



ÉTUDE COMPARATIVE DE LA
VaR ET DE L'ÉCART DE DURÉE À
TRAVERS UNE SIMULATION MONTE
CARLO : LA PERFORMANCE
RELATIVE DE LA COUVERTURE PAR
LES SWAPS ET LES CONTRATS À
TERME COMME CRITÈRE DE
COMPARAISON

PAR

ZOUBEIR BEL ABED
sous la direction de Raymond Théoret

No0601-119

CHAIRE de coopération
Guy-Bernier
ESG UQAM

La Chaire de coopération Guy-Bernier de l'Université du Québec à Montréal a été fondée en 1987 grâce à une contribution financière de la Fédération des caisses populaires Desjardins de Montréal et de l'Ouest-du-Québec, contribution qui a été renouvelée en 1992 et 1995 et de la Fondation UQAM.

La mission de la Chaire consiste à susciter et à promouvoir la réflexion et l'échange sur la problématique coopérative dans une société soumise à des modifications diverses et parfois profondes de l'environnement économique, social et démographique. La réflexion porte autant sur les valeurs, les principes, le discours que sur les pratiques coopératives. Les véhicules utilisés par la Chaire de coopération Guy-Bernier pour s'acquitter de sa mission, sont: la recherche, la formation, la diffusion et l'intervention conseil auprès des coopérateurs et coopératrices des divers secteurs.

Au plan de la recherche, les thèmes généraux, jusqu'à présent privilégiés, portent sur -les valeurs coopératives, et le changement social -les rapports organisationnels et la coopération -les aspects particuliers de la croissance des caisses populaires -les coopératives dans les pays en voie de développement. Une attention particulière est portée depuis quelques années au secteur du travail, à celui des services sociosanitaires ainsi qu'au micro-crédit et tout récemment au commerce équitable et à l'évaluation des entreprises n'ayant pas le profit comme objectif.

Au plan de la formation, l'action s'effectue dans deux directions : - au niveau universitaire, par l'élaboration de cours spécifiques sur la coopération et par l'attribution de bourses pour la rédaction de mémoires et de thèses ayant un thème coopératif; tout récemment, la Chaire a formé un partenariat avec la Chaire Seagram sur les organismes à but non lucratif et le département d'organisation et ressources humaines de l'École des sciences de la gestion de l'UQAM pour démarrer, en septembre 2000, un programme de MBA pour cadres spécialisé en entreprises collectives - au niveau du terrain, en répondant à des demandes du milieu pour l'élaboration de matériel didactique et de programmes de formation spécifique.

Les résultats des travaux de recherche sont diffusés dans des cahiers de recherche qui parfois, sont des publications conjointes avec des partenaires. La Chaire organise aussi des colloques, séminaires et conférences.

L'activité d'intervention-conseil prend des formes variées : conférences, session d'information, démarche d'accompagnement en diagnostic organisationnel, en planification stratégique.

La Chaire entretient des activités au plan international en offrant des services de formation, d'organisation et de supervision de stages, de développement et d'évaluation de projet sur une base ponctuelle et institutionnelle, notamment auprès des pays de l'Afrique francophone. La Chaire a ainsi développé une collaboration privilégiée avec l'Université internationale de langue française au service du développement africain, l'Université Senghor. Des missions d'études et d'échanges sont aussi menées régulièrement dans d'autres pays : en Guinée, au Brésil, au Viêt-Nam, en Haïti et dans divers pays d'Europe surtout en France, Italie, Espagne et Belgique.

Chaire de coopération Guy-Bernier Mauro-F. Malservisi, titulaire Université du Québec à Montréal C. P. 8888, succ. « Centre-Ville » Montréal, Québec, H3C 3P8	Téléphone : 514-987-8566 Télécopieur : 514-987-8564 Adresse électronique : chaire.coop@uqam.ca Site : http://www.chaire-ccgb.uqam.ca/
---	---

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

ÉTUDE COMPARATIVE DE LA VaR ET DE L'ÉCART DE DURÉE À
TRAVERS UNE SIMULATION MONTE CARLO : la performance
relative de la couverture par les swaps et les contrats à terme
comme critère de comparaison

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ADMINISTRATION DES AFFAIRES
PROFIL RECHERCHE

PAR
ZOUBEIR BEL ABED

AVRIL 2001

REMERCIEMENTS

Je désire remercier mon directeur de recherche Monsieur Raymond Théoret Ph.D., dont l'encadrement, l'aide et les conseils judicieux m'ont permis de réaliser ce mémoire et mon codirecteur Monsieur Nabil Khoury Ph.D., pour son assistance. Merci à Monsieur Komlan Sedzro Ph.D., pour avoir eu l'amabilité d'avoir accepté d'être lecteur. Un immense merci pour la Caisse Populaire Desjardins de Montréal et de l'Ouest-du-Québec pour m'avoir fourni les données nécessaires pour ce travail ainsi qu'à la Chaire de Coopération Guy-Bernier pour son soutien financier.

Je ne saurais oublier ma famille qui m'a supportée moralement et financièrement tout au long de mes études; sans eux je n'aurais jamais pu entreprendre mes études. À ma mère Hayet, mon père Mohamed, mon frère Tarek et ma sœur Amani, un gros merci.

Je ne peux terminer sans mentionner ma bien aimée, Sandrine, qui m'a apporté amour et soutient tout au long de ce projet, merci pour tes sourires, tes encouragements et ton amour.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	4
TABLE DES MATIÈRES	III
LISTE DES TABLEAUX.....	V
LISTE DES FIGURES	V
RÉSUMÉ	VI
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I REVUE DE LA LITTÉRATURE	4
1.1 LA NOTION D'ÉCART DE DURÉE	4
1.1.1 <i>L'écart de durée</i>	4
1.1.2 <i>Modèle de l'écart de durée</i>	5
1.1.3 <i>Caractéristiques du modèle de l'écart de durée</i>	7
1.2 VALUE AT RISK (VAR).....	8
1.2.1 <i>Concept</i>	8
1.2.2 <i>Techniques de calcul de la VaR</i>	10
CHAPITRE II MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE	16
2.1 CORPUS	17
2.2 HYPOTHÈSES DU BILAN	18
2.3 MODÈLES DE RISQUE	19
2.4 SIMULATION MONTE CARLO.....	20
2.4.1 <i>Modèle de Vasicek</i>	21

2.4.2 Simulation Monte Carlo pour le modèle d'écart de durée	22
2.4.3 Simulation Monte Carlo pour la VaR	22
2.5 COUVERTURE	23
2.5.1 Contrat à terme	24
2.5.2 Swaps	26
2.6 CRITÈRES DE COMPARAISON	27
CHAPITRE III PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS.....	30
3.1 MODÈLES DE RISQUE	31
3.1.1 Modèle d'écart de durée	31
3.1.2 VaR.....	33
3.2 COUVERTURE	36
3.2.1 Contrat à terme	36
3.2.2 Swaps	37
3.3 SIMULATION MONTE CARLO.....	39
3.3.1 Modèle de Vasicek	39
3.3.2 Évolution des taux à la hausse.....	39
3.3.3 Évolution des taux à la baisse.....	42
3.4 RÉSULTATS.....	45
3.4.1 Écart de durée.....	45
3.4.2 VaR.....	49
3.4.3 VaR versus DGAP	52
3.5 CONCLUSION	53
CHAPITRE IV CONCLUSION.....	55
RÉFÉRENCES.....	59

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 1.1 SOMMAIRE DU DGAP	7
TABLEAU 2.1 HYPOTHÈSES DU BILAN	18
TABLEAU 3.1 HYPOTHÈSES DU BILAN (EN MILLIERS DE \$)	31
TABLEAU 3.2 ÉVOLUTION DES TAUX À LA HAUSSE	40
TABLEAU 3.3 ÉVOLUTION DES TAUX À LA BAISSSE	43
TABLEAU 3.4 SIMULATION DE LA COUVERTURE DE L'ÉCART DE DURÉE	46
TABLEAU 3.5 SIMULATIONS POUR LA VAR.....	50
TABLEAU 3.6 STATISTIQUE U DE THEIL	53

LISTE DES FIGURES

FIGURE 3.1 DISTRIBUTION DE LA VARIATION DE LA VALEUR NETTE.	35
FIGURE 3.2 COUVERTURE DE L'ÉCART DE DURÉE	48
FIGURE 3.3A COUVERTURE DE LA VAR POUR UN NIVEAU DE CONFIANCE DE 90%	51
FIGURE 3.3B COUVERTURE DE LA VAR POUR UN NIVEAU DE CONFIANCE DE 95%	52

RÉSUMÉ

Un mouvement non anticipé dans les taux d'intérêt peut affecter significativement la rentabilité ainsi que la valeur marchande de l'équité d'une institution financière, c'est le risque de taux d'intérêt. Pour quantifier ce risque, les institutions financières effectuent traditionnellement une analyse de l'appariement des échéanciers des éléments d'actifs et des passifs ou utilisent plus récemment l'écart de durée entre les actifs et les passifs. Mais, les normes internationales requièrent maintenant que les risques supportés par les institutions financières et le capital de ces institutions soient analysés en terme de VaR¹. Une fois ce risque calculé, il faut essayer de le gérer. La gestion du risque de taux d'intérêt est devenue une tâche complexe pour les institutions financières. Plusieurs de ces institutions utilisent une large variété d'instruments de couverture comme les contrats à terme et les swaps pour les assister dans leur gestion du risque. Le but de ce mémoire est d'abord de tenter de déterminer quel produit, entre le swap et le contrat à terme, offre une meilleure couverture du risque du taux d'intérêt pour chacun des deux modèles de risque susmentionnés (écart de durée et VaR) pour ensuite être en mesure d'identifier quel modèle de mesure de risque est le plus efficace pour l'institution étudiée. À l'aide des données provenant de la Caisse Populaire Desjardins de Montréal et de l'Ouest du Québec, nous utilisons la simulation Monte Carlo pour calculer la VaR et simuler l'impact d'une variation du taux d'intérêt sur le bilan. À partir des résultats de ces simulations, à l'aide de la statistique U de Theil (*Mean Root Square Error*), nous serons en mesure de comparer la performance relative de la couverture par les swaps et les contrats à terme pour chaque modèle. Ensuite il devient aisé d'identifier l'efficacité relative des deux modèles.

Mots clés : taux d'intérêt, risque, durée, écart de durée, Value at Risk (VaR), simulation Monte Carlo, couverture, swap, contrat à terme.

¹ VaR est l'acronyme de Value at Risk

INTRODUCTION

La gestion du risque dans les institutions financières a connu ces dernières années un développement exponentiel et ce, aussi bien en ce qui concerne les risques quantifiables que non quantifiables. Le *Risk Management* tend à devenir une science à part entière et, au sein d'une institution, un métier à part entière. Cette tendance ne cessera que de se confirmer dans un futur proche.

Une variation non anticipée dans les taux d'intérêt peut altérer significativement la rentabilité ainsi que la valeur marchande de l'équité de l'institution financière. Le risque de taux d'intérêt entoure cette volatilité. Dépendamment des caractéristiques des cash-flows des actifs et des passifs de la banque, une variation du taux d'intérêt peut augmenter ou baisser la valeur marchande d'actif et du passif, d'où l'intérêt marqué des institutions financières pour la gestion de ce risque

Le modèle d'écart de durée est un modèle de mesure de ce risque d'intérêt. C'est un modèle qui se concentre sur la gestion de la valeur marchande de l'équité tout en prenant en considération le synchronisme de tous les cash-flows individuels. Le rôle principal du gestionnaire est de stabiliser ou croître la valeur nette de la firme. La durée constitue une mesure attrayante dans ce cas de figure du fait qu'elle prend en considération tous les actifs du portefeuille de l'institution. Ainsi, l'exposition de la valeur nette de l'institution au risque de taux d'intérêt est déterminée en comparant la durée pondérée des éléments d'actif avec celle du passif. Le gestionnaire peut ajuster cet écart de durée dans le but de se couvrir ou d'accepter un certain niveau de risque de taux d'intérêt en spéculant sur les variations futures de ces taux.

Dans le monde de la finance et spécifiquement dans l'univers bancaire, s'est produite une prise de conscience sur l'importance de la gestion du risque et ce, tant au niveau de la direction générale des institutions agissant sur les marchés financiers que des autorités de contrôle de ces dernières. Les risques de tout ordre, ayant pour conséquence de lourdes pertes financières potentielles, doivent être gérés. Cette gestion doit être contrôlée hiérarchiquement.

De nouveaux outils de gestion de risque financier ont vu le jour récemment. Ces outils sont souvent statistiques mais toujours analytiques. Un des outils appelé *Value at Risk* (VaR) a plus particulièrement fait parler de lui depuis l'automne 1994, période au cours de laquelle J. P. Morgan a lancé une méthodologie de quantification des risques de marché auxquels sont sujets les portefeuilles d'entreprises : RiskMetrics. Si nous devons à cette dernière les lettres de noblesse de la VaR, il n'en demeure pas moins qu'il coexiste à ses côtés deux autres techniques d'estimation de la VaR : la simulation Monte Carlo prônée entre autres par le groupe bancaire Bankers Trust et l'analyse historique cheval de bataille de la banque Chase.

Indépendamment de la technique utilisée lors de son calcul, la VaR correspond toujours à un nombre représentant pour un portefeuille la perte maximale estimée (en unité monétaire) due aux risques de marché et ce, pour un horizon de temps précis et avec une probabilité d'occurrence donnée. Cet outil permettra donc d'optimiser la gestion des risques financiers dus aux opérations initiées par les salles de marché, mais également il fournira aux investisseurs dont les avoirs sont gérés par une tierce personne, une image claire du risque qu'il supporte indirectement.

La gestion du risque de taux d'intérêt est devenue une tâche de plus en plus complexe pour les institutions. Plusieurs de ces institutions utilisent présentement une variété d'instruments de couverture comme les contrats à terme, les options et les échanges de taux d'intérêt (swaps) pour les assister dans leur gestion de risque.

Toutefois, une difficulté réside dans le choix du produit de couverture à adopter. En utilisant des données provenant de la Caisse Populaire Desjardins de Montréal et de l'Ouest du Québec, nous simulons à l'aide de la simulation Monte Carlo, l'impact sur la valeur nette de

la caisse d'une variation du taux d'intérêt afin de déterminer si la couverture à l'aide des contrats à terme boursiers procure des résultats supérieurs à la couverture avec un swap de taux d'intérêt.

Une fois l'instrument de couverture idéal identifié, nous comparons les deux modèles entre eux afin de déterminer leur efficacité relative en tant que modèles de mesure de risque.

CHAPITRE I

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 La notion d'écart de durée

1.1.1 L'écart de durée

Selon Bierwag (1987), la valeur de la « valeur nette » de la firme relative à ses actifs est un indicateur de solvabilité de la firme. Si la valeur nette de la firme, calculée par la différence entre la valeur marchande de ses actifs et de ses passifs, est négative, alors la firme n'est pas solvable. La liquidation d'une firme non solvable impliquera l'encaissement par quelques bailleurs de fonds d'un montant inférieur à celui contracté. Il est souvent très probable qu'une firme non solvable sera forcée de déclarer faillite.

La valeur nette de la majorité des institutions financières est sujette à un risque de taux d'intérêt. Des hausses dans le niveau des taux d'intérêt ainsi qu'un changement dans leurs structures peuvent faire baisser la valeur marchande des actifs plus que la valeur marchande du passif, provoquant ainsi une baisse de la valeur nette. Les gestionnaires peuvent contrôler ou gérer cette sensibilité de la valeur nette aux variations des taux d'intérêt. Pour ce faire, nous devons proposer une mesure de ce risque de taux d'intérêt. Cette mesure de risque est une fonction des durées de l'actif et du passif. Par conséquent, les décisions qui affectent les durées de l'actif et du passif affectent aussi la sensibilité de la valeur nette aux variations des taux d'intérêt.

Dans la même lignée, Koch (1992) avance que la banque est préoccupée par l'exposition au risque total de tous ses actifs et passifs. Quand elle reçoit des entrées de fonds pour son actif avant les obligations de paiement pour son passif, elle assume le risque de réinvestir les sommes recueillies à des taux réduits. Quand elle effectue des paiements pour sa dette avant qu'elle ne reçoive des entrées de fonds, elle encourt le risque d'une augmentation des coûts de la dette. Chaque écart dans la synchronisation entre les cash-flows de l'actif et du passif se reflète dans leurs durées moyennes respectives.

L'analyse de l'écart de durée (DGAP) nécessite que la banque définisse un objectif de performance comme la valeur marchande de l'équité (la valeur nette) et gère la différence entre la durée moyenne de l'actif total et la durée moyenne du passif total. Chacune est obtenue en faisant la somme des produits des durées individuels des titres par leurs valeurs marchandes individuelles respectives. Chaque proportion est égale à la valeur marchande de l'actif ou du passif divisée par la valeur marchande de l'actif total ou du passif total comme approprié. La valeur marchande de l'équité n'est pas incluse dans le calcul.

1.1.2 Modèle de l'écart de durée

Il importe de retenir que la littérature portant sur le modèle de l'écart de durée fait ressortir ou adopte toutes les hypothèses liées au concept de durée.

Selon Kaufman (1983), Koch (1992) et Bessier (1998), plusieurs banques examinent les mesures de durée pour leurs titres individuellement ainsi que pour leur portefeuille en entier dans le but d'estimer ou d'évaluer le risque de taux d'intérêt. Un changement dans la valeur de l'actif relatif à un changement à la valeur du passif détermine la variation de la valeur nette de la banque.

Le modèle de l'écart de durée (DGAP) a comme point de mire la gestion de la valeur marchande de l'équité (la valeur nette) en prenant en considération la synchronisation de tous les cash-flows. Le but du gestionnaire est typiquement de stabiliser ou d'augmenter le valeur

nette de la banque. La durée est une mesure attrayante car elle prend en considération tous les titres du portefeuille. Ainsi, le risque de taux d'intérêt global de la banque est obtenu en comparant la durée pondérée des éléments de l'actif avec la durée pondérée des éléments du passif. Le gestionnaire peut ajuster ce DGAP pour couvrir ou subir un certain risque de taux d'intérêt en spéculant sur les variations futures du taux d'intérêt.

Par ailleurs, la littérature traitant du modèle de l'écart de durée reconnaît d'emblée que le risque de taux d'intérêt augmente quand le rythme des entrées de fonds est différent du rythme des sorties de fonds. Ce risque prend forme quand il y a une différence entre la durée moyenne de l'actif et du passif. Quand les taux d'intérêt varient, les valeurs de l'actif et du passif changeront dans des montants différents et les revenus d'intérêt futurs changeront relativement aux futures dépenses d'intérêt. Prenons l'exemple du bilan d'une institution financière où la durée moyenne de l'actif est supérieure à la durée moyenne du passif. Dans un contexte de hausse de taux d'intérêt, la baisse de la valeur marchande de l'actif sera supérieure à la baisse de la valeur marchande du passif et, par conséquent, entraînera une baisse de la valeur nette de la banque. De la même façon, le revenu net d'intérêt espéré baissera car la banque devra payer des taux plus élevés pour le passif, relativement aux rendements plus élevés qu'elle reçoit pour le réinvestissement des entrées de fonds durant la durée de vie combinée des différents instruments financiers. Il est clair que pour cette banque, une hausse des taux d'intérêt ne lui est pas favorable.

Une baisse des taux d'intérêt produit des résultats opposés. La valeur marchande des actifs augmentera plus que la valeur marchande des passifs de par la différence entre les durées. Ainsi la valeur nette de la banque croît. Le revenu net d'intérêt augmentera aussi et la situation nette s'améliorera.

Le gestionnaire peut utiliser les mesures de durée pour évaluer le risque de taux d'intérêt. La mesure appropriée dépend alors de l'objectif de performance de la banque. Si l'objectif est la valeur nette, la banque sera complètement couverte quand la durée composée de l'actif sera égale au produit de la durée composée du passif par le ratio du passif total sur l'actif total. Si, au lieu de cela, la banque choisit comme objectif de performance de couvrir le ratio de

l'équité sur l'actif total ou bien la marge nette d'intérêt, elle devra égaliser la durée composée de ses actifs avec la durée composée de ses passifs⁵.

Utilisant la valeur nette comme objectif de performance, la banque peut gérer son niveau de risque de taux d'intérêt selon son DGAP qui se définit comme suit :

$$\text{DGAP} = \text{DA} - u\text{DL} \quad (1.1)$$

Où :

DGAP = l'écart de durée,

DA = la durée composée des actifs mesurée par la somme des produits de la durée de chaque actif par la part proportionnelle de la valeur marchande de l'actif total,

DL = la durée composée des passifs mesurée par la somme des produits de la durée de chaque passif par la part proportionnelle de la valeur marchande du passif total,

u = ratio du passif total sur l'actif total.

1.1.3 Caractéristiques du modèle de l'écart de durée

Selon Koch (1992) et Bessis (1998), quand l'écart de durée (DGAP) pour la valeur nette d'une institution financière est positif, la valeur nette décline avec la hausse des taux d'intérêt et augmente avec leurs baisses. Quand le DGAP est négatif, la valeur nette augmente avec la hausse des taux mais baisse quand les taux baissent. La banque peut immuniser sa valeur nette contre les variations des taux d'intérêt seulement lorsque le DGAP est nul. Plus la valeur absolue du DGAP est élevée, plus le risque d'intérêt l'est également. Ces relations sont récapitulées dans le tableau 1.1:

Tableau 1.1
Sommaire du DGAP

⁵ voir Kaufman (1984) pour les démonstrations.

DGAP	Changement dans les taux d'intérêt	Changement dans la valeur marchande de l'actif	Changement dans la valeur marchande du passif	Changement dans revenu net d'intérêt
Positif	Hausse	Baisse	> Baisse	Baisse
Positif	Baisse	Hausse	> Hausse	Hausse
Négatif	Hausse	Baisse	< Baisse	Hausse
Négatif	Baisse	Hausse	< Hausse	Baisse
Zéro	Hausse	Baisse	= Baisse	Nul
Zéro	Baisse	Hausse	= Hausse	Nul

1.2 Value at Risk (VaR)

1.2.1 Concept

La gestion moderne du portefeuille est basée sur quelques concepts clés qui méritent une attention particulière en raison de la grande place qu'ils ont occupés dès leurs apparitions. Il s'agit des concepts de la VaR (value at risk) et de CaR (capital at risk). Dans le cadre de notre étude, nous allons nous concentrer exclusivement sur la notion de VaR.

Selon Bessis (1998), la VaR est une mesure quantitative des pertes d'un portefeuille générées par plusieurs facteurs de risque. Il affirme que la VaR est la valeur des pertes potentielles qui ne seront dépassées que pendant une fraction des événements possibles. Cette fraction, exprimée en pourcentage, est appelée niveau de confiance ou de tolérance. Plus ce niveau de confiance est faible, plus grande sera la VaR.

Cet auteur estime que la VaR mérite une attention particulière et ce, pour les raisons suivantes :

- C'est une mesure synthétique du risque puisque plusieurs dimensions du risque sont intégrées dans une seule valeur. Généralement, le risque est capté à travers un certain nombre d'indicateurs comme par exemple la sensibilité aux mouvements du marché, les écarts, la volatilité, etc.

- Tous les risques sont exprimés dans la même unité, c'est en dollars des pertes non espérées pour un niveau de tolérance donné.
- La VaR s'applique à tous les niveaux de risque et peut capter les effets de la diversification, de cette façon elle fait le lien entre le risque total et les risques individuels.

Pour Jorion (1996), la VaR est la pire perte espérée pour un certain horizon et un niveau de confiance donné. Elle résume, en une seule valeur, l'exposition globale de l'institution aux risques du marché et la probabilité de réalisation des mouvements défavorables dans les variables économiques et financières. Cavaletti (1997) définit la VaR simplement comme un outil statistique de risque utilisé pour mesurer le risque de marché. Il mesure le montant d'argent que le portefeuille peut perdre pendant une certaine période et avec une certaine probabilité basée sur la composition actuelle du portefeuille et des récentes conditions du marché.

Selon Golub et Tilman (1997), il existe deux interprétations rivales de la VaR. La première traite des pertes du « pire scénario » : durant un horizon d'investissement spécifié, la position ne perdra pas plus que sa VaR avec une probabilité de 95% par exemple. La deuxième réfère au déroulement normal des événements avec lequel nous sommes confortables ou que nous pouvons tolérer : supposons que notre horizon soit d'une journée, ainsi dans 5% des journées d'affaires prises en considération, la position subira des pertes égales ou supérieures à sa VaR quotidienne.

D'après Fong et Vasicek (1997), la VaR est définie comme le déclin dans la valeur marchande du portefeuille, que nous pouvons espérer à l'intérieur d'un certain intervalle de temps (1 jour ou 2 semaines par exemple) avec une probabilité ne dépassant pas un certain nombre (1% par exemple). Mathématiquement, si

$$\text{Prob}(\Delta P \leq -\text{VaR}) = \alpha \quad (1.2)$$

alors la VaR sera égale à la valeur à risque pour un niveau α de probabilité.

Nous trouvons parfois dans la littérature une définition légèrement différente de la VaR (Jorion, 1997). Cette définition prend en considération non pas la perte elle-même, mais plutôt l'écart entre cette perte et la perte moyenne. D'une manière plus précise, cette nouvelle VaR, pour un horizon d'investissement « t » et un niveau de probabilité α , se définit comme le montant, noté VaR^* , tel que la perte totale encourue durant l'intervalle $[0; t]$ ne dépassera le montant de la perte moyenne de plus de VaR^* qu'avec une probabilité de $1-\alpha$. Ainsi, si la perte moyenne se présente par $E(L_t)$, la définition de la VaR sera :

$$\text{prob} [L_t - E(L_t) > VaR^*] = 1 - \alpha$$

ou encore

$$\text{prob} [L_t \leq VaR^* + E(L_t)] = \alpha \quad (1.3)$$

où

L_t = perte pour un horizon t;

$E(L_t)$ = perte moyenne ou perte espérée.

Bessis (1998) estime que le risque de perte de revenu a deux composantes : les pertes possibles et la probabilité de leurs réalisations. La difficulté réside dans l'estimation de ces probabilités. Par exemple, les pertes subites suite à la réalisation du « pire scénario possible » peuvent être calculées, mais les chances d'observer ce scénario sont subjectives. Par conséquent, la mesure de risque change avec le scénario sélectionné et la probabilité (subjective) que nous lui attachons.

Une autre façon de s'attaquer au problème de probabilité des événements défavorables est de faire des hypothèses sur la distribution de probabilité des événements sous-jacents qui génèrent des pertes. Une façon de faire est d'estimer la distribution des pertes.

1.2.2 Techniques de calcul de la VaR

Selon Bessis (1998), même si certaines distributions de pertes sont observables historiquement, il faut considérer que la plupart du temps les données ne sont pas toujours disponibles ou complètes. Quand la distribution réelle n'est pas observée, l'estimation de l'espérance des pertes est basée sur des hypothèses. Ces dernières dépendent alors de la nature du risque.

Ainsi, le problème fondamental dans le calcul de la VaR est de prévoir la distribution des pertes. Selon Esch *et al.* (1997), certains modèles d'évaluation de la VaR limitent la description d'une distribution à deux paramètres : une mesure de localisation (espérance) et une mesure de dispersion (variance). Les méthodes de prévision de la distribution des pertes basées sur ces modèles ne seront valables que sous l'hypothèse ou à la condition que cette loi de probabilité soit complètement définie par ces deux éléments, c'est-à-dire qu'il s'agisse de la loi normale. Par voie de conséquence, le calcul de la VaR dans ce cas particulier se fera obligatoirement à partir de la formule limitative :

$$\text{VaR}_\alpha = E(L_t) + Z_\alpha \sigma(L_t) \quad (1.4)$$

De la même manière, la VaR* se calcule tout simplement dans le cas d'une distribution normale par :

$$\text{VaR}^* = z_\alpha \sigma(L_t) \quad (1.5)$$

où

z_α = quantile de la distribution normale centrée réduite correspondant à un niveau de confiance α ;

$E(L_t)$ = espérance des pertes pour un horizon t ;

$\sigma(L_t)$ = écart-type des pertes pour un horizon t ;

VaR^* = le montant tel que la perte encourue durant l'intervalle $[0; t]$ ne dépassera la perte moyenne de plus de VaR^* seulement avec une probabilité de $1 - \alpha$.

Prenons l'exemple d'un portefeuille avec une volatilité de sa valeur marchande égale à 100 et un quantile de 1,96 ($\alpha = 2,5\%$), la VaR serait égale à la volatilité de la valeur marchande du portefeuille multipliée par le quantile : $VaR = 1,96 \times 100 = 196$. Ceci correspond alors à la perte potentielle avec un niveau de confiance de 2,5%.

Cette méthode a l'avantage d'être simple, cependant elle possède plusieurs lacunes. Notamment, elle ne tient pas compte :

- des distributions asymétriques nécessitant des hypothèses particulières et rejetants la simple relation entre le niveau de confiance et la volatilité des pertes pour le calcul de la VaR.
- des queues épaisses des vraies distributions rendant la quantification des pertes extrêmes et leurs probabilités de réalisation hasardeuses.

L'expansion de Cornish-Fisher permet en partie de remédier à ces faiblesses.

En plus, selon Esch *et al.* (1997), plusieurs études ont démontré que l'hypothèse de normalité peut être acceptée, du moins en première approximation, à condition que les périodes sur lesquelles les variables sont calculées ne soient pas courtes : les rendements hebdomadaires et mensuels par exemple suivent une loi normale, alors que les rendements quotidiens ont tendance à s'écarter de cette loi et suivre une distribution plutôt leptocurtique¹³.

Donc, si nous supposons une distribution normale, nous aurons tendance soit à surestimer ou soit à sous-estimer la VaR. Pour remédier à ses faiblesses, plusieurs techniques de calcul de la VaR ont été élaborées.

1.2.2.1 Analyse historique

¹³ Ce sont des distributions plus pointues au voisinage de leurs moyennes et présentent des queues plus épaisses (et donc moins importantes pour les valeurs intermédiaires) que la loi normale et se caractérisent aussi par un coefficient d'aplatissement positif.

Selon Hull (2000), dans la pratique, la distribution des variations quotidiennes pour plusieurs variables de marché possède une queue plus épaisse que celle de la distribution normale. De ce fait, certaines institutions ont basé le calcul de VaR sur des simulations historiques.

Pour Esch *et al.* (1997), cette méthode d'estimation de la VaR repose principalement sur l'hypothèse de stationnarité : la distribution conjointe (théorique et inconnue) des variations du prix des différents facteurs de risque, pour l'horizon du calcul de la VaR, est bien estimée par les observations de variations des ces prix pendant l'historique disponible. Ainsi, la qualité d'estimation des paramètres (moyenne, variance, covariance, etc.) de cette distribution est garantie.

Le principe appliqué ici est donc d'estimer la distribution des variations des facteurs de risque à partir de leur distribution observée, tout en se rapportant aux données historiques.

Esch *et al.* (1997) et Hull (2000) présentent la démarche à suivre pour accomplir cette analyse. La première étape est de créer une base de données des mouvements quotidiens de tous les facteurs de risque durant quelques années. Ensuite, le premier essai de simulation suppose que les pourcentages de variation de chaque facteur de risque soient les mêmes que ceux de la première journée couverte par la base de données. Le second essai de simulation suppose que les pourcentages de changement dans les facteurs de risque soient les mêmes que ceux de la deuxième journée, et ainsi de suite. Enfin, le changement dans la valeur du portefeuille (ΔP) est calculé pour chaque essai de simulation et la VaR sera égale au percentile approprié de la probabilité de distribution de ΔP .

Esch *et al.* (1997) et Hull (2000) estiment que l'approche de la simulation historique a l'avantage de refléter, d'une manière plus au moins exacte, la distribution historique des facteurs de risque. Ils considèrent également qu'il s'agit d'une technique simple, flexible et robuste. Elle est basée sur des hypothèses peu exigeantes et utilise des données minimales. Cependant, ces avantages doivent être pondérés par un certain nombre d'inconvénients.

Le nombre de simulations historiques est limité au nombre de données quotidiennes disponibles. L'analyse de sensibilité est difficile. En plus, il n'est pas aisé de travailler avec des variables où les données ne sont pas disponibles ou incomplètes.

1.2.2.2 Simulation Monte Carlo

Selon Esch *et al.* (1997), la simulation Monte Carlo est une méthode statistique utilisée lorsqu'il est très difficile de déterminer une loi de probabilité uniquement par un raisonnement mathématique. Elle consiste en la « fabrication » de cette distribution à partir de la génération d'un grand nombre d'échantillons pseudo-aléatoires extraits de cette distribution, que cette dernière soit :

- connue théoriquement, avec des paramètres de valeurs numériques spécifiés (par estimation par exemple);
- le résultat d'observations ou de calculs sur observations.

Cette technique peut être utilisée aussi bien dans le cas d'un actif isolé avec un seul facteur de risque que d'un actif isolé avec plusieurs facteurs de risque. Dans le dernier cas, il faut respecter la matrice variances-covariances associée aux facteurs de risque. Ceci est rendu possible grâce à la décomposition de *Choleski*. Et enfin, cette technique traite aussi le cas d'un portefeuille avec plusieurs titres et plusieurs facteurs de risque. Dans ce cas-ci, il est préférable de déterminer directement la distribution des pertes du portefeuille à partir de l'effet des variations des divers facteurs de risque sur la valeur du portefeuille lui-même.

Esch *et al.* (1997) et Hull (2000) présentent les étapes à suivre pour réaliser une simulation Monte Carlo, celles ci se résumant en cinq étapes fondamentales :

1. Faire le choix d'une famille de modèles d'évaluation pour les différents facteurs de risque ou pour les actifs en portefeuille. Il peut s'agir tout simplement de la loi normale, lognormale ou de lois plus complexes surtout pour les produits dérivés. D'une manière générale, il peut s'agir de n'importe quelle distribution ajustée à partir des observations historiques. Nous pouvons également prendre en compte les relations

expliquant le comportement des prix des différents actifs grâce à des facteurs communs de risque (indices boursiers, taux d'intérêt, etc.).

2. En se basant sur les observations historiques des mouvements des actifs et des facteurs de risque qui nous concernent, nous pourrions estimer :
 - la distribution des différents facteurs de risque, ainsi que les paramètres qui leur sont associés (moyenne et matrice variances-covariances),
 - les paramètres des relations liant les prix à leurs facteurs de risque (généralement des processus stochastiques). Ce sont des estimations réalisées généralement par des techniques de régressions.
3. Pour l'ensemble des facteurs de risque, l'utilisation conjointe des modèles probabilistes utilisées en (1) et les paramètres de distributions déterminés en (2) permet de construire, à partir de la simulation Monte Carlo, un grand nombre M (5000 à 10000) d'échantillons pseudo-aléatoires extraits de chacune des distributions des variations des facteurs de risque prises en considération. Les valeurs futures des facteurs de risque s'obtiennent alors à partir des valeurs observées actuellement. Il est à noter que ces simulations doivent être réalisées à partir des paramètres décrivant chaque facteur de risque individuellement, sans pour autant négliger les corrélations liants ces facteurs les uns aux autres (décomposition de Choleski).
4. Les résultats générés par ces simulations sont ensuite introduits dans les relations de comportement des actifs en fonction des facteurs communs de risque permettant ainsi de simuler les distributions des prix futurs des différents actifs. Le calcul de la valeur du portefeuille en fonction de la valeur de ses éléments constitutifs pour chacune des M simulations suppose que les distributions des différents prix peuvent, tout simplement, être additionnées pour générer la distribution du portefeuille. Or, nous savons que cette opération n'est possible que dans le cas où la distribution conjointe des différents prix est multinormale.

Puisque l'approche Monte Carlo veut justement éviter cette hypothèse exigeante, nous pouvons alors effectuer l'agrégation des éléments constitutifs du portefeuille par une nouvelle simulation en tenant compte cette fois de la structure des corrélations liant les différents actifs du portefeuille, ce qui est beaucoup plus lourd.

5. Cette dernière étape consiste en la confrontation entre la valeur simulée et la valeur actuelle du portefeuille. Ainsi, nous pouvons estimer la distribution de la perte subie par le portefeuille (valeur actuelle – valeur simulée). Après ordonnancement et regroupement éventuel de ces M résultats, la valeur du paramètre VaR se déduit aisément.

Il est important de mettre l'accent sur le fait qu'il peut paraître surprenant d'effectuer un nombre aussi élevé de simulations (5 000 à 10 000), alors que les théorèmes limites de la statistique (loi des grands nombres, théorème de tendance normale, etc.) deviennent applicables à partir d'un nombre d'observations nettement inférieur.

Selon Esch *et al.* (1997), il ne faut perdre de vue que ce qui nous intéresse dans ce genre de procédés n'est pas une notion « globalisante » d'une loi de probabilité, comme le sont la moyenne et l'écart-type, mais une notion « extrême » correspondant à un phénomène qui ne se produit que rarement. Des effectifs plus importants sont donc nécessaires au même titre que l'estimation d'une proportion P par intervalle de confiance, avec une erreur relative fixée, exigera nettement plus d'observations pour estimer $P = 0.01$ que $P = 0.4$.

CHAPITRE II

MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

La précédente revue de littérature révèle que l'analyse du risque des bilans est un domaine largement étudié. Traditionnellement, celle-ci s'effectue par une analyse de l'appariement des échéanciers des éléments d'actif et du passif ou par une méthode plus récente : l'écart de durée entre l'actif et le passif.

Plusieurs études démontrent la supériorité de la deuxième approche par rapport à la première. Cependant, les récents règlements et normes internationaux exigent maintenant que les risques supportés par les institutions financières soient analysés en termes de VaR et que leur capital soit déterminé en fonction de celle-ci.

Cette approche de VaR étant plus récente que les deux autres, elle n'a pas bénéficié de la même couverture dans la littérature que l'approche de l'écart de durée. En conformité avec nos développements antérieurs et dans le but d'enrichir les études empiriques ayant trait à l'analyse du risque des bilans des institutions financières, nous proposons dans un premier temps une étude de l'efficacité de la couverture avec les swaps et les contrats à terme du modèle de l'écart de durée et de la notion de VaR et ceci à travers une simulation Monte Carlo. En second lieu, nous procédons à une étude comparative entre le modèle d'écart de durée et le modèle de la VaR.

2.1 Corpus

Notre corpus est composé de deux types de données nécessaires pour effectuer nos calculs. Il s'agit, d'une part, des données sur des bilans mensuels d'une institution financière et d'autre part, des données mensuelles du marché sur les taux d'intérêt à court terme.

Les données des bilans mensuels sont fournies par la Fédération des Caisses Populaires de Montréal et de l'Ouest du Québec. Les bilans sont ceux d'une caisse populaire Desjardins.

Notre matériel d'étude comprend 61 observations mensuelles historiques du montant de l'avoir pour un échantillon de 300 caisses s'échelonnant du 20 janvier 1995 au 31 décembre 1999, ainsi que le bilan mensuel du 31 août 2000 pour ce même échantillon. En ce qui concerne les taux d'intérêt à court terme (bons du trésor à 91 jours), ils sont fournis par la base de données CANSIM.

À l'aide de ces deux bases de données, nous recourons à la simulation Monte Carlo pour estimer la VaR pour un horizon d'un mois et un niveau de confiance de 10% (5%) et ensuite pour évaluer la variation de la valeur nette (à travers le modèle de l'écart de durée). Pour y parvenir, nous nous basons sur le modèle de Vasicek afin de simuler la variation des taux d'intérêt pour les deux approches.

2.2 Hypothèses du bilan

À l'aide des données sur le bilan, nous déterminons son degré d'exposition au risque du taux d'intérêt à travers le modèle d'écart de durée (§ 1.1.2). Certaines hypothèses sur les taux d'intérêt relatifs à chacune des rubriques du bilan sont nécessaires. En ce qui concerne la durée et l'écart de durée, nous respectons les hypothèses présentées dans la revue de littérature qui énoncent essentiellement que la durée d'un actif ou d'une rubrique d'actif est toujours inférieure à son échéance. Le tableau 2.1 ci-après résume nos hypothèses fournies par la Fédération sur le regroupement des rubriques du bilan :

Tableau 2.1 Hypothèses du bilan

Actif	Taux d'intérêt	Durée	Passif	Taux d'intérêt	Durée
Actifs non sensibles aux taux d'intérêt	0,00%		Passifs non sensibles aux taux d'intérêt	0,00%	
Actifs à taux flottant	9,2%		Passifs à taux flottant	4,51%	
Actifs sensibles aux taux fixes court terme	7,31%		Passifs sensibles aux taux fixes court terme	5,13%	
Actifs sensibles aux taux fixes long terme	7%		Passifs sensibles aux taux fixes long terme	5,31%	

			Passif Total		0,8
			Avoir des membres		6,4
Actif total	6,54%	1,1	Passif total et Avoir	3,65%	

2.3 Modèles de risque

Le modèle que nous proposons pour l'écart de durée est le suivant :

$$\frac{\Delta \text{ValeurNette}}{\text{ActifTotal}} \cong -DGAP \left\{ \frac{\Delta i}{1+i} \right\}$$

où DGAP = écart de durée

$$DGAP = DA - uDL$$

C'est un modèle développé par Koch (1992). Il a déjà été présenté dans la revue de littérature. En ce qui concerne la VaR et pour une approximation du comportement du bilan, nous utiliserons comme outil d'analyse le modèle quadratique pour un portefeuille dépendant d'un seul actif et à un seul facteur de risque. Ce modèle est recommandé par Jorion (1997) et Hull (2000). Il se présente ainsi :

$$\frac{\Delta VN}{VN} = -\delta \Delta x + \frac{1}{2} \gamma (\Delta x)^2$$

où

ΔVN = variation de la valeur nette

δ = durée de la rubrique de la valeur nette du bilan

Δx = variation du taux d'intérêt

γ = convexité de la rubrique de la valeur nette du bilan

Ainsi, nous considérons la durée et la convexité respectivement comme le delta et le gamma de la valeur nette.

2.4 Simulation Monte Carlo

Pour certaines rubriques d'actif de notre bilan, les cash-flows périodiques dépendent d'une trajectoire de taux d'intérêt (*path dependent*). Cela signifie que les cash-flows reçus dans une période ne sont pas uniquement déterminés en fonction du niveau des taux d'intérêt au comptant et à terme mais aussi en fonction de la trajectoire suivie pour atteindre le niveau de taux actuel.

Les modèles les plus fréquemment employés par les institutions financières pour générer des trajectoires aléatoires des taux d'intérêt utilisent la structure à terme actuelle des taux d'intérêt et la volatilité de ces taux comme données. Théoriquement, la structure à terme des taux d'intérêt est la courbe des taux au comptant (titres à coupon zéro) déterminée par les taux des différents titres du trésor public actuels. La volatilité détermine la dispersion des taux d'intérêt générés par la simulation. La simulation permet donc de générer plusieurs scénarios de trajectoires probables de taux d'intérêt. En somme, pour construire notre simulation Monte Carlo, nous avons besoin d'un processus de diffusion des taux d'intérêt. Un des modèles parmi les plus populaires dans la littérature est celui de Vasicek.

Ainsi, pour notre facteur de risque (taux d'intérêt), l'utilisation conjointe des modèles de risque et du processus stochastique permet de générer des échantillons pseudo-aléatoires (1000 échantillons pour notre étude) extraits de la distribution réelle des variations du facteur du risque susmentionné.

Une fois la simulation achevée, les résultats sont par la suite introduits dans les relations du comportement de l'actif en fonction du facteur de risque. Ce qui nous permet de simuler la

distribution des pertes du bilan (à travers le modèle quadratique) et la variation de la valeur nette de l'institution (à travers le DGAP).

2.4.1 Modèle de Vasicek

C'est un modèle qui appartient à la famille des modèles dites de première génération. Il repose sur l'hypothèse que le taux d'intérêt sans risque suit un processus de diffusion arbitraire. C'est un modèle permettant de décrire le comportement aléatoire de la structure selon l'échéance par l'intermédiaire du processus des taux d'intérêt. Néanmoins, une seule variable est souvent utilisée pour décrire la structure selon l'échéance : il s'agit du taux d'intérêt à court terme (Khoury et Laroche, 1996).

Le modèle de Vasicek est basé sur un processus stochastique permettant de simuler les mouvements possibles des taux d'intérêt. Dans le chapitre suivant nous baserons nos tests sur ce modèle afin de comparer l'efficacité des swaps et des contrats à terme comme instruments de couverture, ainsi que pour confronter les deux modèles de risque entre eux.

L'équation générale de ce modèle, élaborée par Vasicek (1977), permet de calculer un taux d'intérêt à court terme basé sur un processus risque-neutre. Ce processus est formulé dans un contexte continu comme suit :

$$dr = a(b - r) dt + \sigma dz$$

La discrétisation de ce processus selon la méthode d'Euler est la suivante:

$$\Delta r = a(b - r)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\Phi$$

où a , b , σ et Δt sont des constantes et Φ est une variable normale centrée réduite. Ce modèle incorpore le phénomène de retour à la moyenne. Le taux à court terme est attiré du niveau X

au niveau Y par une vitesse a . Cela signifie que le taux à court terme est attiré vers un niveau b (taux à court terme moyen calculé sur une longue période) par une force d'attraction a .

Nous devons donc spécifier un taux de court terme, un taux de court terme moyen, la vitesse à laquelle le taux à court terme converge vers le taux à court terme moyen, ainsi que la variance du taux à court terme.

Plusieurs études empiriques (Jiang, 1997) ont été réalisées pour estimer le paramètre a . Ces études démontrent que ce taux varie souvent dans un intervalle allant de 0,4 à 0,6. Dans le cadre de notre étude, nous allons commencer à approximer ce paramètre par 0,5.

Le modèle comprend aussi une partie aléatoire. Un processus stochastique distribué normalement, soit dz , a un impact direct sur le mouvement des taux d'intérêt. Ce paramètre se calcule en simulant une série de nombres aléatoires. Le modèle nous fournira l'évolution possible du taux d'intérêt pour une période donnée. Le plus grand avantage de ce modèle est qu'il incorpore le phénomène de retour à la moyenne.

2.4.2 Simulation Monte Carlo pour le modèle d'écart de durée

Dans le chapitre suivant et après avoir calculé le DGAP et le taux d'actif moyen pour le bilan, nous utilisons le modèle de Vasicek afin de simuler 1000 variations possibles du taux d'intérêt pour chaque mois (24 mois). Par la suite, nous calculerons la variation moyenne du taux pour les 1000 simulations pour chaque mois. L'étape suivante consiste à calculer la ΔVN pour chaque mois à travers le modèle de DGAP.

2.4.3 Simulation Monte Carlo pour la VaR

Dans le prochain chapitre, comme pour le modèle d'écart de durée, nous utiliserons le modèle de Vasicek pour simuler les mouvements possibles du taux d'intérêt. Suite à la variation simulée dans les taux à court terme (1000 simulations), nous pourrions calculer pour la valeur

nette la variation des flux monétaires à travers le modèle quadratique qui est une fonction de la durée et de la convexité de cette dernière. Nous aurons ensuite une distribution des variations des flux monétaires pour la valeur nette.

Après ordonnancement et regroupement de ces 1000 résultats, la valeur du paramètre VaR se déduit aisément pour un niveau de confiance de 5% ou de 10%

2.5 Couverture

L'une des principales décisions que doit prendre un gestionnaire de risque d'une banque est soit couvrir une transaction individuelle spécifique, soit couvrir l'exposition totale de la banque au risque. Le *microhedging* fait référence à la couverture d'une transaction associée à un actif, passif ou engagement financier spécifique.

Le *macrohedging* implique la prise d'une position sur le marché à terme pour réduire l'exposition nette du portefeuille au risque de taux d'intérêt généralement mesuré par l'écart de durée ou la durée de l'équité.

En théorie, le *macrohedging* ou l'exposition nette est préférable, mais il demeure difficile à implanter à cause des difficultés à déterminer avec exactitude l'exposition de la banque au risque de taux d'intérêt ainsi que la mesure de l'efficacité de la couverture (Koch, 1992).

Une fois ce dilemme résolu, il faut déterminer s'il est préférable de choisir une couverture optimale ou bien une couverture parfaite (s'immuniser). Dans le cadre de notre étude et pour des fins pratiques, nous allons adopter la deuxième stratégie, c'est-à-dire que nous aurons comme objectifs un écart de durée nul ($DGAP = 0$) et une approche minimale pour la VaR.

Cette approche consiste à immuniser la durée du modèle quadratique, c'est-à-dire, construire un *delta hedging*. Ainsi nous pouvons obtenir une VaR minimale (nous procédons de la même manière que dans § 2.4.3) qui sera l'objectif de notre couverture.

Après avoir fait le choix de l'actif à couvrir ainsi que dans quelle proportion il doit être couvert, il faut déterminer le produit de couverture le plus adéquat. Dans notre recherche et comme nous l'avons déjà expliqué dans la revue de littérature, nous allons utiliser les swaps et les contrats à terme comme instruments de couverture. Nos calculs seront effectués sur un horizon de deux ans.

2.5.1 Contrat à terme

La banque doit sélectionner un véhicule de couverture afin de réduire son exposition au risque de taux d'intérêt. Du fait que les variations dans la base déterminent le risque de la couverture, le contrat à terme approprié sera celui dont les taux sont fortement corrélés avec ceux de l'actif à couvrir.

Pour le bien de notre recherche, nous allons utiliser les contrats CGB transigé à la Bourse de Montréal comme produit de couverture dont plusieurs études (Gagnon, 1996) ont démontré l'excellente qualité de couverture qu'ils offrent pour les institutions financières canadiennes.

Une fois le type de contrat à terme choisi, il faut déterminer le nombre optimal de contrats à terme à vendre ou à acheter. Pour le risque de taux d'intérêt mesuré par le modèle de l'écart de durée, nous allons prendre comme ratio de couverture celui présenté par Koch (1992) :

$$\frac{D_A(MVRS A)}{(1+i_A)} - \frac{D_L(MVRS L)}{(1+i_L)} + \frac{D_F(MVF)}{(1+i_F)} = 0$$

et par conséquent, le nombre optimal de contrats à terme sera :

$$N = \frac{(1+i_f)}{D_F VF} \left\{ \frac{D_L(MVRS L)}{(1+i_L)} - \frac{D_A(MVRS A)}{(1+i_A)} \right\}$$

Les indices pour les taux d'actualisation se réfèrent à l'actif (a), au passif (l) et au contrat à terme (f), et tous les taux sont supposés varier du même montant et en même temps. MVRSA et MVRSL font référence respectivement à la valeur marchande des éléments d'actif et du passif sensibles aux taux d'intérêt.

En ce qui concerne le risque mesuré par la VaR, nous utiliserons la formule avancée par Bierwag Kaufman et Toevs (1983) afin d'immuniser un actif individuel :

$$D = DC + DF \left(\frac{N \times FP}{VC} \right)$$

Dans une optique d'immunisation, il faut que D soit égal à 0. Par conséquent, nous aurons :

$$N = -\frac{DC \times VC}{DF \times FP}$$

où :

D = durée du portefeuille en entier,

DC = durée du portefeuille au comptant,

DF = durée de l'actif livrable sous-jacent au contrat à terme,

VC = valeur marchande du portefeuille au comptant,

N = nombre de contrats à terme,

FP = prix du contrat à terme.

À partir du modèle de Vasicek, nous simulons l'évolution possible du taux d'intérêt durant notre horizon d'investissement de deux ans. Pour chaque taux simulé, nous calculons le prix du contrat à terme lui correspondant à l'aide de la formule suivante présentée par Hull (2000) : $P = P_0 e^{rt}$ où r représente le taux simulé et τ représente le temps (en années) avant l'échéance. Par suite, nous calculons le profit ou la perte accumulé sur la vente du nombre optimal de contrats à terme. Comme les contrats ont une durée de vie de trois mois, la position est roulée chaque trois mois sur un horizon de deux ans. Le flux généré par le contrat à terme est calculé par l'équation suivante :

$$CF_{CGB} = (P_{achat} - P_{vente}) * \text{valeur nominale} * N$$

Où :

CF_{CGB} = cash-flow du CGB

P_{achat} = prix d'achat du contrat à terme

P_{vente} = prix de vente du contrat à terme

N = nombre optimal de contrats à terme

Valeur nominale du CGB = 100 000\$

2.5.2 Swaps

Une fois que l'écart de durée est calculé, nous pouvons savoir si les éléments d'actif à taux fixes sont financés par les éléments du passif à taux variable ou l'inverse. Ainsi, nous décidons de quelle position nous prenons dans le swap (payer un taux fixe et recevoir un taux variable ou l'inverse).

Une fois la marge bénéficiaire de la banque déterminée (la différence entre le taux pratiqué sur les prêts aux particuliers et celui sur le dépôt à terme), nous calculons le montant notionnel du swap. Pour le modèle de l'écart de durée, le montant notionnel du swap sera égal à l'écart, en dollars, entre le montant d'actif et du passif à taux flottant.

Concernant la VaR, le montant notionnel du swap sera égal au montant de l'Avoir. De cette façon, nous allons créer un actif ainsi qu'un passif hors bilan du montant de l'Avoir dont l'effet net est de stabiliser la valeur nette de la banque et de l'immuniser contre les fluctuations du taux d'intérêt.

Il possible d'approximer les différents taux de marché pour entrer dans un swap de deux ans et d'un montant notionnel égal à la valeur nette (pour la VaR) ou à l'écart entre les montants

d'actif et du passif à taux flottant (pour DGAP), en considérant la différence entre le taux d'intérêt de 2 ans et le LIBOR de 3 mois pour le 31 août 2000.

À partir des variations simulées du taux à court terme à l'aide du modèle de Vasicek, nous sommes en mesure de déterminer le flux monétaire du swap. Il représente, sur une base mensuelle, la différence entre le taux fixe et le taux variable du swap multiplié par le montant notionnel :

$$CF_{\text{swap}} = (R_{\text{variable}} - R_{\text{fixe}}) \times 1/12 \times \text{notionnel}$$

Où:

CF_{swap} = cash-flow du swap

R_{variable} = taux variable du swap

R_{fixe} = taux fixe du swap

2.6 Critères de comparaison

La somme des flux mensuels du swap et du CGB constitue le coût relatif de chacun des deux produits. Afin de déterminer le produit de couverture idéal pour le modèle d'écart de durée (DGAP), nous devons comparer le coût relatif du produit de couverture avec l'évolution de la valeur nette durant l'horizon d'investissement.

À partir des simulations sur l'évolution des taux d'intérêt, nous pouvons déterminer la variation de la valeur nette à l'aide de la durée de l'équité et du modèle quadratique. En effet, en effectuant la somme des variations mensuelles de la valeur nette, nous aurons le montant exact par lequel l'équité a varié durant les 24 mois.

Ainsi nous obtenons, sur une période de deux ans, les flux monétaires générés par le swaps et le CGB. Le produit qui couvre le mieux la perte subite au bilan est facilement identifiable en le comparant avec la variation de la valeur nette. Nous procédons de la même manière pour

déterminer le produit de couverture idéal pour la VaR en comparant la VaR après la couverture avec la VaR minimale. Nous répétons toutes ces étapes 60 fois afin d'avoir un échantillon de 60 observations.

Afin de pouvoir confronter la performance des deux modèles présentés, nous proposons la statistique U de Theil (*Root Mean Square Error*) comme instrument de comparaison. Sur une base relative (valeurs entre 0 et 1), cette statistique se présente ainsi :

$$U = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n Y_i^2}}$$

où :

Y_i = valeur réelle ou observée

$\hat{Y}_i$ = valeur estimée (valeur cible)

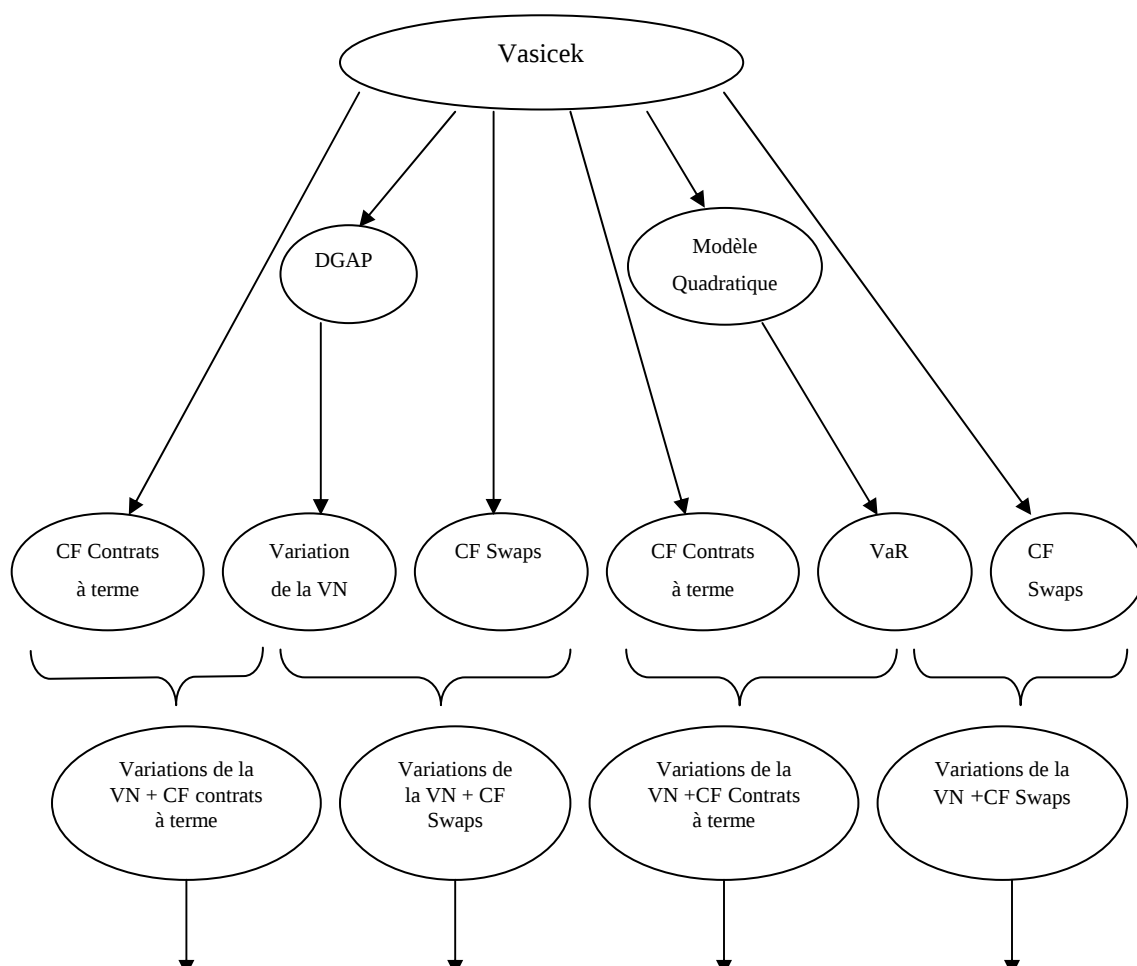
n = nombre d'observations

Plus U se rapproche de 1, plus le modèle est faible et plus que U se rapproche de 0, plus la performance du modèle est bonne.

Une fois le produit de couverture idéal, pour chaque modèle, est identifié, nous comparons les deux modèles de mesure de risque (DGAP et VaR) entre eux. Pour ce faire, nous comparons les performances (statistiques U) de chaque modèle après la couverture.

Afin de mieux illustrer les différentes étapes de notre méthodologie de recherche, nous proposons le schéma 1.1 suivant :

Schéma 1.1 les différentes étapes de la méthodologie.



CHAPITRE III

PRÉSENTATION ET ANALYSE DES RÉSULTATS

Ce chapitre présente les résultats qui permettent de répondre aux questions de recherche posées au premier chapitre et il se divise en quatre parties dans lesquelles nous exposons les résultats des simulations de nos modèles empiriques. En premier lieu, nous commençons par déterminer le degré d'exposition de l'institution au risque de taux d'intérêt afin d'identifier si une opération de couverture est nécessaire. En second lieu, nous examinons les aspects techniques de la couverture en ce qui a trait à l'utilisation des contrats à terme et des swaps. Ensuite, nous présentons notre simulation Monte Carlo et nous terminons par une

comparaison des deux produits de couverture pour chaque modèle d'évaluation de risque et par la même occasion nous confrontons ces deux modèles entre eux.

3.1 Modèles de risque

3.1.1 Modèle d'écart de durée

Après avoir eu comme objectif l'immunisation de l'exposition de la valeur nette de l'institution, ce qui signifie que nous optons pour un *macrohedging*, il convient d'abord de déterminer si le bilan est exposé au risque de taux d'intérêt ainsi que de déterminer la proportion de cette exposition. Les hypothèses du tableau 2.1 relatives à la durée et au taux d'intérêt du bilan sont nécessaires pour cet examen. Le tableau 3.1 représente le bilan de notre échantillon de caisses au 31 août 2000.

Tableau 3.1 Hypothèses du bilan (en milliers de \$)

Actif	Montants	Passif	Montants
Actifs non sensibles aux taux d'intérêt	2 138 389	Passifs non sensibles aux taux d'intérêt	6 252 227
Actifs à taux flottant	1 159 816	Passifs à taux flottant	1 661 295
Actifs sensibles aux taux fixes court terme	8 872 624	Passifs sensibles aux taux fixes court terme	8 169 480
Actifs sensibles aux taux fixes long terme	8 926 908	Passifs sensibles aux taux fixes long terme	5 018 736
		Passif Total	20 032 850
		Avoir des membres	1 068 888
Actif total	21 101 738	Passif total et Avoir	21 101 738

À partir de ces données il nous est possible de calculer l'écart de durée qui est en soit une mesure, avec une seule valeur, du risque de taux d'intérêt pour une institution voulant avoir

l'immunisation de la valeur nette comme objectif de performance. L'équation (2.3) permet d'obtenir cet écart :

$$DGAP = DA - uDL$$

Où:

$DGAP$ = l'écart de durée,

DA = la durée composée des actifs mesurée par la somme des produits de la durée de chaque actif par la part proportionnelle de la valeur marchande de l'actif total,

DL = la durée composée des passifs mesurée par la somme des produits de la durée de chaque passif par la part proportionnelle de la valeur marchande du passif total,

u = ratio du passif total sur l'actif total.

$$\begin{aligned} DGAP &= 1,1 - \left(\frac{20032850}{21101738} \right) \times 0,8 \\ &= 0.34 \text{ année} \end{aligned}$$

L'écart de durée étant déterminé, il nous est donc maintenant possible d'estimer la variation de la valeur nette suite à une variation de 1% dans les taux d'intérêt.

$$\frac{\Delta VN}{ActifTotal} \cong -DGAP \left\{ \frac{\Delta i}{(1+i)} \right\}$$

$$\Delta VN = -0,34 \times \left\{ \frac{\Delta i}{(1+i)} \right\}$$

Ainsi, nous avons un écart de durée ($DGAP$) positif pour la valeur nette d'une institution financière. Par conséquent, la valeur nette décline avec la hausse des taux d'intérêt et augmente avec leurs baisses.

Il est aisé de déterminer le lien entre l'écart de durée et la durée de l'équité. Ainsi, lors de nos simulations et pour des fins pratiques, nous recourons à la durée de l'équité pour estimer l'évolution possible de la valeur nette face aux variations de taux d'intérêt. Nous aurons donc :

$$\frac{\Delta VN}{VN} = -D_{VN} \times \Delta i$$

où :

D_{VN} = durée de la valeur nette (valeur fournie par la Fédération) = 6,4 années.

Cette relation permet de dire que face à une variation des taux d'intérêt de 1%, la valeur nette baissera de 6,4%.

3.1.2 VaR

Concernant la VaR et pour une approximation du comportement du bilan (plus précisément, la variation de la valeur nette), nous utilisons comme outil d'analyse le modèle quadratique pour un portefeuille dépendant d'un seul facteur de risque. Ce modèle nécessite le calcul du delta et du gamma du portefeuille et dans notre cas ça correspondra à la durée et la convexité de la valeur nette, respectivement.

La durée de la valeur nette est calculée et fournie par la Caisse Populaire Desjardins et est égale à 6,4 années. Par contre, pour la convexité nous n'avons pas d'autres choix que de l'approximer en fonction de la durée faute de données nécessaires à son calcul. Pour se faire, nous allons utiliser la formule présentée par Narasimhan et Tuckman (2000) :

$$C = \frac{D^2 + D}{100 \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^2} + \frac{Dispersion}{100 \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^2}$$

Nous supposons que l'effet de la dispersion est négligeable :

$$C = \frac{D^2 + D}{100 \times \left(1 + \frac{y}{100}\right)^2}$$

$$C = \frac{6,4^2 + 6,4}{(1 + 0,0654)^2}$$

$$C = 41,72$$

La durée de l'équité étant de 6,4 années et la convexité de 41,72, il nous est maintenant possible d'évaluer le comportement de l'équité face à une variation de 1% des taux d'intérêt :

$$\Delta VN = -D\Delta i + \frac{1}{2}C(\Delta i)^2 VN$$

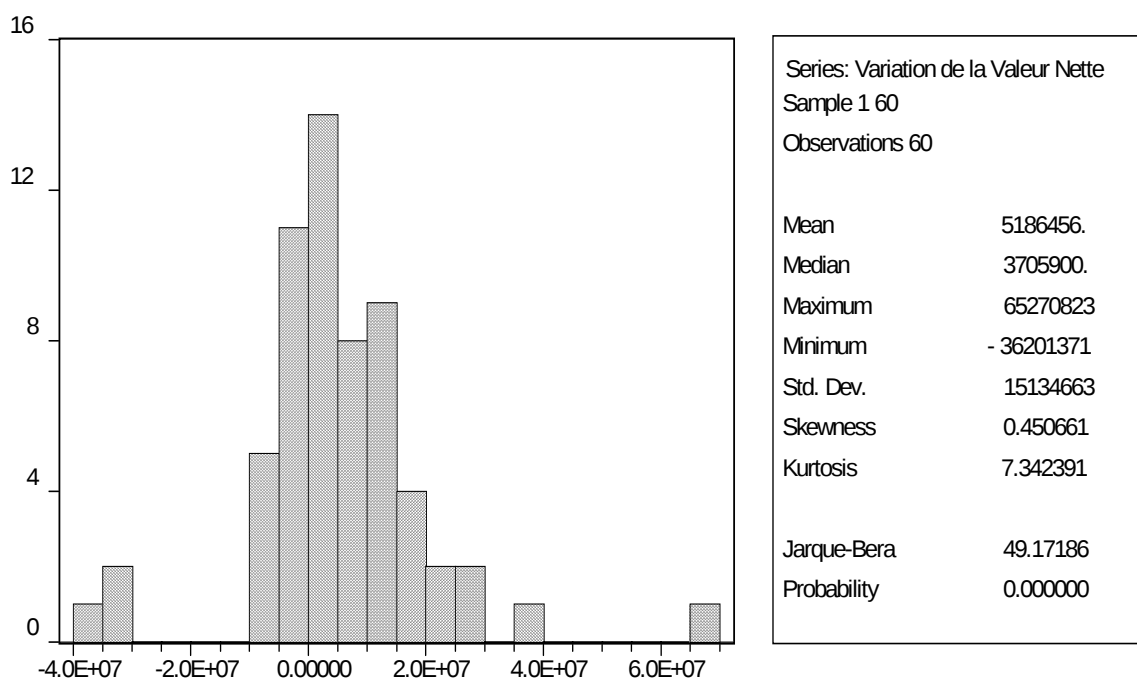
Dans le même ordre d'idée que le modèle d'écart de durée, nous avons choisi, comme objectif de performance, de minimiser la VaR. Une façon de faire est de constituer un *delta hedging* ce qui correspond à annuler l'effet de la durée dans le modèle quadratique. Ainsi et grâce à la simulation Monte Carlo, nous aurons une VaR minimale qui constituera notre objectif de couverture.

L'une des importantes étapes, lors du calcul de la VaR, est de faire des hypothèses sur la forme de distribution des événements aléatoires responsables du risque. Une hypothèse communément utilisée est de supposer que les pertes suivent une distribution normale.

Le graphique (3.1) représente la distribution des 60 dernières observations de la variation de la valeur nette de notre échantillon. Nous constatons clairement que la distribution des pertes ne suit pas une loi normale. Elle représente une légère asymétrie vers la droite mais une

kurtosis qui s'écarte définitivement de la normalité (supérieur à 3). C'est donc biaisé de supposer la normalité de la distribution des pertes du bilan. De ce fait, nous recourons à la simulation Monte Carlo car c'est une méthode statistique utilisée lorsqu'il est très difficile de déterminer une loi de probabilité uniquement par un raisonnement mathématique. Elle consiste en la « fabrication » de cette distribution à partir de la génération d'un grand nombre d'échantillons pseudo-aléatoires extraits de cette distribution.

Figure 3.1 distribution de la variation de la valeur nette.



3.2 Couverture

3.2.1 Contrat à terme

La couverture nécessite la prise d'une position sur le marché à terme opposée à la position actuelle sur le marché au comptant. Par conséquent, et sans se soucier du mouvement dans les prix, les pertes accusées dans un marché seront compensées dans l'autre. Une couverture réussie nécessite que le prix au comptant et le prix à terme se déplacent dans la même direction. La différence entre les deux prix dans les deux marchés est appelée la base. Bien que celle-ci a autant de chance de favoriser ou de défavoriser l'institution, une gestion active du portefeuille permettra de choisir le momentum idéal pour effectuer une transaction afin de vendre un contrat lorsqu'il est considéré cher.

En ce qui a trait au nombre optimal de contrats à terme à vendre ou à acheter, nous allons utiliser pour couvrir l'écart de durée la formule présentée par Koch (1992) :

$$N = \frac{(1+i_f)}{D_F VF} \left\{ \frac{D_L(MVL)}{(1+i_f)} - \frac{D_A(MVA)}{(1+i_A)} \right\}$$

Étant donné que nous utilisons des contrats à terme qui échoient dans trois mois et que nous roulons la position chaque trois mois, la durée du contrat à terme sera de 0,25 années. Le 31 août 2000, ces contrats à terme se transigeaient à 5,87%.

$$N = \frac{(1+0,0587)}{0,25 \times 100} \left\{ \frac{0,8 \times 20032850}{(1+0,365)} - \frac{1,1 \times 21101738}{(1+0,654)} \right\}$$

$$N = -267\,856 \text{ contrats à terme}$$

Concernant la VaR et dans une approche minimale, le nombre optimal de contrats à terme sera celui qui permettra d'annuler la durée du portefeuille constitué d'actifs au comptants et des contrats à terme. La durée d'un tel portefeuille est donnée le plus simplement par :

$$D = DC + DF \left(\frac{N \times FP}{VC} \right)$$

Pour une durée nulle du portefeuille, le nombre optimal de contrats à terme est donné par la formule suivante :

$$N = - \frac{DC \times VC}{DF \times FP}$$

où

D = durée du portefeuille en entier,

DC = durée du portefeuille au comptant,

DF = durée de l'actif livrable sous-jacent au contrat à terme,

VC = valeur marchande du portefeuille au comptant,

N = nombre de contrats à terme,

FP = prix du contrat à terme

$$N = - \frac{6,4 \times 1068888}{0,25 \times 100}$$

N = -273 635 contrats à terme

Dés lors, pour annuler l'écart de durée, nous devons avoir une position courte dans 267 856 contrats à terme ainsi qu'une position courte dans 273 635 contrats pour minimiser la VaR. Étant donnée que le mouvement de la base a autant de chances d'être bénéfique ou néfaste, l'hypothèse de considérer un risque de base nul n'est pas exagérée.

3.2.2 Swaps

Un swap de taux d'intérêt implique principalement deux firmes voulant changer leur exposition au taux d'intérêt. Afin de déterminer les différents termes d'un swap pour le modèle d'écart de durée, nous devons d'abord préciser quelle position nous allons prendre dans le swap (payer le taux fixe et recevoir le taux variable ou l'inverse) et ceci est possible à définir à partir de l'exposition de la caisse.

Le tableau 3.1 permet d'identifier un *funding gap* négatif, ce qui signifie que la caisse possède des actifs à taux fixe financés par des passifs à taux flottant :

$$\begin{aligned}\text{Funding gap} &= \text{actif à taux flottant} - \text{passif à taux flottant} \\ &= 1\,159\,816 - 1\,661\,295 \\ &= -501\,479 \text{ milliers de\$}\end{aligned}$$

Un swap va donc permettre de créer un actif d'un montant de 500 millions de \$ ainsi qu'un passif du même montant dont l'effet escompté est de stabiliser la valeur nette.

Étant donné que la caisse a un écart négatif, elle subira des pertes dans un environnement de hausse des taux d'intérêt et réalisera des profits si les taux chutent. Ce risque pourrait être réduit si la caisse fait des paiements d'intérêt à taux fixe et reçoit des paiements à taux flottant sur le montant notionnel du swap (500 millions de \$).

Il est possible de calculer les différents taux de marché pour entrer dans un swap de deux ans et d'un montant notionnel de 500 millions de \$. Nous allons approximer ce taux (coût du swap) par la différence entre le taux d'intérêt de deux ans (taux des obligations fédérales du Canada de deux ans) et le LIBOR trois mois. Le 31 août 2000, le taux d'intérêt de deux ans était de 5,82% et le LIBOR trois mois était de 6,67%. Par conséquent, le coût du swap est de 85 points de base.

La caisse peut ainsi stabiliser sa marge bénéficiaire en sacrifiant 85 points de base. En effectuant un swap de 500 millions de \$ sur deux ans avec un écart de 85 points de base, la caisse s'assurera d'une marge plus faible mais stable.

Concernant l'utilisation des swaps pour couvrir la VaR, nous allons garder la même position courte dans le swap (payer le taux fixe et recevoir le taux variable) pour le même horizon et par conséquent le même coût (85 points de base), sauf que nous allons modifier le montant notionnel du swap qui sera égal au montant de la valeur nette (1 060 millions de \$). Ainsi nous créons un actif et un passif dont les effets escomptés sont de stabiliser la valeur nette de la caisse.

3.3 Simulation Monte Carlo

3.3.1 Modèle de Vasicek

La discrétisation du processus stochastique selon la méthode d'Euler est la suivante :

$$\Delta r = a(b - r)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\Phi$$

Pour notre simulation initiale, nous supposons que le paramètre a sera égal à 0,5, b (taux à court terme moyen calculé sur une longue période) sera égal à 6,15%, r est le taux moyen d'actif qui est de 6,54%, σ est l'écart-type des taux à court terme est de 2,68% et enfin le Δt sera égal à 1/25 (horizon de 24 mois). En générant des variables aléatoires normales centrées réduites, nous aurons une distribution de la variation des taux d'intérêt à court terme. Chaque fois que nous modifions un ou plusieurs paramètres, nous obtenons une nouvelle simulation. Nous allons répéter la procédure 60 fois.

3.3.2 Évolution des taux à la hausse

Dans la simulation présentée au tableau 3.2, nous pouvons constater que les taux d'intérêt à court terme passent de 6,66% à 8,92% sur une période de deux ans.

1. Écart de durée

Dans la colonne CF Swaps, nous pouvons visualiser les flux mensuels reliés au swap. Sur une période de deux ans, le swap de 500 millions de \$ au taux fixe de 7,51% soit 85 points de base au-dessus du taux à court terme, a généré un gain de 4,560 millions de\$.

Tableau 3.2 évolution des taux à la hausse

Paramètres du modèle

a = 0,5

b = 0,04

sigma = 0,027

Temps	Taux Simulée	Δi	ΔVN	Prix CGB	CF CGB	Gain/Perte CGB	Gain/Perte CF Swaps	Gain/Perte Swap
0	0,0654							
1	0,0666	0,0012	-9835,14	98,35		-9835,14	-425,00	-10260,14
2	0,0678	0,0012	-9549,75	98,32		-9549,75	-366,29	-9916,05
3	0,0689	0,0012	-9274,37	98,29	12234,43	2960,06	-308,76	-9583,13
4	0,0701	0,0011	-9008,56	98,26		-9008,56	-252,38	-9260,94
5	0,0712	0,0011	-8751,94	98,24	11743,26	2991,32	-197,13	-8949,06
6	0,0722	0,0011	-8504,11	98,21		-8504,11	-142,98	-8647,08
7	0,0733	0,0011	-8264,71	98,18	11272,06	3007,35	-89,91	-8354,62
8	0,0743	0,0010	-8033,40	98,16		-8033,40	-37,91	-8071,31
9	0,0754	0,0010	-7809,84	98,13	10820,00	3010,15	13,06	-7796,79
10	0,0764	0,0010	-7593,73	98,11		-7593,73	63,00	-7530,73
11	0,0773	0,0010	-7384,77	98,09	10386,28	3001,51	111,95	-7272,82
12	0,0783	0,0010	-7182,66	98,06		-7182,66	159,91	-7022,75
13	0,0792	0,0009	-6987,15	98,04	9970,15	2983,00	206,92	-6780,23
14	0,0802	0,0009	-6797,96	98,02		-6797,96	252,99	-6544,97
15	0,0811	0,0009	-6614,86	97,99	9570,88	2956,01	298,14	-6316,73
16	0,0819	0,0009	-6437,61	97,97		-6437,61	342,38	-6095,23
17	0,0828	0,0009	-6265,99	97,95	9187,76	2921,77	385,74	-5880,25

18	0,0837	0,0008	-6099,77	97,93		-6099,77	428,23	-5671,54
19	0,0845	0,0008	-5938,76	97,91	8820,14	2881,38	469,87	-5468,89
20	0,0853	0,0008	-5782,76	97,89		-5782,76	510,68	-5272,08
21	0,0861	0,0008	-5631,58	97,87	8467,37	2835,79	550,67	-5080,91
22	0,0869	0,0008	-5485,05	97,85		-5485,05	589,86	-4895,18
23	0,0877	0,0008	-5342,99	97,83	8128,84	2785,85	628,27	-4714,71
24	0,0884	0,0008	-5205,24	97,81		-5205,24	665,91	-4539,32
25	0,0892	0,0007	-5071,64	97,80	7803,97	2732,33	702,80	-4368,84
Somme			-178854,36		118405,13	-60449,22	4560,03	-174294,32
U Theil CGB			0,3380					
U Theil Swap			0,9745					

Pour le CGB, nous pouvons apercevoir les flux (CF CGB) liés à la vente à découvert et au roulement de la position tous les trois mois. Sur une base de deux ans, la vente de 267 856 contrats à terme a entraîné un gain totalisant 118,405 millions de \$. Quant à l'avoir de la caisse, il a diminué de 178,854 millions de \$ durant la même période d'étude.

Ainsi, en se couvrant contre le risque de variation du taux d'intérêt, la caisse a donc protégé son avoir. Sans couverture, elle aurait occasionnée des pertes de 178,854 millions de \$. Avec les swaps, les pertes auraient été limitées à 174,294 millions de \$. En utilisant les CGB, la caisse aurait réalisé seulement une perte de 60,449 millions de \$ grâce à la couverture.

Le calcul de la statistique U de Theil nous donne une valeur de 38,80% pour les contrats à terme et une valeur de 97,45% pour les swaps. Dés lors, dans cette situation, les contrats à terme ont mieux performer que les swaps.

2. VaR

Après avoir obtenu la distribution de la variation des taux d'intérêt grâce au modèle de Vasicek, nous aurons, à partir du modèle quadratique, la distribution des pertes possibles sur la valeur nette de la caisse. Après ordonnancement et regroupement de ces 1000 résultats, la valeur de la VaR initiale (avant couverture) se déduit aisément pour des niveaux de

confiances de 90% et 95%. Par conséquent, nous aurons une VaR initiale (90%) de 49,189 millions de \$ et à 95% de 66,813 millions de \$. Ensuite, à partir de la même distribution des variations des taux d'intérêt, nous calculons la VaR minimale. Dans ce scénario cette VaR à 90 % est de 4,248 millions de \$ et pour un niveau de confiance de 95% elle est de 5,978 millions de \$.

L'étape suivante consiste à simuler les flux monétaires générés par les contrats à terme et le swap. Ensuite, nous additionnons chaque flux généré par les contrats à terme et par le swap séparément avec chaque variation de la valeur nette correspondant à la même variation du taux d'intérêt. Ainsi, nous aurons la distribution des pertes couvertes par les CGB et celle couvertes par le swap. Après ordonnancement et regroupement, la VaR se déduit aisément. Pour ce scénario, la VaR couverte par les CGB pour un niveau de confiance de 90% est de 6,568 millions de \$ et pour un niveau de confiance de 95%, elle est de 8,747 millions de \$. Concernant le swap, cette VaR est de 28,489 millions de \$ pour un niveau de confiance de 90% et elle est de 38,743 millions de \$ pour un niveau de confiance de 95%.

Ainsi, en se couvrant contre le risque de la variation du taux d'intérêt, la caisse a réussi à protéger son avoir. Sans couverture, elle avait une VaR à 90% de 49,189 millions de \$. Avec le swap, cette VaR a baissé à 28,489 millions de \$. En utilisant les CGB, la caisse a fait baisser sa VaR à 6,568 millions de \$. En se servant de la statistique U de Theil et en ayant la VaR minimale comme objectif de couverture, les contrats à terme ($U = 35,31\%$) ont mieux performé que le swap ($U = 85,08\%$).

3.3.3 Évolution des taux à la baisse

Dans la simulation précédente, les taux d'intérêt à court terme passent de 6,49% à 5,52% sur une période de deux ans. Le tableau 3.3 résume cette évolution.

1. Écart de durée

Pour le CGB, nous pouvons apercevoir les flux (CF CGB) liés à la vente à découvert et au roulement de la position tous les trois mois. Sur une base de deux ans, la vente de 267 856 contrats à terme a occasionné une perte totalisant 51,123 millions de \$. Quant à l'avoir de la caisse, il a augmenté de 87,048 millions de \$ durant la même période d'étude.

Dans la colonne CF Swaps, nous visualisons les flux mensuels reliés au swap. Sur une période de deux ans, le swap de 500 millions de \$ au taux fixe de 7,34% soit 85 points de base au-dessus du taux à court terme, a entraîné une perte de 14,293 millions de \$.

Tableau 3.3 évolution des taux à la baisse

Paramètres du modèle

a = 0,5

b = 0,04

sigma = 0,0268

Temps	Taux Simulés	Δi	ΔVN	Prix CGB	CF CGB	Gain/Perte		Gain/Perte	
						CGB	CF Swaps	Swap	
0	0,0654								
1	0,0649	-0,00051	4227,57	98,39		4227,57	-354,17	3873,41	
2	0,0644	-0,00050	4159,41	98,40		4159,41	-375,20	3784,21	
3	0,0639	-0,00049	4092,02	98,42	-5263,33	-1171,31	-395,80	3696,22	
4	0,0634	-0,00048	4025,41	98,43		4025,41	-416,00	3609,41	
5	0,0629	-0,00048	3959,59	98,44	-5056,14	-1096,55	-435,79	3523,80	
6	0,0625	-0,00047	3894,55	98,45		3894,55	-455,19	3439,36	
7	0,0620	-0,00046	3830,31	98,46	-4857,06	-1026,75	-474,20	3356,11	
8	0,0616	-0,00045	3766,85	98,47		3766,85	-492,82	3274,03	
9	0,0611	-0,00044	3704,19	98,48	-4665,77	-961,58	-511,08	3193,11	
10	0,0607	-0,00043	3642,32	98,49		3642,32	-528,97	3113,35	
11	0,0603	-0,00042	3581,24	98,50	-4481,98	-900,74	-546,50	3034,74	
12	0,0599	-0,00041	3520,96	98,51		3520,96	-563,68	2957,28	
13	0,0595	-0,00040	3461,47	98,52	-4305,39	-843,92	-580,52	2880,95	
14	0,0591	-0,00040	3402,77	98,53		3402,77	-597,02	2805,74	
15	0,0587	-0,00039	3344,86	98,54	-4135,73	-790,87	-613,20	2731,66	
16	0,0583	-0,00038	3287,73	98,55		3287,73	-629,04	2658,69	
17	0,0579	-0,00037	3231,39	98,56	-3972,71	-741,33	-644,58	2586,81	
18	0,0575	-0,00037	3175,82	98,57		3175,82	-659,80	2516,03	

19	0,0572	-0,00036	3121,04	98,58	-3816,10	-695,06	-674,71	2446,33
20	0,0568	-0,00035	3067,03	98,59		3067,03	-689,33	2377,70
21	0,0565	-0,00034	3013,79	98,60	-3665,63	-651,85	-703,66	2310,13
22	0,0562	-0,00034	2961,31	98,61		2961,31	-717,69	2243,61
23	0,0558	-0,00033	2909,59	98,61	-3521,07	-611,48	-731,45	2178,14
24	0,0555	-0,00032	2858,63	98,62		2858,63	-744,94	2113,70
25	0,0552	-0,00032	2808,42	98,63	-3382,19	-573,77	-758,15	2050,27
Sommes			87048,27		-51123,11	35925,16	-14293,49	72754,78
U CGB			0,412704					
U Swap			0,835798					

Comme personne ne peut anticiper les mouvements de taux à venir sur un horizon de deux ans, la caisse n'a pas d'autre choix que de se couvrir. Il faut garder à l'esprit que le but de la couverture n'est pas de dégager un profit mais plutôt de limiter les pertes face à des mouvements défavorables dans les taux d'intérêt. Sans couverture, la caisse aurait réalisé une appréciation de son avoir de 87,048 millions de \$. Avec les swaps, l'effet net de la couverture est un profit de 72,745 millions \$. En utilisant les CGB, l'effet net sur l'avoir est aussi un profit de 35,925 millions de \$.

Le calcul de la statistique U de Theil nous donne une valeur de 41,27% pour les contrats à terme et une valeur de 83,57% pour les swaps. La couverture à l'aide des contrats à terme présente donc un meilleur attrait dans cette situation puisque la statistique U de Theil de la couverture est inférieure à celle de la couverture par le swap.

2. VaR

Après avoir obtenu la distribution de la variation des taux d'intérêt grâce au modèle de Vasicek, nous aurons, à partir du modèle quadratique, la distribution des pertes possibles sur la valeur nette de la caisse. Après ordonnancement et regroupement de ces 1000 résultats, la valeur de la VaR initiale (avant couverture) se déduit aisément pour des niveaux de confiance de 90% et 95%. Par conséquent, nous aurons une VaR initiale (90%) de 49,289 millions de \$ et à 95% de 66,813 millions de \$. Ensuite, à partir de la même distribution des variations des

taux d'intérêt, nous calculons la VaR minimale. Dans ce scénario, cette VaR est de 3,574 millions de \$ pour un niveau de confiance de 90% et elle est de 5,202 millions de \$ pour un niveau de confiance de 95%.

L'étape suivante consiste à simuler les flux monétaires générés par les contrats à terme et le swap. Ensuite, nous additionnons chaque flux généré par les contrats à terme avec chaque variation de la valeur nette, correspondant à la même variation du taux d'intérêt. Ainsi, nous aurons la distribution des pertes couvertes par les CGB. Après ordonnancement et regroupement, la VaR se déduit aisément. Pour ce scénario, la VaR couverte par les CGB pour un niveau de confiance de 90% est de 4,552 millions de \$ et pour un niveau de confiance de 95% de 5,600 millions de \$. Nous procédons de la même manière pour le swap. La VaR couverte par le swap pour un niveau de confiance de 90% est de 48,255 millions de \$ et celle pour un niveau de confiance de 95% est de 62,524 millions de \$.

Ainsi, en se couvrant contre le risque de variation du taux d'intérêt, la caisse a réussi à protéger son avoir. Sans couverture, elle avait une VaR initiale à 90 % de 49,289 millions de \$. Avec le swap, cette VaR a baissé à 48,255 millions de \$. En utilisant les CGB, la caisse fait baisser sa VaR à 4,552 millions de \$. En se servant de la statistique U de Theil et en ayant la VaR minimale comme objectif de couverture, les contrats à terme ($U = 21,48\%$) présentent un meilleur attrait dans ce scénario que le swap ($U = 92,59\%$).

3.4 Résultats

3.4.1 Écart de durée

Nous avons effectué 60 autres simulations de taux d'intérêt afin d'évaluer la performance relative de la couverture par le swap et les contrats à terme. Le tableau 3.4 représente une partie de ces simulations.

Dans ce tableau, ΔVN représente la variation de la valeur nette, CF CGB exprime les cash-flows du contrat à terme et CF swap représente les cash-flows du swap. Les performances relatives des contrats à terme et du swap sont symbolisées par Gain/Perte CGB et Gain/Perte swap respectivement.

Tableau 3.4 Simulation de la couverture de l'écart de durée

Avec ces données, nous sommes en mesure de comparer la performance des deux instruments

Simulations	a	b	Sigma	ΔVN	CF CGB	Gain/Perte		Gain/Perte
						CGB	CF Swaps	Swap
1	0,5	0,062	0,027	2241,38	-1158,23	1083,14	-10799,40	-8558,02
2	0,5	0,070	0,027	-18039,76	9390,30	-8649,45	-9210,64	-27250,40
3	0,5	0,080	0,027	-71186,38	37787,74	-33398,65	-4928,43	-76114,81
4	0,5	0,090	0,027	-71318,64	37859,82	-33458,82	-4917,55	-76236,19
5	0,5	0,100	0,027	-50156,87	26416,98	-23739,89	-6643,99	-56800,87
6	0,5	0,110	0,027	-128284,41	69600,56	-58683,85	-122,23	-128406,64
7	0,5	0,120	0,027	-160566,62	88232,33	-72334,29	2697,02	-157869,60
8	0,5	0,130	0,027	-185035,33	102685,40	-82349,93	4886,23	-180149,10
9	0,5	0,140	0,027	-164631,85	90613,38	-74018,46	3057,55	-161574,30
10	0,5	0,150	0,027	-258625,80	148009,51	-110616,29	11764,28	-246861,52
:	:	:	:	:	:	:	:	:
30	0,5	0,140	0,040	-220144,22	123948,93	-96195,28	8110,61	-212033,61
31	0,3	0,140	0,030	-192021,51	107364,97	-84656,55	5129,27	-186892,24
32	0,3	0,130	0,030	-173596,43	96339,19	-77257,24	3506,59	-170089,84
33	0,3	0,120	0,030	-108097,52	58461,33	-49636,19	-2059,55	-110157,07
34	0,3	0,110	0,030	-86455,82	46372,01	-40083,82	-3833,34	-90289,16
35	0,3	0,100	0,030	-8890,93	4634,04	-4256,89	-9947,17	-18838,10
36	0,3	0,090	0,030	-94118,84	50629,50	-43489,33	-3208,81	-97327,65
37	0,3	0,080	0,030	26935,18	-13860,89	13074,29	-12651,32	14283,86
38	0,3	0,070	0,030	-8829,21	4601,77	-4227,44	-9951,89	-18781,10
39	0,3	0,060	0,030	-25389,14	13312,37	-12076,77	-8677,24	-34066,38
40	0,3	0,050	0,030	18289,12	-9440,39	8848,73	-12005,28	6283,84
:	:	:	:	:	:	:	:	:
50	0,6	0,060	0,030	49125,25	-24909,85	24215,41	-14426,69	34698,56
51	0,6	0,070	0,030	30537,89	-15585,52	14952,37	-13004,32	17533,57
52	0,6	0,080	0,030	-42848,46	22452,56	-20395,91	-7193,29	-50041,75
53	0,6	0,090	0,030	-53238,73	28004,23	-25234,49	-6344,01	-59582,74
54	0,6	0,100	0,030	-105351,80	56515,77	-48836,03	-1977,80	-107329,60
55	0,6	0,110	0,030	-126500,95	68418,30	-58082,65	-152,77	-126653,71
56	0,6	0,120	0,030	-195326,14	108586,01	-86740,13	6016,23	-189309,91
57	0,6	0,130	0,030	-230973,56	130317,14	-100656,42	9360,19	-221613,37
58	0,6	0,140	0,030	-259298,87	148072,21	-111226,67	12095,70	-247203,17
59	0,1	0,140	0,030	-39646,96	20987,04	-18659,92	-7644,21	-47291,17
60	0,1	0,010	0,030	89941,28	-45482,07	44459,21	-17071,78	72869,50

grâce à la statistique U de Theil. Cette statistique, comme nous l'avons présenté antérieurement, s'exprime ainsi :

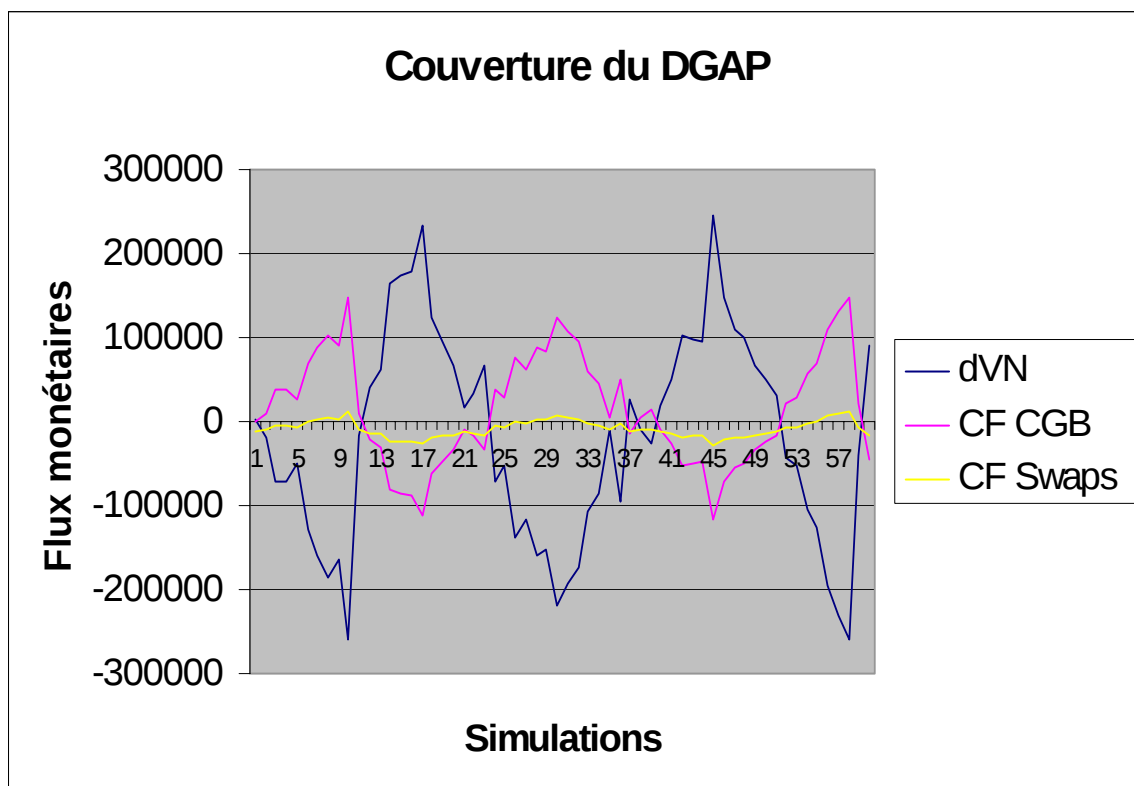
$$U = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n Y_i^2}}$$

Pour les contrats à terme, le Y_i correspond au flux monétaires simulés et le $\hat{Y}_i$ au flux de l'avoir. Donc $Y_i - \hat{Y}_i$ exprime le gain ou la perte réalisé avec cet instrument de couverture. Comme notre objectif de couverture est d'immuniser la valeur nette de la caisse, chaque fois que nous réalisons un gain ou une perte avec la couverture ($Y_i - \hat{Y}_i \neq 0$), nous nous écartons de notre objectif. La statistique U de Theil permet de calculer la performance de la couverture avec cet instrument. Nos calculs nous donnent une statistique U pour les contrats à terme égale à 46,92%

Nous procédons de la même manière pour le swap, c'est-à-dire Y_i représente le flux monétaire simulé du swap et le $Y_i - \hat{Y}_i$ représente le gain ou la perte réalisé avec cet outil de couverture. En gardant le même raisonnement que pour les contrats à terme, nous trouvons une statistique U de Theil pour le swap égale à 93,78%

D'après les simulations précédentes et grâce à la statistique U, nous pouvons conclure que la couverture par le CGB a surperformé celle du swap. Dans une période de faible volatilité de taux d'intérêt, l'écart entre le taux fixe et le taux flottant d'un swap aurait, sans doute, été moindre, ce qui aurait amélioré la performance du swap. La figure 3.2 représente la performance relative de la couverture de la valeur nette par le swap et les contrats à terme.

Figure 3.2 couverture de l'écart de durée



3.4.2 VaR

À partir du modèle de Vasicek, nous avons effectué 60 autres simulations de variations de taux d'intérêt dans le but de mettre en parallèle les performances relatives à la couverture de la VaR par le swap et les contrats à terme. Le tableau 3.5 représente une partie de ses simulations.

Dans ce tableau, nous trouvons la VaR initiale, la VaR minimale, la VaR couverte par les contrats à terme (VaR CGB) et enfin, la VaR couverte par le swap (VaR swap). Ce sont des VaR mensuelles, calculées pour deux niveaux de confiance différents (90% et 95%).

Tableau 3.5 Simulations pour la VaR

Simulations	a	b	sigma	VaR Initiale	VaR min	VaR CGB	VaR Swap
				90%	90%	90%	90%
1	0,5	0,06	0,027	61507,03	4017,26	8082,41	35651,44
2	0,5	0,07	0,027	53635,52	3677,27	7357,25	33011,09
3	0,5	0,08	0,027	54221,76	4039,40	7059,52	31621,83
4	0,5	0,09	0,027	47450,30	3928,21	6424,94	28817,79
5	0,5	0,10	0,027	52828,88	3805,68	7239,57	32040,19
6	0,5	0,11	0,027	49414,61	3895,99	6678,58	29377,30
7	0,5	0,12	0,027	49034,93	3980,97	6290,09	26708,98
8	0,5	0,13	0,027	48198,82	4248,72	6568,11	28489,40
9	0,5	0,14	0,027	48706,91	4254,61	6162,15	26437,65
10	0,5	0,15	0,027	46030,35	4008,54	6255,98	25136,57
:	:	:	:	:	:	:	:
30	0,5	0,14	0,040	73853,01	9007,34	10314,20	44863,34
31	0,3	0,14	0,030	57792,72	4845,93	7524,00	33524,90
32	0,3	0,13	0,030	60985,51	4762,73	7295,18	32743,14
33	0,3	0,12	0,030	59574,83	4509,40	8230,00	35910,35
34	0,3	0,11	0,030	62440,15	5051,69	8217,56	35106,45
35	0,3	0,10	0,030	63149,89	4971,70	8051,28	37797,46
36	0,3	0,09	0,030	62270,59	4805,68	8293,01	36886,53
37	0,3	0,08	0,030	61575,52	4757,65	8216,75	36321,27
38	0,3	0,07	0,030	65695,89	5300,14	8961,86	38900,31
39	0,3	0,06	0,030	69965,75	4699,55	9308,21	42138,60
40	0,3	0,05	0,030	65725,57	4905,56	9080,97	40129,72
:	:	:	:	:	:	:	:
50	0,6	0,06	0,030	65225,16	4772,75	9070,49	39947,60
51	0,6	0,07	0,030	63798,56	4847,02	8183,14	38139,54
52	0,6	0,08	0,030	60292,79	4522,79	7972,92	35171,83
53	0,6	0,09	0,030	61456,63	5023,25	7928,48	33847,08
54	0,6	0,10	0,030	57632,93	4896,56	7771,83	34481,48
55	0,6	0,11	0,030	56060,63	4947,24	7712,27	31664,12
56	0,6	0,12	0,030	51123,77	5117,10	6783,34	30367,30
57	0,6	0,13	0,030	53208,79	5530,21	6935,72	30381,00
58	0,6	0,14	0,030	49340,81	5297,82	6132,99	27879,94
59	0,1	0,14	0,030	66237,06	4962,55	8679,51	35144,01
60	0,1	0,01	0,030	69948,33	5333,71	9780,59	39285,62

Tout comme le modèle d'écart de durée et dans un but d'uniformité, nous utiliserons la statistique U de Theil afin de comparer les performances relatives du CGB et du swap sur la couverture de la VaR.

Dans le calcul de cette statistique pour les contrats à terme, $\hat{Y}_i$ représentera la VaR minimale et Y_i sera la VaR obtenue avec la couverture par les CGB (VaR CGB). Comme notre objectif est de minimiser la VaR de la caisse, chaque fois qu'il y a un écart entre la VaR minimale et la VaR CGB ($Y_i - \hat{Y}_i \neq 0$), nous nous éloignons de notre objectif de couverture. Grâce à la statistique U, nous sommes en mesure d'évaluer la performance de la couverture de la VaR par les contrats à terme. À la fin de nos calculs, nous obtenons une statistique U pour les contrats à terme et pour un niveau de confiance de 90% égale à 40,43% et à 35,46% pour un niveau de confiance de 95%.

Nous procédons de la même manière pour le swap. Le Y_i sera la même VaR minimale que pour les CGB tandis que le $\hat{Y}_i$ sera la VaR obtenue par la couverture par le swap (VaR Swap). En gardant le même raisonnement que celui pour les contrats à terme, nous obtenons une statistique U pour un niveau de confiance de 90% égale à 85,84% et de 84,53% pour un niveau de confiance de 95%.

Dès lors, à partir des simulations précédentes et grâce à la statistique U, nous pouvons conclure que les contrats à terme CGB ont mieux performé que les swaps dans la couverture de la VaR pour les deux niveaux de confiance retenus.

Ainsi, nous pouvons avancer que la couverture de la VaR avec les contrats à terme CGB est préférable à une couverture par le swap. La figure 3.3a représente cette préexcellence pour un niveau de confiance de 90% et la figure 3.3b pour un niveau de confiance de 95%.

Figure 3.3a Couverture de la VaR pour un niveau de confiance de 90%

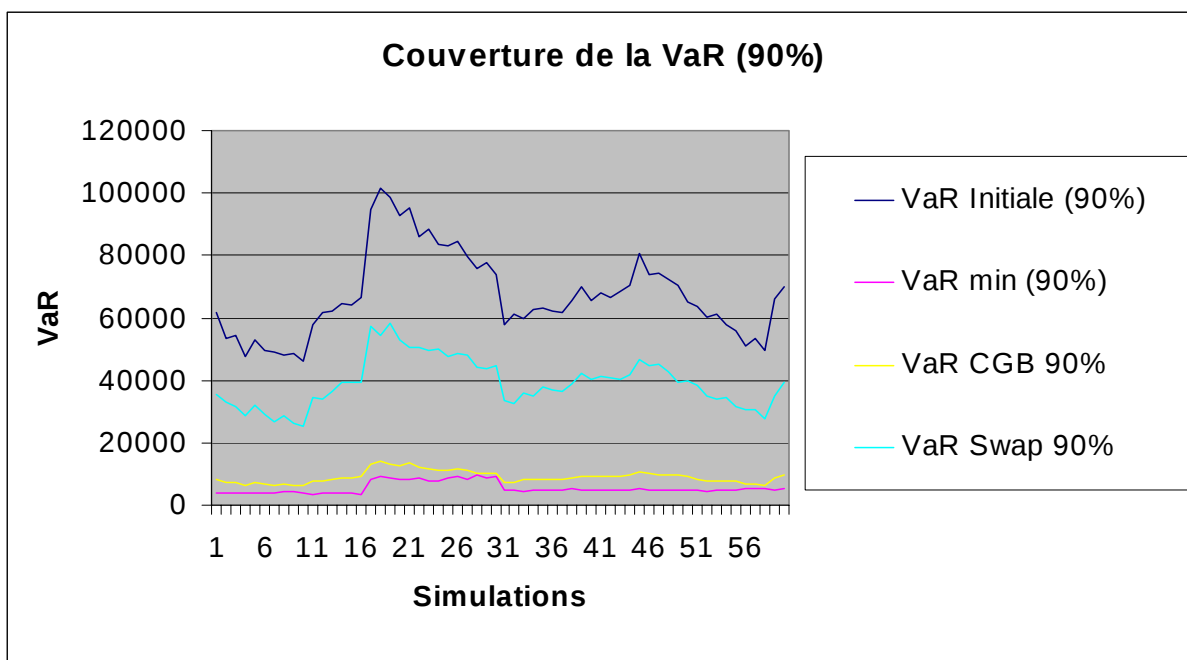
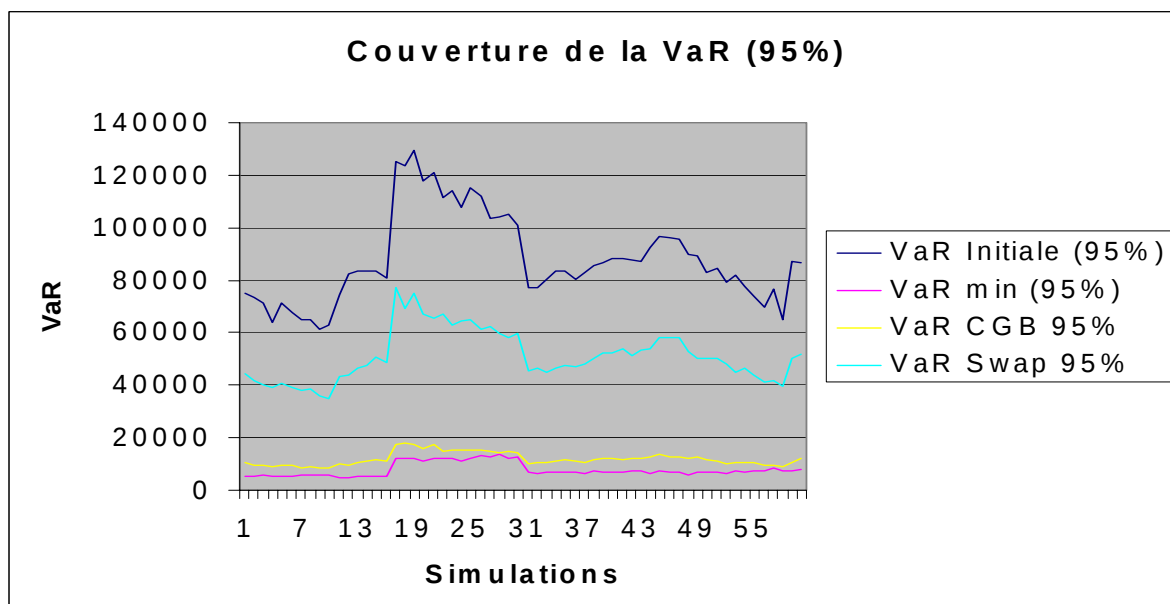


Figure 3.3b Couverture de la VaR pour un niveau de confiance de 95%



3.4.3 VaR versus DGAP

Tout au long de ce chapitre, nous avons parcouru l'impact de la couverture par le swap et les contrats à terme sur deux mesures de risque différentes. Grâce aux résultats obtenus avec la couverture, nous sommes en mesure de comparer l'efficacité relative de la VaR et de l'écart de durée en tant que modèles de mesure de risque. Étant donné que le contrat à terme s'est avéré l'instrument de couverture idéal pour ces deux modèles contre le risque de taux d'intérêt, la performance de la couverture réalisée par le CGB pour chaque modèle sera un critère de comparaison de leur efficacité.

Étant donné que la statistique U de Theil de la couverture de l'écart de durée est de 46,92% et celle de la couverture de la VaR par les contrats à terme est de 40,43% pour un niveau de confiance de 90% et de 35,45% pour un niveau de confiance de 95%, nous pouvons conclure qu'avec ce critère de comparaison, la notion de VaR est plus efficace comme mesure de risque que le modèle d'écart de durée.

Toutefois, dans le cadre de notre étude, il s'est avéré préférable de calculer la VaR pour un niveau de confiance de 95% que pour 90 %. Le tableau 3.6 résume ces résultats.

Tableau 3.6 Statistique U de Theil

	Contrat à terme	Swaps
DGAP	0,469263112	0,93781393
VaR 90%	0,404388049	0,85844241
VaR 95%	0,354590213	0,84539288

3.5 Conclusion

L'analyse des résultats des simulations Monte Carlo démontrent la primauté des contrats à terme CGB par rapport au swap en tant qu'instrument de couverture contre l'exposition de la caisse au risque de taux d'intérêt, ce dernier étant mesuré par la VaR et l'écart de durée.

L'analyse permet également de montrer l'efficacité de la VaR comme outil de mesure de risque, ce qui corrobore le fait que les institutions financières utilisent de plus en plus cette dans leur gestion du risque.

CHAPITRE IV

CONCLUSION

Le gestionnaire d'une institution financière a la responsabilité du monitoring du profil rendement-risque de son organisme. La gestion d'actif et du passif (*ALM*¹) doit coordonner les décisions qui déterminent le niveau de risque que l'institution choisit d'assumer afin d'atteindre ses objectifs. Généralement, la gestion de l'actif et du passif se concentre essentiellement à mesurer le risque de taux d'intérêt et mettre en place des politiques dont le but est de stabiliser ou d'augmenter la valeur marchande de l'équité. D'où la nécessité de trouver une mesure efficace pour ce risque.

Notre étude analyse et compare deux mesures de risques de taux d'intérêt, l'écart de durée et la Value at Risk (VaR). La première prend en considération le portefeuille tout entier et mesure les durées pondérées de tous les éléments d'actif et du passif. La différence entre ces durées pondérées nous fournit une mesure d'élasticité permettant d'estimer la variation dans la valeur nette de l'institution suite à un changement dans les taux d'intérêt. La deuxième méthode est une technique d'estimation permettant d'avoir un montant qui représente, pour un portefeuille donné, la perte maximale estimée due aux risques normaux de marché et ce, pour un horizon de temps précis et avec une probabilité d'occurrence donnée.

¹ Asset-Liability Management.

Les responsables des institutions financières et les gestionnaires des fonds d'investissements sont rémunérés pour gérer le risque. Dans certaines situations, il est approprié de réduire l'exposition du portefeuille à un changement défavorable potentiel dans les taux d'intérêt. Se couvrir avec les contrats à terme financiers et entrer dans des swaps sont deux instruments que les responsables des banques peuvent utiliser afin de réduire leur exposition aux risques de taux d'intérêt.

Dans un premier temps, notre étude compare la performance de la couverture par les contrats à terme CGB et par les swaps du risque de taux d'intérêt, ce dernier étant mesuré par le modèle d'écart de durée et par la VaR. Pour le calcul de la VaR, nous avons employé la simulation Monte Carlo. À en juger par les résultats des estimations, la performance de la couverture par le CGB s'avère meilleure que celle réalisée par le swap pour les deux modèles de risque.

En second lieu, à partir de la performance de la couverture par les contrats à terme pour chaque modèle, nous sommes arrivés à la conclusion que mesurer le risque avec la VaR est plus efficace que de le mesurer avec l'écart de durée.

C'est un résultat qui confirme la tendance de plus en plus soulevée ces dernières années par les institutions financières à adopter la VaR comme mesure de leurs expositions aux différents risques de marché.

Dès lors, nous pouvons avancer qu'il est préférable pour la caisse de mesurer son exposition au risque de taux d'intérêt par la VaR au lieu de le faire à partir du modèle d'écart de durée et de se couvrir par des CGB plutôt que par des swaps. Mais si la caisse choisit toujours d'utiliser le modèle d'écart de durée, elle doit utiliser les contrats à terme afin de couvrir l'exposition de son avoir contre les variations défavorables des taux d'intérêt. Néanmoins, lors de l'interprétation de ses résultats il ne faut pas perdre de vue les conditions propres à la caisse ainsi que celles du marché pour le 31 août 2000, c'est à dire que les résultats sont tributaires de ces conditions.

Les résultats de notre recherche nous ont permis de comparer deux modèles de mesure de risque, la VaR et l'écart de durée. Cependant, certaines limites d'ordre méthodologique nuancent les résultats de cette étude et doivent être considérées lors de l'interprétation des conclusions de la recherche.

La première limite de cette recherche provient de l'utilisation de la simulation Monte Carlo comme technique de calcul de la VaR car elle ne formule aucune hypothèse distributionnelle pour les pertes du bilan.

La deuxième limite a trait à l'hypothèse de considérer un seul facteur de risque lors du calcul de la VaR. Or, nous savons que la caisse est exposée à plusieurs autres risques comme le risque de crédit, le risque de liquidité, le risque de solvabilité, le risque de change, le risque opérationnel etc. Cette hypothèse risque de biaiser l'estime de la VaR obtenu.

La troisième limite de cette recherche fait référence à la pratique du delta hedging lors de la couverture de la VaR. Il convient en effet de se demander si l'utilisation du delta-gamma hedging n'avait pas modifié les cash-flows de la couverture et par conséquent, obliquer la performance de la couverture.

Le côté exploratoire de cette recherche a permis d'apporter un éclairage sur les façons de couvrir la VaR et de dégager certaines tendances et hypothèses suggérant plusieurs avenues de recherche.

Tout d'abord, étant donnée la popularité de plus en plus croissante de la VaR auprès des institutions financières, il serait pertinent d'examiner les quatre techniques de calcul ou d'estimation de la VaR présentées dans notre recherche.

Il conviendrait également de réaliser une recherche ayant pour but de déterminer les principaux facteurs ou sources de risques considérés par les institutions financières lors de la modélisation de la VaR et d'examiner la manière dont elles procèdent pour contrôler ces risques.

Par ailleurs, la présente recherche a permis de mettre en évidence les attributs des swaps et des contrats à terme dans la couverture de l'exposition au risque du marché, et notamment leurs performances relatives sous les hypothèses spécifiques de notre étude. Ainsi, il serait opportun, abstraction faite des hypothèses, de déterminer un point mort ou d'indifférence entre les deux instruments.

Finalement, en raison de l'importance de la couverture dans une gestion saine des banques, il serait intéressant d'évaluer la performance de la couverture de la VaR par des options exotiques sur taux d'intérêt qui d'ailleurs deviennent de plus en plus populaires. Nous croyons qu'une étude approfondie sur la manipulation de ces options mériterait une attention particulière.

RÉFÉRENCES

- Babcock, G. C. 1976. "A Modified Measure of Duration". *Working paper*, University of Southern California, Los Angeles.
- Babcock, G. C. et T. C. Langetieg. 1978. "Application of Duration in the Selection of Bonds". *Working paper*, University of Southern California, Los Angeles.
- Belongia, M. T. et G. J. Santoni. 1984. "Hedging Interest Rate Risk with Financial Futures : Some Basic Principles". *Federal Reserve Bank Of St. Louis*, vol. 66, no. 8, octobre, p.15-25.
- Bessis, J. 1998. *Risk Management in Banking*. England : John Wiley & Sons Ltd, 430p.
- Bierwag, G. O. 1987. *Duration Analysis : Managing Interest Rate Risk*, Cambridge, Mass. : Ballinger, 341p.
- Bierwag, G. O. et G. G. Kaufman. 1978. " Bond Portfolio Strategy Simulations : A Critique". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, september, p. 519-525.
- Bierwag, G. O., G. G. Kaufman et C. Khang. 1978. " Duration and Bond Portfolio Analysis : An Overview ". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, november, p. 671-681.
- Bierwag, G. O., G. G. Kaufman et A. Toevs. 1983. " Duration : Its Development and Use in Bond Portfolio Management ". *Financial Analyst Journal*, juillet/août, p. 15-33.
- Boquist, J.A.; G. A. Racette et Schlarbaum. 1975. " Duration and Risk assessment for Bond and Common Stocks ". *Journal of Finance*. vol. XXX, no. 5, december, p. 1360-1365.

- Brewer, E. 1985. "Bank Gap Management and the Use of Financial Futures". *Federal Reserve Bank Of Chicago*, vol. 9, no. 2, mars/avril, p.12-22.
- Carr, J. L., P. J. Halpern et J. S. McCallum. 1974. "Correcting the Yield Curve : A Re-interpretation of the Duration Problem". *Journal of Finance*. p 1278-1294.
- Cavaletti, C. 1997. "Value-at-Risk meets managed futures". *MANAGED MONEY*, december, p. 70-72.
- Dubofsky, D. A. 1992. *Options and Financial Futures*, New York: McGraw-Hill, 699p.
- Durand, D. 1974. "Payout Period, Time Spread and Duration". *Journal of Bank Research*, printemps.
- Esch, L. *et al.* 1997. "Value at risk: vers un management moderne". Belgique: De Boeck & Larcier s.a. 316p.
- Fabozzi, F. J. 1996. *Bond Markets, Analysis And Strategies*, New jersey : Prentice-Hall, 3^{ème} édition, 595p.
- Fink, R. E. et R. B. Feduniak. 1988. *Futures Trading : Concepts and Strategies*. New York : Simon & Schuster, Inc. 685p.
- Fisher, L. 1966. "An Algorithm for Finding Exact Rates of Return". *Journal of Business*, janvier.
- Fisher, L. et R. Weil. 1971. "Coping with Risk of Interest Rate Fluctuations : Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies". *Journal of Business*, 44, octobre, p.410-431.
- Fong, H. G. et O. A. Vasicek. 1984. "A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunisation". *The Journal of Finance*, vol. XXXIX, no. 5, december, p. 1541-1546.
- Fong, H. G. et O. A. Vasicek. 1997. "A Multidimensional Framework for Risk Analysis". *Financial Analysts Journal*, p. 51-57, juillet/août.

- Gagnon, L. 1996. “ La compétitivité du marché à terme sur taux d’intérêt de la Bourse de Montréal en contexte nord-américain”, publié par la Bourse de Montréal.
- Golub, B. W. et L. M. Tilman. 1997. "Measuring Yield Curve Risk Using Principal Components Analysis, Value at Risk, and Key Rate Durations". *The Journal of Portfolio Management*, summer, p. 72-84.
- Grove, M. A. 1966. “ A Model of the Maturity Profile of the Balance Sheet ”. *Metroeconomica*, vol. 18, april, p. 40-55.
- Grove, M. A. 1974. “ On Duration and the Optimal Maturity Structure of the Balance Sheet ”. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, automne, vol.5, p. 696-709.
- Haugen, R. A. et D. W. Wichern. 1974. “ The Elasticity of Financial Assets ”. *Journal of Finance*, septembre.
- Hopewell, M. et G. Kaufman. 1973. “ Bond Price Volatility and Term to Maturity : A Generalised Respecification ”. *The American Economic Review*, septembre.
- Hicks, J. R. 1939. *Value and Capital*. Oxford : Clarendon Press.
- Hull, J. C. 2000. *Options, Futures & Other Derivatives*. 4^{ème} édition. N. J: Prentice Hall, 698p.
- Ingersoll, J. E., J. Jr. Skelton et R. L. Weil. 1978. “ Duration Forty Years Later ”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, novembre, p. 627-651.
- Jiang, J. J. 1997. “A Generalized One-Factor Term Structure Model and Pricing of Interest Rate Derivative Securities”. Document de recherche: departement d’économetrie, Université de Groningen, Pays Bas. Mai. 49p.
- Jorion, P. 1996. "Risk: Measuring the Risk in Value at Risk". *Financial Analysts Journal*, novembre/décembre, p. 47-56.

- Kaufman, G. C. 1982. "Single Factor Duration Models in a Discrete General Equilibrium Framework". *The Journal of Finance*, vol. XXXVIL, no. 2, 20-35, mai.
- Kaufman, G. G. 1984. "Measuring and Managing Interest Rate Risk". *Federal Reserve Of Chicago*, vol. 8, no. 1, janvier/fevrier, p. 16-29.
- Khoury, N. et P. Laroche. 1996. *Options et Contrats à Terme*. 2^{ème} édition, Les Presses de l'Université Laval.
- Koch, T. W. 1992. *Bank Management*. Orlando, FL : The Dryden Press, 2^{ème} édition, 970p.
- Litterman, R. et J. Scheinkman. (1991). "Common Factors Affecting Bond Returns". *Journal of fixed income*, juin, p. 54-61.
- Livingston, M. et J. Caks. 1977. "A Duration Fallacy". *Journal of Finance*, vol XXXIL, mars, p. 185-187
- Loeys, J. G. 1985. "Interest Rate Swaps : A New Tool for Managing Risk". *Business Review : Federal Reserve Bank Of Philadelphia*, mai/juin, p. 17-25.
- Macaulay, F. R. 1938. *Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the United States Since 1856*. New York : Colombia University Press.
- Marshall, J. F. 1989. *Futures and Option Contracting : Theory and Practice*. Cincinnati, Ohio : South-Western Publishing Co, 636p.
- Narasimhan, J. et B. Tuckman. (2000). *Advanced Fixed-Income Valuation Tools*. New York: John Wiley & Sons, Inc. 414p.
- Redington, F. M. 1952. "Review of the Principles of Life-Office Valuations". *Journal of the Institute of Actuaries*, vol. 18.

Reilly, F. K. 1982. *INVESTMENT: Concepts, Analysis and Strategy*. Chicago; Montreal: Dryden Press, 2^{ème} édition, 693 p.

Reilly, F. K. 1997. *Invesment Analysis and Portfolio Management*. Dryden Press.

Samuelson, P. A. 1945. “ The Effects of Interest Rate Increases on The Banking System ”. *American Economic Review*, mars.

Singh, M. K. 1997. "Value at Risk Using Principal Components Analysis". *The Journal of Portfolio Management*, fall, p. 101-112.

Théoret, R. 1994. *Traité de Gestion de Portefeuille : Titres à revenus fixes*. Presse de l'Université du Québec, 335p.

Toevs, A. L. 1983. “ Gap Management : Managing Interest Rate Risk in Banks and Thrifts ”. *Federal Reserve Bank of San Francisco*, no. 2, printemps.

Wall, L. D. et J. J. Pringle. 1988. “ Interest Rate Swaps : A Review of the Issues ”. *Federal Reserve Bank Of Atlanta*, vol. LXXIII, no. 6, novembre/décembre, p. 22-40.

Wilmott, P. 1998. *DERIVATIVES*. England, John Wiley & Sons, 739p.