mathématiques? Si vous vous êtes reconnu dans une de ces questions, les **Séminaires Universitaires en Mathématiques à Montréal** est l'évènement fait pour vous! Réservez tout de suite à votre calendrier la fin de semaine du **8 et 9 janvier!**

Cette treizième édition des Séminaires Universitaires en Mathématiques à Montréal (ou simplement SUMM) aura lieu en ligne pour une deuxième année consécutive. Cet évènement gratuit est destiné aux étudiant.e.s du



premier cycle en mathématiques qui désirent élargir leurs horizons de diverses manières (mais tous sont les bienvenus). Il y a plusieurs raisons d'y participer:

D'abord, c'est une excellente occasion pour améliorer ses capacités à vulgariser les mathématiques et la recherche en donnant une **conférence d'une vingtaine de minutes** sur le sujet de votre choix relié aux maths.

Ensuite, vous pouvez évidemment simplement **assister aux présentations** données le samedi et dimanche, non seulement par vos collègues, mais par quatre professeurs d'universités différentes parlant de leurs champs d'expertise. Chaque année, il y en a pour tous les goûts, de la théorie des nombres, de l'algèbre, de l'analyse, de la topologie, de la géométrie ou même encore des probabilités (et j'en passe).

Enfin, un point crucial de cet évènement qui se veut rassembleur est de vous permettre de **rencontrer des gens des autres universités** de Montréal ou encore même du Québec au grand complet! Les SUMM permettent l'échange des idées, des expériences et des points de vue à un niveau incomparable par rapport aux autres évènements de ce type.

Pour vous **inscrire** en tant que participant.e ou bien pour donner une présentation, veuillez remplir le **formulaire** disponible sur le **site web** <https://summ.xyz/fr/index.html> d'ici au 19 décembre 2021. Pour plus d'informations, suivez la page **Facebook** <https://www.facebook.com/SUMM-150570238420951> sur laquelle les annonces futures seront faites. Nous espérons vous retrouver en grand nombre les 8 et 9 janvier!

**MATHIEU PINEAULT**, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES



## EXAMENS CONCSIS

Plusieurs mathématiciens et mathématiciennes sont connus pour leurs examens aux énoncés laconiques. En voici quelques exemples.

Un professeur du MIT donnait souvent le même énoncé d'examen pour des cours différents. Ce dernier était: «*Quinze concepts importants ont été couverts lors du cours. Parmi ces concepts, choisissez en treize, décrivez les idées principales dont ils traitent et écrivez des preuves si le temps le permet.*»

À l'université de l'Indiana, Max Zorn (1906-1993), connu pour le lemme de Zorn, donnait un cours gradué. Un des examens que Zorn écrivit pour ce cours disait seulement:

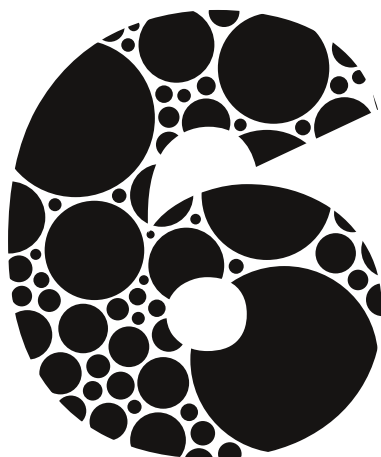
### SIN Z

Lorsque Edward Dunne (1958- ) était auxiliaire d'enseignement à Harvard, il était quelques fois responsable d'écrire les examens. Lors d'un semestre, Dunne devait rédiger un examen traitant d'une matière dans laquelle il n'était pas tout à fait à l'aise. Cherchant une source d'inspiration, Dunne se rendit à la bibliothèque pour consulter un gros livre contenant les examens des années antérieures. Il y trouva, après quelques minutes de recherche, un ancien examen de géométrie algébrique écrit par nul autre que David Mumford (1937- ), lauréat de la médaille Fields et du prix MacArthur. L'examen ne comptait que deux questions:

1 Écrivez un examen pour le cours.

2 Faites-le.

**PIERRE-ALEXANDRE MAILHOT**, ÉTUDIANT AU DOCTORAT EN MATHÉMATIQUES



## QUESTIONS À MATILDE LALÍN

Comment s'est déroulé votre parcours académique?

Je viens de l'Argentine et j'ai fait une licence en mathématiques qui est l'équivalent d'un baccalauréat et d'une maîtrise ici. En Argentine, il n'y a habituellement pas de maîtrise, mais la licence dure plus longtemps, soit 5 ans pour le programme mathématique. Pour le doctorat, je savais déjà que je voulais aller en théorie des nombres, mais à cette époque-là, il y avait peu de choix dans mon pays, donc j'ai décidé d'aller aux États-Unis à l'Université de Princeton. J'ai fait une année là-bas, mais je ne l'ai pas aimé. Alors pour ma deuxième année, j'ai transféré à l'université du Texas à Austin où j'ai terminé mon doctorat. Je savais que je voulais faire une carrière académique, donc pour mon premier postdoc, je suis revenue à Princeton, pas à l'université, mais plutôt à l'Institute for Advanced Study (IAS). J'ai ensuite fait quelques petits postdocs d'un mois ou deux à Berkeley et en Europe. À ma deuxième année, j'ai passé la majorité du temps à UBC. Puis, un poste d'enseignement s'était ouvert à l'Université d'Alberta à Edmonton et ce fut

mon premier poste de professeure où j'ai enseigné là-bas pendant 3 ans jusqu'à ce que je voie une autre opportunité disponible à l'Université de Montréal. J'ai déménagé ici parce qu'il y a un plus grand groupe de chercheurs qui partagent mon aire de recherche, soit la théorie de nombres. Ainsi, ça fait depuis 2010 que je suis à l'UdeM.

Sur quel projet, travaillez-vous actuellement?

Je suis présentement en année sabbatique, mais ça ne veut pas dire que je suis en vacances. Bien au contraire, c'est une année où je ne donne pas de cours, mais je fais beaucoup plus de recherches et d'approfondissements sur la matière. Comme je l'ai dit, je travaille en théorie des nombres et plus spécifiquement avec des objets mathématiques nommés les fonctions L. Ces dernières ont été bâties pour mieux comprendre ce qui se passe avec les objets arithmétiques. Par exemple, pour chercher des solutions entières à une équation à plusieurs variables, une façon d'aborder le problème serait de regarder ce qui se passe en modulo  $n$ , car on a un nombre fini de possibilités pour chaque variable. Dans le fond, avec la fonction L, on va quantifier pour chaque  $n$  ce qui se passe en modulo  $n$ , pour s'attendre à obtenir une réponse sous les entiers (ou les rationnels). En résumé, je travaille sur des projets qui visent à mieux comprendre les propriétés des fonctions L. Ces projets peuvent prendre deux directions. D'un côté, on peut étudier une fonction L particulière et essayer de comprendre les différentes valeurs qu'elle prend sous différentes évaluations. En cette direction, à l'aide de la mesure de Mahler (une construction à partir de polynômes), j'essaie d'obtenir des valeurs spéciales des fonctions L. D'un autre côté, dans un contexte plus analytique, j'essaie aussi de comprendre ce qui se passe avec la distribution des valeurs des fonctions L dans le cas où l'on voudrait savoir si la fonction est nulle ou non nulle selon certaines évaluations. Cette situation généralise la fonction zêta de l'hypothèse de Riemann qui est comme le cas le plus simple des fonctions L. On peut aussi analyser les cas où l'on

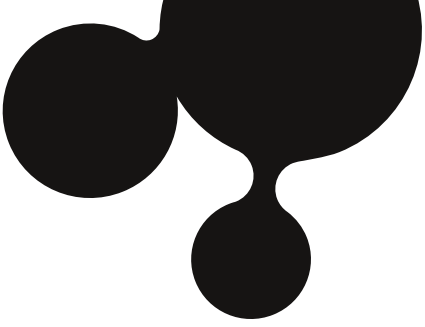
utiliserait plusieurs fonctions L à la fois. Par exemple, dans mes travaux actuels, j'observe une famille des fonctions L attachées à des courbes elliptiques.

Vous avez enseigné plusieurs cours à l'UdeM. Lequel a été votre préféré et pourquoi?

MAT3661 (Théorie de Galois) est mon cours préféré. Bien que ce dernier ne soit pas facile, c'est un cours dans lequel on peut poser des questions très intéressantes, dont une qui nous permet de comprendre quand on peut décrire les racines d'un polynôme avec des formules incluant des opérations élémentaires et radicaux. On remarque qu'il existe une formule pour l'équation quadratique et des formules pour les équations de degré trois et quatre (malgré qu'elles ne soient pas très belles). Cependant, à partir du cinquième degré, on n'obtient pas de formules et l'on se demande pourquoi c'est le cas. Or, derrière ce problème se cache une très jolie théorie! D'ailleurs, il n'y a habituellement pas beaucoup d'étudiants qui suivent le cours, donc c'est une belle occasion de développer de bonnes relations avec les élèves, d'apprendre à les connaître et avoir un apprentissage interactif. Du point de vue de l'enseignement, je trouve que c'est un cours intéressant et gratifiant à enseigner.

Vous êtes également très friande des concours mathématiques, plus particulièrement les Olympiades de mathématiques. D'où vient cette passion compétitive et qu'est-ce qui vous motive autant à être impliquée dans ces événements?

Ce n'est pas nécessairement pour la compétition, mais j'adore les problèmes qui apparaissent dans les Olympiades. D'une façon générale, j'ai une relation très personnelle avec les



concours de mathématiques. En participant à ces compétitions au secondaire, ça m'a permis de faire des ami.e.s, d'avoir une meilleure appréhension du monde mathématique et d'avoir une vie sociale liée à la matière. En fait, la première fois que je suis venue au Canada (ce qui remonte en 1995), c'était pour participer aux Olympiades internationales de mathématiques à Toronto. J'ai été très chanceuse et cette opportunité m'a permis de rencontrer des étudiants de partout dans le monde. À cette époque-là, il faut comprendre que l'Internet ne venait que de débiter et qu'on était beaucoup plus «isolé» qu'aujourd'hui, surtout dans mon cas en venant de l'Argentine qui est un pays un peu loin de tout. De cette expérience enrichissante et inspirante, je me dis toujours que je vais appuyer les mathématicien(ne)s solidaires, je veux que tout le monde ait les mêmes opportunités. Après tout ce que j'ai vécu, j'ai le devoir de redonner à la communauté mathématique. Autrement dit, l'expression anglaise «Pay it forward» résume bien ce que je veux dire par là.

### De quel accomplissement êtes-vous le plus fière?

Je ne dirais pas que j'ai seulement un grand exploit, mais j'aimerais proposer mes différents points de vue pour répondre à la question. Évidemment, en tant que chercheuse, j'ai écrit des articles dont je suis fière. Je pense notamment à quelques-uns qui ont été rédigés récemment avec Chantal David et Alexandra Florea dans lesquels nous avons prouvé des propriétés de fonctions L. Cela étant dit, une des questions était de démontrer que certains types de fonctions L sont censés ne pas avoir la valeur 0 lorsqu'on fait une évaluation en  $S = \frac{1}{2}$ . Nous avons finalement réussi à prouver qu'une proportion positive des fonctions n'avait pas la valeur en question. En fin de compte, c'est un résultat difficile à prouver et ça nous a pris beaucoup d'énergie pour

comprendre et combiner les différentes documentations faites par d'autres chercheurs sur le sujet pour seulement obtenir un résultat «infime» au final.

Du côté social, je suis impliquée dans un réseau nommé Women in Numbers qui favorise la participation des femmes à la recherche en théorie des nombres. Dans ce contexte, je contribue à promouvoir la recherche parmi les femmes dans mon domaine, j'ai également participé à l'organisation des conférences et à différentes activités de mentorat, donc ça me rend très fière de pouvoir être impliquée dans cet organisme.

Finalement, du point de vue de l'enseignement, je suis toujours fière des étudiant.e.s que je supervise. Que ça soit des étudiants du bac qui graduent, des étudiants de maîtrise qui font leur mémoire ou des étudiants au doctorat qui passent leurs examens, je suis toujours fière de leurs accomplissements. Je trouve qu'à chaque étape de leurs parcours, il est très intéressant et motivant de voir comment les étudiant.e.s deviennent graduellement des mathématicien(ne)s indépendant.e.s.

### Auriez-vous des conseils à donner aux étudiant.e.s que vous auriez aimé avoir lors de vos études?

Mon conseil serait de ne pas trop se concentrer à avoir un parcours « parfait ». Lors de mes études, j'étais une étudiante qui se préoccupait beaucoup de ses notes.

En fait, il est vrai qu'au début les notes comptent pour beaucoup, c'est utile pour avoir des bourses, des stages ou d'autres opportunités. Dans mon cas, j'ai le sentiment d'avoir perdu plusieurs occasions d'explorer des choses qui m'intéressaient parce que j'étais trop préoccupée par mes études. Parfois, prendre un peu de risque permet de découvrir de nouvelles expériences. De plus, comme je l'ai mentionné à la première question, j'ai changé d'université lors du doctorat. À cette époque, j'avais la sensation que les gens me disaient que j'étais en train d'abandonner le doctorat, c'était une décision très difficile de partir surtout que Princeton est une des meilleures universités au monde. J'aurais aimé que plus de gens me disent que ce n'est pas la fin du monde, que je suis en train de transférer dans une excellente université (quoiqu'elle n'ait pas autant de prestige) et que je peux également réaliser un parcours passionnant. Finalement, c'était une des meilleures décisions que j'ai prises. Je ne serais probablement pas ici aujourd'hui si j'avais obtenu mon doctorat à Princeton. En d'autres mots, il est normal de changer de programmes. Si on réalise qu'on n'aime pas ce que l'on fait, alors il serait peut-être judicieux de changer notre situation.

**SIMON LUANGXAY**, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN ACTUARIAT





## AVIS AUX MATHÉMATIENS ET MATHÉMATIENNES:

# SOMMES-NOUS DES PHILOSOPHES? DEVRIONS-NOUS L'ÊTRE?

Si tu lis ces pages, c'est que tu étudies probablement les mathématiques sous une forme ou une autre. Mais, t'es-tu déjà posé la question de ce que sont les mathématiques? Qu'est-ce qu'un nombre? Qu'est-ce que cela veut dire qu'un théorème soit vrai, ou qu'une démonstration soit juste, voire «élégante»? À quoi servent les mathématiques, quel est leur but et comment font-elles pour l'atteindre? Il n'est pas clair que les mathématiques elles-mêmes puissent répondre à ces questions d'où l'utilité et la pertinence de la philosophie des mathématiques!

Historiquement, il existe un lien fort entre les deux disciplines. Peut-être reconnais-tu la citation «que nul n'entre ici s'il n'est géomètre», formule qui ornait supposément l'entrée de l'Académie de Platon. La plupart des étudiants en mathématiques reconnaissent les noms de Descartes, Leibniz, Russell, Frege et Gödel, mais ils sont moins nombreux à savoir que ces grands hommes étaient également tous philosophes et que les deux disciplines s'entremêlaient dans leurs travaux.

Les mathématiques sont constamment utilisées par la science, et sont donc des outils importants pour notre compréhension du monde physique. Pourtant, les objets mathématiques, eux, ne semblent pas appartenir au monde réel de la physique. Le monde physique ne contient pas de droite mathématique, c'est-à-dire de ligne sans largeur ni de profondeur ou de cercle parfait. Dès lors, comment une théorie mathématique peut-elle réussir à décrire un événement physique non mathématique? Cette interrogation nous amène à une autre question plus simple: «Qu'est-ce qu'un objet mathématique?» De plus, dans quel sens peut-on dire que ces objets *existent réellement*?

Tout cela est bien abstrait, ainsi je vais tenter d'expliquer avec un exemple. Si je te demande ce qu'est un groupe algébrique, tu me répondras sûrement que c'est un ensemble muni d'un élément neutre et d'une loi de composition associative telle que tout élément

de l'ensemble admet un unique inverse. Or, la théorie des groupes est aujourd'hui fondamentale dans notre pratique des mathématiques. Pourtant, la notion de groupe date seulement du 19<sup>e</sup> siècle, faisant d'elle une notion relativement récente dans l'histoire des mathématiques. C'est ici qu'intervient l'interrogation précédente: Est-ce que les groupes algébriques existaient déjà avant que nous les définissions comme tels, ou bien est-ce que les groupes n'ont vu le jour qu'à partir du moment où des humains ont conceptualisé le concept au 19<sup>e</sup> siècle?

Dans le premier cas, les mathématiciens n'ont rien *inventé*. Ils n'ont fait que découvrir des structures qui existaient déjà. C'est une position que l'on nomme le réalisme ontologique (*ontos*, tiré de l'ancien grec «étant, ce qui est»). D'après les réalistes ontologiques, les objets mathématiques tels que les groupes, les nombres premiers ou les irrationnels existent indépendamment du mathématicien et de son esprit. Bien sûr, cela ne veut pas dire qu'ils ont une existence physique comme le papier ou l'écran sur lesquels tu lis actuellement ces mots. On dira plutôt que les objets mathématiques existent éternellement et sont immuables, donc ils ne dépendent pas d'une quelconque construction humaine.

Si la position du réalisme ontologique ne te convainc pas, et que tu crois à place que ce sont les mathématiciens qui créent et qui inventent les objets mathématiques, tu te souscris alors à une forme d'*idéisme*. D'après les idéalistes, les groupes, les nombres et les autres objets mathématiques sont le produit de constructions mentales humaines. Une conséquence de cette position, c'est qu'en absence de cerveaux humains, il n'existerait plus d'objets mathématiques! Si l'apocalypse survenait demain, alors les corps des nombres entiers, rationnels, réels et complexes cesseraient d'exister en même temps que l'extinction du dernier cerveau humain capable de les construire...

Peut-être trouves-tu que toutes ces questions «philosophiques» ne servent pas à grand-chose. Après tout, les mathématiciens font très bien leur travail au quotidien, sans se soucier de déterminer la nature précise de l'existence des objets qu'ils manipulent. Dans les faits, la discipline mathématique semble très bien fonctionner sans l'intrusion des réflexions philosophiques. Pourtant, les questions que soulève la philosophie des mathématiques sont intéressantes et elles peuvent nous être utiles, à nous, mathématiciennes et mathématiciens.

Si l'on veut faire des mathématiques, il nous faut d'abord savoir ce qu'est une connaissance mathématique, et ce qu'on entend par *vérité mathématique*. La cohérence du langage des mathématiques et de ses fondements est une question de logique philosophique. Pourquoi certaines preuves fournissent-elles de meilleures explications

que d'autres? Pourquoi préférons-nous parfois une preuve élémentaire à une preuve plus puissante, et vice-versa? En conséquence, la philosophie peut nous orienter dans les démarches mathématiques à suivre, les types de questions que nous devrions poser, les types d'objets que nous devrions considérer, et les types de réponses que nous devrions chercher.

Avec le développement de nouvelles technologies, le domaine des mathématiques évolue. Les progrès informatiques débouchent sur de nouvelles formes de preuves mathématiques, qui reposent sur des milliers de calculs et des vérifications faites par ordinateur et irréalisables pour nous à la main. Par exemple, en 2016, trois informaticiens publièrent une preuve du problème de la bi-coloration des triplets pythagoriciens. Le problème demande s'il est possible de colorier chaque entier positif en bleu ou en rouge, de telle manière à ce qu'aucun triplet pythagoricien ( $a, b, c$  des entiers tels que  $a^2+b^2=c^2$ ) soit de la même couleur. À l'aide d'un algorithme, les chercheurs ont démontré qu'il est donc possible de colorier les entiers jusqu'à 7824, mais que cela devenait impossible à partir de 7825! La preuve de ce résultat occupe 200 téraoctets, et les chercheurs ont dû démontrer la validité de leur preuve en utilisant un autre programme informatique.

Ces évolutions méthodologiques soulèvent donc des questions intéressantes sur le futur du domaine mathématique. Quel statut devrions-nous accorder aux preuves sur ordinateur qui dépendent de calculs trop longs pour qu'on puisse les vérifier à la main? Est-ce que les preuves informatiques nous permettent de vraiment comprendre les problèmes auxquels elles s'adressent? Par exemple, on pourrait se demander pourquoi à partir de 7825, la bi-coloration des triplets pythagoriciens échoue. Dans un article de la revue scientifique *Nature* en lien avec la preuve, l'auteur se demande la question suivante: «A computer cracks the Boolean Pythagorean triples problem – but is it really maths!» Pour répondre à ceci, on revient à la première question de cet article: «Que sont les mathématiques?» À toi, en tant que mathématicien(ne), d'y réfléchir et de former ton opinion sur la question!

Si tu as des questions ou des commentaires concernant la philosophie des mathématiques et le contenu de cet article je serais ravie de les entendre: n'hésite pas à m'écrire à [garance.levy@umontreal.ca](mailto:garance.levy@umontreal.ca).

<sup>1</sup><https://www.nature.com/articles/nature.2016.19990>

Traduction de la phrase en français: «Un ordinateur résout le problème des triples booléens de Pythagore – mais est-ce vraiment des mathématiques?»

**GARANÇE LÉVY, ÉTUDIANTE AU  
BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES  
ET PHILOSOPHIE**



Au cours des deux derniers mois, nous nous sommes demandé s'il existait un mode de scrutin qui soit à la fois indépendant aux alternatives non pertinentes et résistant au dilemme du vote utile. En d'autres mots, on veut un mode de scrutin dont le résultat ne change pas si l'on ajoute ou enlève des candidats peu intéressants aux yeux des électeurs et où les électeurs ont intérêt à voter selon leurs vraies préférences. Nous avons étudié le scrutin de Condorcet qui semblait bien répondre à ces deux critères. Nous nous sommes butés au problème appelé le paradoxe de Condorcet où aucun candidat n'est préféré par la majorité à tous les autres candidats. Nous avons alors présenté le scrutin randomisé de Condorcet. Dans celui-ci, on trouve une stratégie optimale qui correspond à une loi de probabilité selon laquelle on pige le candidat qui sera déclaré vainqueur.

La possibilité d'avoir un paradoxe de Condorcet est le plus grand obstacle à ce scrutin. En effet, la théorie nécessaire pour déterminer la stratégie optimale est assez complexe et ne sera pas exposée ici. Un système électoral doit être compris par la population afin qu'elle ait confiance en celui-ci. Le tirage au sort d'un candidat selon une certaine loterie pourrait paraître comme un processus opaque et ainsi attirer la méfiance de la population. Toutefois, comme l'indique Michel Balinski dans son ouvrage *Le Suffrage universel inachevé*, aucun exemple concret de paradoxe de Condorcet n'a été trouvé. Mais puisque l'issue du vote ne permet généralement pas de connaître les préférences en duel de la majorité, cette conclusion se base sur des projections et des sondages. Il est quand même étonnant

que dans presque toutes les élections il semble exister un vainqueur de Condorcet. L'hypothèse qu'émet Michel Balinski à ce sujet est que les préférences des électeurs ne sont peut-être pas quelconques. Il pourrait exister une certaine logique ou un certain motif dans les préférences des électeurs qui créent des situations où il existe toujours un vainqueur de Condorcet. Dans cet article, on tentera de modéliser de manière vraisemblable les préférences de la population et il sera montré que selon ce modèle il existe toujours un vainqueur de Condorcet.

Une manière de modéliser les préférences des électeurs est d'imaginer que l'on puisse classer tous les partis politiques et les électeurs sur un axe. Considérons, par exemple, que l'on



d'un électeur donné est la différence entre sa valeur intrinsèque et la distance qui les sépare.

Sur la figure ci-contre, chaque parti s'est vu attribuer une valeur intrinsèque, qui est le chiffre entre parenthèses, et chaque intervalle est d'une longueur d'une unité.



l'électeur est donc Québec Solidaire, car ce parti a le plus au score. Le théorème suivant garantit l'existence d'un vainqueur de Condorcet sous les hypothèses de ce modèle.

**THÉORÈME.** (Second théorème de l'électeur médian) Si les électeurs ainsi que les candidats sont placés sur un axe gradué, si l'on accorde une valeur intrinsèque à chaque candidat et si le score d'un candidat aux yeux d'un électeur est la différence « valeur intrinsèque - distance du candidat », alors il existe toujours un vainqueur de Condorcet.

Avant de donner une preuve de ce théorème, nous devons introduire la définition du terme configuration décroisée. Soit des candidats et des électeurs placés sur un axe gradué. On dit que la configuration est décroisée s'il est impossible de trouver deux candidats X et Y ainsi que deux électeurs A et B, où X est à la gauche de Y et A à la gauche de B, tel que A préfère Y à X et B préfère X à Y.

classe les partis du plus à gauche au plus à droite. La gauche étant une idéologie plus progressiste et la droite étant plus conservatrice. Par exemple, les principaux partis politiques québécois et un électeur E quelconque ont été placés sur l'axe ci-contre. L'axe socio-économique de la boussole électorale de 2018, outil fourni par Radio-Canada, a été utilisé pour construire le graphique ci-dessous.

Le charisme et les scandales sont deux des nombreux facteurs qui peuvent expliquer qu'un électeur préfère un candidat plus loin de lui idéologiquement à un candidat plus près. Conséquemment, dans le modèle présenté par Rémi Peyre dans son article *Et le vainqueur du second tour est...* on accorde une valeur intrinsèque à chaque parti. Le score d'un parti aux yeux

On calcule alors le score de chaque parti aux yeux de l'électeur E. Pour Québec Solidaire, le score est de 5 ce qui est la différence entre la valeur de 7 et la distance de 2 avec E. En faisant la même chose pour le Parti Québécois, le Parti Libéral du Canada et la Coalition Avenir Québec, on obtient respectivement les scores de 3, 2 et 2. Le parti préféré de

On peut montrer que sous les hypothèses du second théorème de l'électeur médian, les préférences sont décroisées. Intuitivement, puisque les valeurs intrinsèques des candidats sont les mêmes pour tous les électeurs, seule la distance influence le score d'un candidat pour un électeur donné. Donc forcément, un candidat plus à gauche sur l'axe sera préféré par les électeurs à gauche et pareillement pour la droite.

**PREUVE.** Supposons qu'il y a un nombre impair N d'électeurs. Cela implique qu'on peut trouver l'électeur médian sur l'axe gradué qui est tel que  $\frac{N-1}{2}$  électeurs sont de chaque côté de lui sur l'axe par définition de la médiane. Soit Z le candidat préféré de cet électeur, on doit alors montrer que Z est le vainqueur de Condorcet. Soit W un autre candidat, sans perdre de généralité, W est à la droite de Z. Puisque les préférences sont décroisées, tous les électeurs à la gauche de l'électeur médian préfèrent Z à W. Une majorité préfère donc Z à toute autre option, W étant arbitraire. Il existe donc un vainqueur de Condorcet.

Ce modèle se rapproche de la réalité, mais n'est pas parfait, car en réalité la valeur intrinsèque d'un parti n'est pas la même pour chaque électeur. Ce modèle donne quand même une piste pour expliquer pourquoi il n'existe aucun cas concret de paradoxe de Condorcet.

La preuve du théorème précédent fait constater que le scrutin de Condorcet, en élisant le choix de l'électeur médian, favorise les partis centristes aux dépens des partis aux extrémités. L'avantage de ce fait est la stabilité politique ainsi que l'avancement des projets sur le long terme. L'inconvénient est qu'une partie de la population ne se reconnaîtra jamais dans les opinions du gouvernement et pourrait donc se désengager des débats publics. Est-ce un prix raisonnable à payer pour éviter le dilemme du vote utile et garantir l'indépendance aux alternatives non pertinentes? À vous de voir.

**BÉATRICE HAJJAR**, ÉTUDIANTE AU  
BACCALaurÉAT EN MATHÉMATIQUES  
PURES ET APPLIQUÉES

## STAGERIENCE

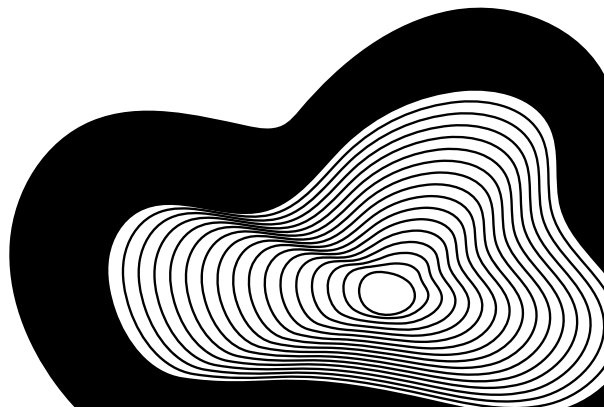
Comment peut-on faire de la recherche lorsque le sujet d'étude n'est pas dans notre réalité? Il est sous-entendu que les mathématiques ne sont pas vraiment une chose observable depuis la fenêtre de sa chambre. On réussit tout de même à expliquer le monde en utilisant divers concepts mathématiques. Les expériences servent à infirmer une hypothèse, ou en particulier à indiquer si un modèle mathématique tient la route. Maintenant, comment fait-on des expériences en mathématiques pures? Prenons par exemple la topologie. Elle ne nous tombe pas sur la tête telle une pomme. Ce bref article portera sur l'action de recherche dans le cadre d'un stage.

Comme insinué, j'ai accompli un stage d'été sur la topologie. Commençons par une analogie sur ce que l'on ressent en situation de recherche. L'analogie va comme suit: imaginez un Kinder Surprise dont on aurait inversé le concept et supposons que l'on se retrouve à la place du jouet déconstruit. On se demande de quel oeuf on provient. Afin de trouver et de mieux comprendre l'oeuf, il faut d'abord se construire. Une fois que l'on s'est construit, on peut mieux apprécier l'oeuf duquel l'on provient, de même que les autres. L'oeuf de l'analogie représente le domaine d'étude, tandis que le jouet déconstruit nous représente au fur et à mesure que l'on évolue lors des recherches. Chaque concept que l'on apprend et que l'on comprend nous construit jusqu'à ce que l'oeuf d'où on vient apparaisse plus clair. En ce premier stage, le scénario est typique: on avance sur des rails bien définis, mais notre chariot est différent pour tous. Certains ont de bonnes roues pour avancer rapidement, d'autres ont des roues carrées que l'on doit affiner pour avancer. Ce fut mon cas avec l'étude du livre de Milnor sur la topologie d'un point de vue différentiel.

Imaginez votre parcours en mathématiques depuis le cégep résumé en moins de pages qu'il y a eu de saisons durant votre baccalauréat. Les concepts ne sont pas compatissants, même s'ils sont présentés comme élémentaires. On se rend compte qu'une fois la première preuve lue, c'est notre incompréhension de la matière élémentaire qui devient claire. On prend des notes sur des dizaines de pages en réécrivant les définitions devant chaque preuve que l'on réitère sans arrêt. Cela décourage de devoir reculer à la première page pour y relire les divers concepts que l'on sait énoncer par coeur sans les comprendre. Une fois cet exercice de torture intellectuelle réussi, c'est-à-dire un mois après le début du stage et 3 cahiers de 96 pages remplis, je n'avais pas le goût de continuer, alors j'ai pris une demi-semaine de repos pour bien digérer la théorie.

Ce petit interstice permet de prendre du recul et de reprendre contact avec la réalité un peu moins aride pour les neurones. Apprécier les randonnées, l'air frais, le soleil, etc. Dans mon cas, c'est la programmation qui occupait mes journées de convalescence topologique. Une fois la semaine terminée, le retour au travail semblait m'appeler, mais cette fois-ci c'est une envie de percer qui domine. La motivation revenue et la théorie préliminaire acquise, il était encourageant d'enfin comprendre une preuve. Mon chariot avançait de plus en plus vite. Les murs d'incompréhension étaient plus faciles à briser et la motivation plus difficile à perdre. En somme, un stage nous confronte à notre endurance face à l'aridité des mathématiques. La courbe d'apprentissage est plus abrupte qu'une exponentielle, mais les satisfactions intellectuelles sont sans précédent. L'expérience de stage est aussi importante pour apprendre sur soi-même. Un questionnement survient: suis-je fait pour les mathématiques? La réponse ne tient pas en l'appréciation du stage, mais dans l'appréciation du travail fait seul, car oui, le stage n'est pas vraiment un cours avec un enseignant. Vous êtes votre propre enseignant et, à l'occasion, un druide vient guider.

**JULIEN HÉBERT-DOUTRELOUX**, ÉTUDIANT  
AU BACCALaurÉAT EN MATHÉMATIQUES  
PURES ET APPLIQUÉES



# L'ENSEMBLE DE MANDELBROT

Ce mois-ci, je vous présente l'ensemble de Mandelbrot. Cette curiosité aux géométries compliquées est passée dans la culture populaire comme un joli objet autosimilaire qui se contient lui-même. Que représente-t-il aux yeux de la communauté mathématique?

En fait, l'ensemble de Mandelbrot a surgi du désir d'explorer le monde de la non-linéarité. On le rencontre dès le premier exemple le plus simple, c'est-à-dire une équation quadratique. L'itération de  $z \mapsto z^2 + c$  mène directement à l'ensemble de Mandelbrot. Même que son utilité est l'étude de la famille:

$$\{p_c(z) = z^2 + c \mid c \in \mathbb{C}\}$$

L'ensemble de Mandelbrot incarne le principe de la transition entre l'ordre et le chaos.

L'ensemble de Mandelbrot n'est pas autosimilaire au sens strict, bien qu'il contienne en lui des petits ensembles de Mandelbrot. Il est tout de même reconnu comme étant un ensemble d'une grande complexité provenant de règles simples. Une propriété très importante et très célèbre du fractale est le fait qu'elle soit connexe, donc il n'y a pas d'îlot isolé. Cela est d'autant plus surprenant maintenant que l'on peut explorer l'ensemble à l'aide de l'ordinateur. En regardant les images ci-contre, on peut apprécier à quel point il n'est pas trivial que l'ensemble soit connexe.

Sur les figures, on agrandit la région observée en allant de gauche à droite vers un point donné de l'ensemble de Mandelbrot. Ainsi, l'image suivante est un agrandissement du centre (environ) de l'image précédente.

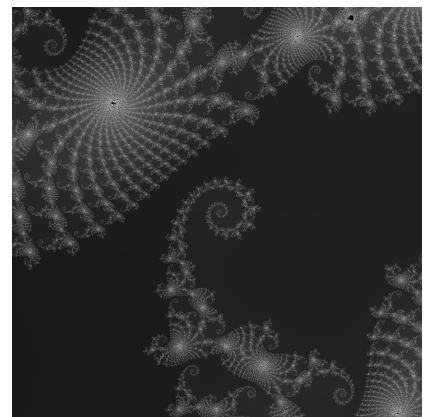
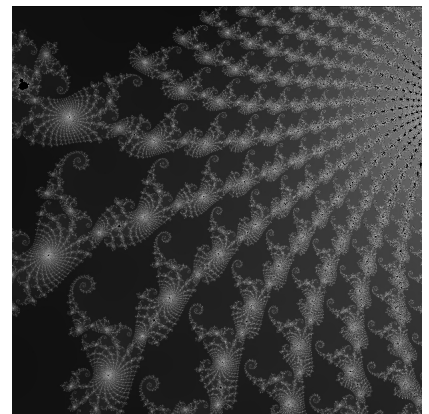
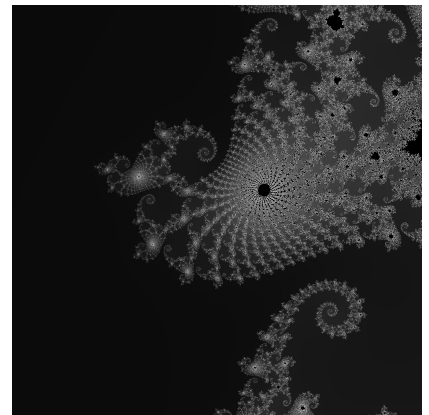
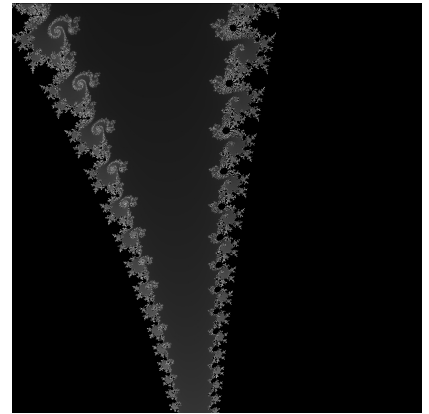
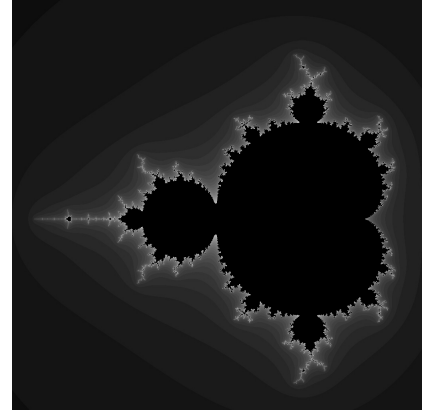
Pour définir l'ensemble de Mandelbrot, on considère, pour chaque  $c \in \mathbb{C}$ , la suite suivante

$$\begin{aligned} z_0 &= 0 \\ z_1 &= p_c(0) = c \\ z_2 &= p_c(z_0) = p_c(c) = c^2 + c \\ z_3 &= p_c(z_1) = p_c(c^2 + c) = (c^2 + c)^2 + c \\ &\vdots \end{aligned}$$


c'est-à-dire que  $z_n = p_c^n(0)$ . La suite des  $|z_n|$  peut être bornée ou tendre vers l'infini. L'ensemble de Mandelbrot est

$$\mathcal{M} = \{c : |z_n| \text{ est bornée}\}$$

**JONATHAN GODIN**, Ph.D EN MATHÉMATIQUES  
ET CHARGÉ DE COURS



# VOULEZ-VOUS VIVRE PLUS LONGTEMPS? RESTER À L'ÉCOLE



Selon le bulletin sociodémographique de l'Institut de la statistique du Québec (volume 5, numéro 3), l'espérance de vie au Québec a baissé de façon non négligeable en 2020 par rapport à 2019, une baisse de 0.4 an (ou 5 mois) chez les hommes, et de 0.7 an (ou 8 mois) chez les femmes. Hommes et femmes confondus, la durée de vie moyenne supposée par la mortalité de 2020 est de 82,3 ans, contre 82.7 ans pour celle en 2019. Cette baisse entre 2019 et 2020 est influencée par la forte mortalité due à la pandémie de COVID-19. De manière générale, l'espérance de vie tend plutôt à augmenter au fil des années, presque partout dans le monde. Cependant, cette augmentation du nombre d'années de vie pour les individus en «bonne santé» n'est pas répartie uniformément à travers la population. Des disparités existent, particulièrement en ce qui a trait à la situation socioéconomique. Le document publié par Robert L. Brown, FICA, en septembre 2021, établit qu'il existe une très forte corrélation entre le niveau scolaire et

l'espérance de vie. Une connaissance de ces conclusions serait profitable aux actuaires des secteurs de l'assurance et des régimes de retraite qui, dans leur tarification et leurs prévisions, nécessitent d'une compréhension approfondie de l'espérance de vie.

L'espérance de vie du moment mesure le nombre moyen d'années qu'une population pourrait s'attendre à vivre si elle était soumise tout au long de sa vie aux conditions de mortalité d'une période donnée. Elle peut être calculée à tout âge et représente alors le nombre moyen d'années restant à vivre (Institut de la statistique du Québec). Bien que l'éducation ne soit pas la cause directe de la longévité, ses propriétés entraînent inévitablement une augmentation de l'espérance de vie. D'ailleurs, Evelyn M. Kitagawa fut pionnière dans la formalisation et la généralisation de documents utilisant des techniques de décomposition démographique pour déterminer des variables sous-jacentes fortement corrélées à la longévité. Dans son livre *Differential Mortality in the United States : A Study in Socioeconomic Epidemiology*, coécrit avec Philip Hauser, elle montre des corrélations systématiques entre les taux de mortalité des Américains, leur revenu et leur niveau d'éducation. Selon Fabrice Murin, docteur en économie, chercheur et enseignant en sciences sociales, l'une des raisons pour lesquelles l'éducation est choisie comme la variable de «conditionnement» la plus pertinente s'explique par le fait que le risque de «causalité inverse» est plus faible lorsqu'on examine la relation entre la santé des adultes et l'éducation par rapport à la relation à double sens entre la santé et le revenu, par exemple. Cependant, les relations entre l'éducation et la longévité, liées aux compétences acquises aux premiers stades de la vie, sont complexes. Ces compétences prédéterminent non seulement largement la profession, le revenu et d'autres caractéristiques socioéconomiques à des stades ultérieurs de la vie, mais contribuent également aux modes de vie individuels liés à la santé, aux profils de risque de maladie et aux caractéristiques psychosociales. Lantz et autres (1998) ont également constaté que la distribution de quatre facteurs de

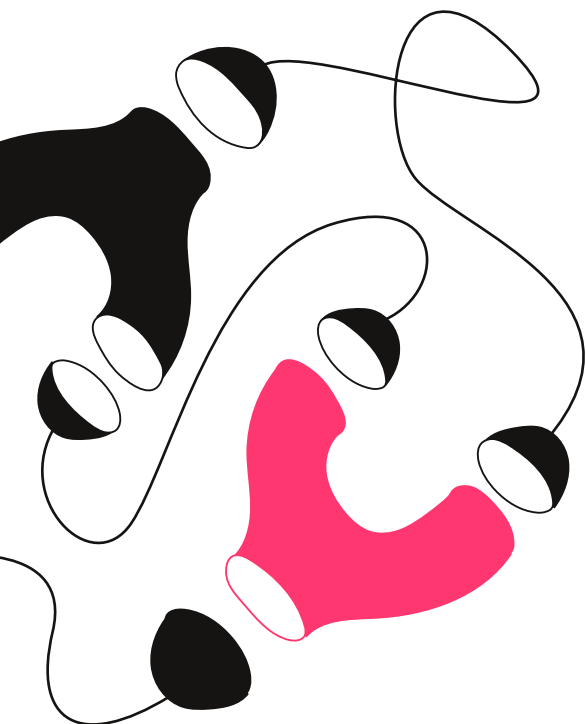
risque comportementaux (tabagisme, consommation d'alcool, mode de vie sédentaire et poids corporel relatif) variait considérablement selon le niveau de scolarité. Case et Deaton (2021) ont découvert chez les Américains sans baccalauréat, une augmentation de la mortalité due à la drogue, au suicide et aux maladies alcooliques du foie, des décès par désespoir. Les personnes plus instruites ont davantage de ressources psychologiques sociales pour faire face à leur environnement, ce qui peut conduire à une meilleure santé et à une meilleure survie. L'éducation peut être la chose la plus importante pour accroître le contrôle de soi (Mirowsky et Ross, 1998). Elle amène les individus à croire qu'ils peuvent effectivement modifier leur environnement. Ces derniers peuvent ainsi chercher des informations pour guider leur vie, en savoir plus sur la santé et adopter un mode de vie qui améliore leurs résultats en matière de santé. De plus, en moyenne, les personnes plus instruites vivent non seulement plus longtemps que les personnes moins instruites, mais passent également une plus grande partie de leur existence en bonne santé que les personnes moins instruites (Hummer et Lariscy, 2011).

Une étude publiée en janvier 2020 dans *Rapports sur la santé*, une publication de la division de l'analyse de la santé de Statistique Canada, s'appuie sur les Cohortes santé et environnement du recensement canadien de 1996 et de 2011 pour examiner l'espérance de vie et l'espérance de vie en santé (nombre moyen d'années en bonne santé que l'on peut espérer vivre au sein de l'espérance de vie) de la population canadienne âgée de 25 ans et plus. Les résultats de l'étude montrent que dans les deux cohortes, les personnes dont le niveau de scolarité ou le revenu est plus élevé vivent plus longtemps et peuvent s'attendre à être en bonne santé pendant une plus grande partie de ces années comparativement aux personnes dont ces niveaux

sont plus faibles. En 2011, les hommes âgés de 25 ans possédant un grade universitaire pouvaient s'attendre à vivre 7,8 années de plus que les hommes du même âge n'ayant pas de diplôme d'études secondaires. Les hommes titulaires d'un grade universitaire pouvaient également s'attendre à passer 89 % des années qu'ils leur restaient à vivre en bonne santé, comparativement à 81 % des hommes sans diplôme d'études secondaires. Chez les femmes âgées de 25 ans, un niveau de scolarité plus élevé était associé à une espérance de vie plus longue; les femmes titulaires d'un grade universitaire pouvaient s'attendre à vivre 6,7 ans de plus et à passer 87 % des années qu'ils leur restaient à vivre en bonne santé, comparativement à 79 % des femmes sans diplôme d'études secondaires. De 1996 à 2011, l'écart de l'espérance de vie en fonction du niveau de scolarité s'est creusé chez les hommes comme chez les femmes. D'ailleurs, il en va de même pour l'espérance de vie en santé des hommes.

Bref, dans certains cas, le niveau de scolarité a un impact sur d'autres nombreux traits socioéconomiques, tels que le revenu, les habitudes tabagiques, l'obésité, les tensions autour de l'emploi et la sécurité du revenu. Ces résultats soulignent l'importance d'investir dans l'éducation. Elle constitue un moyen d'améliorer le mode de vie, mais également d'améliorer la longévité de la population.

**EVENSON AUGUSTE, ÉTUDIANT AU  
BACCALAURÉAT EN ACTUARIAT**



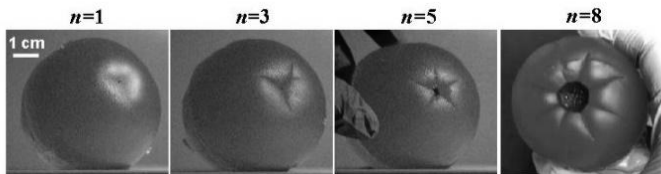
## | QUOI DE NEUF DANS L'UNIVERS MATHÉMATIQUE?

# **SINGULARITÉ CHEZ LES POMMES ET FORME POUR L'ŒUF**

Des mathématiciens se sont récemment penchés sur deux formes intrigantes de la nature : celle de la pomme et celle de l'œuf. Celles-ci n'avaient jamais pu être modélisées précédemment. Voici des applications des mathématiques à la biologie.

D'abord, Lakshminarayanan Mahadevan, de l'école John A. Paulson de l'Université d'Harvard (SEAS) s'est penché avec ses collègues sur plus précisément le cupsid de la pomme (l'endroit où le fruit forme un creux qui accueille la tige). Il s'est intéressé à la croissance de la pomme qui lui donne cette forme caractéristique. Le cupsid ne se forme qu'à une étape avancée de la croissance de la pomme, et est dû à un taux de croissance inégalement réparti entre la chair de la pomme et le noyau.

Pour permettre la modélisation de la forme, les chercheurs d'Harvard ont eu recours à la singularité, qui est le même mécanisme mathématique qui permet d'expliquer les trous noirs avec une densité infinie au centre. La singularité est le point où la fonction n'est pas définie (par exemple, parce qu'il y a division par zéro). Armés de cette théorie de la singularité, Lakshminarayanan Mahadevan et ses collègues ont pu reproduire parfaitement la croissance de la pomme en laboratoire avec des gels gonflants. La même théorie aurait aussi pu s'appliquer à d'autres fruits (comme la tomate). En allant des trous noirs aux fruits, il est intéressant de voir des applications de la théorie de la singularité à divers niveaux de complexité de l'Univers.



L'œuf est au cœur de l'évolution de très nombreuses espèces vivantes. Il s'agit d'une forme relativement simple, si bien qu'il peut paraître surprenant qu'elle n'ait pas pu être modélisée avant très récemment. Voici une avancée qui devrait avoir des applications considérables en biologie.

Il était déjà connu que la forme d'un œuf pouvait être obtenue à partir de quatre formes : la sphère, l'ellipse, l'ovoïde et la quartique piriforme. Cependant, il n'existait que des formules mathématiques précises pour les trois premières. En effet, la quatrième, la forme de poire, restait difficile à modéliser.

Or, en août dernier, les chercheurs Darren Griffin, Michael Romanov et Valeriy Narushin de l'Université du Kentucky sont parvenus à produire une équation qui modélise la forme de n'importe quel œuf à partir de seulement la largeur et la longueur de l'œuf, du diamètre au quart de sa longueur et de son décalage par rapport à l'axe vertical.

La forme de l'œuf a plusieurs applications intéressantes en ingénierie et en architecture et a été à plusieurs reprises surnommée la forme parfaite.

$$y = \pm \frac{B}{2} \sqrt{\frac{L^2 - 4x^2}{L^2 + 8wx + 4w^2}} \cdot p(x)$$

**ANNE CLÉROUX**, ÉTUDIANTE AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

## | ÉNIGMES ET JEUX MATHÉMATIQUES

I Après avoir marché 20 mètres en ligne droite, mon point de départ se trouve sous mes pieds. Après un autre 20 mètres en ligne droite, je suis revenu à mon point de départ. Je me tourne de 90 degrés et j'avance en ligne droite pendant 20 mètres encore : maintenant, en levant les yeux je peux voir mon point de départ. Un autre 20 mètres en ligne droite, et je reviens à mon point de départ. D'où suis-je parti?

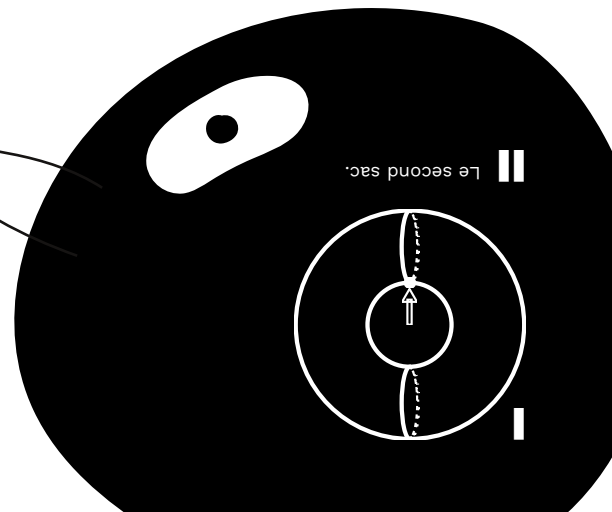
II Un jeu consiste à tirer des nombres au hasard d'un sac, sans remise, avec pour objectif de tirer deux nombres pairs de suite. On vous propose de jouer avec un sac contenant les nombres de 1 à 20, et un sac contenant les nombres de 1 à 40. Lequel devriez-vous choisir pour maximiser vos chances de gagner?

### Errata:

Pour l'énigme 2 du mois dernier, la somme d'une colonne doit être égale à  $n(n+1)/2$ , et non  $n(n+1)2/2$ .

**ÉLOI MARTIN**, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES

## SOLUTIONS



# ÉVALUEZ POUR UN ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR



UMONTREAL.CA  
/EVALUEZ

