

La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire

Rédactrices invitées :

Claudine MARY et **Sylvine SCHMIDT**, Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, (Québec) Canada

- 1** **Liminaire**
La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire
Claudine MARY et Sylvine SCHMIDT, Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, (Québec) Canada
- 13** **Les rencontres singulières entre les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et leurs enseignants**
Gisèle LEMOYNE et Geneviève LESSARD, Université de Montréal, Montréal (Québec), Canada
- 45** **Impact des capacités d'autorégulation en résolution de problèmes chez les enfants de 10 ans**
Jérôme FOCANT - Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
- 65** **Analyse didactique d'une situation d'apprentissage coopératif des mathématiques au primaire réalisée dans un contexte d'intégration scolaire**
Diane GAUTHIER et Jean-Robert POULIN, Université du Québec à Chicoutimi (Québec) Canada
- 82** **Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées**
François CONNE, Didactique des mathématiques, Fpse, Université de Genève, Suisse
- 103** **Interventions orthopédagogiques sous l'angle du contrat didactique**
Claudine MARY, Université de Sherbrooke, (Québec) Canada
- 125** **Interactions sociales et apprentissages mathématiques dans une classe d'élèves en difficulté grave d'apprentissage**
Sylvine SCHMIDT, Université de Sherbrooke, Sherbrooke (Québec) Canada
Louise THIVIERGE, École Vanguard Québec Itée, (Québec) Canada
- 155** **Le temps didactique dans trois classes de secondaire I (doubleurs, ordinaires, forts)**
Sophie René DE COTRET et Jacinthe GIROUX, Université de Montréal, Montréal (Québec) Canada
- 176** **Interpréter explicitement les productions des élèves : une piste...**
Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec (Québec) Canada
- 199** **L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs?**
Christian CANGE et Jean-Michel FAVRE, HEP-Vaud, Lausanne, Suisse
- 218** **Le développement du système en base 10 chez des élèves de 2^{ème} et de 3^{ème} année primaire, une étude exploratoire**
Marie COLLET, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique



VOLUME XXXI:2 – AUTOMNE 2003

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est d'inspirer et de soutenir le développement et l'action des institutions éducatives francophones du Canada.

Directrice de la publication

Chantal Lainey, ACELF

Présidente du comité de rédaction

Mariette Thériberge,
Université d'Ottawa

Comité de rédaction

Gérald C. Boudreau,
Université Sainte-Anne
Lucie DeBlois,
Université Laval
Simone Leblanc-Rainville,
Université de Moncton
Paul Ruest,
Collège universitaire de Saint-Boniface
Mariette Thériberge,
Université d'Ottawa

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon pour Opossum

Responsable du site Internet

Anne-Marie Bergeron

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.



ASSOCIATION CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE LANGUE FRANÇAISE

268, Marie-de-l'Incarnation
Québec (Québec) G1N 3G4
Téléphone : (418) 681-4661
Télécopieur : (418) 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada
ISSN 0849-1089

La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire¹

Claudine MARY

Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, (Québec) Canada
Claudine.Mary@USherbrooke.ca

Sylvine SCHMIDT

Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, (Québec) Canada
Sylvine.Schmidt@USherbrooke.ca

Introduction

Depuis plusieurs années, une question revient de manière constante dans les réflexions des didacticiens des mathématiques, sans être vraiment débattue : y a-t-il une spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire? Si oui, qu'est-ce qui distingue cet enseignement de celui qui a cours en classes ordinaires,

1. L'expression « adaptation scolaire » réfère 1) à l'appropriation d'un enseignement, d'un matériel didactique ou d'un environnement scolaire aux besoins d'élèves qui présentent des besoins particuliers en raison de certaines caractéristiques; 2) à un ensemble de mesures et d'activités dont l'objet est de venir en aide aux élèves qui éprouvent des difficultés d'harmonisation dans leur fonctionnement scolaire ainsi que par rapport à leurs enseignants et à leurs pairs; 3) à l'ensemble des mesures administratives, organisationnelles et pédagogiques à l'intention des élèves handicapés ou des élèves en difficulté. (Legendre, R. (1993) *Dictionnaire actuel de l'éducation*, 2^e édition. Guérin, Éditeur limitée, Montréal). Dans ce texte, l'expression « enseignement en adaptation scolaire » est utilisée pour parler de l'enseignement auprès des élèves handicapés ou éprouvant des difficultés d'apprentissage; l'expression « classes d'adaptation scolaire » est utilisée pour parler des classes fréquentées par ces élèves.

sur le plan du contenu lui-même, des conceptions des élèves, des phénomènes d'enseignement, des approches d'enseignement ou d'évaluation? Comment les caractéristiques particulières des élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (difficulté ou trouble d'apprentissage, déficience intellectuelle, trouble de la conduite, etc.) sont-elles prises en compte?

Ces questions sont d'importance à l'heure de la réforme actuelle de l'éducation au Québec, car le cadre et la place du champ de l'adaptation scolaire s'y trouvent complètement bouleversés. En effet, dans sa réforme, le ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) incite le milieu scolaire à relever le défi de la réussite pour tous les élèves. Dans cette optique, dans son document intitulé *Une école adaptée à tous ses élèves* (mars 1999), le MEQ réaffirme sa volonté de favoriser et de soutenir l'intégration scolaire des élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage. L'intégration de ces élèves devient la norme; pour la majorité d'entre eux, les services éducatifs seront dispensés à l'école ordinaire et en classe ordinaire. Seuls les cas où la démonstration sera faite par les commissions scolaires qu'une telle intégration suscite des contraintes excessives pour l'institution ou qu'elle porte atteinte de façon importante aux droits des autres élèves pourront mener à d'autres choix comme celui des classes spéciales.

Ces changements sont importants; ils bouleversent nos conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage concernant ces élèves et questionnent en particulier quant à la formation à donner aux futurs enseignants qui auront à intervenir auprès d'eux. Dans ce contexte, quelle formation pourrait le mieux préparer les futurs maîtres appelés à être **spécialistes de l'apprentissage des mathématiques**, entre autres, à leur nouvelle réalité? La réponse à cette question est liée à celle de la spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire.

Les textes de ce collectif apportent chacun à leur manière un éclairage particulier à la question de la spécificité. Ils sont regroupés autour de cinq thèmes.

1. L'évolution de la question des élèves en difficultés d'apprentissage en mathématiques.
2. La spécificité de l'intervention en mathématiques auprès d'élèves en difficulté.
3. Les phénomènes d'enseignement en classes d'adaptation scolaire.
4. La formation à l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire.
5. Les erreurs et conceptions des élèves en difficultés d'apprentissage en mathématiques.

Dans ce qui suit, nous présentons en résumé les propos des auteurs en mettant l'accent sur les aspects relatifs au thème général de ce collectif.

1. Évolution de la question des élèves en difficultés d'apprentissage en mathématiques

Dans le premier texte de cet ouvrage, Lemoyne retrace l'évolution de la question des élèves en difficultés depuis les années 40. Cette évolution, c'est entre autres

celle des interprétations des erreurs des élèves et des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Cette auteure montre le passage depuis quelque 20 ans, d'un cadre d'interprétation de l'erreur et des difficultés de l'élève centré sur ses caractéristiques psychologiques à une vision plus systémique où l'erreur est vue aussi comme produit des institutions. Selon cette dernière perspective, les recherches en didactique des mathématiques vont s'intéresser entre autres aux caractéristiques des institutions dont fait partie l'élève, institutions entendues ici comme un ensemble de lieux et de personnes aux règles de fonctionnement et aux enjeux qui leur sont spécifiques, de manière à maximiser l'action auprès de celui-ci. C'est selon cette optique que Lemoyne considère elle-même les classes d'adaptation scolaire comme des institutions différentes de celles des classes ordinaires. (C'est l'optique qu'adopte également Conne dans ce collectif, section 2). Dans la perspective de ces travaux, l'erreur n'est plus le signe d'un élève qui n'a pas appris, mais au contraire, elle est le signe d'un élève qui a appris. Les difficultés d'apprentissage sont liées à des difficultés d'enseignement. Les « rencontres singulières » dont parle Lemoyne dans son titre sont celles entre des enfants en difficultés d'apprentissage et des enseignants en difficultés d'enseignement autour des mathématiques. C'est en posant la question de la spécificité de l'intervention en adaptation scolaire qu'elle insiste sur *la singularité de ces rencontres en adaptation scolaire* : rencontres difficiles et souvent ratées de l'élève avec l'ignorance qui devrait susciter le désir d'apprendre; rencontres difficiles des élèves avec l'enseignant qui veut engager un dialogue didactique avec ceux-ci, rencontres où l'enseignant est en difficulté d'enseignement parce que les moyens qu'il utilise et qu'il pensait pertinents s'avèrent inefficaces à produire des savoirs institutionnels reconnus.

Lemoyne introduit bien cet ouvrage en cherchant à problématiser ou re-problématiser l'enseignement en adaptation scolaire. Elle le fait en deux sens. D'une part, il s'agit de problématiser les situations pour que les élèves puissent dévoiler leurs connaissances à propos d'un objet mathématique, connaissances autrement difficilement accessibles. D'autre part, il s'agit de questionner la tendance à intervenir auprès des élèves en difficultés en reprenant les tâches là où des manques ont été observés et en reprenant certains pré-requis, cette pratique s'avérant souvent infructueuse. L'article de Lemoyne ouvre une nouvelle perspective, mais suscite un malaise dans la mesure où elle met en exergue notre difficulté d'enseignement.

2. La spécificité de l'intervention en mathématiques auprès d'élèves en difficulté

Dans ce chapitre, trois textes sont regroupés. Le premier (Focant et Govaerts) présente une intervention réalisée auprès d'élèves en difficultés d'apprentissage dans un cadre de re-médiation, le deuxième (Gauthier et Poulin) relate une expérimentation réalisée en classe ordinaire intégrant des élèves déficients légers, et le troisième (Conne) présente la situation actuelle dans les écoles d'éducation spécialisée en

Suisse et laisse envisager des alternatives à l'enseignement habituellement dispensé dans ces écoles.

Focant et Govaerts présentent une intervention de re-médiation réalisée auprès d'élèves en difficultés d'apprentissage en mathématiques, élèves qui ont développé un rapport négatif aux mathématiques et qui présentent un développement socio-émotionnel fragile. C'est ce diagnostic couplé à celui de difficultés en résolution de problèmes qui détermine les caractéristiques des interventions envisagées par les auteurs. Ces interventions se déroulent dans le contexte particulier d'un centre d'aide recevant des enfants en difficultés d'apprentissage en dehors de l'école, endroit où les enfants peuvent bénéficier du support d'une équipe d'intervenants multidisciplinaires. Les auteurs trouvent les causes des difficultés des élèves en résolution de problèmes à la lumière d'un cadre théorique sur la métacognition, des compétences d'ordre métacognitives étant pointées comme nécessaires lors de la résolution de problèmes. Les auteurs se penchent tout particulièrement sur la capacité des élèves à utiliser des stratégies de régulation cognitive et sur l'influence de croyances motivationnelles sur la mobilisation de ces stratégies. L'observation de quatre élèves, à qui des problèmes (et non des exercices) ont été soumis, montre la grande difficulté des enfants à mettre en œuvre spontanément de telles stratégies, et ce, même lorsque l'adulte en fait la demande. Les auteurs voient dans ce phénomène l'influence de croyances motivationnelles. Ces constats les amènent à suggérer de considérer, dans nos interventions habituelles auprès des enfants en difficultés scolaires, *l'apprentissage de stratégies visant à faire face aux émotions négatives générées par les croyances motivationnelles de l'élève*. De même, ils souhaitent que soient davantage favorisées des stratégies d'autorégulation cognitive. Ils soulignent que l'enfant doit pouvoir appliquer de tels mécanismes d'autorégulation jusqu'à les automatiser. Dans ce texte, nous notons l'importance accordée par les auteurs au support de l'adulte pour ces enfants marqués par l'échec, la nécessaire prise en compte d'aspects motivationnels dans le choix des interventions et une préoccupation pour le développement de stratégies métacognitives.

La lecture du texte de Gauthier et Poulin nous renseigne sur les difficultés pouvant être rencontrées dans un enseignement misant sur une situation d'apprentissage coopératif des mathématiques dans des classes ordinaires au primaire intégrant des élèves ayant une déficience intellectuelle légère. Les situations présentées montrent bien comment l'apprentissage coopératif, loin de s'installer spontanément, requiert un apprentissage autant de la part du maître que des élèves. Entre autres difficultés, ces auteurs mentionnent l'insécurité vécue par deux enseignantes à leur première expérience d'enseignement coopératif dans leur classe respective. Cette insécurité les a conduites, d'une part, à expliquer longuement leurs attentes aux élèves, en lien avec les comportements attendus ainsi qu'avec les différentes étapes de l'activité d'apprentissage (diviser deux parties). Cette façon de procéder a empêché les élèves de s'approprier eux-mêmes les consignes (à partir de la fiche qui leur était fournie) et de s'engager dans la tâche avec un intérêt soutenu (dévolution). D'autre part, cette insécurité a incité ces deux enseignantes à remettre la responsabilité d'aider l'élève déficient intégré sur les épaules d'un élève de l'équipe (les

élèves travaillant en triades) jugé fort en mathématique, sans préciser de quelle nature devrait être le soutien apporté. Cette situation a suscité des comportements protecteurs chez ces élèves qui ont eu pour effet d'entraîner la dépendance et l'inertie chez l'élève ayant une déficience intellectuelle, en provoquant des régulations de type relationnel plutôt que des régulations cognitives nécessaires pour un progrès intellectuel. Pour cette première expérience d'apprentissage coopératif des mathématiques, les élèves ordinaires s'entraidaient très peu. Néanmoins, ils ont, en général, apporté une aide aux élèves déficients intellectuels pour la première partie de l'activité, celle-ci s'étant révélée beaucoup plus facile que la seconde. Or, la deuxième partie posait un défi de taille sur le plan cognitif. La complexité de la tâche a contribué à l'absence d'entraide envers les élèves déficients intellectuels. Ce dernier point montre l'importance d'une analyse didactique *a priori* fine lors de la conception de l'activité permettant d'identifier les concepts sous-jacents à la réalisation de la tâche. En somme, cette étude fait avancer la réflexion sur l'apprentissage coopératif des mathématiques en contexte d'intégration scolaire et elle pointe des pistes d'intervention pouvant s'avérer plus fructueuses.

Le texte de Conne, quant à lui, fait état de la situation actuelle dans les écoles d'éducation spécialisée en Suisse, à propos de l'intervention en mathématiques, d'une part pour marquer la spécificité des conditions de cette intervention et, par conséquent, de l'intervention elle-même, et d'autre part, pour proposer une perspective d'intervention qui rompt avec le modèle de re-médiation. Dans ces Écoles d'éducation spécialisée, il constate une pauvreté en savoir dans le sens où on y traite surtout des opérations élémentaires arithmétiques auxquelles on consacre beaucoup de temps, sans succès. Il note la difficulté, dans les classes spécialisées, de garder le contrôle sur les variables didactiques prises en charge *a priori* lors de la conception des situations. Souvent, les jeunes n'arrivent pas à restituer le savoir attendu, ce qui permettrait à l'enseignant de conclure qu'il y a eu apprentissage et donc de passer à autre chose. Le savoir n'avançant pas, l'on en vient à abandonner ou à surenchérir sur le sujet. Ce diagnostic le mène à s'intéresser, comme chercheur en didactique des mathématiques, à la configuration particulière connaissance/savoir qui se construit en milieu spécialisé. Il prend alors l'option de *faire faire des mathématiques aux élèves et de regarder ce que ça donne* comme il l'a préalablement écrit. Il cherche à proposer aux élèves des situations problématiques, souvent en dehors des domaines habituellement traités (en géométrie par exemple) et indépendamment des préalables, pour lesquelles il n'y a pas d'obligation de réussite, de manière, dit-il, à *desserrer les étau institutionnels*. Ainsi, les situations lui permettent d'observer les *interactions de connaissances*, objet de son étude. Une situation est proposée, parfois sous l'instigation de l'élève, et l'animateur réagit à ce qui se passe en posant des questions ou en proposant une autre situation, en s'appuyant sur les indications qui lui sont fournies lors du développement de la situation, sans renforcement positif, sans demande même d'explication, sans explication, de manière à révéler des *choses jusque-là inaccessibles* sur la pensée de l'élève. Si l'auteur se positionne comme chercheur, on peut y voir là une alternative à l'intervention traditionnelle, qui elle s'appuie sur l'ensemble des préalables nécessaires à une notion.

Cette façon de faire pourra amener les élèves à traiter des sujets qui pour une fois correspondront davantage à leur âge, les situations pouvant amener à discuter d'autres situations prévues pour un niveau plus avancé, comme il en donne lui-même l'exemple. Cette alternative à la répétition des tables de calculs et la pratique des algorithmes est particulièrement intéressante pour les classes d'adaptation scolaire dans les établissements secondaires.

3. Les phénomènes d'enseignement en classes d'adaptation scolaire

Plusieurs textes des chapitres précédents ou suivants suggèrent des phénomènes d'enseignement qui apparaissent en classes d'adaptation scolaire, mais les trois textes de cette section en font leur objet d'étude.

Les intérêts de recherche de Mary concernent la relation d'aide qui s'installe entre un élève en difficulté et un intervenant, dans un contexte d'interventions orthopédagogiques individualisées. Au cœur de cette réflexion, se pose cette question : comment ce type d'intervention orthopédagogique impliquant un enseignant et un enfant seul peut-il susciter *un réel engagement de l'élève dans son apprentissage puisque la rencontre risque de reposer sur une relation de dépendance très forte*? Dans le présent texte, cette auteure s'interroge plus particulièrement sur la relation de dépendance qui s'installe entre une élève ayant une déficience intellectuelle légère (12 ans, 5^e année du primaire) et une étudiante en formation des maîtres au cours d'une série d'interventions. L'analyse s'appuie sur des observations réalisées à partir d'enregistrements vidéos. Le cadre d'analyse adopté repose sur le concept de contrat didactique. Cette auteure met en lumière quelques phénomènes étant apparus en cours d'interventions et qu'elle interprète comme des effets de contrat : *la centration de l'élève sur l'intervenante, la centration sur l'énoncé du problème et la naissance d'un malentendu, la centration de l'intervenante sur le manque d'autonomie de l'élève et un glissement métacognitif, une impasse ou un questionnement sans réponse*. En bref, selon Mary, il semble que l'élève adapte ses réponses aux réactions de l'intervenante et ne semble pas entrer vraiment dans une résolution personnelle du problème. Cette auteure pointe les lacunes de l'intervention au regard, notamment, des aspects conceptuels et des difficultés cognitives reliés à la tâche, ainsi qu'à l'introduction d'une démarche de résolution de problèmes rigide. Elle affirme la nécessité d'une analyse préalable de la tâche et d'une intervention qui s'appuie sur celle-ci.

Dans leur article, Schmidt et Thivierge s'intéressent au rôle des interactions sociales dans le développement de la pensée mathématique d'élèves en difficulté grave d'apprentissage dans un contexte de classe spéciale. Pour soutenir leur réflexion, ces chercheuses s'appuient sur les écrits de Vygotski, l'un des premiers auteurs à s'être penché sur des questions liées à l'éducation spéciale. En se basant sur les principales idées émises par Vygotski dans ce domaine, ces auteures présentent les questions générale et spécifiques qui guident leur programme de recherche : Les interactions sociales en classe (classe spéciale/classe d'intégration scolaire)

contribuent-elles ou non aux apprentissages mathématiques des élèves en difficulté? (Question générale) Quels sont les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage typiques qui se produisent lors d'interactions sociales en classe de mathématiques (par exemple, les processus de compensation) impliquant ces élèves? Quels sont les phénomènes d'enseignement pouvant mener à la réussite en mathématiques des élèves en difficulté (les forces positives du développement et de l'apprentissage)? Quel est le rôle du maître dans les situations d'interaction en classe en lien avec les apprentissages mathématiques de ces élèves? Quel est le rôle de la médiation symbolique dans les apprentissages mathématiques des élèves en difficulté? Comment les interactions sociales en classe peuvent-elles soutenir le développement de fonctions mentales supérieures (notamment la pensée algébrique)? Dans les situations d'interactions sociales, quelle est la relation entre l'affect et l'intellect dans les apprentissages mathématiques des élèves en difficulté? Par la suite, Schmidt et Thivierge présentent les résultats d'une étude qu'elles ont conduite auprès d'élèves en difficulté grave d'apprentissage en classe spéciale. Ces résultats corroborent certaines des idées de Vygotski sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage qui apparaissent dans des situations d'interactions sociales et qui favorisent l'évolution de la pensée mathématique des élèves en difficulté.

L'article de René de Cotret et Giroux présente des observations réalisées en classe portant sur des interventions menées par un même enseignant dans trois types de classe de mathématiques de première secondaire relativement homogènes : 1) des élèves doubleurs; 2) des élèves réguliers; et 3) des élèves forts. En se centrant sur l'organisation temporelle des leçons ainsi que sur les interactions didactiques dans chacune de ces classes, ces auteures ont dégagé, par une approche comparative, des dynamiques temporelles de l'enseignement et de l'apprentissage différenciées. En outre, sur le plan de l'organisation temporelle, les interventions de l'enseignant dans la classe de doubleur se caractérisent par un schéma du type : 1) exposition de la théorie; 2) devoir (exercices) en lien strict avec le savoir enseigné; et 3) correction, formant un bloc homogène fermé relativement au savoir en jeu. Alors que la séquence débute de façon similaire dans les deux autres groupes, un second schéma se superpose. Les devoirs (exercices) comportent une partie en lien avec le savoir enseigné, mais aussi une seconde partie qui devance le savoir visé pour la prochaine leçon. Le schéma prend alors la forme : 1) devoir, 2) théorie, 3) correction. En ce qui concerne les élèves doubleurs, l'organisation de la leçon ne leur donne pas l'occasion de s'interroger sur les connaissances utiles à la résolution des « problèmes ». En fait, les tâches proposées sont des exercices pour lesquels les élèves savent précisément quel savoir est en jeu. Cette organisation les place ainsi dans une situation d'attente ne permettant pas la dévolution (c'est-à-dire la prise en charge cognitive et sociale de ses apprentissages par l'élève). Par contre, chez les élèves des deux autres groupes, le travail « en avance » les place en situation de questionnement, de résolution de problème véritable, appelant à l'établissement d'un premier rapport avec le savoir qui sera exposé ultérieurement et à partir duquel pourront se greffer les nouveaux éléments présentés. Dans cette situation, le lien entre le travail personnel de l'élève et le savoir enseigné est à la charge de l'élève, la

dévolution est possible. Sur le plan des interactions sociales, des distinctions sont aussi apparues entre les élèves doubleurs et les élèves des deux autres groupes en ce qui concerne la validation, l'économie dans l'exposé du savoir et l'algorithmisation. Dans la classe des doubleurs, une insistance marquée sur la contextualisation a été observée. Pour valider le traitement des problèmes mathématiques, l'enseignante, par ses actions, restreint les élèves doubleurs au même contexte et cherche à établir la validation en s'appuyant sur des cas numériques particuliers. Elle vise au contraire une validation à partir de cas générique pour les deux autres groupes d'élèves. Chez les élèves doubleurs, l'enseignante gère elle-même la question et la réponse, probablement parce que, selon elle, la prise en compte des réponses des élèves serait trop coûteuse au regard de l'avancement et de la progression des savoirs relativement au temps didactique. Une certaine économie dans l'exposé du savoir auprès des élèves doubleurs a aussi été observée, certaines notions ayant été mises de côté. Enfin, une plus grande « algorithmisation » est en place dans la classe de doubleurs, les enseignements tendant plus directement à générer des règles qui permettront de résoudre les problèmes. Les observations de ces chercheuses concernent une seule enseignante. Il serait intéressant de reconduire cette même recherche auprès d'autres intervenants afin de dégager des tendances en fonction de profils différents. Il serait pertinent également d'observer, pour les mêmes personnes, les dynamiques temporelles qui ont cours en situation d'intégration scolaire.

4. La formation à l'enseignement en mathématiques en adaptation scolaire

Dans son article, DeBlois se penche spécifiquement sur la formation à l'enseignement en mathématiques en adaptation scolaire. Cette auteure a développé antérieurement un modèle facilitant l'interprétation des activités cognitives des élèves durant un processus d'apprentissage qui s'inspire du modèle de l'abstraction réfléchissante de Piaget. Dans l'étude relatée dans ce texte, les intentions de DeBlois consistaient à susciter une appropriation du « Modèle d'analyse des activités cognitives des élèves » par trois orthopédagogues, et à susciter une réflexion menant à la transformation du modèle théorique en un modèle pratique facilitant les interventions rééducatives en cours d'action. Le modèle de DeBlois comprend trois composantes : 1) les représentations mentales initiales, émergeant des énoncés des situations proposées et se manifestant à travers les verbalisations et les dessins des enfants lors de la réalisation de la tâche; 2) les procédures utilisées pour trouver une solution; et, enfin, 3) la réflexion posée sur la coordination entre les représentations mentales et les procédures utilisées. À partir de ce modèle, selon DeBlois, il est possible d'identifier comment s'élaborent les structurations partielles des élèves. Ces informations pourraient permettre *de modifier les interventions de manière à déplacer les représentations mentales, à susciter l'utilisation d'autres procédures et la construction de réflexions menant vers des coordinations adaptables et généralisables*. Cette recherche collaborative a permis d'identifier les difficultés rencontrées par les

orthopédagogues dans l'appropriation de ce modèle et sa transformation en un modèle correspondant davantage à leur propre pratique, telles : la confusion entre représentation mentale et procédures des élèves; la difficulté de partir de la production des élèves et d'inférer les représentations mentales sur la base d'une analyse conceptuelle; *un blocage dû à la reconnaissance d'une forme de rigidité de la pensée et à l'identification du besoin de plaire chez les élèves*; la confusion entre modèle d'interprétation et modèle d'intervention. Cette recherche a permis également de relever les moments de prises de conscience constituant des pas vers l'appropriation du modèle par les orthopédagogues : la réalisation que le modèle demande des interventions par le questionnement, que l'intelligence n'est pas une mesure fixe, qu'il est possible de comprendre la source de l'erreur, qu'une intervention se développe sur la base d'une analyse conceptuelle et que le concept peut être exploité lors de l'intervention, qu'il est important pour l'élève lui-même de sentir la nécessité de modifier sa compréhension, que la sollicitation à illustrer a un impact chez l'élève, et enfin, qu'il est important de partir des productions de l'élève (plusieurs de ces prises de conscience étant reliées aux difficultés identifiées par les orthopédagogues eux-mêmes à propos de leur appropriation du modèle). Cette étude fournit ainsi des informations pertinentes pour la formation, initiale ou continue, des enseignants en mathématiques en adaptation scolaire.

Dans ce collectif, d'autres auteurs se sont également penchés sur la formation des enseignants en mathématiques pour des élèves en difficultés d'apprentissage. Nous retrouvons des réflexions pertinentes à ce sujet en particulier dans les articles de Lemoyne (section 1), Gauthier et Poulin (section 2), Favre et Cange (section 5).

5. Les erreurs et conceptions en mathématiques d'élèves de classes d'adaptation scolaire

En quoi les erreurs et conceptions en mathématiques des élèves de classes d'adaptation scolaire sont-elles différentes des élèves des classes ordinaires? Selon le cadre d'interprétation que l'on utilise pour interpréter les productions des élèves, la question peut apparaître naturelle ou surprenante, voire non pertinente. Toutefois, les réflexions de Favre et Cange sur l'erreur peuvent nous convaincre que l'erreur en classe d'adaptation scolaire est spécifique non seulement par son statut mais aussi parce qu'elle provient souvent d'une longue expertise. C'est à cause de ce point de vue original que nous avons décidé de placer cet article dans ce chapitre, bien que les auteurs y vont aussi de leur recommandation sur la formation des futurs enseignants.

L'article de Favre et Cange est la poursuite d'une réflexion sur l'erreur en classe d'adaptation scolaire. La difficulté à appliquer sur des productions d'élèves de classe d'adaptation scolaire, l'analyse d'erreurs telle que réalisée dans certains ouvrages classiques, les mène d'abord à se poser deux questions : 1) *Comment donc un élève peut-il rendre une « copie » si peu systématique?*; 2) *Et l'enseignant spécialisé en regard à une telle « copie », comment peut-il s'y prendre?*. En réponse à la première question,

des analyses de cas les conduisent à percevoir l'élève comme expert de l'erreur, *se construisant au fil du temps un réservoir de règles dans lequel il puise avec plus ou moins de réussite*. En réponse à la deuxième question, l'enseignant en adaptation scolaire sera vu, lui, comme un expert du repérage. C'est le couple élève-enseignant, l'un expert de l'erreur et l'autre du repérage, qui devra traiter l'erreur. Comment? À partir de leur propre expérience, les auteurs montrent comment l'apparition de l'erreur dans la classe détermine le déroulement de l'intervention en créant une spirale dont il est difficile de s'extirper : lors de tâches mathématiques proposées aux élèves, des lacunes ou des difficultés relatives à des tâches accessoires au sujet traité (difficultés à dessiner avec précision, par exemple) sont repérées, ce qui déclenche une intervention; de nouvelles tâches sont proposées dans le but d'améliorer la situation qui elles-mêmes génèrent leurs propres erreurs et ainsi de suite. On finit par ne pas traiter de l'objet d'enseignement initial. De plus, on en vient à introduire de nouveaux objets d'enseignement parce qu'on a repéré certaines difficultés auxquelles on veut remédier (lecture de l'heure par exemple). Ces réflexions sur l'intervention guidée par l'erreur débouchent sur trois recommandations pour la formation des enseignants en adaptation scolaire. Il s'agit, disent-ils, *de former les enseignants spécialisés à 1) l'analyse d'erreurs, pour qu'ils en perçoivent à la fois les difficultés et les richesses; 2) l'analyse des tâches qu'ils soumettent à leurs élèves et l'anticipation des erreurs possibles qui sont en liens directs avec ces tâches; 3) l'utilisation d'activités mathématiques scolairement non marquées et « mathématiquement solides »*, dans la perspective que propose François Conne, de manière, entre autres, à *distraindre* des vieilles erreurs. Leur propos les situe loin d'une préoccupation à interpréter l'erreur comme une difficulté d'ordre psychologique. C'est d'ailleurs ce qu'ils soulignent implicitement eux-mêmes à la fin de leur article.

Le dernier texte n'est pas spécifique au contexte d'adaptation scolaire mais il est intéressant pour une perspective développementale des difficultés des élèves. Dans ce texte, l'auteure, Collet, s'intéresse à la compréhension des habiletés numériques et aux liens qui s'établissent entre les différents modes de représentation du nombre : la représentation analogique de la quantité (ex. : le matériel), la représentation orale et la représentation écrite conventionnelle. Entre ces modes de représentations, deux types de liens sont identifiés : des liens de correspondance, qui permettent la traduction d'un mode de représentation du nombre en un autre mode de représentation (d'ordre plutôt global), et des liens de structure, qui permettent de différencier la partie représentant les dizaines de la partie représentant les unités et de relier chacune de ces parties à la partie correspondante dans un autre mode de représentation. Dans son étude, cette auteure se questionne sur l'ordre d'acquisition des liens de correspondance et de structure. De plus, elle tente de mettre en lumière la séquence développementale qui relie la construction des liens entre les trois modes de représentation du nombre et les procédures de dénombrement déjà observées chez les élèves : la conception unitaire (comptage par un de tous les unités), la conception « en décade » (qui sépare la portion du nombre correspondant globalement aux dizaines de celle correspondant aux unités (par ex. : 53 est vu comme 50 et 3), la conception « en séquence » (dénombrement des dizaines par 10),

et la conception des dizaines *unitisées* (dénombrement des unités de dizaines). Les résultats de la recherche de Collet, conduite auprès d'élèves de deuxième année (n = 61) et de troisième année (n = 60) du primaire, questionnent, en partie du moins, le modèle développemental de Fuson et ses collaborateurs dans ce domaine. En outre, à partir d'observations de nature empirique et d'analyses statistiques (analyse factorielle, analyse de variance ANOVA), cette auteure indique que plus les procédures de dénombrement utilisées relèvent d'une conception élaborées, meilleurs sont les résultats aux épreuves d'évaluation du système en base 10. L'utilisation d'une procédure unitaire est liée à une incapacité à établir les liens de correspondance et de structure (corrélations négatives), l'utilisation d'une procédure de dénombrement par 10 est signe de la construction des liens de correspondances, et, enfin, l'utilisation d'une procédure de dénombrement des unités de dizaines est très fortement liée à la compréhension des liens entre représentations analogique et écrite conventionnelle (compréhension de la valeur de position, opérations avec échanges, dénombrement et écriture de grands nombres, et conceptualisation des groupes de 10 dans un nombre). En somme, par des analyses minutieuses, cette étude contribue à la réflexion sur le développement du nombre et confronte les modèles existants dans ce domaine.

Conclusion

En conclusion, disons que l'ensemble des articles de ce collectif montre certainement une spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire. Cette spécificité découle du contexte d'interventions et des contraintes de cette intervention : orthopédagogie (Mary), classes spéciales (Schmidt, Favre et Cange), classes ordinaires intégrant des élèves à risque (Gauthier et Poulin). Elle découle aussi des caractéristiques des élèves telles qu'elles apparaissent : par exemple, un rapport négatif et inadéquat aux mathématiques et des difficultés d'ordre métacognitives (Focant et Govaerts), une expérience scolaire importante dans le domaine du numérique qui leur a permis de constituer un grand répertoire de règles (Cange et Favre). Elle découle aussi bien sûr du comportement des élèves (qui font des erreurs, qui sont ennuyés...) qui influence fortement l'organisation et le déroulement des activités de classe créant des phénomènes d'enseignement, comme plusieurs auteurs le montrent (Conne, Favre et Cange, De Cotret et Giroux, Lemoyne, Mary, Schmidt). Ces phénomènes d'enseignement peuvent s'expliquer par un désir d'aider et de faire comprendre mais aussi par un certain sentiment d'impuissance chez les intervenants. Que l'élève en difficulté soit inclus en classes ordinaires ou qu'il soit maintenu en classes spéciales, l'enseignement n'y échappe pas. Si la lecture des articles de ce collectif convainc de la spécificité de l'intervention en adaptation scolaire et de la spécificité de l'intervention en mathématiques plus précisément, elle laisse avec quelques questions.

Les aspects liés à la motivation, aux stratégies métacognitives et à la reconstruction d'un rapport meilleur aux mathématiques et à leur apprentissage (dans le sens

de plus positif mais aussi de plus conforme à l'activité mathématique, par opposition à la restitution de règles apprises) apparaissent cruciaux pour l'intervention auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage. Comment alors dans le contexte d'intégration scolaire apporter un soutien aux élèves et quelles peuvent être les conditions et la nature de ce soutien? Soutien pour faire progresser? Soutien dans la démarche d'exploration des concepts? Soutien pour repérer l'essentiel? Soutien pour quoi? Si le soutien à l'élève en difficulté consiste à faire en sorte de faire avancer le savoir de manière uniforme dans la classe, pour ces élèves comme pour les autres, sans que l'enseignement ne change, ne risque-t-on pas d'échouer? Ces questions peuvent servir de bases intéressantes pour la recherche future dans le domaine de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire et sociale.

Les rencontres singulières entre les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et leurs enseignants

Gisèle LEMOYNE

Département de didactique, Université de Montréal, Montréal (Québec), Canada

Geneviève LESSARD

Département de didactique, Université de Montréal, Montréal (Québec), Canada

RÉSUMÉ

La question des difficultés d'apprentissage en mathématiques d'un nombre important d'élèves et des mesures à mettre en place pour transformer cette situation est un objet sensible dans tout système éducatif. Elle est aussi, depuis plusieurs décennies, au centre des préoccupations d'un grand nombre de chercheurs. Pour rendre compte de la complexité du traitement de cette question, nous avons choisi de répondre aux questions suivantes : Comment le traitement de cette question a-t-il évolué depuis les dernières décennies? Quelles sont les théories et les recherches qui ont marqué cette évolution? Comment l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire a-t-il évolué ou se positionne-t-il en regard de l'enseignement des mathématiques en classes régulières? Quelles sont les avenues prometteuses d'enseignement aux élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques? Quelles sont les difficultés auxquelles sont confrontés les enseignants en adaptation

scolaire? Quelles sont les attentes et les pratiques en classes régulières et spéciales des futurs enseignants en adaptation scolaire? Comment évoluent-elles au cours de leur formation? Les réponses que nous proposons prennent appui sur des recherches réalisées en psychologie, en éducation et en didactique des mathématiques, et sur certaines des expériences que nous avons nous-mêmes effectuées.

ABSTRACT

Remarkable Meetings Between Students with Learning Difficulties in Mathematics and Their Teachers

The question of the learning difficulties many students have with mathematics and the measures needed to change this situation is a sensitive issue for the entire education system. For several decades, it has also been the main focus of many researchers. To raise awareness of the complexity of the treatment of this question, we chose to answer the following questions : How has the handling of this question evolved over recent decades? What theories and research have stood out during this evolution? How has teaching mathematics to students with special needs evolved or positioned itself in relation to teaching mathematics in regular classes? What are some promising avenues for teaching students with learning difficulties in mathematics? What difficulties are teachers confronted with in special education? What are the expectations and practices in the regular and special classes of future special education teachers? How will they evolve over the course of their training? We support the answers we offer with research from the fields of psychology, education and the didactics of mathematics and on some experiments we carried out ourselves.

RESUMEN

Los encuentros singulares entre los alumnos que presentan dificultades de aprendizaje en matemáticas y sus maestros

La cuestión de las dificultades de aprendizaje en matemáticas de una gran cantidad de alumnos y las medidas tomadas para transformar esta situación constituyen un aspecto sensible en todo sistema educativo. Dicha cuestión también constituye, desde hace varias décadas, el centro de las preocupaciones de un gran número de investigadores. Con el fin de describir la complejidad del tratamiento de este problema, hemos decidido ofrecer una respuesta a las cuestiones siguientes : ¿Cómo ha evolucionado el tratamiento de esta cuestión durante los últimos decenios? ¿Cuales han sido las teorías y las investigaciones que han dejado una huella en dicha evolución? ¿Cómo ha evolucionado la enseñanza de las matemáticas en adaptación escolar y cómo se sitúa con respecto a la enseñanza de las matemáticas en las clases regulares? ¿Cuales son las avenidas más prometedoras para enseñar a

los alumnos que presentan dificultades de aprendizaje en matemáticas? ¿Cuales son las dificultades que confrontan los maestros en adaptación especial? ¿Cuales son las expectativas y las practicas en clases regulares y especiales de los futuros maestros en adaptación especial? ¿Cómo se transforman durante la formación? Las respuestas que proponemos se apoyan en las investigaciones que se han realizado en sicología, en educación y en didáctica de las matemáticas, así como en ciertas experiencias que nosotros mismas hemos efectuado.

Introduction

Traiter de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire n'est pas chose facile. Qui dit adaptation scolaire dit à la fois volonté d'adapter l'école aux besoins de clientèles particulières d'élèves et volonté d'adapter ces clientèles d'élèves aux exigences de l'école. Les documents ministériels, les programmes d'études, les projets éducatifs des écoles, les politiques relatives à l'embauche d'orthopédagogues et d'autres professionnels scolaires, les pratiques d'enseignement et d'apprentissage en vigueur dans les écoles, montrent diverses tentatives pour parvenir à cette adaptation duale. Dans ce texte, nous nous intéressons plus spécifiquement à l'enseignement des mathématiques auprès d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage.

Les élèves présentant des difficultés d'apprentissage constituent l'effectif le plus important de la population en adaptation scolaire au Québec, depuis près de trois décennies (Matte (1984); Tardif et Presseau (2000)). Les fluctuations de cet effectif au fil des ans ne sont pas fortuites. Elles dépendent, entre autres, des objectifs éducatifs mis de l'avant par le ministère de l'Éducation et des sommes allouées aux institutions scolaires pour l'embauche de professionnels. L'augmentation de la population d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage a ainsi été plus significative entre 1960 et 1980 qu'entre 1980 et aujourd'hui. Par ailleurs, depuis les dernières années, on assiste à une augmentation sensible de cet effectif dans le secteur de l'adaptation scolaire de l'enseignement secondaire. Ce phénomène n'est pas unique au Québec. Comme le montre Chevallard (1988), l'attribution d'échec scolaire par les responsables de l'éducation en France est également conjoncturelle. Ainsi, depuis les deux dernières décennies, la demande pour des citoyens qualifiés, aptes à occuper des postes dans divers secteurs industriels et technologiques, a fait en sorte que les préoccupations concernant l'échec scolaire (ou les difficultés d'apprentissage) se sont déplacées de l'enseignement élémentaire à l'enseignement secondaire.

Depuis plusieurs décennies, l'identification des difficultés d'apprentissage préoccupe nombre de chercheurs en éducation et en sciences cognitives. Et pour cause! Comment expliquer que, dans des conditions scolaires équivalentes, certains élèves obtiennent des résultats académiques satisfaisants, tandis que d'autres ne

parviennent pas à réaliser les apprentissages attendus? C'est pour répondre à cette question qu'on a cherché à caractériser le fonctionnement des élèves présentant des difficultés et construit des outils théoriques et méthodologiques permettant de poser un diagnostic et de suggérer diverses approches remédiatrices.

Déplorant la prolifération de termes suggérés par les chercheurs pour effectuer un diagnostic des difficultés d'apprentissage, Fry (1968) : voir Farhnam-Diggory (1979, p. 14), traduction libre) propose un système diagnostique, en ajoutant, non sans une certaine pointe d'ironie, ce qui suit :

« Le système qui suit donnera 1 000 termes mais si ce n'est pas suffisant vous pouvez utiliser la dyslexie, l'aphasie, la neurophrénie, etc. ». Voici les termes proposés par Fry et la façon de les combiner pour identifier les difficultés d'apprentissage (C.N.S. Système Nerveux Central) : « Choisir un mot de la colonne 1, ajouter un mot dans la colonne 2 et un autre mot de la colonne 3. Si vous n'aimez pas le résultat, essayez à nouveau. La signification sera sensiblement la même. »

Qualificatif	Aire d'implication	Problème
Minimal	Cerveau	Dysfonctionnement
Minimal	Cerveau	Dysfonctionnement
Modéré	Cérébral	Dommage
Mineur	Neurologique	Désordre
Chronique	Arithmétique	Désynchronisation
Diffus	C.N.S.	Handicap
Spécifique	Langage	Inhabilité
Primaire	Lecture	Retard
Désorganisé	Perception	Défaut
Organique	Impulsion	Pathologie
Confus	Conduite	Syndrome

À la même époque, Cruickshank (1967) : voir Farhnam-Diggory (1979, p. 17, traduction libre) écrit :

« Si un enfant vit dans l'état du Michigan, les éducateurs le qualifient d'enfant qui présente une inhabilité perceptive. Si ce même enfant est un résident de la Californie, son éducation peut être prise en charge s'il entre dans la catégorie d'enfant handicapé « éducationnellement ou neurologiquement ». En Pensylvanie, ce même enfant sera placé dans une classe pour enfants présentant des problèmes de langage. »

Peut-on affirmer que les propositions précédentes, qui semblent aujourd'hui étonnantes, ne trouvent pas d'équivalents dans les conceptions qui sous-tendent certaines des propositions actuelles? Quelle que soit notre réponse à cette question, nous devons admettre que ces propositions montrent bien comment la question des difficultés d'apprentissage, que ces difficultés soient en français ou en mathématiques, est une question sensible dans tout système éducatif.

- Comment le traitement de cette question a-t-il évolué depuis les dernières décennies? Quelles sont les théories et les recherches qui ont marqué cette évolution?
- Comment l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire a-t-il évolué ou se positionne-t-il en regard de l'enseignement des mathématiques en classes régulières? Quelles sont les avenues prometteuses d'enseignement aux élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques.
- Quelles sont les difficultés auxquelles sont confrontés les enseignants en adaptation scolaire?
- Quelles sont les attentes et les pratiques en classes régulières et spéciales des futurs enseignants en adaptation scolaire? Comment évoluent-elles au cours de leur formation?

Voilà quelques questions qui animent notre travail.

Les études sur le diagnostic et la rééducation des difficultés des élèves en mathématiques

Dans notre rétrospective des principales études sur le diagnostic et la rééducation des difficultés des élèves en mathématiques, nous distinguons les études réalisées avant et après 1980. Ce découpage relativement grossier nous apparaît correspondre à des transformations ou changements de paradigmes.

Les études antérieures à 1980 partageaient une motivation et une approche naturelles et non négligeables avec d'autres études en sciences appliquées : chercher à résoudre de réels problèmes dont souffraient des individus. Les résultats peu probants des interventions découlant de ces études et l'entrée, autour des années 80, d'approches pédagogiques inspirées par les théories en sciences cognitives, ont conduit les chercheurs à examiner les difficultés des élèves en relation avec les dispositifs d'enseignement, et à proposer des adaptations de ces dispositifs. Le passage à une vision plus « systémique » des difficultés d'apprentissage est aujourd'hui réalisé. La prise en compte des théories en didactique des mathématiques (Artigue (1990), (1994); Bergeron et Herscovics (1989); Brousseau (1998); Brun (1994); Centeno (1995); Chevillard (1991), (1996); Conne (1996); Mercier (1992), (1995); Perrin-Glorian (1993); Rouchier (1991); Vergnaud (1991), (1996)) a permis de mieux comprendre le fonctionnement du système didactique et de ses sous-systèmes, de mieux lier difficultés d'apprentissage et d'enseignement. Diverses ingénieries didactiques ont été construites pour l'enseignement régulier. À notre connaissance, aucune ingénierie pour l'enseignement en classes d'adaptation n'a été réalisée. Ce fait soulève des questions sur la spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire, sur la singularité des rencontres élèves-enseignants-mathématiques dans les classes spéciales.

Première période : antérieure à 1980

Les études sur les difficultés d'apprentissage sont relativement anciennes. Nous donnons un aperçu de quelques études déterminantes.

Définitions, manifestations, diagnostics des difficultés d'apprentissage ou des troubles de l'apprentissage

Les difficultés d'apprentissage des personnes ayant subi des traumatismes cérébraux (notamment, durant la seconde guerre mondiale) ont retenu l'attention de plusieurs chercheurs. Les descriptions des manifestations de ces difficultés ne sont pas sans évoquer certaines des descriptions que l'on rencontre encore aujourd'hui. Rappelons certaines des descriptions proposées par Strauss et Werner (1942) : voir Farhnam-Diggory (1979) :

- a. Réponses amplifiées aux stimuli : tout bruit, tout mouvement ou tout objet retiennent immédiatement l'attention.
- b. Fixation pathologique : persévérance dans des actions, malgré les résultats négatifs de ces actions; on peut associer ce défaut au défaut précédent : des stimuli continuent de capter l'attention.
- c. Absence d'inhibition : activité motrice excessive, hyperactivité.
- d. Dissociation des informations : absence d'intégration des informations ou incapacité de relier les informations en un tout cohérent.

Durant la même période, Luria (1966) : voir Farhnam-Diggory (1979, pp. 84-91) s'est aussi intéressé aux difficultés en arithmétique d'adultes ayant subi des dommages cérébraux. Ses travaux sont précurseurs des travaux prenant en compte le système de traitement de l'information. Les difficultés en arithmétique sont ainsi associées à des défaillances multiples :

- a. Défaut de logique spatiale : par exemple, un adulte écrit le nombre 1 029 ainsi : 120 ou 1 000 29.
- b. Défaut dans la planification : par exemple, le problème « Un garçon est âgé de huit ans. Son père a trente ans de plus que lui et sa mère est dix ans plus jeune que le père. Quel est l'âge de chacun. » est traité de la façon suivante : *chaque partie doit avoir 30, puis 10 et enfin 8, ce qui fait 48 ans et si on divise par trois...*
- c. Persévérance dans l'utilisation de procédures qui ne sont plus appropriées. Par exemple, le problème « Sur deux rayons d'une étagère, il y a 18 livres. Mais ces livres ne sont pas répartis également. Sur un des rayons, il y a deux fois plus de livres que sur l'autre. Combien de livres y a-t-il sur chacun des rayons? » est traité de la façon suivante : *18 livres sur 2 rayons ... sur un il y a deux fois plus ... non ça ne marchera pas ... si on divise également il y aurait neuf ... mais il y a deux fois plus sur un rayon ... sur un neuf ... non égale neuf divisé par deux ... quatre et une demie ... et douze et une demie. Non quatre et sur l'autre quatorze ... Pourquoi quatre ... La moitié est impossible.*

Avec les interventions de l'enseignant, cet adulte réussit à trouver la solution. L'enseignant lui donne un second problème tout à fait semblable au premier,

mais en substituant « deux livres de plus » à « deux fois plus de livres ». L'adulte reproduit la solution qu'il a trouvée pour le premier problème.

- d. Incapacité à effectuer des calculs simples : de nombreux exemples sont fournis.

Ces travaux montrent l'ancrage « médical » des études, ancrage bien compréhensible : population appréciable de blessés de guerre, foisonnement de recherches sur le fonctionnement cérébral. De tels travaux sont toujours réalisés. Nous pensons en particulier aux travaux réalisés par Pesenti, Deloche et Seron (Deloche et Seron (1987); Pesenti et Seron (2000)), travaux bien connus de plusieurs didacticiens. Ces travaux permettent de donner un sens aux erreurs des élèves. Plus encore, les défauts relevés sont toujours invoqués : défaut d'attention, hyperactivité, persévérance, défaut de planification. À cet effet, nous reproduisons la définition adoptée par le *National Joint Committee for Learning Disabilities*, en 1981 (voir Leong (1982, p. 5), traduction libre).

« Difficultés d'apprentissage est un terme générique qui réfère à un groupe hétérogène de désordres qui se manifestent par des difficultés visibles dans l'acquisition et l'utilisation de l'écoute, de la parole, de la lecture, de l'écriture, du raisonnement ou de difficultés en mathématiques. Ces désordres sont intrinsèques à un individu et présumés être dus à un dysfonctionnement du système nerveux. »

Leong ajoute aussi que « les habiletés d'apprentissage et leurs désordres impliquent des processus différents, quoique reliés (ex. : écouter et parler (représentation phonétique); lire et écrire (représentations phonologiques, syntaxiques, sémantiques abstraites)) ». Cette vision prend appui sur les travaux en intelligence artificielle, en sciences cognitives, en psycho-linguistique. Inspirées par ces travaux, les études réalisées par Ginsburg (1977, pp. 124-125); pp. 140-143, traduction libre) ont été maintes fois citées par les chercheurs et les didacticiens. Ginsburg a conduit plusieurs entrevues auprès d'élèves présentant des difficultés en mathématiques. Plusieurs de ses observations et de ses interprétations sont relativement similaires à celles proposées antérieurement par Luria. Il ne s'agit pourtant pas de populations comparables. Les conduites et les interprétations suivantes montrent bien cette parenté :

a. Défaut de logique spatiale :	
$\begin{array}{r} 23 \\ + \\ 5 \\ \hline 73 \end{array}$	
$\begin{array}{r} 19 \\ + \\ 16 \\ \hline 215 \end{array}$	1+1 = 2 9+6 = 15... cet élève constate que 215 contient trop de chiffres... Il décide d'ignorer le 5... produisant la réponse 21. 15-7 = 65 cet élève produit par ailleurs une réponse adéquate lorsque le calcul lui est donné verbalement. Cet élève n'est pas affecté par des réponses contradictoires... Il croit qu'il est normal que nous obtenions des réponses différentes lorsque nous les produisons verbalement ou par écrit. Ce fait, nous dit Faas (1980) a été pointé avec beaucoup d'émphase par Werner.
b. Persévérance :	
$\begin{array}{r} 10 \\ + \\ 1 \\ \hline 20 \end{array}$	Cet élève persiste à utiliser le même procédé lorsqu'il lui est demandé d'utiliser une autre façon de faire le calcul, essayant de reproduire avec ses doigts le procédé utilisé par écrit. Mais Ginsburg observe que le mot « plus » utilisé dans la présentation de la consigne est déterminant. En effet, lorsqu'il demande à l'élève « Combien font 10 et 1? », l'élève répond rapidement 11.

Farhnam-Diggory (1979, p. 95, traduction libre) conclut ainsi sur ces similitudes entre les résultats obtenus par Ginsburg et ceux obtenus par Luria : « *quelques formes de difficultés en arithmétique ou en lecture peuvent avoir une cause cérébrale* ».

Ces interprétations montrent surtout une orientation du regard sur l'élève, abstraction faite de la position de cet élève dans le système didactique.

Comme le souligne Farhnam-Diggory, les études en sciences cognitives et en intelligence artificielle ont toutefois permis de raffiner les études comportementales sur les difficultés d'apprentissage; on parle ainsi de difficultés d'accéder à la mémoire sémantique et de difficultés dans la coordination d'informations. Un élève peut ne pas pouvoir nommer un nombre, non pas parce qu'il ignore le nom de ce nombre, mais parce qu'il ne peut rappeler ce nom assez rapidement. Un élève peut ne pas pouvoir additionner facilement les nombres 7 et 5, en ayant recours à un procédé de comptage avant, parce qu'il ne peut coordonner en mémoire de travail le comptage des nombres qu'il rappelle.

Si dans les études antérieures sur les relations entre l'intelligence (Wechsler (1974); Terman et Merrill (1960)) et le rendement scolaire, les épreuves de mémoire dans les tests d'intelligence occupaient une place importante (empan mnémotique), les capacités de mémorisation n'étaient pas utilisées pour examiner les difficultés des élèves en arithmétique. L'apport des théories sur la mémoire est donc de permettre de mieux lier certaines difficultés au fonctionnement de la mémoire.

L'analyse de procédés (ou de tâches), en terme de coût mnémotique, n'est pas négligeable. Si cette analyse poursuit des objectifs didactiques (et non exclusivement psychologiques), comme c'est le cas dans un grand nombre de travaux actuels en

didactique des mathématiques, elle peut être utile à tous, en particulier aux élèves faibles.

Nous ne saurions passer sous silence les applications réductionnistes de la théorie de Piaget dans l'enseignement, notamment dans l'enseignement aux élèves en difficulté. Dans les années 70, les épreuves piagésiennes ont fait partie de la valise diagnostique de l'orthopédagogue et été à l'origine d'un travail important en enseignement et en rééducation. À ce moment, nous pouvions dire, sans hésiter, qu'il existait bel et bien un travail spécialisé auprès d'élèves en difficulté.

Il faut enfin reconnaître les travaux en intelligence artificielle sur le diagnostic des « bugs » en arithmétique (Brown et Burton (1978)). Ces travaux se situent dans le prolongement de plusieurs études sur les erreurs de calcul. En 1926, Buswell et Johns (voir Faas (1980, p. 263, traduction libre)) établissent une liste de 24 erreurs sur la soustraction; nous en reproduisons quelques-unes :

« Erreurs sur les combinaisons. Ne prend pas en compte le fait d'avoir emprunté. Erreurs dues à la présence de 0 dans le premier terme. Inversion des termes de la soustraction. Néglige d'emprunter, donnant 0 pour réponse. Erreur de lecture. Omet une colonne. Utilise un procédé d'addition essai-erreur. »

Les travaux de Brown et Burton ont permis de modéliser les règles productrices de ces erreurs et de plusieurs autres. Par la suite, dans leurs études sur les erreurs des élèves en division, Conne et Brun (1991) ont construit une interprétation de ces erreurs, montrant l'utilité de la notion de schème pour « voir autrement » les erreurs, pour les voir comme des produits d'un élève qui a « bel et bien » appris.

Remédiation des difficultés d'apprentissage

Durant cette première période, la remédiation des difficultés procède souvent par un ré-enseignement des objets de savoir, utilisant alors des modèles ou des dispositifs matériels et partant du schéma d'enseignement-apprentissage suivant : travail sur des modèles ou des dispositifs matérialisés, travail sur des dispositifs figuratifs, travail sur des dispositifs symboliques ou canoniques. On peut mettre en évidence un découpage des objets se traduisant souvent par un apprentissage des gestes à faire. Un tel découpage et un tel enseignement des gestes peuvent toujours être observés, comme le montrent plusieurs études récentes (nous y reviendrons). On assiste aussi à la mise en place d'un curriculum découlant d'une interprétation des travaux de Piaget sur les structures logiques, sur le nombre, interprétation bien documentée et coïncidant avec la réforme des « math modernes ». Citons l'ouvrage de Jaulin-Mannoni (1965) sur « La rééducation du raisonnement mathématique », ouvrage qui a fait beaucoup de bruit. Jaulin-Mannoni propose diverses activités sur l'espace, le temps, le nombre, le symbolisme et la pensée mathématiques. Certaines de ces activités ont fait leur entrée dans les manuels scolaires pour les classes régulières. Dans l'introduction, on peut lire ce qui suit : « *Le matériel concret n'est pas autre chose qu'un moyen de communication plus accessible à l'enfant que ne l'est la parole* » (p. 15). Il s'agit d'une affirmation assez étonnante, que nous ne discuterons

pas, mais qui supporte le recours souvent critiqué à des représentations composées de dessins d'objets et de signes opératoires.

Dans d'autres études, on suggère aussi un travail important sur le vocabulaire, prenant en compte le fait que plusieurs élèves qui présentent des difficultés ne savent interpréter et utiliser adéquatement le vocabulaire utilisé en mathématiques. Boehm (1970 : voir Faas (1980)) a ainsi proposé plus de 90 mots de ce vocabulaire. Bref, ce qui est fait est conséquent au diagnostic posé, et en accord avec les représentations de l'enseignement et de l'apprentissage. L'enseignement auprès d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage repose souvent sur l'ingéniosité de l'enseignant. Cette ingéniosité peut être déployée d'autant plus aisément que les dispositifs d'enseignement sont peu élaborés, laissant à l'enseignant le choix de construire ses propres tâches et de les mener comme il l'entend.

Dans cette période, se développent divers outils conceptuels et méthodologiques visant à mieux comprendre les productions des élèves, à donner un sens à leurs productions : entrevue clinique, entrevue diagnostique, entrevue rééducative, analyse de protocoles. Plusieurs chercheurs canadiens, américains et européens ont contribué à ce travail.

Seconde période : postérieure à 1980

Au cours des vingt dernières années, le diagnostic des difficultés d'apprentissage en mathématiques a pratiquement cessé de reposer sur une batterie d'épreuves psychologiques, cognitives, pédagogiques et disciplinaires. Le peu d'intérêt didactique des résultats obtenus à la suite de l'administration de ces épreuves, la conviction partagée par plusieurs praticiens et chercheurs, à l'effet que les difficultés d'apprentissage ne sont pas une caractéristique immuable d'un individu (structurale), ont sans doute permis de transformer cette pratique. Parler de difficultés d'apprentissage sans parler de l'institution dans laquelle elles se révèlent, des critères et des caractéristiques du fonctionnement de cette institution, des enjeux pour les différents membres de cette institution, pose problème et limite l'action dans cette institution.

Les élèves dont le rendement scolaire est insuffisant, les élèves qui subissent des échecs scolaires, les élèves dits « faibles », vivent, certes, une situation différente de celles des autres élèves de leurs classes respectives. Cette situation se rencontre dans les classes spéciales, mais aussi dans les classes régulières. Les enseignants de ces classes doivent composer avec cette situation.

Dans un premier temps, nous examinons les études visant à mieux comprendre ce qui pourrait différencier les élèves qui présentent « des difficultés » en mathématiques des autres élèves. Nous présentons, dans un second temps, certaines propositions didactiques visant à faciliter les apprentissages de ces élèves.

Depuis 1980, préoccupés par les difficultés des élèves en mathématiques, les chercheurs ont élaboré des outils conceptuels et méthodologiques pour identifier les connaissances et les représentations des élèves, dont les rapports aux objets du

savoir enseigné sont jugés problématiques. Notre communauté de chercheurs québécois a grandement contribué à cette œuvre. Plusieurs chercheurs québécois ont ainsi procédé à des analyses conceptuelles des savoirs enseignés et des problèmes que soulève leur construction; plusieurs ont aussi puisé, dans les tâches et les problèmes présentés en classes, des informations qui leur ont permis de mieux interpréter les réponses des élèves; plusieurs ont également proposé diverses manières de prendre appui sur les connaissances des élèves, pour les questionner, les confronter, les enrichir. Citons, entre autres, les études réalisées par De Blois (1996); numération de position), par Rosar, Van Nieuwenhoven et Jonnaert (2001); fractions), par Deneau, Thivierge-Ayotte et Schmidt (2001); égalités arithmétiques).

Nous ne saurions rendre compte, dans ce texte, de l'ensemble des recherches sur les difficultés des élèves en mathématiques, cet ensemble incluant les recherches citées précédemment. Nous avons choisi de restreindre notre champ d'investigation en nous intéressant aux études portant sur la résolution de problèmes mathématiques.

Les élèves « en difficulté ou faibles » en résolution de problèmes mathématiques

Les élèves « en difficulté ou faibles » en résolution de problèmes mathématiques ont été scrutés par un nombre important de chercheurs. Et pour cause! Résoudre des problèmes est entrer dans une pratique mathématique reconnue.

Analyse des difficultés

Il n'est pas sans intérêt de rappeler que, de tout temps, comme le souligne Brown (1986), les enseignants ont présenté à leurs élèves des problèmes à résoudre. Plus encore, comme le montre Sarrazy (1996), les enseignants ont toujours été invités à soumettre à leurs élèves des problèmes comportant des données manquantes, à demander à leurs élèves de rédiger des problèmes et de représenter les données des problèmes. Quelle est alors la signification de l'insistance actuelle sur l'activité de résolution de problèmes?

L'originalité de l'orientation actuelle, déjà amorcée dans les années 80, réside, selon nous, dans une utilisation originale des problèmes dans l'enseignement. Les problèmes ne sont plus des exercices que les enseignants donnent à leurs élèves, selon une vision applicationniste des connaissances enseignées, mais des problèmes que les élèves doivent résoudre pour construire de nouvelles connaissances. Ce n'est pas ainsi par hasard que l'activité de résolution de problèmes a été associée à une vision constructiviste de l'apprentissage, dans une interprétation, par ailleurs souvent discutable, des travaux de Piaget (Brun (1994)). Dans les théories actuelles en didactique des mathématiques, les problèmes acquièrent la fonction de donner un sens aux savoirs mathématiques qui sont enseignés et appris. La résolution de problèmes est ainsi une « activité mathématique » ou « une interaction d'un sujet avec un milieu propice aux pratiques mathématiciennes » (Conne (1999, p. 35)), pratiques référées à celles de la société des mathématiciens (Rouchier (1991)).

Chez les chercheurs en didactique des mathématiques, l'intérêt pour la résolution de problèmes doit aussi être contextualisé par un rappel d'événements majeurs

qui leur ont permis de se construire des « outils pour étudier les conduites des élèves » et pour « intervenir sur ces conduites ».

La conjonction des travaux de Polya (1965) sur l'activité engagée dans la résolution de problèmes de mathématiques, des travaux de Krutetskii (1976) sur les habiletés en mathématiques des élèves, des travaux sur la résolution de problèmes mathématiques et l'enseignement des mathématiques (Ginsburg (1977); Schoenfeld (1985), (1987)), des travaux en intelligence artificielle sur les différences entre les solutionneurs experts et novices (Hinsley, Hayes et Simon (1978); Mayer (1981), (1985); Newell et Simon (1972); Riley, Greeno et Heller (1983)), des travaux sur la représentation (Anderson (1976); Kintsch (1977); Rumelhart et Ortony (1977); Mounoud (1985); Vergnaud (1981), (1983)), sur les stratégies et les processus cognitifs et métacognitifs (Mayer (1981), (1985); Richard (1990); Vygotsky (1978); Wong (1992)), a ainsi ouvert un champ, « encore fort actif ou en plein débroussaillage », aux chercheurs en didactique des mathématiques préoccupés par les difficultés des élèves en résolution de problèmes.

Pour montrer comment les résultats de ces recherches orientent l'analyse des difficultés des élèves, nous reproduisons quelques énoncés de problèmes proposés et analysés par Julo (1995).

Énoncés A : (Julo (1995, p. 154))

- 1 *Tom et Anne ont 9 noisettes à eux deux. Trois de ces noisettes appartiennent à Tom. Le reste appartient à Anne. Combien Anne a-t-elle de noisettes?*
- 2 *Tom et Anne ont 9 noisettes à eux deux. Tom a trois noisettes. Combien Anne a-t-elle de noisettes?*

Julo mentionne que les difficultés observées chez les élèves dans la résolution du 2^e problème proviennent de l'incompréhension du fait que les trois noisettes qui appartiennent à Tom font partie de la collection de 9 noisettes. Plusieurs élèves choisissent alors d'additionner 9 et 3.

Énoncés B : (Julo (1995, p. 104))

- 1 *Une école de 75 élèves veut organiser une sortie. À ce moment de l'année, il y a dans la caisse de l'école 525 F. De plus, le conseil municipal donne 20 F par élève. Pour le transport, il faut 2 cars et le prix de location d'un car est de 965F. La visite du zoo coûte 50 F. Y a-t-il assez d'argent pour la sortie?*
- 2 *Une école de 75 élèves veut organiser une sortie. À ce moment de l'année, il y a dans la caisse de l'école 4 150 F. De plus, le conseil municipal donne 20 F par élève. Pour le transport, il faut 2 cars et le prix de location d'un car est de 965 F. La visite du zoo coûte 50 F. Y a-t-il assez d'argent pour la sortie?*

Julo souligne plusieurs difficultés que peuvent rencontrer les élèves dans la résolution de ces problèmes :

- a. difficultés liées à la représentation : schéma « recettes/dépenses », connaissances du monde : sélection et organisation de toutes les informations pertinentes (ex : 20 F par élève... 75 élèves...);

- b. évaluation-validation de la solution réponse : problème 1 : si on calcule 50 F par élève, on n'a pas suffisamment d'argent; quoi faire? s'en tenir à cette réponse ou revenir au texte du problème pour une réinterprétation... des données...?

Dans cette étude, Julo (1995) montre également comment les élèves faibles sont sensibles aux indices ou aux consignes qui accompagnent la présentation des problèmes. Ce résultat rejoint ceux montrés dans plusieurs études, prenant en compte la notion de contrat didactique (Brousseau, 1998; Sensevy (1998)). Comment intervenir auprès de ces élèves?

Propositions didactiques

Plusieurs propositions didactiques émanent des travaux sur la résolution de problèmes mathématiques. Nous choisissons de présenter quelques propositions qui ont marqué la communauté des didacticiens et des chercheurs en didactique.

a. enseignement de stratégies et d'heuristiques

La connaissance des processus, stratégies et heuristiques en résolution de problèmes et des difficultés rencontrées par plusieurs élèves a conduit plusieurs chercheurs à proposer l'enseignement de ces processus, stratégies et heuristiques. Schoenfeld (1985), (1987) a réalisé plusieurs recherches sur l'enseignement des mathématiques privilégiant une approche qui met l'accent sur l'utilisation d'heuristiques en résolution de problèmes. Il formule ainsi son intention (1987, p. 18) :

« Mon intention était de poser la question des heuristiques de résolution de problèmes dans la perspective des études en sciences cognitives : Quel niveau de spécification doit-on atteindre pour décrire les stratégies de résolution de problèmes de manière à ce que les étudiants puissent les utiliser ».

Les résultats des expériences d'enseignement qu'il a réalisées sont probants. Les étudiants qui ont été entraînés à utiliser des heuristiques peuvent résoudre des problèmes similaires à ceux qu'ils ont résolus durant l'enseignement, mais aussi des problèmes qui ne sont pas similaires à ces derniers. Ces étudiants se montrent enfin capables de résoudre des problèmes complexes.

Les études réalisées par Schoenfeld concernaient des populations d'élèves ou d'étudiants ne présentant pas de difficultés graves d'apprentissage. Elles ont cependant inspiré nombre de chercheurs préoccupés par l'enseignement aux élèves présentant de telles difficultés. Des études similaires sur l'enseignement de stratégies cognitives et métacognitives sont toujours conduites. À titre d'exemple, on retrouve les recherches conduites par Montague (Montague (1992), (1997); Montague *et alii* (2000)). Dans ces recherches, l'enseignement des stratégies est organisé en leçons et son effet sur les performances des élèves en résolution de problèmes est examiné. Dans le programme *Solve it*, les stratégies enseignées sont les suivantes (Montague (1992, p. 234), traduction libre) :

Lire (pour comprendre)

Se dire : Lire le problème. Si je ne comprends pas, je lis à nouveau.

Se demander : Ai-je lu et compris le problème?

Vérifier : Pour comprendre comment je résous le problème.

Paraphraser (vos propres mots)

Se dire : Souligner l'information importante. Mettre le problème dans mes propres mots.

Se demander : Ai-je souligné l'information importante? Quelle est la question? Qu'est-ce que je cherche?

Vérifier : Que l'information va avec la question.

Visualiser (un dessin, un diagramme)

Se dire : Faire un dessin ou un diagramme.

Se demander : Est-ce que le dessin va avec le problème?

Vérifier : Le dessin contre l'information donnée dans le problème.

Envisager : Un plan pour résoudre le problème.

Se dire : Décider combien d'étapes et d'opérations sont nécessaires.

Écrire : Les symboles opératoires.

Se demander : Si je fais cela, que vais-je obtenir? Si je fais cela, que devrais-je faire ensuite?

Combien d'étapes sont nécessaires?

Vérifier : Que le plan fait sens.

Estimer : Prédire la réponse.

Se dire : Arrondir les nombres, faire le problème dans ma tête, et écrire la réponse estimée.

Se demander : Ai-je écrit la réponse estimée?

Vérifier : Que j'ai utilisé l'information importante.

Calculer : Faire l'arithmétique.

Se dire : Ai-je fait les opérations dans le bon ordre?

Se demander : Comment ma réponse se compare à ma réponse estimée? Est-ce que ma réponse fait sens?

Vérifier : S'assurer que tout est fait correctement.

Se dire : Vérifier les calculs.

Se demander : Ai-je vérifié chaque étape? Ai-je vérifié les calculs? Ma réponse est-elle bonne? Si non, revenir en arrière. Alors, demander de l'aide si j'en éprouve le besoin.

Si on ne peut douter des effets de cet enseignement, il est difficile d'aller au-delà de cette réception, ne connaissant généralement que des tâches proposées et les performances des élèves à ces tâches. Enfin, le fait que de telles recherches se poursuivent montre bien, il nous semble, la difficulté de penser des situations visant à engager les élèves dans une activité mathématique féconde.

b. constructions d'environnements immédiats, disponibles et conditionnels visant à prévenir ou pallier les dysfonctionnements des élèves

Dans son ouvrage, Julot (1995) fait aussi état de modalités visant à prévenir la multiplication des dysfonctionnements. Nous les résumons :

- Recourir à la multi-représentation (p. ex : problèmes similaires (contextes différents)). Si les effets sur les performances en résolution de problèmes sont positifs, il importe de se demander comment on peut y recourir, sans trop de risques de produire des effets de contrat (Brousseau (1998)) qui feraient illusion sur l'authenticité des connaissances imputées à l'élève.

- Recourir à l'aide à la représentation :
 1. entraîner les élèves à se représenter des classes de problèmes bien déterminées, en recourant aux travaux de Vergnaud (1981), (1983) sur les problèmes additifs et multiplicatifs, ou encore, aux travaux sur les schémas de problèmes (voir les travaux cités précédemment) : traduction graphique d'un énoncé. Les risques liés à l'utilisation de schémas de problèmes, ou d'une forme particulière de représentation, doivent être examinés. Vaut mieux « faire en sorte qu'un problème donné soit compris et résolu » (Julo (1995, p. 147))
 2. définir un environnement : « ... au point de départ, une problématique c'est-à-dire quelque chose d'abstrait qui associe un objet (de nature mathématique ...) et une tâche particulière. [...] L'objectif lorsqu'on fabrique un problème, est de transformer cette problématique en une situation de résolution de problèmes c'est-à-dire, en fait, un environnement avec lequel les élèves puissent interagir pour accéder à la problématique et la traiter. Il existe plusieurs façons de décrire et de modéliser un tel environnement : du point de vue de son contenu mathématique, [...], du point de vue des processus didactiques qui le caractérisent ou encore du point de vue du fonctionnement cognitif lié aux interactions qu'il permet, [...] » (Julo (1995, p. 148)). Julo distingue divers environnements : l'environnement immédiat du problème (données et autres éléments (matériel, consigne, etc.)); l'environnement disponible constitué de tous les éléments disponibles pour résoudre le problème, et qui ne sont pas présents dans l'environnement immédiat (aide que l'on peut solliciter; aides provenant de notes de cours, de fiches, etc.); l'environnement conditionnel (aide ponctuelle, interventions, ou tutorat). Il ajoute « nous avons toujours tendance à aider trop et [...] cette aide se situe, presque toujours, du côté des procédures et non du côté des représentations » (p. 152).
- Recourir à des tâches annexes : surtâches portant généralement sur le traitement des informations de l'énoncé (lire l'énoncé à voix haute, questions sur l'énoncé, etc.); un des risques est d'inscrire, en règles à suivre, les suggestions faites, ou d'ajouter d'autres tâches, ce qui alourdit souvent inutilement le travail.

c. le travail sur l'erreur et le changement des habitudes de travail des élèves

Nombre de chercheurs en didactique des mathématiques se sont préoccupés du traitement de l'erreur dans l'enseignement. Avant d'examiner quelques expériences didactiques, il nous semble important de reproduire les remarques effectuées par Chevallard (1988, p. 75) à la suite d'une étude de la copie d'un élève de terminale, lors d'une interrogation écrite :

« L'erreur de l'élève n'est donc que l'effet et le symptôme, dont la répétition engendrera peut-être une situation d'attribution d'échec, d'un rapport au calcul algébrique - notre objet O - à très faible idonéité. On imagine que, pour supprimer des « étourderies » telle celle constatée plus haut, c'est un

travail profond qui devrait être entamé; rien de moins que le remaniement du rapport de l'élève au calcul algébrique! »

Remanier le rapport des élèves à certains objets du savoir mathématique, en allant au-delà de la face publique de l'erreur, est donc un travail complexe. Reconstruire la biographie didactique d'un élève, comme l'ont bien montré Mercier (1992) et DeBlois (1996), peut s'avérer fort précieux et déboucher sur des interventions efficaces. Intégrer un travail sur l'erreur aux dispositifs usuels d'enseignement peut aussi amener une transformation non négligeable des rapports publics et privés des élèves aux objets mathématiques. Dans son ouvrage, Sensevy (1998, pp. 101-108) parle ainsi de l'intérêt du travail sur l'erreur :

« L'intérêt du travail sur l'erreur pourrait donc en classe être double :

- favoriser une activité de type épistémologique, que fournirait le fait de travailler sur ses propres erreurs ou les erreurs des autres. Ce travail serait aussi une tâche d'apprentissage;*
- mettre à mal l'allant-de-soi de l'épistémologie quotidienne, aussi bien affectifs (« je suis l'erreur que j'ai commise ») qu'épistémologiques (« le maître seul possède ontologiquement le pouvoir de repérer les erreurs »), ces allant-de-soi pouvant s'apprécier comme nouveaux avatars de la position d'attente.*

[...]

Notre intention était de faire en sorte que l'élève construise un rapport à l'erreur désigné de manière déclarative aux élèves de la façon suivante :

Une erreur n'est pas une faute. Il n'y a pas à se sentir coupable de faire une erreur. On peut beaucoup apprendre de ses propres erreurs, ou des erreurs des autres. Il est important de savoir travailler sur ses (des) erreurs; il faut donc apprendre à le faire. Il est important de retenir certaines erreurs « types », qui vont servir de guide pour les futurs travaux. »

Dans le but de provoquer une rupture des habitudes des élèves dans le traitement de problèmes multiplicatifs, Sensevy invite les élèves à fabriquer des problèmes. Les élèves se pratiquent d'abord à reconnaître les différents cas de la typologie de problèmes définie par Vergnaud (1991). Divers énoncés de problèmes sur la soustraction leur sont soumis pour introduire cette typologie et les élèves doivent produire par la suite une fiche comportant 1 problème pour chacun des cas de la typologie, en inscrivant au verso de la fiche l'attribution de cas dans la typologie (correction). Chaque fiche est alors examinée par une dyade d'élèves. Si elle est jugée adéquate, elle est placée dans un fichier. Dans le cas contraire, la fiche est transformée, puis placée dans le fichier. En cas de désaccord persistant, l'enseignant intervient : *« Le consensus sur la base duquel enseignant et élèves travaillaient était que tout au long du processus (fabrication-correction-vérification de la correction-choix de la fiche-discussion en cas de désaccord), l'enseignant devait intervenir le*

moins possible. » (Sensevy (1998, p. 118)). Le repérage de l'erreur tombe sous la responsabilité de l'élève, plutôt que sur celle de l'enseignant. *Dans cette perspective, la régulation ne se faisait pas « par les résultats attendus, mais par l'erreur nécessairement détectée et traitée par les élèves »* (Sensevy (1998, p. 118); voir aussi Amigues (1994, p. 97)).

Ce travail a contribué à mettre en place des rapports à des objets nouveaux, à créer les habitus d'une pratique nouvelle. C'est dans ce cadre, qu'a succédé par la suite (2^e année du projet), le travail sur la production de problèmes de fractions. Les problèmes ainsi construits par les élèves devaient respecter certaines consignes ayant trait à la typologie (p. ex : état final, transformation, etc.) et amener les élèves à « *produire du nouveau et à prendre conscience des insuffisances de leurs énoncés* » (Sensevy (1998, p. 121)).

Sensevy montre l'intérêt de ce travail dans la transformation des habitudes des élèves, dans leur prise de conscience de leur responsabilité à l'égard de la production d'erreurs, dans leur prise de conscience de leurs possibilités d'apprentissage, et dans les apprentissages réalisés. Un travail similaire de rédaction de problèmes multiplicatifs a aussi été mené avec succès auprès d'élèves faibles de milieux favorisés et défavorisés par Lemoyne, Giroux et Biron (1990).

Conclusion

Les élèves en difficultés d'apprentissage, comme nous l'avons évoqué précédemment, et comme le montrent plusieurs études (Sensevy (1998); Perrin-Glorian (1993)), semblent souvent s'être installés dans une « position d'attente » qui « limite considérablement le désir, l'appétence » (Sensevy (1998, p. 61)). La rencontre avec l'ignorance qui devrait susciter le désir d'apprendre est souvent une rencontre ratée. De plus, même si on parvient à établir une biographie didactique (Mercier (1992)), même en comptant avec les mémoires didactiques (Brousseau et Centeno (1991)), même en recourant à des techniques variées visant à mieux documenter la mémoire personnelle de ces élèves (Coppé (1995)), il est difficile d'engager un dialogue didactique avec ces élèves. Encore plus que les autres, ces élèves ont un pouvoir certain sur l'avancée du temps didactique; ces élèves participent bel et bien à l'enseignement (Mercier (1998)). Nos expériences en classes d'adaptation nous montrent que les élèves disposent de nombreux moyens pour provoquer des pauses didactiques : passivité, nombreux appels à l'aide, travail effectué à la hâte, indiscipline, etc. Il importe de reconnaître les difficultés qu'éprouvent un grand nombre d'enseignants en adaptation scolaire. Nous ouvrons donc une fenêtre sur ces difficultés.

Les enseignants en difficulté d'enseignement : ce qui les différencie des autres

Un enseignement spécialisé se reconnaît d'abord par une extension du temps didactique. À cet égard, le travail réalisé par Favre (1993), (1997), sur l'enseignement

en classes régulières et spéciales, est fort précieux pour montrer qu'il s'agit bel et bien de deux institutions différentes. Son travail sur l'enseignement de la multiplication montre aussi qu'il est possible d'agir dans et sur ces institutions. Mais avant d'explorer des façons d'agir, il est important de « parler un peu des enseignants en difficulté d'enseignement ».

Un enseignant est en difficulté d'enseignement lorsque les dispositifs qu'il croyait « pertinents » montrent leur inefficacité à produire des savoirs institutionnellement reconnus chez ses élèves. Conne et Favre (1999) ont bien montré cette difficulté.

Que faire alors? Avant de présenter ce qui pourrait être fait, il nous semble important de prendre quelques instants pour montrer que certains refuges des enseignants sont tout à fait compréhensibles, et trop souvent amplifiés par des applications de recherches servant de phares idéologiques. Nous avons pu montrer comment les recherches sur la résolution de problèmes et sur les erreurs de calculs ont débouché sur des pratiques « spéciales ». Les règles productrices des erreurs de calcul ont été interprétées comme s'il s'agissait des règles des élèves, des connaissances lacunaires des élèves, et non comme des produits d'apprentissage dénotant d'authentiques efforts de construction de connaissances chez les élèves (Conne et Brun (1991)). Mais regardons de plus près les pratiques en enseignement spécialisé.

Si dans l'enseignement spécialisé, plusieurs enseignants prolongent les pré-requis ou effectuent un dressage des gestes (voir, entre autres, les études de Mercier sur les fractions (Mercier (1995))), rendant visibles tous les gestes producteurs des réponses attendues, il nous faut prendre acte de ce fait et avouer les difficultés d'enseignement. S'agit-il, comme aimeraient le croire les magiciens des théories d'apprentissage et d'enseignement, d'une application « behaviorale »? Nous n'en sommes pas si sûres. À cet effet, nous aimerions rappeler une expérience « spécialisée » et récente auprès d'un élève de 6^e année.

Le travail clinique réalisé avec cet élève a été marqué par des actions souvent improvisées, témoignant de nos difficultés d'enseignement. Cet élève, dont les connaissances langagières et les performances en français étaient nettement supérieures à celles de son groupe de référence, a montré, dès notre première rencontre, un désinvestissement, voire une indifférence marquée pour les mathématiques. Avouant produire des erreurs en multiplication, nous lui proposons les calculs suivants : 239×452 ; 240×452 ; $2\,400 \times 4\,520$; $2\,390 \times 452$; nous lui demandons de faire le moins de calcul possible, mais de s'assurer qu'il a bien obtenu les réponses justes. Parfait, nous dit-il. Et il fait tous les calculs, commettant alors plusieurs erreurs. Nous poursuivons en lui demandant de faire : $24\,000 \times 40\,001$; il applique, une fois de plus, l'algorithme usuel, application erronée, compte tenu du nombre de rangées comportant un alignement de 0 qu'il doit produire. Enfin, en désespoir de cause, nous lui demandons s'il peut composer un énoncé de problème comportant les nombres des deux premiers calculs et partir de la réponse obtenue à un des problèmes, pour trouver la réponse à l'autre problème. Les problèmes rédigés sont d'une pauvreté contextuelle désarmante, mais sensés et, oh! Miracle!, il trouve facilement comment transformer la réponse au premier problème pour produire la

réponse au second problème. Mais il avoue préférer faire les calculs qu'on lui demande. À la fin de cette rencontre, il nous demande de lui faire faire des problèmes à la seconde rencontre car, dit-il, il doit passer un examen d'étape. Nous choisissons des problèmes voisins de ceux rencontrés dans son manuel. Les performances de l'élève sont très faibles; les erreurs commises sont voisines de celles décrites dans les études. Voici quelques-uns des problèmes présentés à l'élève :

1. Dans la classe de Peter, $\frac{1}{4}$ des élèves préfèrent le basketball; $\frac{3}{10}$, le hockey; 16 %, le baseball. Le reste des élèves préfèrent le patin. Quel pourcentage des élèves préfèrent le patin?
2. Nicolas a 36 pièces de monnaie. Les $\frac{5}{6}$ de ses pièces sont des pièces de 25c. Le reste de ses pièces sont des pièces de 1c. Combien de pièces de 1c Nicolas a-t-il?
3. Lorsqu'on a demandé à Fred l'âge de ses sœurs, il a répondu : Lise a le tiers de l'âge d'Annie, France a 4 ans de plus que Lise et la somme de leurs âges est de 44 ans. Pouvez-vous déterminer les âges respectifs de chacune des sœurs de Fred?
4. Un commerçant très maniaque a l'habitude de compter le nombre de raisins qu'il a sur l'étalage de la devanture de son commerce. Aujourd'hui, il a réussi à compter 234 468 raisins. Par un curieux hasard, 117 clients se présentent en même temps et souhaitent se partager tous les raisins. Pensez-vous que chacun des clients peut avoir au moins 10 000 raisins? Au moins, 1 000? Au moins, 2 000? Êtes-vous capable de trouver le nombre de raisins de chacun, en faisant très peu de calculs? Et si le commerçant trouve encore dans sa réserve 2 457 raisins, avec combien de raisins les clients pourront-ils partir?

Cette situation survient au moment où nous examinons le travail de Sensevy (1998) sur la fabrication de problèmes. Nous nous remémorons, à cette occasion, les travaux de l'équipe de Vergnaud dont fait état Rouchier (1991), Rouchier (1999). Nous décidons de donc de reproduire la typologie de Vergnaud (1981), (1983) sur les problèmes additifs et multiplicatifs. Nous demandons à l'élève d'étudier cette typologie et de prendre tous les problèmes qui apparaissent dans les épreuves de fin d'étape, de les rassembler selon cette typologie. Nous lui proposons aussi divers schémas pouvant lui être utiles pour organiser les données des problèmes qu'il juge particulièrement difficiles. Nous insistons pour qu'il laisse de côté les problèmes qui lui semblent faciles. À titre d'exemple, voici les schémas proposés pour un des problèmes multiplicatifs : *J'ai 9 paquets de gommes. Chaque paquet contient le même nombre de gommes. Dans les 9 paquets, j'ai 108 gommes. Combien de gommes devrais-je avoir si au lieu de 9 paquets j'avais 27 paquets.*

Schémas : #1 tableau	
Paquets	Gommes
9	108
27	?

Schémas : #2 flèche		
Paquets		Gommes
9	→	108
27	→	?

L'élève rassemble presque sans erreurs les problèmes puisés dans les épreuves de fin d'étape, en recourant à la typologie. Il constate que, si on fait abstraction des contextes et des nombres utilisés, les problèmes « se laissent avaler - comme il dit - par ces choses ». Et les outils « typologie » et « schémas » sont ensuite utilisés avec profit par cet élève, puis négligés lorsqu'ils sont intégrés. L'élève se construit enfin un outil « hybride » pour les problèmes qu'ils jugent plus difficiles, par exemple, pour le problème suivant : *Nicolas a 36 pièces de monnaie. Les 5/6 de ses pièces sont des pièces de 25c. Le reste de ses pièces sont des pièces de 1c. Combien de pièces de 1c Nicolas a-t-il?*

Pièces de 25c	→	Pièces en tout	→	Pièces de 1c
?	5/6 de	36	de 1/6	?
				?????
				R : 6

La décision de proposer une typologie et des schémas de problèmes, décision prise presque en désespoir de cause, s'avère fructueuse. Parmi les problèmes jugés difficiles par l'élève, on retrouve ceux dont la solution fait appel à des calculs sur des grands nombres entiers, sur des nombres décimaux et sur des fractions. Nous nous sommes donc intéressées aux difficultés de l'élève en calcul arithmétique et sur les fractions. Dans un premier temps, nous avons eu recours à un couplage problème-calcul. Nous avons, par exemple, produit deux versions d'un des problèmes présentés dans le manuel de l'élève.

Problème 1 :

Un commerçant très maniaque a l'habitude de compter le nombre de raisins qu'il a sur l'étalage de la devanture de son commerce. Aujourd'hui, il a réussi à compter 234 468 raisins. Par un curieux hasard, 117 clients se présentent en même temps et souhaitent se partager tous les raisins. Pensez-vous que chacun des clients peut avoir au moins 10 000 raisins? Au moins, 1 000? Au moins, 2 000? Combien de raisins chacun des clients pourra-t-il obtenir?

Problème 2 :

Un commerçant très maniaque a l'habitude de compter le nombre de raisins qu'il a sur l'étalage de la devanture de son commerce. Aujourd'hui, il a réussi à compter 190 304 raisins. Par un curieux hasard, 905 clients se présentent en même temps et souhaitent se partager tous les raisins. Pensez-vous que chacun des clients peut avoir au moins 10 000 raisins? Au moins, 1 000? Au moins, 100? Combien de raisins chacun des clients pourra-t-il obtenir?

L'élève répond correctement aux trois premières questions de ces problèmes, mais ne peut effectuer correctement les calculs pour répondre à la dernière question. Ainsi, dans le second problème, il sait que chacun des clients pourra recevoir un nombre de raisins *dans les centaines* (expression utilisée par l'élève); il ne sait, par ailleurs, utiliser l'information précédente pour questionner le nombre 21,2, quotient de la division qu'il effectue. Prenant la décision de ne pas traiter directement cette erreur, nous avons recours à un enseignement de gestes sans parole, demandant alors à cet élève de produire la parole; cette démarche est souvent celle de l'enseignant qui commente, par exemple, les écritures qu'il produit au tableau. Nous effectuons donc des multiplications et des divisions d'entiers, de décimaux, de fractions. Et cette intervention s'avère pertinente. Il apparaît important de souligner que l'enseignement de gestes n'est pas en soi un enseignement à condamner; il faut comprendre la situation qui le porte.

Les histoires précédentes ne sont pas uniques. Elles montrent bien que les pratiques des enseignants en difficulté sont quelquefois des pratiques par défaut; leur issue semble plus incertaine que ne le sont les pratiques faisant partie de la boîte didactique de l'enseignant. Et pourtant! Comment agir sur les pratiques en enseignement spécialisé, voire en enseignement régulier?

Comme le montrent enfin plusieurs études, lorsque nous présentons un projet d'enseignement à des enseignants spécialisés, nous faisons souvent face à des déclarations sur la non adaptation de ces situations à leur clientèle d'élèves (Favre (1997); Gaudreau *et alii* (2001)). Cette réaction est tout à fait intelligible, si on prend en considération les pratiques courantes souvent renforcées par des discours sur l'importance de faire vivre des succès aux élèves présentant des difficultés, de procéder par étapes, etc. Cette réaction est aussi rencontrée dans le milieu de l'enseignement régulier, mais soutenue par d'autres discours.

Quiconque parcourt les manuels en usage doit aussi reconnaître que des intuitions ou des idées ingénieuses sont peu ou mal exploitées dans l'enseignement, à défaut d'une problématisation des situations qui pourrait permettre, par des activités mathématiques pertinentes, une entrée dans des pratiques mathématiciennes (Conne (1999)). Parler de la problématisation de l'enseignement des mathématiques est aussi parler de connaissances et de savoirs (Brousseau (1998); Conne (1996); Rouchier (1991)). Dans l'enseignement spécialisé, qui veut partir des connaissances des élèves doit souvent faire acte de devin, à moins de s'en tenir à une analyse de

surface des conduites des élèves. Par ailleurs, dans un enseignement problématisé, ces connaissances agissent et se montrent assez fréquemment à l'observateur curieux.

Les attentes et les pratiques en classes spéciales et régulières des futurs enseignants en adaptation scolaire

Intervenir efficacement auprès d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage est le souhait de tout enseignant en adaptation scolaire. Si, au fil des ans, les enseignants en exercice et les chercheurs en didactique des mathématiques, ont construit et éprouvé un certain nombre d'interventions efficaces, il en est autrement chez les futurs enseignants en adaptation scolaire. Préparer ces futurs enseignants à intervenir efficacement s'avère une entreprise complexe. Les attentes et les pratiques en classes spéciales et régulières des enseignants en exercice, comme nous en avons brièvement fait état, sont souvent différentes de celles prônées par les didacticiens et les chercheurs en didactique des mathématiques. Les professeurs impliqués dans les programmes de formation des enseignants en adaptation scolaire ne peuvent faire abstraction de ces différences. Ils se doivent d'agir auprès des futurs enseignants pour les convaincre de la nécessité de problématiser l'enseignement auprès d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage.

Dans cette perspective, nous avons l'habitude de demander, aux futurs enseignants en adaptation scolaire, de se prononcer sur la pertinence de situations d'enseignement. Nous avons ainsi présenté, à des étudiants de 2^e et de 3^e année inscrits dans le programme de formation en adaptation scolaire, la situation suivante sur les fractions, en leur demandant : a) de faire les tâches demandées; b) de se prononcer sur l'utilisation de ces tâches : 1- en classe spéciale et pour les élèves de quelle année scolaire; 2- en classe régulière et pour les élèves de quelle année scolaire. Ce travail a été réalisé en début d'année, lors du 2^e cours (années académiques 1995-96 et 1996-97). Ce sont les mêmes étudiants qui ont effectué ce travail deux années consécutives.

Le choix des étudiants de 2^e et de 3^e est motivé par les raisons suivantes : a) les étudiants de 2^e n'ont pas encore effectué un stage en classe spéciale et entreprennent leur premier cours sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques; b) les étudiants de 3^e entreprennent leur troisième cours sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques et ont eu l'occasion de réaliser un stage en classe spéciale.

La situation comprend 5 parties. Nous donnons un bref aperçu des tâches qu'elles comportent. Dans la réalisation de ces tâches, les élèves sont répartis en équipes (2 à 3 élèves par équipe).

Partie 1 : Représentations des fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$, sur une feuille non lignée ou quadrillée : pliage, partage; la feuille constitue le tout

Matériel :

des feuilles 8 1/2 par 11 (pouces), non lignées (21,6 cm par 28,6 cm : mesures approximatives).

Consigne 1 :

L'enseignant donne une feuille à chacune des équipes et leur demande : a) de plier une feuille en 2 et d'indiquer quelle fraction représente chacune des parties; b) de continuer à plier la feuille précédente en 2 et d'indiquer quelle fraction représente chacune des parties; c) de continuer à plier la feuille précédente en 2 et d'indiquer quelle fraction représente chacune des parties; d) d'indiquer quelle fraction représenterait chacune des parties, si on pliait encore en 2 la feuille précédente; e) de prévoir s'il est possible d'obtenir $\frac{1}{100}$ d'une feuille, en continuant le pliage.

Consigne 2 :

L'enseignant reprend la feuille pliée et donne une nouvelle feuille à chacune des équipes, en leur demande de partager cette feuille pour montrer successivement les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$. Il indique que la feuille constitue le tout à partager. Il ajoute qu'ils ne peuvent plier la feuille; ils peuvent utiliser l'une ou l'autre des règles qu'ils possèdent. Il précise que lorsqu'ils auront terminé, ils pourront comparer les parties obtenues avec celles qu'ils ont obtenues par pliages; ils pourront ainsi s'ils le souhaitent modifier (ou recommencer) les partages.

Ces étapes terminées, l'enseignant examine avec les élèves leurs réponses et leur demande s'il est plus facile d'obtenir des représentations plus justes par pliages ou par partages et pourquoi; il leur demande aussi comment ils pourraient obtenir de meilleurs résultats dans chacun des cas.

Partie 2 : Représentations des fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$, sur une feuille quadrillée : pliage, partage; la feuille constitue le tout

Les tâches présentées dans la partie 1 sont reprises. À la fin de cette activité, l'enseignant leur demande si l'utilisation de feuilles quadrillées permet d'obtenir des représentations plus justes des fractions que l'utilisation de feuilles non quadrillées et pourquoi.

Partie 3 : Représentations des fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$ sur une feuille quadrillée (ou non) : partage

L'enseignant demande maintenant à chacune des équipes de représenter sur une feuille quadrillée ou non, la décision leur appartenant, les fractions précédentes. Il indique qu'ils ne sont pas tenus d'utiliser la feuille entière; ils doivent essayer de se rapprocher le plus près possible du tout qui pourrait correspondre à la feuille entière.

Après examen des réponses en groupe, les élèves sont invités à indiquer s'il est plus facile d'obtenir des représentations plus justes dans cette situation que dans celles des parties 1 et 2 et à expliquer pourquoi. À la fin de cette partie, les élèves sont invités à trouver ensemble des moyens pour représenter, de la manière la plus juste, des fractions sur papier.

Partie 4 : Représentations des fractions $1/3$, $1/6$ et $1/8$ sur une feuille quadrillée (ou non)

Cette partie est similaire à la partie 3; seules les fractions diffèrent.

Partie 5 : Représentations des fractions $1/3$, $1/4$ et $4/10$ sur une feuille quadrillée (ou non)

Cette partie est similaire à la précédente, seules les fractions diffèrent.

Le tableau suivant fait état des choix des étudiants, en ce qui concerne chacune des tâches que comporte la situation précédente. Pour chacune des années du baccalauréat, les choix des étudiants sont tout à fait comparables; quelques étudiants seulement ne partagent pas l'opinion des autres étudiants de leurs groupes respectifs. On remarque, par ailleurs, entre les étudiants de 2^e et de 3^e année, une transformation des choix selon la clientèle d'élèves en classes spéciales. Le stage en classe spéciale, effectué au cours de la 2^e année, semble avoir affecté ces choix, compte tenu du fait que l'enseignement des fractions ne faisait pas partie du cours de la 2^e année en didactique des mathématiques. Certains étudiants s'appuient à la fois sur les pratiques rencontrées durant leur stage et sur les difficultés de ces tâches, difficultés éprouvées lors de leur réalisation, pour soutenir leurs choix. Les tâches associées aux 4^e et 5^e parties de la situation sont généralement celles qui sont jugées trop complexes; le commentaire souvent donné est le suivant : absence d'un facteur commun pour les dénominateurs. Un grand nombre d'étudiants dessinent un carré dont le côté correspond au produit des dénominateurs.

Tâches	Classes spéciales		Classes régulières	
	Baccalauréat 2 (88 des 92 étudiants)	Baccalauréat 3 (71 des 74 étudiants)	Baccalauréat 2 (89 des 92 étudiants)	Baccalauréat 3 (73 des 74 étudiants)
1a - pliage 1/2 - 1/4 - 1/8	4 ^e - 5 ^e	5 ^e - 6 ^e	4 ^e - 5 ^e	4 ^e - 5 ^e
1b - partage	5 ^e	6 ^e - sec-1	5 ^e - 6 ^e	6 ^e
Prévision 1/100	6 ^e	sec-1 ou 2	6 ^e	6 ^e
2a - quadrillée pliage	4 ^e - 5 ^e	5 ^e - 6 ^e	4 ^e - 5 ^e	4 ^e - 5 ^e
2b - quadrillée partage	5 ^e	6 ^e - sec-1	5 ^e - 6 ^e	6 ^e
3- tout à définir	5 ^e - 6 ^e	6 ^e - sec-1	5 ^e - 6 ^e	6 ^e - sec-1
4- tout à définir 1/3 - 1/6 - 1/8	6 ^e - sec-1	sec-1 - sec-2	6 ^e	6 ^e - sec-1
5- tout à définir 1/3 - 1/4 - 4/10	sec-1	sec-2	6 ^e - sec-1	sec-1

Comme nous l'avons dit antérieurement, nous avons aussi demandé aux étudiants de réaliser chacune des tâches. Dans une des tâches de la partie 1, on demandait s'il était possible d'obtenir 1/100 d'une feuille en continuant le pliage par 2. Les étudiants de 2^e et de 3^e année, il faut le mentionner, n'avaient pas reçu un enseignement sur la didactique des fractions. 67 des 92 étudiants de 2^e année et 51 des 74 étudiants de 3^e année répondent oui, en ajoutant que 100 est un multiple de 2. Les autres étudiants qui répondent non, à chacune des années, procèdent à une énumération des parties obtenues, soit 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128. Quelques étudiants ajoutent : 1/21 1/22 1/23 1/24 ...

Les résultats de l'enquête précédente ont été communiqués à tous les étudiants de 3^e année. Les étudiants ont ensuite été invités à utiliser cette situation, lors de leur stage en adaptation scolaire, et à nous communiquer les résultats de cette application. Plusieurs étudiants nous ont alors fait part de leur étonnement à l'égard des connaissances utilisées avec profit par les élèves présentant des difficultés. Mettre en place les conditions pour provoquer un tel étonnement nous semble crucial, si nous souhaitons transformer les perceptions sur l'enseignement et l'apprentissage en classes spéciales.

Conclusions

Les rencontres entre les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et leurs enseignants sont, depuis plusieurs années, jugées singulières

tant par les chercheurs que par les praticiens. Les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques, dans nos institutions scolaires, ne peuvent passer inaperçus. Comme nous l'avons montré, aux premières investigations liant les difficultés d'apprentissage des élèves aux caractéristiques fonctionnelles et structurales de ces élèves (période antérieure à 1980), ont succédé des investigations prenant également en compte les difficultés de construction des savoirs mathématiques, le fonctionnement du système didactique, les programmes d'études, le matériel didactique, les situations et les contextes d'enseignement et d'apprentissage (période postérieure à 1980). Ces dernières investigations ont débouché sur des propositions et des interventions didactiques qui invitent à des transformations des pratiques d'enseignement et d'apprentissage.

L'enseignement auprès d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage, comme le montrent plusieurs des études dont nous avons fait écho dans ce texte, ne peut aussi ignorer l'histoire scolaire de ces élèves. Tenir compte de l'histoire scolaire des élèves n'est pas chose facile. Cela peut conduire à un recyclage ou à une reprise de situations ou de tâches, reprise encombrée d'un nombre encore plus important d'ostensifs (gestes, discours, graphiques, etc.). Cela peut aussi, heureusement, conduire à une identification de connaissances non négligeables chez les élèves, connaissances souvent liées à des tâches et situations spécifiques. Dans une classe, les compétences et les connaissances des élèves peuvent alors devenir objets d'explicitation, de questionnement, de confrontation. De telles pratiques rejoignent celles mises de l'avant dans le programme actuel de formation de l'école québécoise, dans le programme d'études en mathématiques, et dans le plan d'action en matière d'adaptation scolaire (Publications du Ministère de l'éducation (2001) et (2003); <http://www.meq.gouv.qc.ca/DGFJ>).

Si, comme nous l'avons montré, les chercheurs en didactique des mathématiques disposent maintenant d'outils conceptuels et méthodologiques leur permettant d'élaborer, avec les enseignants, des situations offrant aux élèves en difficulté des occasions de transformer leurs rapports aux mathématiques, de mieux apprendre les mathématiques, ils sont souvent, comme le sont les enseignants, démunis à l'égard de certaines conduites d'élèves. Il nous est ainsi apparu fondamental de souligner les difficultés que rencontre l'enseignant en adaptation scolaire. À notre connaissance, peu d'études ont porté sur les difficultés d'enseignement.

Les élèves qui présentent des difficultés d'apprentissage ont construit, au fil des ans, des habitudes de travail et d'étude, qui leur sont souvent néfastes. Comment aider les élèves à rompre ces habitudes, à adapter des conduites plus propices? Ces questions ont été objet de discussions lors des dernières journées Inter-IREM qui ont eu lieu à Dijon (24-25 mai 2002). Ces discussions, auxquelles ont pris part plusieurs chercheurs et enseignants français, ont permis d'apprécier la complexité de ces questions et plus encore, des réponses envisageables ou à explorer.

Nombre de questions, sur les difficultés d'apprentissage en mathématiques de plusieurs élèves, sur les dispositifs à mettre en place pour faciliter les apprentissages de ces élèves, sur les problèmes auxquels font face les enseignants en adaptation scolaire, demeurent sans réponse. La formation des enseignants en adaptation

scolaire soulève également des questions importantes. À cet effet, nous avons donné un bref compte rendu d'une expérience visant à cerner l'évolution des attentes et des pratiques en classes régulières et spéciales d'un groupe de futurs enseignants en adaptation scolaire. Les résultats invitent à un dialogue soutenu entre les milieux de pratiques et les milieux de formation, entre les enseignants en adaptation scolaire et les professeurs responsables de la formation en didactique des mathématiques.

Pour conclure, il nous semble pertinent de résumer, en quelques mots, les changements de points de vue qui ont marqué la recherche et les pratiques en adaptation scolaire, au cours des sept dernières décennies. Pendant plusieurs décennies, les chercheurs ont cherché à mieux comprendre le fonctionnement des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, élèves dits souvent *à risque*. On reconnaît aujourd'hui que ces élèves sont souvent, dans les institutions scolaires, placés en situation de risque. À cet effet, il nous semble approprié de rapporter certaines des questions formulées par Franklin (2000, p. 5) : « Instead of wondering, ... Is the child ready for school? And, is the child at risk of failing school? ... Educators must also ask : Is the school ready for the child? And, Is the school at risk of failing the child? »

Références bibliographiques

- Amigues, R. (1994). *Construction des faits d'enseignement et voies de recherche en psychologie de l'éducation. Un exemple, les technologies éducatives, Habilitation à diriger des recherches*, Université de Provence, Aix-Marseille 1.
- Anderson, J.R. (1976). *Language, Memory and Thought*. Hillsdale, N.J. : Erlbaum.
- Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 9 (3), pp. 281-308.
- Artigue, M. (1994). Didactical engineering as a framework for the conception of teaching products. IN *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Biehler *et alii* (Éds.), Kluwer Academic Publishers, pp. 27-39.
- Bergeron, J., Herscovics, N. (1989). Un modèle de la compréhension pour décrire la construction de schèmes conceptuels mathématiques. IN *Actes de la 41^{ème} rencontre de la Commission Internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques*. Bruxelles, pp. 139-147.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage, textes rassemblés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland et V. Warfield.
- Brousseau, G., Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 11/2.3., pp. 167-210.

- Brown, S.I. (1986). La résolution de problèmes et la formation des enseignants : un compromis humaniste entre deux extrêmes. IN *Etudes sur l'enseignement des mathématiques, La formation des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire*, R. Morris (éd.), Vol. 4, Paris : UNESCO, pp. 17-45.
- Brown, J.S., Burton, R.R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. IN *Cognitive Science*, Vol. 2, pp. 155-192.
- Brun, J. (1994). Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. IN *Vingt ans de didactique des mathématiques en France - Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*, M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Taviot (Éds.), Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 67-83.
- Centeno, J. (1995). *La mémoire didactique de l'enseignant*. Thèse Posthume. Bordeaux : LADIST.
- Chevallard, Y. (1988). *Notes sur la question de l'échec scolaire*, Publications de l'IREM d'Aix Marseille, no. 13.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage, 2^e édition augmentée.
- Chevallard, Y. (1996). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. IN *Didactique des mathématiques*, J. Brun (Éd.), Lausanne : Delachaux et Niestlé, pp. 145-196.
- Coppé, S. (1995). Types de connaissances mises en œuvre par l'élève dans la détermination de la composante publique de son travail. IN *Différents types de savoirs et leur articulation*, G. Arzac, J. Gréa, D. Grenier, et A. Tiberghien (Éds.), Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 129-144.
- Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 12/2.3, pp. 221-270.
- Conne, F. (1996). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. IN *Didactique des mathématiques*, J. Brun (Éd.), Lausanne : Delachaux et Niestlé, pp. 275-338.
- Conne, F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths et regarder ce que ça donne. IN *Le cognitif en didactique des mathématiques*, G. Lemoyne, F. Conne (Éds.), Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal, pp. 31-69.
- Conne, F., Brun, J. (1991). Une analyse des brouillons de calcul d'élèves confrontés à des items de divisions écrites. IN *Proceedings of the Fifteenth PME Conference*, Vol. I, pp. 239-246.
- DeBlois, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 16/1, pp. 71-127.

- Deloche, G., Seron, X. (1987). Numerical Transcoding : A General Production Model. IN *Mathematical Disabilities*, G. Deloche et X. Seron (Éds.), Hillsdale, N.J. : Erlbaum, pp. 137-170.
- Deneau, C., Thivierge-Ayotte, L., Schmidt, S. (2001). Les significations accordées au signe « égal » et aux égalités arithmétiques par des élèves en difficulté grave d'apprentissage. IN *Instantanés mathématiques*, printemps, Vol. 4-12.
- Farhnam-Diggory, S. (1979). *Learning Disabilities*, Guilford, London and Worcester : Billing & Sons.
- Faas, L.A. (1980). *Children with learning problems - A handbook for Teachers*, Boston : Houghton Mifflin.
- Favre, J.-M. (1993). Élaborer une démarche d'enseignement par l'observation de la formation et de l'évolution d'un concept : la multiplication. IN *Grand N*, Vol. 53, pp. 27-37.
- Favre, J.-M. (1997). *L'échec, le temps, la multiplication*. Mémoire de License, Université de Genève, Faculté de Psychologie et des sciences de l'éducation.
- Favre, J.-M. (1999). La mathématique et le cognitif : deux chimères pour l'enseignant. IN *Le cognitif en didactique des mathématiques*, G. Lemoyne et F. Conne (Éds.), Montréal : Presses de l'Université de Montréal, pp. 235-261.
- Franklin, W. (2000). Students at Promise and Resilient : A Historical Look at Risk Student. IN *Schooling students placed at risk. Research, Policy, and Practice in the Education of Poor and Minority Adolescents*, M.G. Sanders (Éd.), Hillsdale, N.J. : Erlbaum, pp. 3-16.
- Gaudreau, A., Lemoyne, G., Poirier, L. (2001). Interactions enseignants-chercheurs dans la conception, la mise à l'essai et l'analyse de situations d'enseignement des mathématiques en classe spéciale. IN *L'éducation au tournant du nouveau millénaire*, G. Lemoyne et C. Lessard (Éds.), Université de Montréal, FSE, vice-décanat à la recherche, pp. 141-166.
- Ginsburg, H. (1977). *Children's Arithmetic : The Learning Process*. New York : Van Nostrand.
- Jaulin-Mannoni, F. (1965). *La rééducation du raisonnement mathématique*, Paris : Les Éditions Sociales Françaises.
- Julo, J. (1995). *Représentation de problèmes et réussite en mathématiques - Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*, Rennes : Presses Universitaires de Rennes, Collection Psychologie.
- Hinsley, D.A., Hayes, J.R., Simon, H.A. (1978). From words to equations. Meaning and representation in algebra word problems. IN *Cognitive processes in comprehension*, M. Just and P. Carpenter (Éds.), Hillsdale, NJ : Erlbaum, pp. 89-106.
- Kintsch, W. (1977). *Memory and Cognition*, New York : Wiley.

- Krutetskii, V.A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*, Chicago : University of Chicago Press.
- Lemoyne, G., Giroux, J., Biron, D. (1990). Connaissances utilisées par des élèves de 8 à 12 ans dans la formulation de problèmes arithmétiques concrets. IN *European journal of psychology of education*, Vol. 5(3), pp. 273-291.
- Leong, C.K. (1982). Promising areas of research into learning disabilities with emphasis on reading disabilities. IN *Theory and Research in Learning Disabilities*, J.P. Das, R.F. Mulcahy and A.E. Wall (Éds.), New York : Plenum Press, pp. 3-26.
- Matte, C. (1984). *L'implantation d'un changement de politique à l'égard des enfants en difficulté d'apprentissage*. Mémoire de maîtrise inédit, Université de Montréal.
- Mayer, R.E. (1981). Frequency norms and structural analysis of algebraic story problems into families, categories, and templates. IN *Instructional Science*, Vol. 10, pp. 125-175.
- Mayer, R.E. (1985). Mathematical ability. IN *Human abilities : An information processing approach*, R.J. Sternberg (Éd.), New York : Freeman, pp. 127-150.
- Mercier, A. (1992). *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I, Bordeaux.
- Mercier, A. (1995). Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoir mathématiques. IN *Différents types de savoirs et leur articulation*, G. Arsac, J. Gréa, D. Grenier, A. Tiberghien (Éds.), Grenoble : La Pensée Sauvage, pp. 145-169.
- Mercier, A. (1998). La participation des élèves à l'enseignement. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 18/3, pp. 279-310.
- Mounoud, P. (1985). La notion de représentation en psychologie génétique. IN *Psychologie française*, Vol. 30, pp. 253-259.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. IN *Journal of Learning Disabilities*, Vol. 23, pp. 230-248.
- Montague, M. (1997). Effectiveness of Solve it. IN *Journal of Learning Disabilities*, Vol. 30, pp. 164-177.
- Montague, M., Warger, C., Morgan, T.H. (2000). Solve it. Strategy Instruction to Improve Math. P.S. IN *Learning Disabilities Research and Practice*, Vol. 15(2), pp. 110-116.
- Newell, A., Simon, H.A. (1972). *Human Problem Solving*, Englewoods-Cliffs, N.J. : Prentice-Hall.

- Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 13, no.1/2, Grenoble : La Pensée sauvage, pp. 5-118.
- Pesenti, M., Seron, X. (2000). *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres*, Marseille : Solal, Collection Neuropsychologie.
- Polya, G. (1965). *Comment poser et résoudre des problèmes*, Paris : Dunod.
- Richard, J.F. (1990). *Les activités mentales : comprendre, raisonner, trouver des solutions*, Paris : Armand Colin.
- Riley, M.S., Greeno, J.G., Heller, J.I. (1983). Development of Children's Ability in Arithmetic. IN *The Development of Mathematical Thinking*, H.P. Ginsburg (Éd.), New York : Academic Press
- Rosar, D., Van Nieuwenhoven, C., Jonnaert, P. (2001). Les fractions, comment mieux comprendre les difficultés rencontrées par les élèves? IN *Instantanés mathématiques*, hiver, pp. 4-16.
- Rouchier, A. (1991). *Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires : proportionnalité, structures itérativo-récurrentes, institutionnalisation*. Thèse de doctorat d'Etat, Université d'Orléans.
- Rouchier, A. (1999). La prise en compte du cognitif : jalons pour une évolution. IN *Le cognitif en didactique des mathématiques*, G. Lemoyne et F. Conne (Éds.), Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal, pp. 177-195.
- Rumelhart, D., Ortony, A. (1977). The representation of knowledge in memory. IN *Schooling and the acquisition of knowledge*, R. Anderson, R. Spire and W. Montague (Éds.), Hillsdale, NJ : Erlbaum.
- Sarrazy, B. (1996). *La sensibilité au contrat didactique - Rôle des Arrière-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique au cycle 3*. Thèse de doctorat inédite, Université Bordeaux I.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical Problem Solving*, Orlando, FL : Academic Press.
- Schoenfeld, A.H. (1987). *Cognitive Science and Mathematics Education*, Hillsdale NJ : Erlbaum.
- Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques - étude et autonomie de l'école élémentaire*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Tardif, J., Pesseau, A. (2000). L'échec scolaire en Amérique du Nord : un phénomène insidieux pour un grand nombre d'enfants et d'adolescents. IN *Revue Française de Pédagogie*, Vol. 130, pp. 89-105.
- Terman, L., Merrill, M. (1960). *Stanford-Binet Intelligence Scale*. Boston : Houghton Mifflin Company, (édition révisée).

- Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne : Peter Lang.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. IN *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes*, R. Lesh et M. Landau (Éds), New York : Academic Press, pp. 127-174.
- Vergnaud, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. IN *Revue française de pédagogie*, Vol. 96, pp. 79-86.
- Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. IN *Actes de la VIII^e école et université d'été de didactique des mathématiques*, R. Noirfalise, M.J. Perrin-Glorian (Éds.), IREM de Clermont-Ferrand, pp. 174-185.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society*. Cambridge, MA : Harvard University Press.
- Wechsler, D. (1974). *Wechsler Intelligence Scale for Children-Revised*. New York : The Psychological Corporation.
- Wong, B.Y.L. (1992). *Contemporary Intervention Research in Learning Disabilities. An International Perspective*, New York : Stringer-Verlag.

Impact des capacités d'autorégulation en résolution de problèmes chez les enfants de 10 ans

Jérôme FOCANT

Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

RÉSUMÉ

Ce texte explore la gestion personnelle des élèves dans la résolution de problèmes en abordant les concepts de métacognition et d'autorégulation. Les aspects théoriques de ces deux concepts, au regard de tâches ou situations problèmes à résoudre, sont tout d'abord traités. Les lacunes d'enfants en difficulté d'apprentissage de dix ans dans les compétences liées à ces deux concepts sont ensuite illustrées à partir d'observations conduites auprès d'un groupe de quatre enfants. L'auteur conclut sur la nécessité pour les élèves d'apprendre à maîtriser les compétences liées à la métacognition et l'autorégulation afin de devenir performant dans une variété de tâches scolaires, dont la résolution de problèmes.

ABSTRACT

Impact of the Self-Regulation Capacities of Ten Year-Old Children in Problem Solving

This article explores how students handle problem solving in relation to metacognition and self regulation. The author first explains the theoretical aspects of these two concepts from the point of view of tasks or problems to solve. Then the weaknesses of ten year-old students with learning disabilities in the skills related to these two concepts are illustrated based on observations of a group of four children. The author concludes that students need to master metacognition and self-regulation skills in order to succeed in a variety of school tasks, including problem solving.

RESUMEN

Impacto de las capacidades de autorregulación en resolución de problemas entre los niños de 10 años

Este texto explora la gestión personal de los alumnos en la resolución de problemas abordando los conceptos de metacognición y autorregulación. Por principio se abordan los aspectos teóricos de dichos conceptos, en relación con los trabajos o situaciones problema a resolver. Enseguida se ilustran las incapacidades de los niños con dificultades de aprendizaje de diez años en lo que se refiere a las aptitudes ligadas a esos dos conceptos a partir de observaciones realizadas entre un grupo de cuatro niños. El autor concluye sobre la necesidad que tienen los alumnos de aprender a controlar las aptitudes ligadas a la metacognición y a la autorregulación para llegar a ser apto en una multitud de trabajos escolares, entre ellos la resolución de problemas

Introduction

Les études statistiques belges soulignent le nombre alarmant d'élèves en difficultés d'apprentissage dès l'enseignement primaire. Grégoire & Lafontaine (1996), (1997) ont mis en évidence les lacunes des élèves belges au niveau des compétences mathématiques dès l'enseignement primaire. Dans ce même champ des mathématiques, les enseignants du cursus primaire pointent régulièrement du doigt les résolutions de problèmes.

Il paraît en effet évident que les résolutions de problèmes constituent des situations privilégiées où vont apparaître les difficultés de l'enfant en mathématiques.

La résolution de problèmes nécessite au moins trois types de compétences :

1. la connaissance efficiente des procédures (algorithmes) nécessaires à la résolution;
2. une capacité de sélection et d'activation de ces procédures;
3. les capacités motivationnelles, volitionnelles et affectives à s'engager activement dans la tâche jusqu'à sa résolution.

La résolution de problèmes nécessite donc une gestion personnelle permettant d'utiliser de façon pertinente des procédures acquises au préalable de manière isolée. Notre texte discutera de cette aptitude, en abordant les concepts de métacognition et d'autorégulation.

Dans un premier temps, nous décrirons les aspects théoriques de la métacognition, et surtout de l'autorégulation, dans le cadre de réalisation de tâches et en particulier dans les situations de résolution de problèmes. Dans un deuxième temps, nous mettrons en évidence les lacunes des enfants en difficultés dans les apprentissages mathématiques quant à ce type de compétences, et illustrerons notre propos en présentant quelques observations d'une intervention menée dans un groupe de remédiation mathématique, avec des enfants de 10 ans.

Autorégulation et résolution de problèmes : aspects théoriques

Métacognition et autorégulation

Le terme couru de métacognition a été utilisé en référence à des signifiés trop différents, et a mené à des recherches de nature très diverse. La tendance actuelle vise à redéfinir la métacognition en fonction des deux composantes décrites par Flavell (Flavell (1976); Gombert (1990); Pintrich et Schrauben (1992); Royer, Cisero et Carlo (1993); Noël, Romainville et Wolfs (1995); Lafortune & St-Pierre (1996); Mongeau, Lafortune, Pallascio et Allaire (1998); Pintrich (1999)) :

1. les connaissances que l'individu a de ses propres processus cognitifs, ainsi que des facteurs favorables et défavorables à ces processus (*knowledge of cognition*);
2. le contrôle actif, la régulation et l'orchestration de ces processus en vue de la réalisation d'un objectif déterminé (*regulation of cognition*).

La **première composante** (*connaissances métacognitives*) constitue donc « l'aspect déclaratif » de la métacognition (Lafortune & St-Pierre (1996)). Si certains auteurs se limitent à considérer les « connaissances de l'individu sur son fonctionnement cognitif » (Romainville (1993) notamment), Flavell (1987) étend cette composante à trois catégories :

1. *les variables personnelles* : intrapersonnelles (perceptions de soi, aspects affectifs et motivationnels); interpersonnelles (comparaison entre individus : « Jean est plus fort que moi en math! »); universelles (connaissance sur le fonctionnement

- de la pensée humaine : « la mémoire à court terme est limitée en place et en temps »).
2. *les variables relatives à la tâche* : nature et caractéristiques des informations rencontrées (y compris les exigences de la tâche, son étendue, son objectif, et les conditions de sa difficulté).
 3. *les variables relatives aux stratégies* : connaissances spécifiques générales sur les stratégies cognitives (voir infra : modèle de Boekaerts), métacognitives (voir infra : régulation de la cognition), affectives et de gestion des ressources (gestion de l'environnement, ...); connaissances de leur utilité dans tel ou tel contexte ou situation (où, quand, comment et pourquoi les utiliser).

Cette première composante intègre donc non seulement des variables d'ordre « cognitif », mais également d'ordre « situationnel, motivationnel et affectif ». Ces trois catégories s'interconnectent constamment et n'ont de sens que par leurs interactions : l'individu considère une stratégie en rapport à une tâche caractérisée, adaptée à son fonctionnement personnel. L'essentiel des recherches menées sous le concept de métacognition concerne ces connaissances métacognitives.

La **deuxième composante** (*régulation de la cognition*) constitue donc « l'aspect exécutif ou procédural » lié à ces connaissances : c'est la capacité de « contrôle et de régulation de ses processus cognitifs ou processus d'apprentissage » (Gombert (1990); Royer, Cisero & Carlo (1993); Noël, Romainville & Wolfs (1995)). Cette deuxième composante, qui constituera le sujet de notre propos, a été développée plus particulièrement au sein du paradigme de l'autorégulation de l'apprentissage (*self-regulated learning*), et par les concepts de contrôle (*control*; voir notamment Weinert & Kluwe (1987)) et de gestion de l'activité mentale (voir notamment Lafortune & St-Pierre (1996)).

L'apprentissage autorégulé

Introduction

Un apprentissage autorégulé consiste en la conduite par l'individu de divers comportements « programmés, surveillés et souvent réajustés », jusqu'à l'atteinte d'un objectif fixé par lui ou par des éléments de son environnement. Cet objectif sert de point de référence dans des procédures d'auto-évaluation, dans un fonctionnement basé sur les boucles de rétroaction. L'autorégulation consiste donc en une préparation et un contrôle de l'action et du comportement, et opère dans ce dessein sur des éléments cognitifs, motivationnels et environnementaux.

L'ampleur d'une séquence d'autorégulation peut varier considérablement. Un étudiant universitaire qui prépare une session d'examens doit faire de nombreuses activités d'autorégulation (modifier son plan de travail en fonction des retards ou avances dans les délais programmés par exemple). Nous abordons ici les activités d'autorégulation menées par les individus dans le cadre de réalisation de tâches (cadre restreint). Les modèles et descriptions de stratégies que nous proposerons correspondent donc à ce type d'activités, bien que des parallèles puissent être

établis sans difficulté avec des activités d'autorégulation plus larges ou à plus long terme.

Le modèle de Boekaerts

Boekaerts (1996), (1997)) évoque la complexité et l'ampleur du concept d'autorégulation dans un modèle à six composants. Une division en axes cognitif et motivationnel, et un système hiérarchique sont les deux caractéristiques essentielles de ce modèle.

Figure 1 - Synthèse du modèle d'autorégulation de Boekaerts (1996, p. 103)

Les 6 composantes de l'apprentissage autorégulé		
	Autorégulation cognitive	Autorégulation motivationnelle
niveau des buts	Stratégies de régulation cognitive ₃	Stratégies de régulation motivationnelle ₆
niveau de l'usage des stratégies	Stratégies cognitives ₂	Stratégies motivationnelles ₅
niveau des connaissances	Connaissances disciplinaires ₁	Connaissances métacognitives et croyances motivationnelles ₄

Au plan cognitif, les éléments à la base de l'autorégulation sont les « connaissances » déclaratives et procédurales « relatives au domaine » académique (composant 1). Dans le cadre des mathématiques, il s'agit par exemple de la maîtrise des dimensions ordinale et cardinale (déclaratif), et des algorithmes des opérations d'addition et de soustraction (procédural). Les « stratégies cognitives » (composant 2) sont des comportements et des processus cognitifs qui s'effectuent sur ces connaissances disciplinaires. Il s'agit par exemple des stratégies de répétition (sur les tables de multiplication par exemple), des stratégies d'activation d'informations ou des stratégies de prise de notes. Les « stratégies d'autorégulation cognitive » (composant 3) sont celles que nous aborderons de manière privilégiée dans ce texte. Elles constituent un travail de sélection et de contrôle des stratégies cognitives et des connaissances disciplinaires (voir infra).

La même structure hiérarchique caractérise l'autorégulation motivationnelle. Les « connaissances métacognitives et motivationnelles » (composant 4) sont des items fréquemment étudiés dans les recherches concernant l'autorégulation. Les *croyances motivationnelles* (voir infra) de l'apprenant sont par exemple la perception de compétence, l'orientation motivationnelle de l'objectif, la perception de la valeur de la tâche. (Les *connaissances métacognitives* ont été décrites en début de texte.) Les connaissances du composant 4, comme celles du composant 1, sont spécifiques à la discipline et à la tâche concernée. Les « stratégies motivationnelles » (composant 5),

parallèlement aux stratégies cognitives, constituent des moyens d'utiliser ces connaissances motivationnelles pour les rendre optimales (positives) : stratégies pour contrer les éléments stressants (stratégies d'auto-persuasion par exemple), ou pour utiliser l'environnement social. Les « stratégies de régulation motivationnelle » (composant 6) réfère au concept d'intention comportementale (en rapport avec la théorie du contrôle de l'action de Kuhl (1984)). Il s'agit pour l'apprenant de se forger une intention claire, de lui allouer les ressources nécessaires et d'être en mesure de la protéger d'intentions alternatives compétitives.

Les stratégies de régulation cognitive

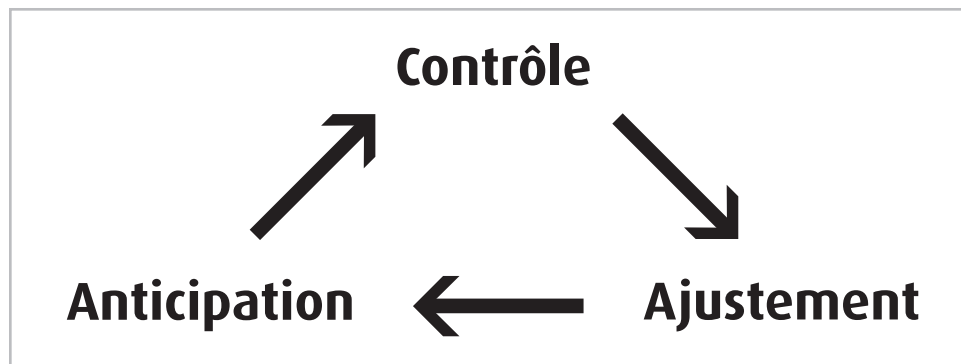
Les stratégies d'autorégulation cognitive permettent d'utiliser au mieux son propre répertoire de connaissances déclaratives, de connaissances procédurales et de stratégies cognitives. L'individu qui est capable de telles stratégies peut « sélectionner » les procédures les plus efficaces dans la perspective d'atteindre l'objectif déterminé, les « contrôler » et les « réajuster » si nécessaire.

Notre examen de la littérature nous permet d'en définir trois types (Zimmerman & Martinez-Pons (1986), (1988)); Pintrich & De Groot (1990); Boekaerts (1996), (1997); Pintrich (1999), Pintrich (2000); Lemos (1999); Patrick, Ryan & Pintrich (1999)) :

1. « Détermination d'objectif(s) et planification » : sur base de l'analyse de la tâche, la détermination de l'objectif (*goal setting*) permet d'activer les connaissances disciplinaires (composant 1 du modèle de Boekaerts (1996)), les stratégies qui y ont rapport (composant 2), et les connaissances métacognitives et croyances motivationnelles liées (composant 4). Elle facilite la planification des procédures et stratégies à entreprendre afin de compléter cet objectif. Il s'agit d'une phase de prise de décision, soit d'anticipation (*forethought*).
2. « Contrôle » : un processus d'autosurveillance (*monitoring*) se réalise pour contrôler le cours de l'action et évaluer ses résultats en rapport à l'objectif fixé. Ceci se réalise en observant son comportement et en comparant les résultats obtenus aux objectifs. Le monitoring donne principalement l'alerte en cas de chute d'attention et d'écartement de la poursuite de l'objectif.
3. « Ajustement » : en fonction des informations récoltées par la stratégie de contrôle, l'individu décide de maintenir, d'interrompre ou de modifier son action, afin de ramener son comportement en ligne de l'objectif (*régulation ou ajustement*). Cette stratégie permet également à l'individu d'ajuster son répertoire de connaissances et stratégies conservées en mémoire à long terme (modification en fonction des résultats observés).

Schunk & Zimmerman (1998) décrivent le caractère circulaire de ces phases (voir **Figure 2**). Le fonctionnement des trois phases se produit selon un phénomène de régulation basé sur les boucles de rétroaction, tel le fonctionnement du thermostat. Face à la constatation que les résultats obtenus ne sont pas suffisants à l'atteinte de l'objectif, l'individu doit programmer un nouveau plan d'action et/ou réévaluer son objectif. Ainsi, l'objectif, qui constitue fondamentalement un élément décisionnel préalable à l'action, est continuellement ajusté en cours d'action.

Figure 2 - **Phases cycliques d'autorégulation**
(inspiré de Schunk & Zimmerman (1998, p. 3))



L'influence des croyances motivationnelles

La majorité des recherches menées sous le paradigme de l'autorégulation ont permis de mettre en avant les relations intimes entre variables d'autorégulation et croyances motivationnelles, comme les perceptions de compétence (*self-esteem, self-efficacy*), l'orientation motivationnelle de l'objectif (*goal orientation*), la valeur de la tâche, les croyances attributionnelles ou les perceptions de contrôle. Nous n'abordons pas ici tous ces concepts (pour le lecteur intéressé, voir pour synthèse Pintrich & Schunk (1996); Schunk & Meece (1992); Schunk & Zimmerman (1994)); voir également Pintrich & De Groot (1990); Wolters (1998); Corno (2001)), mais traitons exclusivement du concept de *self-efficacy*, car il sera illustré en deuxième partie de ce texte.

Le « sentiment d'auto-efficacité » réfère aux croyances de l'individu sur sa capacité d'être performant dans un domaine particulier (Bandura (1986)), soit à organiser et exécuter l'ensemble des actions nécessaires pour accomplir un objectif ou une tâche (Schunk (1985)). De nombreuses études ont été menées et ont montré des corrélations positives avec les variables de l'autorégulation : un individu ayant confiance en ses capacités de réussir une tâche est susceptible de fournir plus d'activités d'autorégulation qu'un autre ayant une faible confiance en ses possibilités vis-à-vis de cette tâche (Zimmerman & Martinez-Pons (1990); Pintrich & De Groot (1990); Pintrich & Schrauben (1992); Bouffard (1998); Pintrich (1999)). Une faible perception de compétence provoque selon nous des phénomènes d'anxiété qui entravent fortement la capacité de l'enfant à traiter efficacement la tâche.

Autorégulation en tâche de résolution de problèmes mathématiques

Introduction

Les modèles et explications proposés précédemment décrivent les composants et processus de l'autorégulation en cours de tâche. La tâche constitue un travail déterminé que l'individu doit exécuter. Cette notion est plurivoque : l'étudiant de

maîtrise qui décide d'étudier son cours de méthodologie de la recherche, l'individu qui décide de faire des courses dans un grand magasin, l'élève qui reçoit un exercice, tous s'engagent dans une tâche. Nous considérons dans cette section les activités d'autorégulation en tâche de résolution de problèmes mathématiques. Nous débutons en définissant et décrivant ce type de tâches, avant d'envisager les aspects d'autorégulation qui lui sont spécifiques.

La résolution de problèmes mathématiques

Les situations d'enseignement mettent fréquemment l'enfant face à une tâche à compléter. L'apprenant doit alors sélectionner une procédure dans un répertoire personnel gardé en mémoire à long terme, et l'activer en mémoire de travail.

Parmi l'ensemble des tâches proposées à l'enfant, certaines exigent seulement l'application routinière d'un algorithme appris. L'enfant doit traduire l'énoncé en une procédure, en reconnaissant à quel algorithme fait référence la situation présente, puis en appliquant cet algorithme aux données présentes. Cette identification peut se faire à partir de symboles mathématiques : l'enfant identifie dans l'énoncé $65 - 23 = ?$ le symbole « moins », déduisant alors qu'il doit appliquer une procédure de soustraction, sans nécessairement que l'enfant comprenne le sens de l'opération qu'il applique. Cette identification peut également se réaliser à partir d'énoncés verbaux : « Paul a 8 billes, Jacques lui en prend 3. Combien reste-il de billes à Paul? ». Dans cette situation, l'enfant doit accéder à la signification de la situation, sauf si cet énoncé est intégré au milieu d'une liste d'énoncés similaires visant l'exercice de la procédure de soustraction écrite.

Enfin, d'autres situations ne permettent pas l'application simple d'une procédure apprise préalablement, et nécessitent le passage par plusieurs procédures que l'individu doit déterminer personnellement. La situation-problème constitue cette tâche complexe où l'individu recherche une solution sans savoir au départ comment y parvenir (Gagné (1985)). Poirier-Proulx (1992) lui attribue trois éléments :

1. l'existence d'un écart ou d'une distance entre une situation présente (jugée insatisfaisante) et une situation désirée (ou but à atteindre);
2. l'absence d'évidence du chemin menant à la réduction de cet écart (qui exige dès lors une démarche cognitive active d'élaboration et de vérifications d'hypothèses sur la nature de cet écart et sur les moyens de le réduire);
3. l'existence d'une subjectivité : une même situation est un problème pour un élève et une application ou reproduction pour un autre.

Les problèmes généralement proposés dans le milieu scolaire sont généralement des problèmes fermés. Ceux-ci se caractérisent par deux éléments (Baffrey-Dumont (1999)) :

1. l'information nécessaire à la résolution est entièrement intégrée dans le problème;
2. le problème a une seule réponse correcte et vérifiable.

Figure 3 : **Problème « Toutes voiles dehors »**
(extrait de Danalet et alii (1999, p. 133))

Toutes voiles dehors

La course de voilier « La grande traversée » est retransmise à la radio. Un journaliste sportif la commente :

« Le bateau Rigel est en tête, il a déjà parcouru 236 km.

Gamma est deuxième, il ne lui reste plus que 287 km à parcourir.

Nemo est troisième : sur les 508 km de la course, il n'en a parcouru que la moitié. »

Es-tu d'accord avec le classement du commentateur? Justifie ta réponse.

Dans le problème fermé présenté en **Figure 3**, l'enfant doit combiner des procédures d'addition, de soustraction, de division, et de comparaison ou de classement pour parvenir à la solution. Ce n'est que si l'enfant a mis en œuvre l'ensemble de ces procédures qu'il pourra produire une solution justifiée au problème.

Si la résolution de problèmes constitue une tâche complexe, c'est parce qu'elle nécessite l'utilisation interconnectée de procédures apprises isolément, dans la poursuite d'une demande ou d'un objectif.

Autorégulation et résolution de problèmes

Dans ce type de tâche, l'enfant doit inévitablement analyser la demande et les données, planifier une séquence d'actions à entreprendre, l'exécuter et la contrôler, évaluer les résultats obtenus et les confronter à la demande (objectif), réajuster son plan d'action ou le compléter en fonction des résultats de cette évaluation,... Il doit donc appliquer un processus d'autorégulation.

La particularité principale de l'exercice de l'autorégulation en tâche de résolution de problèmes mathématiques concerne la détermination de l'objectif. Dans le monde scolaire, c'est généralement l'enseignant qui fournit la tâche à l'enfant. Par l'énoncé de cette tâche et par les consignes qui lui sont associées, l'adulte décrit la demande, qui constitue l'objectif. Puisque cet objectif est fixé par un élément de son environnement, le rôle de l'enfant consiste à se le représenter mentalement (Tardif (1992); Boekaerts (1996), (1997); Boekaerts & Niemivirta (2000)). Cette phase est fondamentale, car c'est cette représentation qui guide l'enfant dans sa démarche et constitue le point de référence du processus d'autorégulation ultérieur. Si cette représentation est erronée ou incomplète, l'enfant poursuit un objectif biaisé et ne peut pas parvenir à la solution. Le caractère cyclique de l'autorégulation peut cependant lui permettre de redéfinir l'objectif en cours de tâche.

Les modèles de la résolution de problèmes décrivent plus finement cette phase de représentation que ceux de l'autorégulation. Selon Tardif (1992), dans un premier

temps, l'enfant doit identifier que la situation qu'il a sous les yeux est un problème. S'il ne le fait pas, il risque d'activer et d'appliquer un algorithme qu'il juge adéquat envers la tâche alors qu'il ne peut pas l'être puisqu'il s'agit d'une situation nouvelle. Dans un deuxième temps, l'enfant doit réaliser une analyse systématique du problème pour le décrire en termes de données et de demandes.

À l'inverse, les modèles de l'autorégulation permettent d'affiner les modèles de la résolution de problèmes à divers niveaux. Ils insistent sur le rôle des activités de contrôle des processus cognitifs et sur celui des auto-évaluations de sa production par l'enfant. Ils soulignent le caractère cyclique de la résolution, en décrivant les processus d'ajustements sur le principe des boucles de rétroaction. Ils mettent en évidence la nécessité d'activer des connaissances déclaratives et procédurales à la disposition de l'individu, en lien au domaine et au type de tâche, et décrivent l'activation inévitable des croyances motivationnelles.

La complémentarité de ces deux modèles permet donc d'affiner la compréhension des réactions et du comportement de l'enfant en situation de résolution de problèmes. Elle permet également d'expliquer une part des difficultés de l'enfant dans ce type d'activités, comme nous l'illustrons ci-dessous.

Autorégulation et résolution de problèmes chez l'enfant en difficultés d'apprentissage mathématique : illustration

Introduction

La première partie de ce texte s'est attachée à décrire les concepts théoriques de l'autorégulation de l'apprentissage, et à les envisager dans le contexte des résolutions de problèmes mathématiques. Elle a permis de mettre en lumière les activités et stratégies de préparation et de gestion que l'individu applique lorsqu'il aborde un problème.

L'incapacité de l'individu à mener ces activités de régulation le conduit inévitablement à des difficultés d'apprentissage. Nous illustrons cette présentation par des observations de séances menées en Belgique en mars 2001 avec un groupe d'enfants en remédiation mathématique (Centre de Guidance de Louvain-la-Neuve).

Contexte de l'intervention et déroulement général

Au sein du Service de Santé Mentale¹ associé à notre faculté, différents groupes de remédiation pédagogique ont été mis sur pied, afin d'offrir des programmes d'aide pour les enfants et adolescents en difficultés d'apprentissage. Le groupe concerné par notre intervention est constitué de quatre enfants en difficultés dans les apprentissages mathématiques et fréquentant une classe de 5^{ième} primaire (10 ans environ).

Depuis octobre 2000, la construction du système en base 10, les compétences numériques de base et les opérations arithmétiques ont été travaillées avec les enfants. Les activités de résolution de problèmes mathématiques abordées étaient

d'une complexité relativement élevée pour ces quatre enfants. Ces compétences ont été approchées selon une approche de type socio-constructiviste et ludique.

Notre recherche poursuit deux objectifs distincts. D'une part, nous souhaitons évaluer leurs « capacités » d'utiliser des « stratégies d'autorégulation cognitive », le « comportement spontané d'autorégulation » mis en œuvre par ces mêmes enfants et la « gestion des aspects affectifs » générés par la présentation de la tâche et interférant dans les mécanismes d'autorégulation cognitive. D'autre part, nous souhaitons intervenir pour favoriser l'utilisation de stratégies d'autorégulation cognitive et de stratégies de gestion des affects (si nécessaire).

Première séance

Déroulement

La première séance visait « l'évaluation du comportement spontané d'autorégulation » en situation de résolution de problèmes mathématiques. À cette fin, nous avons choisi le problème « Toute voile dehors » (voir **Figure 3**).

Nous présentons ce problème en début de séance, et demandons aux enfants de le résoudre par dyade, dans un laps de temps de 10 minutes. Nous précisons qu'aucun adulte n'interviendrait durant ce laps de temps. L'association des enfants en dyades avait pour objectif de faciliter le dialogue et donc d'observer plus aisément les procédures et stratégies utilisées. Si les enfants ne parvenaient pas à résoudre le problème (ce qui a été le cas), nous vérifions s'ils maîtrisaient les procédures nécessaires à la résolution.

Observations

Dans la première dyade, la première réaction de Julie est de s'écrier : « Oh, c'est une résolution de problèmes. Moi je suis nulle, ça ne sert à rien. »; elle est approuvée par Nancy. Les deux enfants ne marquent aucun traitement de la tâche durant plusieurs minutes et manifestent des stratégies d'évitement : Nancy produit une action stéréotypée de jeu avec un bic et sa feuille, Julie regarde partout autour d'elle. Après plusieurs minutes, les deux filles s'engagent dans un traitement superficiel : une procédure de classement basée sur les nombres proposés et non sur des nombres traités (procédure inadéquate, voir énoncé **Figure 3**). Après avoir appliqué cette procédure, elles n'exécutent aucun contrôle.

Dans la deuxième dyade, Pierre et David marquent des réactions non verbales de découragement. Après quelques minutes où ils mettent en œuvre des stratégies d'évitement (faire du bruit, tenter d'engager une conversation avec nous,...), ils entrent malgré tout en traitement de la tâche. Pierre dit alors : « oh, c'est facile, j'ai compris », et s'engage de façon intuitive (sans préparation) dans un algorithme d'addition de tous les chiffres présents dans l'énoncé (procédure incorrecte), suivi par David. Une fois terminée, la procédure de calcul qu'ils ont effectuée est contrôlée

1. Les services de santé mentale sont des services pluridisciplinaires (médecins, psychologues, assistants sociaux) ayant pour mission d'assurer une aide psychologique, médicale et sociale ambulatoire aux personnes souffrant de troubles mentaux. Ils ont également pour mission d'agir en vue de la prévention des troubles chez l'enfant, y compris au plan scolaire.

par les deux garçons quant à l'exactitude des opérations arithmétiques réalisées, mais jamais quant à sa pertinence dans la poursuite de l'objectif. Pierre dit ensuite : « j'ai la réponse, on s'arrête ». Ensuite, les deux garçons s'engagent à nouveau dans des stratégies d'évitement : Pierre essaye par exemple de distraire les enfants de l'autre dyade.

On observe donc dans les deux dyades une première réaction d'évitement, significatifs selon nous de leur sentiment de ne pas disposer des capacités suffisantes pour y parvenir (sentiment de basse auto-efficacité). Les quatre enfants ne mettent pas en œuvre d'activités de description et d'analyse du problème, mais s'engagent directement et intuitivement dans une procédure (pas de phase d'anticipation). Les enfants de la première dyade ne mettent en œuvre aucune activité de contrôle. Ceux de la deuxième contrôlent les opérations arithmétiques effectuées, mais pas la pertinence de la procédure appliquée ou des résultats obtenus dans la poursuite de l'objectif. Dans les deux cas, la réponse fournie par les enfants est insensée.

Après un laps de temps de 10 minutes accordé à leur résolution, nous avons évalué la connaissance des procédures nécessaires à la résolution, auprès de chaque enfant. Ils se sont révélés tous les quatre capables d'appliquer ces procédures. La non-résolution du problème trouve donc sa source dans des difficultés ou des inadéquations de sélection et d'activation des procédures (correspondant à l'absence ou la partialité de la phase d'anticipation du modèle d'autorégulation proposé), et par l'absence de contrôle des procédures appliquées en fonction de la poursuite d'un objectif.

Deuxième séance

Déroulement

La deuxième séance visait d'une part l'évaluation des « capacités » de l'enfant concernant « chacune des stratégies d'autorégulation cognitive », à la demande de l'adulte (activité d'évaluation); elle avait d'autre part pour objectif de sensibiliser les quatre enfants à l'emploi de ces stratégies (activité de structuration). À cette fin, autour d'un problème mathématique complexe (voir **Figure 4**), l'adulte dirigeait chaque enfant dans la mise en œuvre des différentes stratégies d'autorégulation cognitive. Il demande dans un premier temps de bien regarder le problème, d'en décrire les données et l'objectif. Il demande dans un deuxième temps ce qu'il va falloir faire pour parvenir à cet objectif (planification). Dans un troisième temps, après chaque procédure menée, il replace le résultat obtenu dans la lignée de l'objectif et favorise les auto-évaluations. L'adulte accompagne la résolution en déterminant le choix des stratégies d'autorégulation cognitive à utiliser au temps présent, tout en laissant le choix à l'enfant des procédures à utiliser. Il souligne les problèmes, redonne la ligne de l'objectif, puis questionne sur ce qui est à faire.

Figure 4 - Problème « Demandez le programme »
(extrait de Danalet et alii (1999, p. 133))

Demandez le programme 2

Le samedi 1^{er} avril, trois téléfilms ont été diffusés. Chaque film possède une étiquette indiquant les films diffusés qui ont été enregistrés sur chacune des trois cassette.

À quelle cassette correspond chacune des étiquettes?

Aidez la police à trouver les films diffusés sur la cassette de la police.

Étiquettes de films diffusés en France.

La cassette de la police de la police.

E-120

E-240

E-180

Demandez le programme 1

Samedi 1^{er} avril

TV

- 9.00 Cinq ans d'aventure et quelques autres...
Magasin de livres de la semaine
- 10.00 Quel temps fait-il aujourd'hui?
Séance d'animation
- 11.00 Cinq ans d'aventure et quelques autres...
Magasin de livres de la semaine
- 12.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 13.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 14.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 15.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 16.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 17.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 18.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 19.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 20.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 21.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 22.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 23.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 24.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine

Cinéma

- 10.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 11.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 12.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 13.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 14.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 15.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 16.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 17.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 18.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 19.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 20.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 21.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 22.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 23.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine
- 24.00 Les téléfilms de la semaine
Magasin de livres de la semaine

Observations

Julie et Nancy démontrent beaucoup plus de traitement de la tâche. Aucune réaction affective négative outrancière n'entrave durablement le cours de la tâche. Seule une réaction en début de tâche « C'est un problème? » (Nancy) apparaît, mais elle n'aboutit pas à un désengagement ou à une paralysie de l'action. Beaucoup moins de stratégies d'évitement sont observées, mais Nancy et Julie restent sensibles à l'échec : en cas d'erreur perçue, des découragements passagers reprennent le dessus et freine l'action (Julie dit avec soupir « On s'est trompé! » et s'affale dans le fond de sa chaise). C'est alors grâce au soutien de l'adulte qu'elles redémarrent dans le traitement de la tâche.

Pierre et David démontrent moins de comportements francs d'évitement que lors de la première séance. Cependant, les deux garçons s'engagent dans un traitement peu profond de la tâche, sauf dans la situation d'un guidage direct de l'adulte sur l'emploi des stratégies d'autorégulation cognitive. C'est donc vraisemblablement

ce guidage qui détermine l'augmentation de leur engagement dans le traitement de la tâche, et la diminution de manifestations de stratégies d'évitement.

Plus globalement, il semble que la manière dont l'adulte guide le cheminement de l'autorégulation permet à l'enfant de se centrer sur une stratégie d'autorégulation à la fois. Ce traitement de la tâche diminue une impression de « vide » et d'insurmontabilité qui paralysait l'action dans la résolution autonome de la première séance. La croyance de l'enfant de pouvoir surmonter la tâche provient selon nous de la diminution du travail cognitif exigé. En effet, le guidage de l'adulte (voir infra) permet à l'enfant de se centrer sur l'application de chaque procédure et de chaque stratégie d'autorégulation cognitive sans devoir, comme c'était le cas lors de la première séance, se charger de la gestion et de l'activation de chacune de ces stratégies (utilisation interactive des stratégies).

De grosses lacunes apparaissent chez ces deux filles dans la représentation mentale de l'objectif. Sous la demande de l'adulte « Qu'est-ce qu'on nous demande? », elles répondent par des informations fragmentaires : elles observent les dessins du problème sans lire les consignes, et il faut que l'adulte demande plusieurs fois « à quoi il faut arriver et ce qu'on sait » pour que les enfants décrivent presque complètement les données et la demande. La phase de planification sera d'ailleurs encore l'occasion de récolter certaines données dans l'énoncé. Julie et Nancy parviennent à décrire une, voire deux étapes du plan d'action, ce qui reste une planification très partielle. Elles contrôlent l'exactitude des opérations arithmétiques réalisées avec une efficacité relativement bonne. Le contrôle de la poursuite de l'objectif s'avère par contre partiel et peu performant (pas de systématisation du contrôle), et se réalise seulement sous la demande de l'adulte.

Pierre et David ont démontré une grande difficulté à prendre le temps de la phase d'anticipation, préférant s'engager dans une action impulsive (comme ça avait été le cas lors de la séance précédente). L'adulte a insisté à diverses reprises au sein d'un temps très court qu'il désirait que les enfants lui disent à quoi ils devaient arriver (objectifs), avant que les enfants soient réellement capables de lui signifier. Ils n'ont par contre jamais réellement pu décrire de plan d'action sans l'engager dans l'immédiat. La procédure mise en œuvre est alors intuitive, dans ce cas-ci ils évaluent grosso modo (sans aucun calcul) les temps des émissions pour les placer sur les cassettes. Aucune procédure rigoureuse n'est appliquée, mais surtout aucune procédure de contrôle n'est réalisée spontanément : David et Pierre s'arrêtent et pensent avoir résolu le problème. Ce n'est que sous notre impulsion que les deux enfants acceptent (avec résistance) de réaliser ce contrôle et redémarrent des procédures plus rigoureuses.

Dans les deux dyades, de grosses difficultés apparaissent dans les transformations heures-minutes et viennent perturber la fin de la résolution. Les quatre enfants confondent par exemple 120 minutes et 1h20mn. Ce type de problème nécessitait sans aucun doute un travail préalable et isolé sur le système horloger et ses transformations, qui auraient permis d'accélérer la résolution, évitant le découragement apparu en fin de tâche. Ce fait conforte l'aspect primordial des connaissances conceptuelles et

procédurales dans les activités d'autorégulation et notamment en résolution de problèmes (composant 1 du modèle de Boekaerts).

On remarque donc moins de comportements d'évitement que la séance précédente. Si ceux-ci ne disparaissent pas, on n'observe plus de véritable paralysie de l'action comme cela avait été le cas lors de la séance précédente. Les quatre enfants restent cependant fragiles, et sont vite découragés en cas de problème ou de difficulté dans la résolution. Au niveau de l'autorégulation cognitive, l'adulte déterminant l'emploi des stratégies d'autorégulation cognitive, nous avons pu évaluer la mise en œuvre de chacune de ces stratégies par les quatre enfants. Il apparaît clairement que la « phase d'anticipation » pose des problèmes majeurs : déterminer l'objectif de la tâche, décrire efficacement les données et déterminer un plan d'action. Les quatre enfants sont généralement capables seulement d'une vision fragmentaire et intuitive des données, mais ont beaucoup de difficultés à analyser complètement le problème, même suite aux demandes des adultes. Les procédures de planification sont intuitives et peu performantes ou inexistantes. Les deux garçons ne semblent pas capables d'inhiber l'action pour pouvoir prendre le temps de la réflexion, que ce soit avant la tâche ou après la tâche. Les procédures de « contrôle » de la poursuite de l'objectif (que ce soit avant ou après son application) semblent difficiles chez David et Pierre, qui s'engagent seulement dans un contrôle superficiel; Julie et Nancy les mettent en œuvre partiellement, mais seulement avec un appui important de l'adulte.

Conclusion

À travers la première séance de notre intervention, il apparaît clairement que les quatre enfants en difficultés d'apprentissages mathématiques sont incapables de faire face adéquatement à la tâche lorsqu'on leur présente un problème qu'ils doivent résoudre sans l'appui d'un adulte. Les quatre enfants ont été dans un premier temps paralysés, et ont donc développé des stratégies d'évitement. Certains commentaires des enfants nous laissent penser que cette paralysie est issue de leur sentiment de ne pas disposer des capacités suffisantes pour résoudre cette tâche. Ce sentiment semble à l'origine de réactions affectives négatives qui empêchent les enfants de s'engager positivement dans l'action. La première étape de ces enfants lorsqu'ils sont confrontés à une résolution de problèmes est donc de parvenir à faire face à ces éléments affectifs, pour pouvoir réaliser un réel engagement cognitif.

Durant la première séance (résolution autonome en dyade), une fois ce stade de paralysie de l'action dépassé, les enfants se sont engagés dans un traitement partiel et superficiel, qui ne leur ont pas permis de parvenir à la résolution. Il est pourtant apparu dans la deuxième partie de cette première séance que les enfants maîtrisaient les procédures nécessaires à sa réalisation. Il semble donc que ce soit la sélection et l'activation de ces procédures qui posent problèmes, ce qui selon nous relève des capacités d'autorégulation. Et si les quatre enfants se révèlent incapables de mettre en place spontanément des stratégies de régulation cognitive, il s'avère que, de

manière décomposée sous l'incitation de l'adulte (deuxième séance), ils ont de grandes difficultés à les réaliser efficacement.

La phase d'anticipation semble extrêmement complexe pour ces enfants. La représentation mentale de l'objectif n'est pas réalisée spontanément. La dyade de garçons aborde intuitivement le problème, sans passer par la détermination de l'objectif, mais plutôt en se basant sur quelques éléments observés (nombres par exemple). La dyade de filles a tendance à aborder la représentation mentale du problème, mais partiellement (par exemple en observant les tableaux sans lire l'énoncé). L'objectif est donc défini de manière erronée (incomplète) ou n'est pas défini du tout. Lors de la résolution dirigée, il faut dans les deux dyades plusieurs interventions de l'adulte pour que tous les éléments nécessaires pour débiter une action structurée soient répertoriés. Ce travail semble pour eux fastidieux et non naturel.

Ceci étant dit, l'enfant pourrait entamer une action et procéder par essais-erreurs, en se rendant compte après sa première action qu'elle n'est pas adéquate, ou en se demandant si le résultat obtenu correspond bien à ce qui est demandé. Il apparaît cependant que ces procédures de contrôle ne sont pas réalisées spontanément, avec aucun des quatre enfants. Plus précisément, les deux garçons contrôlent l'exactitude des opérations arithmétiques de la procédure qu'ils ont choisie et mise en œuvre, mais ne réalisent aucun travail de contrôle de la poursuite de l'objectif. Sous l'impulsion de l'adulte, les enfants parviennent à comprendre qu'ils n'atteignent pas la demande, et à appliquer d'autres procédures alternatives ou complémentaires vers l'atteinte de l'objectif. Cependant, c'est toujours l'adulte qui devra, dans la réalisation de la tâche, inciter l'objectif, garantir des adaptations nécessaires.

Face à la perception d'une erreur ou d'une inadéquation du résultat par rapport à la demande du problème, les enfants restent fragiles et risquent de reproduire les mêmes réactions que celles du début de la tâche (paralysie de l'action et stratégies d'évitement). Une fois ceci dépassé, les enfants se mobilisent spontanément pour mettre en œuvre une nouvelle procédure. Cependant, à nouveau, la sélection de cette procédure se fait sur base d'informations construites partiellement, soit de la même manière qu'observé en début de tâche. De même, les procédures de contrôle suivent les mêmes caractéristiques que précédemment. Ceci illustre le caractère cyclique des mécanismes d'autorégulation et met en évidence la constance dans les capacités de l'enfant à ce niveau. Nos observations ont également permis d'observer une part du modèle de Boekaerts (voir **Figure 1**) : la non-maîtrise des éléments procéduraux relatifs aux mathématiques (composant 1) entrave gravement la mise en place des capacités de l'enfant à mettre en place des stratégies de régulation cognitive.

L'enfant en difficulté d'apprentissages mathématiques semble donc souffrir d'une incapacité à faire face à des éléments divers devant inévitablement être combinés pour parvenir à la résolution.

- Gestion de l'anxiété générée par l'impression de ne pas être capable de résoudre le problème (stratégies motivationnelles pour empêcher la paralysie d'action ou les comportements d'évitements);

- Connaissance préalable des procédures nécessaires à la résolution du problème (exemple : transformations heures - minutes);
- Stratégies de régulation, de manière cyclique :
 - Analyser le problème dans son entièreté et dégager l'objectif à atteindre;
 - Élaborer un plan d'action indépendant de et préalable à l'action elle-même, en sélectionnant les procédures utiles à la résolution;
 - Contrôler l'exactitude de la procédure appliquée, mais surtout sa pertinence en fonction de l'objectif;
 - Pouvoir mobiliser une nouvelle planification en fonction des résultats obtenus par les résultats de la procédure.

Si habituellement on apprend à l'enfant le sens et la fonctionnalité des procédures spécifiques au contexte (algorithme d'addition par exemple), on intègre trop rarement dans nos interventions envers des enfants en difficultés scolaires l'apprentissage de stratégies visant à faire face aux émotions négatives générées par les croyances motivationnelles de l'élève. De même, on favorise peu les stratégies garantissant une démarche de sélection et d'adaptation des procédures adéquates en fonction d'un répertoire de procédures interne à l'individu (autorégulation cognitive). Nous pensons qu'il faut que l'enfant envisage, comprenne, applique consciemment puis systématiquement jusqu'à l'automatisation (au moins partielle) de tels mécanismes afin de devenir performant dans une variété de tâche scolaire, et particulièrement en résolution de problèmes mathématiques.

Références bibliographiques

- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and actions : A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall.
- Boekaerts, M. (1999). Self-regulated learning : where we are today. IN *International Journal of Educational Research*, Vol. 31, pp. 445-457.
- Boekaerts, M. (1997). Self-Regulated Learning : a new concept embraced by researchers, policy makers, educators; teachers and students. IN *Learning and Instruction*, Vol. 2, pp. 161-186.
- Boekaerts, M. (1996). Self-Regulated Learning at the junction of Cognition and Motivation. IN *European Psychologist*, Vol. 1 (2), pp. 100-112.
- Boekaerts, M., Niemivirta, M. (2000). Self-regulated learning : finding a balance between learning goals and ego-protective goals. IN *Handbook of self-regulation : Theory, research, and applications*, M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidner (Eds.), San Diego, CA : Academic Press, pp. 417-451.

- Bouffard, T. (1998). Système de soi et métacognition. IN *Métacognition et compétences réflexives*, L. Lafortune, P. Mongeau et R. Pallascio (Eds.), Montréal : Logiques, pp. 203-222.
- Baffrey-Dumont, V. (1999). *Pensée postformelle et jugement réflexif chez le jeune adulte*. Thèse de doctorat non publiée, Louvain-la-Neuve : UCL.
- Carver, C.S., Scheier, M.F. (2000). On the structure of behavioral self-regulation. IN *Handbook of self-regulation : Theory, research, and applications*, M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidner (Eds.), San Diego, CA : Academic Press, pp. 42-85.
- Corno, L. (2001). Volitional aspects of self-regulated learning. IN *Self-regulated learning and academic achievement : theoretical perspective*, B.J. Zimmerman & D.H. Schunk (Eds.), Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum, pp. 191-226.
- Danalet, C., Dumas, J.P., Studer, C., Villars-Kneubulher, F. (1999). *Mathématiques : Quatrième primaire (livre du maître)*. Neuchâtel (Suisse) : Corome.
- Flavell, J.H. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. IN *Metacognition, motivation and understanding*, F.E. Weinert & R.H. Kluwe (Eds.), Hillsdale : Erlbaum, pp. 21-30.
- Flavell, J.H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. IN *The nature of intelligence*, L.B. Renick (Ed.), Hillsdale : Lawrence Erlbaum.
- Gagné, E.D. (1985). *The cognitive psychology of school learning*. Boston : Little, Brown and Company.
- Gombert, J.L. (1990). *Le développement métalinguistique*. Paris : P.U.F.
- Grégoire, J., Lafontaine D. (1997). *Évaluation externe en mathématique en cinquième année de l'enseignement primaire. Résultats et commentaires*. Rapport pour le Ministère Belge de l'Éducation.
- Grégoire, J., Lafontaine D. (1996). *Évaluation externe en mathématique en troisième année de l'enseignement primaire. Résultats et commentaires*. Rapport pour le Ministère Belge de l'Éducation.
- Kuhl, J. (1984). Volitional aspects of achievement motivation and learned helplessness : Toward a comprehensive theory of action control. IN *Progress in experimental personality research*, B.A. Maher & W.B. Maher (Eds.), New-York : Academic Press, Vol. 13, pp. 99-171.
- Lafortune, L., St Pierre, L. (1996). *L'affectivité et la métacognition dans la classe*. Montréal : Logiques.
- Lemos, S.L. (1999). Student's goals and self-regulation in the classroom. IN *International Journal of Educational Research*, Vol. 31, pp. 471-485.
- Locke & Latham (1990). *A theory of goal setting and task performance*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall.

- Mongeau, P., Lafortune, L., Pallascio, R., Allaire, R. (1998). Indice et structure de l'autorégulation métacognitive. IN *Métacognition et compétences réflexives*, L. Lafortune, P. Mongeau & R. Pallascio (Eds.), Montréal (Québec) : Logiques, pp. 245-259.
- Noël, B., Romainville, M., Wolfs, J.L. (1995). La métacognition : facettes et pertinence du concept en éducation. IN *Revue française de pédagogie*, Vol. 112, pp. 47-56.
- Patrick, H., Ryan, A.M., Pintrich, P.R. (1999). The differential impact of extrinsic and mastery goal orientations on males' and females' self-regulated learning. IN *Learning and Individual Differences*, Vol. 11 (2), pp. 153-171.
- Pintrich, P.R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. IN *Handbook of self-regulation : Theory, research, and applications*, M. Boekaerts, P.R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), San Diego, CA : Academic Press, pp. 451-502.
- Pintrich, P.R. (1999). The role of motivation in promoting and sustaining self-regulated learning. IN *International Journal of Educational Research*, Vol. 31, pp. 459-470.
- Pintrich, P.R., De Groot, E.V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. IN *Journal of Educational Psychology*, Vol. 82, pp. 33-40.
- Pintrich, P.R., Schrauben, B. (1992). Students' motivational beliefs and their cognitive engagement in classroom academic tasks. IN *Student Perceptions in the Classroom*, D.H. Schunk & J.L. Meece (Eds.), Hillsdale, N.J. : Lawrence Erlbaum, pp. 149-183.
- Pintrich, P.R., Schunk, D.H. (1996). *Motivation in education : theory, research, and applications*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall.
- Poirier-Proulx, L. (1999). *La résolution de problèmes en enseignement : cadre référentiel et outils de formation*. Paris : De Boeck.
- Powers, W.T. (1973). *Behavior : the control of perception*. Chicago : Aldine.
- Romainville, M. (1993). *Savoir parler de ses méthodes : métacognition et performance à l'université*. Bruxelles : De Boeck Université.
- Royer, J.M., Cisero, C.A., Carlo, M.S. (1993). Techniques and procedures for assessing cognitive skills. IN *Review of Educational Research*, Vol. 63 (2), pp. 201-243.
- Schunk, D.H. (2001). Social cognitive theory and self-regulated learning. IN *Self-regulated learning and academic achievement : Theoretical perspectives*, B.J. Zimmerman & D.H. Schunk (Eds.), Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum, pp. 125-152.
- Schunk, D.H. (1985). Self-efficacy and school learning. IN *Psychology in the Schools*, Vol. 22, pp. 208-223.

- Schunk, D.H., Meece, J.L. (1992). *Student perceptions in the classroom*. Hillsdale, N.J. : Erlbaum.
- Schunk, D.H., Zimmerman, B.J. (1998). *Self-regulated learning : From teaching to self-reflective practice*. New-York : Guilford.
- Schunk, D.H., Zimmerman, B.J. (1994). *Self-regulation of learning and performance : Issues and educational applications*. Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum.
- Shah, J.Y., Kruglanski, A.W. (2000). Aspects of goal networks : implications for self-regulation. IN *Handbook of self-regulation : Theory, research, and applications*, M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidner (Eds.), San Diego, CA : Academic Press, pp. 86-110.
- Tardif, J. (1992). *Pour un enseignement stratégique. L'apport de la psychologie cognitive*. Montréal : Logiques.
- Weinert, F.E., Kluwe, R.H. (1987). *Metacognition, motivation and understanding*. Hillsdale, NJ : Erlbaum.
- Winne, P.H., Perry, N.E. (2000). Measuring self-regulated learning. IN *Handbook of self-regulation : Theory, research, and applications*, M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidner (Eds.), San Diego, CA : Academic Press, pp. 750-768.
- Winne, P.H. (2001). Self-regulated learning viewed from models of information processing. IN *Self-regulated learning and academic achievement : theoretical perspective*, B.J. Zimmerman & D.H. Schunk (Eds.), Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum, pp. 153-190.
- Wolters, C. (1998). Self-regulated learning and college students' regulation motivation. IN *Journal of Educational Psychology*, Vol. 90, pp. 224-235.
- Zimmerman, B.J. (2000). Attaining Self-Regulation : A social cognitive perspective. IN *Handbook of self-regulation : Theory, research, and applications*, M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidner (Eds.), San Diego, CA : Academic Press, pp. 13-41.
- Zimmerman, B.J., Martinez-Pons, M. (1990). Student differences in Self-Regulated Learning : Relating Grade, Sex, and Giftedness to Self-Efficacy and Strategy Use. IN *Journal of Educational Psychology*, Vol. 82 (1), pp. 51-59.
- Zimmerman, B.J., Martinez-Pons, M. (1988). Construct validation of a strategy model of student self-regulated learning. IN *Journal of Educational Psychology*, Vol. 80, pp. 284-290.
- Zimmerman, B.J., Martinez-Pons, M. (1986). Development of a structured interview for assessing students use of self-regulated learning strategies. IN *AmPierrean Educational Research Journal*, Vol. 23, pp. 614-628.

Analyse didactique d'une situation d'apprentissage coopératif des mathématiques au primaire réalisée dans un contexte d'intégration scolaire

Diane GAUTHIER, Ph.D.

Université du Québec à Chicoutimi (Québec) Canada

Jean-Robert POULIN, Ph.D.

Université du Québec à Chicoutimi (Québec) Canada

RÉSUMÉ

Les facteurs pouvant influencer l'efficacité de l'apprentissage coopératif dans un contexte d'intégration qui implique la participation d'élèves ordinaires et d'élèves ayant une déficience intellectuelle sont encore mal connus. Dans le but d'enrichir les connaissances en ce domaine, une analyse didactique d'une situation d'apprentissage des mathématiques faisant appel à l'apprentissage coopératif a été effectuée à l'aide de la « théorie des situations didactiques » de Brousseau ainsi que du modèle de l'« ingénierie didactique » d'Artigue. La situation d'apprentissage porte sur la mesure. Elle a été conçue et appliquée par des enseignantes du primaire dans le cadre d'une recherche-action de type pragmatique-interprétative. Cette analyse fait ressortir un certain nombre de conditions qui peuvent favoriser l'émergence de comportements unilatéraux ou de surprotection ayant pour effets d'entraîner dépendance ou inertie chez les élèves ayant une déficience intellectuelle et de nuire

considérablement à la recherche de concertation entre les membres de l'équipe. Elle révèle aussi l'absence d'un questionnement de nature inductive de la part des enseignantes.

ABSTRACT

Didactic Analysis in the Context of the Scholastic Integration of a Co-operative Mathematics Learning Situation in Elementary School

The factors influencing the effectiveness of cooperative learning in an integration context involving average students and mentally retarded students are still widely unknown. With the goal of enriching knowledge in this field, we made a didactic analysis of a cooperative learning situation in mathematics with the help of Brousseau's « theory of didactic situations » and Artigue's model of « didactic engineering ». The learning situation deals with measurement. It was designed and applied by elementary school teachers in the framework of a pragmatic-interpretative action research. This analysis brought out a number of conditions that could promote the emergence of unilateral or overprotective behaviours, which could cause dependence or inertia in mentally retarded students and which could be quite harmful to the search for collaboration among group members. It also revealed an absence of inductive questioning on the part of the teachers.

RESUMEN

Análisis didáctico de una situación de aprendizaje cooperativo en matemáticas de primaria realizado en un contexto de integración escolar

Los factores que pueden influenciar la eficacia del aprendizaje cooperativo en un contexto de integración que implique la participación de alumnos normales y de alumnos con deficiencia intelectual no se conocen cabalmente. Basándonos en la « teoría de las situaciones didácticas » de Brousseau y de un modelo de « ingeniería didáctica » de Artigue, efectuamos el análisis de una situación de aprendizaje cooperativo en matemáticas con el fin de enriquecer los conocimientos en este campo. La situación de aprendizaje es sobre la medida. Fue concebida y aplicada por maestros de primaria en el cuadro de una investigación-acción de tipo pragmático-interpretativo. Este análisis pone de relieve un cierto número de condiciones que pueden favorecer el surgimiento de comportamientos unilaterales o de sobreprotección que provocan la dependencia o la inercia entre los alumnos con deficiencia intelectual y dañar considerablemente la búsqueda de concertación entre los miembros del equipo. También revela la ausencia de un cuestionamiento de naturaleza inductiva de la parte de los maestros.

Le problème

L'apprentissage coopératif est considéré par de nombreux auteurs (Slavin (1990); Wang (1992); Stainback, Stainback et Jackson (1992); Vergason et Anderegg (1993); Maloney (1995); Udvari-Solner (1998); Rieck, Wadsworth et Dugger (1999); Wade et Zone (2000)) comme un moyen d'intervention pédagogique efficace pour favoriser l'intégration et la participation sociale des élèves ayant des besoins particuliers dans le cadre de la classe ordinaire. Bon nombre de recherches ont porté sur l'apprentissage coopératif dans un contexte d'intégration d'élèves ayant une déficience intellectuelle en classe ordinaire. Plusieurs d'entre elles se sont intéressées à la question des apprentissages scolaires (Johnson, Johnson, DeWeerd, Lyons et Zaidman (1983); Tateyama-Sniezek (1990); Farlow (1994); Pomplun (1996); Slavin (1984); (1991); Stevens et Slavin (1995); Hunt, Staub, Alwell et Goetz (1994)) et à celle de la coopération et des interactions sociales (Bertone, Boyle, Mitchel et Smith (1999); Farlow (1994); Pomplun (1996); Piercy, Wilton et Townsend (2002)) chez ces élèves qui se caractérisent, sur le plan cognitif, par un retard dans le développement de leurs structures intellectuelles, par un déficit d'attention et de mémoire à court terme, par des difficultés de transfert et de généralisation ainsi que par un manque de stratégies cognitives et métacognitives (Dionne, Langevin, Paour et Rocque (1999)). En général, les résultats de ces études montrent qu'en matière d'apprentissages scolaires et d'interactions sociales, les élèves ayant une déficience intellectuelle sont en mesure de tirer profit d'une participation à des expériences d'apprentissage coopératif avec des élèves ordinaires.

Les facteurs qui exercent une influence positive ou négative sur l'efficacité de l'apprentissage coopératif auprès de ces élèves sont cependant encore très mal connus. Il convient donc de s'y intéresser davantage et de multiplier les recherches en ce sens (Tateyama-Sniezek (1990)) pour permettre le développement de procédures d'apprentissage coopératif adaptées, capables d'assurer, dans un contexte d'intégration, l'activité conjointe la plus efficace et la plus profitable possible, tant au plan cognitif que social, entre les élèves ordinaires et les élèves ayant une déficience intellectuelle du même âge chronologique. Dans les travaux réalisés jusqu'à maintenant, aucun effort d'adaptation des procédures d'apprentissage coopératif n'a été fait si ce n'est l'utilisation, dans certaines études de Slavin (1984), (1991), d'une procédure hybride réunissant apprentissage coopératif et enseignement individualisé.

Brousseau (1986), (1998) a élaboré la « théorie des situations didactiques ». Cet auteur définit la situation didactique comme un « jeu » qui implique l'enseignant et son élève et dont l'objet est le système des interactions de l'élève avec les problèmes posés par l'enseignant. Les thèses de Brousseau sont à l'origine de nombreux travaux de recherche dans le domaine de la didactique des mathématiques. Mais jusqu'à maintenant, aucune recherche sur l'apprentissage coopératif, réalisée dans le contexte de la classe ordinaire et impliquant l'activité conjointe d'élèves ordinaires et

d'élèves ayant une déficience intellectuelle, ne s'est intéressée spécifiquement à la question de la situation didactique. C'est dans le but de combler cette lacune et conséquemment d'enrichir la connaissance des facteurs qui peuvent influencer l'efficacité de l'apprentissage coopératif qu'est effectuée une analyse didactique de la conception et de la réalisation d'une situation d'apprentissage.

Le cadre méthodologique

La situation d'apprentissage choisie pour les fins de l'analyse didactique est la première d'une série de sept situations élaborées par des enseignants dans le cadre d'une recherche-action pragmatique-interprétative. Cette recherche, amorcée en 1999 (Poulin, Gauthier, Bédard, Bédard, Blackburn, Boivin, Plourde, Potvin (2000)), a pour objectif le développement et la validation d'un modèle adapté d'apprentissage coopératif des mathématiques destiné aux classes ordinaires du primaire qui accueillent des élèves ayant une déficience intellectuelle.

Dans la recherche-action pragmatique-interprétative, les enseignants jouent un rôle de premier plan dans la définition du problème à résoudre et dans la recherche de solutions (Savoie-Zajc (2001)). Il est alors possible de rendre compte avec une certaine finesse du processus de transformation des pratiques des enseignantes et, partant, d'établir un modèle d'enseignement-apprentissage qui, en prenant sa source dans la connaissance de ce processus, rejoigne les enseignants. Le développement et la validation du modèle d'apprentissage coopératif des mathématiques fait appel à la « théorie des situations didactiques » de Brousseau (1986), (1998) ainsi qu'à la méthode de l'« ingénierie didactique » d'Artigue (1988). Cette méthode associée à la théorie des situations didactiques sert d'instrument de validation des interactions d'ordre didactique et des outils menant à l'acquisition des connaissances mathématiques. La validation implique une phase de conception où l'enseignant définit dès le départ toutes les interactions d'ordre didactique (enseignant-élève-savoir), une phase de réalisation où l'enseignant fait vivre la situation d'apprentissage à ses élèves, une phase d'observation qui permet à l'enseignant de faire un retour à l'aide d'un instrument vidéo sur l'évolution de la situation didactique et enfin une phase d'analyse a posteriori des choix didactiques établis au moment de la conception de l'activité d'apprentissage.

La recherche-action implique la participation d'enseignants de deux commissions scolaires de la région Saguenay-Lac-Saint-Jean (Québec). Ces enseignants intègrent des élèves ayant une déficience intellectuelle en classe ordinaire. Dans le cadre de la recherche, ils agissent à titre de praticiens-chercheurs. Leur rôle consiste à concevoir, avec le support de deux chercheurs-experts du milieu universitaire, des situations d'apprentissage des mathématiques basées sur l'apprentissage coopératif, à les appliquer et enfin, à collaborer à l'analyse des données.

Les enseignants reçoivent l'équivalent de deux jours de formation, et ce, au moment où ils s'engagent dans la recherche. Cette formation comprend quatre blocs. Le premier bloc présente les fondements de l'apprentissage coopératif et les

différentes méthodes (Slavin (1986); Johnson, Johnson et Johnson-Holubec (1993)) en ce domaine. Le deuxième porte sur la « théorie des situations didactiques » et la méthode de l'« ingénierie didactique ». Le troisième aborde la question des compétences visées par le programme d'études adaptées en mathématique élaboré par le ministère de l'Éducation du Québec (1996) pour les élèves du primaire ayant une déficience intellectuelle allant de moyenne à sévère. Enfin, le quatrième bloc porte sur l'utilisation d'un guide d'élaboration d'activités d'apprentissage coopératif. Ce guide, conçu par les chercheurs-experts de l'équipe, s'inspire d'un outil élaboré par Stevahn, Bennett et Rolheiser (1995). Comme complément à cette formation, les enseignants se voient remettre un ensemble de textes relatifs à l'apprentissage coopératif, à l'enseignement dans une classe multiprogramme, aux caractéristiques cognitives et affectivo-sociales des élèves ayant une déficience intellectuelle ainsi qu'aux principes fondamentaux d'un enseignement adapté aux besoins de ces élèves.

Au moment de la conception et de l'application des activités d'apprentissage des mathématiques visant la participation conjointe d'élèves ayant une déficience intellectuelle et d'élèves ordinaires, les enseignants s'appuient sur les cinq critères fondamentaux inhérents aux rapports actifs de coopération en situation d'apprentissage coopératif établis par Johnson et Johnson (1994). L'interdépendance positive, la responsabilité individuelle, l'interaction face à face, les habiletés sociales et l'analyse du processus constituent ces critères.

Deux enseignantes de la commission scolaire Des Rives du Saguenay ont élaboré et appliqué la situation d'apprentissage retenue pour fins d'analyse didactique. L'une d'entre elles intervient dans une classe de quatrième année que fréquentent une majorité d'élèves ordinaires. Le ministère de l'Éducation du Québec (1990) définit l'élève ordinaire comme étant celui « qui fréquente une classe où l'enseignement est dispensé selon les méthodes pédagogiques conçues pour la majorité des élèves, par opposition aux autres catégories d'élèves » (p. 111). Trois (3) élèves de cette classe ordinaire (ministère de l'Éducation du Québec (1990)) présentent une déficience intellectuelle légère. L'enseignante responsable de cette classe reçoit de l'aide d'une éducatrice spécialisée quelques heures par semaine. L'autre enseignante intervient dans une classe ordinaire de cinquième année. Un de ses élèves présente une déficience intellectuelle légère.

Les enseignantes effectuent en commun le travail de conceptualisation de la situation d'apprentissage. Elles élaborent le contenu de chacune des périodes de la séquence d'enseignement et établissent les conditions de réalisation de cette séquence. Le contenu est décrit de la façon la plus complète possible de manière à ce que les conditions didactiques et matérielles soient reproductibles (Artigue (1988)).

La situation d'apprentissage est construite autour de la fabrication d'un cube devant servir de dé à jouer à la fin de l'activité dans le jeu « Serpents et Échelles ». Elle fait appel à diverses notions. Celles-ci portent sur la géométrie des solides ainsi que sur la mesure et la séparation en parties égales de surfaces reliées à la reconnaissance et à l'écriture des fractions sous la forme numérateur sur dénominateur. Les tâches que les élèves doivent accomplir vont de simples à complexes. La plupart des élèves

de quatrième et de cinquième année sont en mesure d'effectuer sans difficulté la majorité de ces tâches compte tenu des apprentissages qu'ils ont déjà réalisés en classe. Il s'agit pour ces élèves de tâches plutôt techniques ou d'exercices. Ce n'est toutefois pas le cas pour certaines des tâches à réaliser qui, de par leur complexité, présentent des contraintes susceptibles d'amener les élèves à concevoir et à vérifier la pertinence de nouvelles stratégies. Il s'agit de tâches qui impliquent pour les élèves la résolution de problèmes divergents pouvant les conduire à de nouveaux apprentissages. Il convient de préciser que les élèves sont peu familiers avec ce type de problèmes.

Pour réaliser les activités d'apprentissage coopératif, les élèves sont réunis en triades. Les élèves ayant une déficience intellectuelle sont dans des équipes différentes. Leurs coéquipiers sont formellement invités par l'enseignante et ce, avant même l'application de la situation d'apprentissage, à leur prêter main forte.

La situation d'apprentissage se divise en deux parties. Dans la première, chaque équipe reçoit une enveloppe qui contient le matériel nécessaire pour la réalisation de l'activité ainsi qu'une feuille où sont précisées les consignes et les étapes à suivre. L'équipe doit d'abord diviser chaque face d'un cube en autant de parties que le nombre de points figurant sur chacune des faces d'un dé à jouer standard placé au centre de la table. Pour ce faire, chacun des coéquipiers reçoit deux faces d'un cube de 12 cm de côté. Chaque face est imprimée sur un carton différent. À l'arrière du carton est inscrit un chiffre qui indique en combien de parties la face doit être divisée. L'élève ayant une déficience intellectuelle reçoit les faces où sont inscrits les chiffres 1 et 2. Il doit reconnaître et conserver intacte la face qui correspond au chiffre 1 et diviser en deux parties égales la face correspondant au chiffre 2. Le trait servant à séparer la face en deux parties égales peut être effectué par l'élève dans le sens qui lui plaît. Un de ses coéquipiers doit séparer en parties égales les faces portant les chiffres 3 et 4 tandis que l'autre coéquipier est responsable des faces portant les chiffres 5 et 6. Les coéquipiers doivent expliquer leurs stratégies et en discuter entre eux. Après les discussions et suite à l'établissement d'un consensus, le contrôleur de la qualité vérifie l'exactitude des réponses fournies. C'est alors que les coéquipiers colorent chacune des faces. Chaque partie d'une même face est colorée d'une couleur différente des autres parties de cette face. Les élèves assemblent ensuite les faces dans le même ordre que celui d'un dé à jouer standard placé au centre de la table. L'équipe demande alors l'approbation de l'enseignante et l'autorisation de passer à la deuxième partie de la situation d'apprentissage.

Dans la deuxième partie, chacun des membres de l'équipe reçoit une feuille de papier construction sur laquelle est imprimé, selon un développement-plan, un cube de 5 cm de côté. Il doit diviser en parties égales, non plus deux faces comme dans la première partie de l'activité, mais bien cinq des six faces du cube. Une fois ce travail accompli, les coéquipiers prennent connaissance des réponses de chacun et doivent se mettre d'accord. Par la suite, chaque élève colore le cube sur lequel il a travaillé. Les cubes sont alors présentés à l'enseignante. Cette étape franchie, les membres répondent à une série de questions de type « qui suis-je? » concernant les caractéristiques géométriques de certains solides tels que le prisme rectangulaire à

base carrée et la pyramide à base triangulaire (p.ex., je suis un solide formé de six faces dont deux sont des carrés). Les critères d'identification de ces solides sont déjà connus des élèves. Enfin, l'élève « responsable du temps » compte le nombre de jetons que les membres de l'équipe ont déposés dans une tirelire lorsqu'ils ont suivi les consignes de respect et d'entraide pendant la situation d'apprentissage et inscrit le total à l'endos de l'enveloppe qui contenait tout le matériel. Ces jetons permettent aux coéquipiers de participer à une activité récompense.

Pour assurer le bon fonctionnement des activités et ce, en fonction des principes de l'apprentissage coopératif, chaque membre de l'équipe assume une responsabilité qui lui est propre. Pendant l'activité, chacun des coéquipiers porte un macaron sur lequel est indiquée la responsabilité qu'il doit assumer. Le « responsable du matériel » voit à ce que chacun des coéquipiers reçoive le matériel nécessaire à l'exécution de sa tâche et il recueille les productions de l'équipe qui doivent être présentées à l'enseignante. Le « contrôleur de la qualité » vérifie l'exactitude des réponses fournies par ses coéquipiers. Ce rôle est tenu par l'élève ayant une déficience intellectuelle au sein de l'équipe. Le « responsable du temps » ou l'« harmonisateur » s'assure du respect des délais prévus pour la réalisation des différentes tâches.

L'analyse didactique de la situation d'apprentissage est réalisée par les praticiens-chercheurs et les chercheurs-experts à partir d'enregistrements vidéo. En se basant sur la méthode de l'ingénierie didactique d'Artigue (1988), ils tentent d'identifier les points forts et les points faibles des activités d'apprentissage en effectuant des comparaisons entre la situation d'apprentissage telle décrite a priori et celle réalisée en classe. Ces comparaisons sont effectuées à l'aide de paramètres établis par Gauthier (1999). Il s'agit de l'organisation matérielle de la classe, du matériel didactique utilisé, des consignes données aux élèves, des interactions entre l'enseignante et ses élèves et enfin, des interactions entre élèves.

L'analyse didactique de la situation d'apprentissage

Les enseignantes, tout comme les élèves, en sont à leurs premières expériences en matière d'apprentissage coopératif. Au début des activités, chaque enseignante prend de 20 à 30 minutes pour faire connaître à ses élèves ses attentes concernant leur comportement et pour leur expliquer les différentes étapes de la situation d'apprentissage. Ces étapes sont présentées sur un des tableaux de la classe. Elles sont également incluses dans l'enveloppe remise à chacune des équipes. Les enseignantes affirment avoir éprouvé de l'insécurité à l'égard de l'apprentissage coopératif qui constituait un nouveau mode d'apprentissage pour leurs élèves et impliquait de nouvelles façons de faire pour elles. Selon leurs propos, elles craignaient de ne pas être en mesure de bien sentir le pouls de la classe et par voie de conséquence, de perdre le contrôle de la situation, d'où la nécessité, pour elles, de prendre un certain temps pour expliquer les différentes étapes de la situation d'apprentissage.

Au lieu de présenter et d'expliquer longuement les différentes étapes de l'activité aux élèves, les enseignantes auraient pu se limiter à communiquer leurs attentes en matière de comportement. Elles auraient pu par la suite remettre le matériel à chacune des équipes en laissant le soin au « responsable du matériel » de lire les consignes relatives à la réalisation de la tâche et de s'assurer de leur compréhension par ses coéquipiers. Cette démarche étant, bien entendu, effectuée sous la supervision de l'enseignante. Selon Wang (1992), le bon fonctionnement d'une équipe implique que les partenaires discutent entre eux des consignes à suivre pour se les approprier. Une telle façon de procéder aurait permis aux élèves de jouer un rôle beaucoup plus actif dans l'appropriation des consignes et de s'engager (dévolution) plus rapidement dans les activités de façon à soutenir davantage leur intérêt. Elle aurait aussi permis aux enseignantes de vérifier beaucoup plus tôt la compréhension du vocabulaire mathématique chez les élèves.

Au moment de la conception du scénario d'apprentissage, les enseignantes ont jugé essentiel de faire en sorte de créer des conditions permettant d'assurer un support constant aux élèves ayant une déficience intellectuelle pendant l'activité d'apprentissage. Pour ce faire, elles ont prévu la présence d'un élève particulièrement performant dans ses apprentissages en mathématiques au sein des équipes concernées. En somme, un « mini-prof » capable de guider la démarche de l'équipe et surtout celle de l'élève ayant une déficience intellectuelle. Or, cette façon de procéder risquait fort de compromettre le respect du principe d'interdépendance positive inhérent à l'apprentissage coopératif.

Les enseignantes auraient dû éviter de faire appel à ce qui, dans les faits, peut être considéré comme une forme de « transfert » de responsabilité. Ce type d'apprentissage leur étant peu familier, elles ont probablement cherché à se sécuriser en s'assurant de la présence d'un « aide » ou d'un « mini-prof » pour les remplacer dans les équipes les plus susceptibles d'éprouver des difficultés de fonctionnement. Ce faisant, elles amplifiaient la distance cognitive déjà présente entre l'élève ordinaire et l'élève ayant une déficience intellectuelle risquant ainsi d'augmenter significativement la possibilité que l'interaction provoque des régulations de type relationnel plutôt que des régulations cognitives, seules capables d'induire selon Doise et Mugny (1981) un progrès de nature intellectuelle.

Ces enseignantes ont aussi invité formellement et ce, avant le début des activités, les élèves ordinaires qui devaient interagir avec un élève ayant une déficience intellectuelle à aider leur compagnon dans la réalisation de ses tâches. En somme, elles ont proposé une forme de parrainage académique (Brazeau (1998)). Cependant, elles n'ont pas donné à ces élèves d'indications sur la façon dont devait se concrétiser leur assistance.

Dans la première partie de la situation d'apprentissage, cette assistance a beaucoup varié tant d'un point de vue quantitatif que d'un point de vue qualitatif. Dans trois des quatre équipes, l'élève ayant une déficience intellectuelle est un compagnon respecté par ses coéquipiers qui lui apportent volontiers attention constante et aide. Dans l'autre équipe cependant, les élèves ordinaires semblent se préoccuper très peu de l'élève ayant une déficience intellectuelle sauf lorsqu'il leur réclame de

l'aide. Et même dans ces conditions, l'aide ne vient pas toujours. Il est possible qu'il soit très difficile pour certains élèves d'accompagner quelqu'un à qui il faut souvent répéter les mêmes choses. Dans la deuxième partie, l'aide se fait rare à l'endroit du compagnon ayant une déficience intellectuelle et ce, dans toutes les équipes.

En ne définissant pas clairement le type d'aide ainsi que les limites de l'aide que les élèves pouvaient apporter à leur compagnon, les enseignantes s'exposaient à ce que l'exercice de la responsabilité individuelle qui constitue un des principes fondamentaux de l'apprentissage coopératif ne soit pas respecté. Même si l'entraide s'avère un comportement important dans le cadre de l'apprentissage coopératif, elle ne doit pas se faire au détriment de la prise en charge par l'élève de sa démarche d'apprentissage visant à surmonter l'obstacle épistémologique.

Il faut par ailleurs se demander pour quels motifs les enseignantes ont invité avec autant d'insistance les élèves ordinaires à aider leurs compagnons ayant une déficience intellectuelle. Craignaient-elles que la tâche proposée à ces derniers s'avère beaucoup trop difficile pour eux? Ce serait là une indication que ces enseignantes éprouvaient de la difficulté à bien situer l'état des connaissances des élèves ayant une déficience intellectuelle et conséquemment, à leur proposer des tâches qui favorisent l'exercice de la responsabilité individuelle et qui posent un défi à la portée de l'élève.

Il importe également de préciser que les élèves ordinaires ne s'apportaient que très peu d'aide au moment où ils accomplissaient les tâches qui leur étaient assignées. L'aide, lorsqu'il y en avait, c'est-à-dire principalement durant la première partie de la situation d'apprentissage, était surtout dirigée vers l'élève ayant une déficience intellectuelle. L'élève ordinaire exécutait seul ses tâches et c'est seulement lorsque celles-ci étaient terminées qu'il présentait le résultat de son travail à ses coéquipiers et ce, sans expliquer comment il avait procédé. Dans la deuxième partie de la situation d'apprentissage, lors des rares occasions où les élèves ordinaires discutaient entre eux de la façon de procéder pour effectuer un tracé précis, les élèves ayant une déficience intellectuelle leur demandaient de leur expliquer l'objet de la discussion tout en leur rappelant qu'ils étaient tenus de les aider. Ces interventions semblent avoir eu pour effet de nuire aux démarches des élèves ordinaires alors confrontés à des problèmes de partition qui, de toute évidence, leur posaient un défi de taille sur le plan cognitif.

L'interdépendance positive entre les coéquipiers est un indice du bon fonctionnement et de l'appropriation des principes de l'apprentissage coopératif. Dans un contexte d'interdépendance positive, tous les élèves s'entraident dans l'accomplissement de leurs tâches respectives, sans faire à la place de l'autre, pour atteindre un but commun. Le fait que les enseignantes aient particulièrement insisté pour que les élèves ordinaires aident leur compagnon ayant une déficience intellectuelle explique probablement pour une grande part le peu de coopération observé entre les autres coéquipiers, occupés qu'ils étaient à travailler sur les tâches qui leur étaient confiées et à soutenir l'élève ayant une déficience intellectuelle. La complexité des tâches dans la deuxième partie de la situation d'apprentissage constitue un autre facteur qui n'est certainement pas étranger à ce manque d'entraide.

Lors de la première partie de la situation d'apprentissage, les élèves ayant une déficience intellectuelle devaient, dans un premier temps, faire le lien entre la face d'un dé à jouer avec un seul point et le fait de colorier une des faces du cube d'une seule couleur. D'un point de vue conceptuel, cette tâche ne posait pas de grandes difficultés à ces élèves qui l'ont d'ailleurs très bien réussie. De plus trois d'entre eux ont reçu de l'aide et des réponses précises de la part de leurs coéquipiers au moment où ils réalisaient la tâche. Or, comme le souligne Webb (1992), les élèves moins performants réussissent généralement mieux lorsqu'ils reçoivent une réponse directe et précise à leur demande d'aide et qu'ils peuvent appliquer cette réponse immédiatement.

Dans un deuxième temps, les élèves ayant une déficience intellectuelle devaient séparer une face du dé en deux parties égales. Cette tâche s'est avérée, contrairement à la première, particulièrement difficile puisque ces élèves ne semblaient pas comprendre le sens de la consigne « séparer en deux parties égales » et qu'ils ne possédaient pas l'habileté de la lecture d'une mesure sur une règle. Il aurait été important que les enseignantes vérifient au préalable la compréhension de la « notion séparer en deux parties » chez ces élèves et qu'elles leur proposent, au besoin, des activités qui en facilitent l'acquisition. Par exemple, elles auraient pu faire vivre aux élèves une série d'expériences où ils auraient eu à séparer en deux, trois, quatre, cinq et même en six parties, divers objets. Lorsque l'élève intégré aurait démontré qu'il comprenait la signification de « séparer en deux parties » elles auraient pu passer à la notion plus complexe de « deux parties égales » à l'aide d'exercices de pliage de feuilles de papier carrées en deux parties symétriques. Ces exercices auraient pu assurer aux élèves ayant une déficience intellectuelle une préparation susceptible de les rendre plus actifs et confiants dans leur démarche d'apprentissage et de faire en sorte qu'ils sollicitent moins l'aide de leurs partenaires. King (1993) ainsi que Poulin, Gauthier, Blackburn, Blackburn, Bouchard, Couture et Potvin (2002) ont en effet constaté, dans des études sur le fonctionnement d'élèves ayant des difficultés en situation d'apprentissage coopératif, qu'un bon nombre d'entre eux adoptent un rôle passif.

Toujours dans la première partie de la situation d'apprentissage, les membres de l'équipe se voyaient confier des tâches plus ou moins complexes du point de vue cognitif. L'élève qui devait séparer la face 5 en parties égales héritait de la tâche la plus complexe, la plus susceptible, du moins pour les élèves ordinaires, d'induire un conflit cognitif. Cet élève devait effectuer une division avec des nombres décimaux ou encore séparer, à l'aide d'une règle ou de tout autre instrument jugé pertinent, un des côtés du carré de 12 cm. Aucun des élèves qui devaient réaliser cette tâche n'a utilisé l'algorithme de la division appliqué à l'opération $12/5$. Ceci est fort compréhensible puisque ce n'est généralement pas avant la sixième année que les élèves apprennent à effectuer une telle opération.

À une exception près, les équipes, tant de la quatrième année que de la cinquième année, ont adopté un comportement très élémentaire en ce qui concerne la partition de la face 5. En effet, la solution finale a tout simplement consisté à effectuer les traits séparateurs à main levée et ce, sans vraiment chercher à s'assurer de l'égalité des distances entre les traits. Devant la difficulté de séparer en parties

égales la face 5, ces équipes n'ont pas fait appel à l'estimation comme ce fut le cas pour l'équipe de cinquième année qui s'est démarquée des autres. Cette équipe a en effet placé une règle sur la base de la face à séparer tout en faisant appel aux tables de la division. L'élève « porte-parole » de l'équipe s'est exprimé ainsi : « si 10 divisé en 5 donne 2 et 15 divisé en 5 donne 3, alors le résultat de 12 divisé en 5 est entre 2 et 3. Dans la réponse, il y aura des centimètres et des millimètres. La réponse est près de 2,5 cm, mais cela n'est pas précis ». Or, tout comme les membres de cette équipe de cinquième année, les élèves ordinaires des autres équipes avaient appris à faire des estimations sur les résultats d'une division.

Ces équipes auraient pu aussi essayer de résoudre le problème de la partition de la face 5 en mesurant d'abord le côté de cette face à l'aide d'une règle puis en utilisant cette règle comme s'il s'agissait de l'échelle des nombres afin d'établir l'étendue de chacun des cinq bonds pour arriver à 12 cm. L'absence de telles stratégies de résolution de problèmes chez ces équipes peut possiblement s'expliquer par le fait que les élèves sont rarement invités à tracer des partitions comme ce fut le cas dans cette activité d'apprentissage.

En regard des difficultés éprouvées par les équipes qui n'arrivaient pas à utiliser l'approximation ou encore la mesure comme stratégies de résolution du problème, les enseignantes auraient pu proposer un temps d'arrêt, ce qui constitue une pratique courante en apprentissage coopératif, pour permettre aux équipes de faire le point sur les difficultés rencontrées et chercher ensemble des stratégies efficaces. De plus, les principes d'interdépendance positive inhérents à l'apprentissage coopératif auraient pu être rappelés aux équipes ce qui aurait sans doute favorisé un meilleur climat de travail lors de la deuxième partie de la situation d'apprentissage.

Dans la deuxième partie de la situation d'apprentissage, chacun des coéquipiers devait partager les faces d'un dé de 5 cm de côté selon les consignes établies lors de la première partie de la situation d'apprentissage. Au moment du retour sur l'expérience, les enseignantes ont fait des commentaires qui indiquent que lorsqu'elles ont élaboré la situation d'apprentissage, elles pensaient que le transfert des apprentissages réalisés lors du déroulement de la première partie de la situation s'effectuerait assez facilement. Mais la réalité fut tout autre puisque la plupart des élèves n'ont pas été en mesure de trouver des stratégies efficaces d'approximation lors de la division d'une des faces en cinq parties égales pendant la première partie de l'activité. C'est fort probablement une des principales raisons pouvant expliquer le peu de collaboration observé lors de la deuxième partie de la situation d'apprentissage. Devant les difficultés rencontrées, plusieurs élèves ont préféré travailler de façon individuelle. Certains sont même allés jusqu'à construire des isoloirs avec leurs manuels de classe évitant ainsi les contacts visuels avec leurs coéquipiers. Dans un tel contexte, les élèves ayant une déficience intellectuelle ont été complètement abandonnés à eux-mêmes. Les principes de l'apprentissage coopératif mis de l'avant au début de la première partie de la situation d'apprentissage ont donc été évacués, de toute évidence parce que les élèves n'arrivaient pas à franchir l'obstacle cognitif. Au lieu de s'engager dans des régulations de type cognitif, c'est-à-dire une recherche de coordination des points de vue, les coéquipiers ont procédé à des régulations de type

relationnel caractérisées par un refus de coopérer. Les enseignantes n'ont donc pas été en mesure de prévoir, au moment de la conception des activités, des stratégies pour soutenir les équipes qui auraient pu rencontrer des difficultés marquées sur le plan cognitif. De plus, elles n'ont pas su identifier au cours de l'activité des modes d'intervention, tels que le questionnement, capables de conduire les élèves à « redécouvrir » et à utiliser efficacement des stratégies de partition. D'un point de vue didactique, les enseignantes auraient pu proposer un questionnement de nature inductive permettant aux coéquipiers de progresser dans la résolution de cette tâche. Ce questionnement aurait favorisé l'objectivation qui est pratiquement absente dans la démarche didactique de ces enseignantes. Enfin, il convient d'insister sur le fait qu'aucune adaptation du matériel n'a été proposée pour respecter les caractéristiques particulières des élèves ayant une déficience intellectuelle en matière de traitement de l'information.

L'examen des enregistrements vidéo permet de constater que les élèves cherchaient à présenter le plus rapidement possible une solution à chacune des étapes de la situation d'apprentissage. Il semble donc qu'à leurs yeux l'efficacité était associée à la vitesse d'exécution. L'élément « temps » étant considéré comme une marque de réussite dans la réalisation de la situation d'apprentissage, la présence d'un élève intégré au sein de l'équipe, a pu être perçue, par certains, comme une source de ralentissement et de perte d'efficacité. Il aurait donc été souhaitable que les enseignantes précisent à leurs élèves que c'est d'abord et avant tout la qualité de la démarche de résolution de problèmes qui est importante et non pas simplement la vitesse d'exécution. En insistant sur ce point les enseignants favoriseront davantage la participation de l'élève intégré.

Pour accomplir adéquatement les différentes tâches de la deuxième partie de la situation d'apprentissage, les élèves devaient comprendre que plus le nombre de points est élevé sur une face du dé, plus petite sera la surface de chacune des parties égales obtenues après la séparation. Il s'avérait très difficile pour les élèves ayant une déficience intellectuelle d'accéder à un tel niveau de compréhension et il aurait été préférable de leur proposer des tâches moins complexes, plus près de celles qui leur avaient été confiées au début des activités.

Durant le déroulement des activités, les enseignantes ont circulé continuellement dans la classe, allant d'une équipe à l'autre, pour répondre aux questions. À la fin, elles ont affirmé que le fait de répondre aux questions des élèves n'implique pas pour autant de leur dire comment effectuer les tâches. Elles considéraient avoir joué à la fois un rôle de guide, en clarifiant certaines consignes liées aux tâches, et un rôle de médiatrice, en aidant les élèves à régler les conflits interindividuels. Or, malgré ces propos, les enseignantes sont allées, dans le feu de l'action, jusqu'à suggérer aux élèves une procédure à suivre et ce principalement vers la fin de la deuxième partie de la situation d'apprentissage. C'est ce qui ressort de l'examen des enregistrements vidéo. Il semble donc que les délais, de toute évidence beaucoup trop courts, qu'elles s'étaient fixés, les aient amenées à transgresser les règles qu'elles avaient établies au départ. Ces règles allaient tout à fait dans l'esprit d'une démarche authentique d'apprentissage coopératif qui doit reposer d'abord et avant tout sur l'activité

des coéquipiers, l'enseignant se limitant, pour sa part, à créer les conditions qui permettront à ses élèves de construire ensemble et ce, dans le cadre d'une démarche où l'autonomie occupe une place prépondérante.

Conclusion

Cette analyse didactique aura permis d'effectuer un certain nombre de constats relativement aux conditions qui peuvent influencer la dynamique de l'interaction sociale et de la résolution de problèmes dans un contexte d'apprentissage coopératif impliquant l'activité conjointe d'élèves ordinaires et d'élèves ayant une déficience intellectuelle. Ainsi, le fait d'insister sur l'importance d'aider le coéquipier ayant une déficience intellectuelle et ce, sans donner d'indications sur la façon dont cette aide doit être apportée, peut avoir un impact négatif sur l'implication de cet élève dans la tâche. Pour sa part, le fait d'introduire un coéquipier particulièrement performant au sein d'une équipe qui comprend un élève ayant une déficience intellectuelle peut s'avérer sécurisant pour un enseignant. Cependant, en procédant ainsi, l'enseignant risque fort d'induire des comportements unilatéraux. C'est toute la synergie du groupe qui peut s'en trouver compromise comme le donnent à penser les observations issues de cette recherche.

Il ressort aussi de cette analyse que les enseignantes ont très peu fait appel à un questionnement de nature inductive pour soutenir les élèves dans leur démarche de résolution de problèmes. De plus, elles ne se sont pas préoccupées de concevoir un matériel qui tienne compte des caractéristiques des élèves ayant une déficience intellectuelle. Il semble donc qu'il s'agisse là de tâches particulièrement difficiles à accomplir pour les enseignants qui commencent à se familiariser avec l'apprentissage coopératif et ce, même s'ils ont été sensibilisés à leur importance au cours d'une formation préalable à cette première expérience.

Cette analyse didactique d'une situation d'apprentissage vient donc enrichir la connaissance des facteurs qui peuvent influencer l'apprentissage coopératif lorsque celui-ci implique des interactions entre élèves ordinaires et élèves ayant une déficience intellectuelle. Il s'agit là d'une contribution modeste mais significative. De plus, cette analyse, en mettant en évidence les obstacles rencontrés par les enseignantes et les stratégies qu'elles ont mises de l'avant pour les surmonter au moment où elles commençaient à intégrer les principes de l'apprentissage coopératif dans leur pratique, fournit des données très utiles pour la conception d'ateliers de formation en mesure de respecter le processus de développement des habiletés des enseignants dans le domaine de l'apprentissage coopératif. La réalisation de cette analyse constitue de toute évidence une démarche fructueuse dans le cadre de l'élaboration d'un modèle d'apprentissage coopératif adapté à la réalité des classes ordinaires du primaire qui accueillent des élèves ayant une déficience intellectuelle.

En terminant, il convient de préciser que, dans la mesure où il est possible d'en

juger, les élèves ayant une déficience intellectuelle semblent avoir peu progressé dans leurs apprentissages touchant les domaines de la géométrie et de la mesure. Pourtant, dans certaines recherches, des élèves ayant une déficience intellectuelle légère se sont montrés capables de progresser substantiellement dans leurs apprentissages en mathématiques lors de leur participation à des activités d'apprentissage coopératif réalisées dans un contexte d'intégration. Le manque d'expérience des enseignantes en matière d'apprentissage coopératif et les lacunes qui en ont résulté tant au niveau de la conception que de l'application de la situation d'apprentissage peuvent possiblement expliquer, du moins partiellement, le peu de progrès qui semble avoir été réalisé lors de l'application de la situation d'apprentissage qui vient de faire l'objet d'une analyse didactique.

Références bibliographiques

- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 9(3), pp. 282-308.
- Bertone, L., Boyle, J., Mitchel, J., Smith, J. (1999). *Improving Prosocial Behavior through Social Skill Instruction*. Eric ED 434296.
- Brazeau, P. (1998). *Stratégies pour apprendre et enseigner autrement*. Montréal : Chenelière/McGraw-Hill, éditions.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. IN *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol. 7(2), pp. 33-115.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage, éditions.
- Dionne, C., Langevin, J., Paour, J. L., Rocque, S. (1999). Le retard du développement intellectuel. IN *Psychopathologie de l'enfant et de l'adolescent. Approche intégrative*, Habimana, E., Éthier, L.S. Petot, D., Tousignant, M. (Eds), Montréal : Gaétan Morin éditeur, pp. 317-342.
- Doise, W., Mugny, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Paris : Inter Éditions.
- Farlow, L.J. (1994). Cooperative Learning to Facilitate the Inclusion of Students with Moderate to Severe Mental Retardation in Secondary Subject-Area Classes. IN Paper presented at the *Annual Meeting on mental Retardation*, Boston.
- Gauthier, D. (1999). *La modélisation mathématique dans l'enseignement des sciences au secondaire*. Thèse de doctorat inédite, Montréal : Université de Montréal.
- Hunt, P., Staub, D., Alwell, M., Goetz, L. (1994). Achievement by All Students within

- the Context of Cooperative Learning Groups. IN *Journal of Association for Persons with Severe Handicaps*, Vol. 19(4), pp. 290-301.
- Johnson, R.T., Johnson, D.W. (1994). An Overview of Cooperative Learning. In *Creativity and Collaborative Learning*, J.S. Thousand, R.A. Villa, A.I. Nevin (Eds), Baltimore : Paul H. Brookes Publishing co., pp. 31-44.
- Johnson, D.W., Johnson, R.T., Johnson-Holubec, E.J. (1993). *Cooperation in the Classroom*. Edina : Interaction Book co., 6^{ème} éd.
- Johnson, R., Johnson, D.W., De Weerd, N., Lyons, V., Zaidman, B. (1983). Integrating severely adaptatively handicapped seventh-grade students into constructive relationship with nonhandicapped peers in science class. IN *American Journal of Mental Retardation*, Vol. 87, pp. 611-618.
- King, L.H. (1993). High and low achievers' perceptions and cooperative learning in two small groups. IN *The elementary School Journal*, Vol. 93(4), pp. 399-416.
- Legendre, R. (1993). *Dictionnaire actuel de l'Éducation*. Montréal : Guérin, éditeur ltée.
- Maloney, J. (1995). *A call for placement Options*. Educational Leadership. Déc. 1994 / Jan. 1995, 25-26.
- Ministère de l'Éducation du Québec (1990). *Vocabulaire de l'Éducation*. Québec : Les Publications du Québec.
- Ministère de l'Éducation du Québec (1996). *Programmes d'études adaptées : Français, Mathématiques, Sciences Humaines*. Enseignement primaire. Gouvernement du Québec.
- Piercy, M., Wilton, K., Townsend, M. (2002). Promoting the social acceptance of young children with moderate-severe intellectual disabilities using cooperative-learning techniques. IN *American Journal on mental retardation*, Vol. 107(5), pp. 352-360.
- Pomplun, M. (1996). When students with disabilities participate in cooperative groups. IN *Exceptional Children*, Vol. 64 (1), pp. 49-58.
- Poulin, J.R., Gauthier, D., Bédard, K., Bédard, L., Blackburn, P., Boivin, M., Plourde, Y., Potvin, C. (2000). Vers un modèle adapté d'apprentissage coopératif des mathématiques applicable dans les classes ordinaires du primaire qui intègrent des élèves ayant une déficience intellectuelle. IN *Revue francophone de la déficience intellectuelle, Actes du colloque recherche défi*, Vol. 11, numéro spécial.
- Poulin, J.R., Gauthier, D., Blackburn, H., Blackburn, P., Bouchard, A., Couture, P., Potvin, C. (2002). L'interaction entre pairs dans le cadre d'ateliers d'apprentissage coopératif des mathématiques réalisés dans des classes ordinaires du primaire. IN *Revue francophone de la déficience intellectuelle, Actes du colloque recherche défi*, Vol. 13, numéro spécial.

- Rieck, W.A., Dugger-Wadsworth, D.E. (1999). Foreign Exchange. IN *Intervention in School and Clinic*, Vol. 35(1), pp. 22-28
- Savoie-Zajc, L. (2001). La recherche en éducation: ses cadres épistémologiques, sa pertinence, ses limites. IN *Nouvelles Dynamiques de Recherche en Éducation*, Anadon, M. (Ed), Québec : Les Presses de l'Université Laval, pp. 15-49.
- Slavin, R.E. (1984). Combining Cooperative Learning and Individuals Instruction : Effects on Students Mathematics Achievement, Attitudes and Behaviors. IN *Elementary School Journal*, Vol. 84 (4), pp. 409-422.
- Slavin, R.E. (1986). *Using Student Team Learning*. Baltimore : The John Hopkins Team Learning Project, 3^{ième} édition.
- Slavin, R.E. (1990). Learning Together. IN *The American Schoolboard Journal*, Vol. 177 (8), pp. 22-23.
- Slavin, R.E. (1991). Synthesis of Research of Cooperative Learning. IN *Educational Leadership*, Vol. 48 (5), pp. 71-82.
- Stainback, S., Stainback, W., Jackson, H.J. (1992). Toward Inclusive Classrooms. IN *Curriculum Considerations in Inclusive Classrooms - Facilitating Learning for all students*, S. Stainback & W. Stainback (Ed.), Baltimore, MD : Paul H. Brookes Publishing Co., pp. 3-17.
- Stevahn, L., Bennett, B., Rolheiser, C. (1995). *Apprentissage coopératif : Rencontre du cœur et de l'esprit*. Toronto : Educational Connections.
- Stevens, R.J., Slavin, R.E. (1995). Effects of a Cooperative Learning Approach in Reading and Writing on Academically Handicapped and Nonhandicapped Students. IN *Elementary School Journal*, Vol. 95(3), pp. 241-262.
- Tateyama-Sniezek. K.M. (1990). Cooperative Learning: Does it Improve the Academic Achievement of Students with Handicaps? IN *Exceptionnal Children*, Vol. 56 (5), pp. 426-437.
- Udvari-Solner, A. (1998). Un modèle de prise de décision quant à l'adaptation du cursus aux groupes coopératifs. IN *La créativité et l'apprentissage coopératif*, Thousand, J.S., Villa, R.A., et Nevin. (Eds), Montréal : Les Éditions Logiques, pp. 167-208.
- Vergason, G.A., Anderegg, M.L., (1993). In my dreams: A second Look at Inclusion and Programming. IN *Journal of the Association for Persons with Severe Handicaps (JASH)*, Vol. 18(4), pp. 296-298.
- Wade, S.E., Zone, J. (2000). Creative Inclusion Classrooms: An overview. IN *Inclusive Education*, Wade & J. Zone (Eds), Mahwah, New-Jersey : Lawrence Erlbaum Associates Publishers, pp. 3-28.
- Wang, M.C. (1992). *Adaptive Education Strategies*. Baltimore : Paul H. Brookes Publishing co.

Webb, N.M. (1992). *Collaborative group versus individual assessment in mathematics : Group process and outcome*. Los Angeles, CA: Center for Study Of Evaluation , University of California, Los Angeles. (Eric Document Reproduction Service No. ED 376 215).

Hyperliens suggérés

Brousseau, G. :

<http://www.unige.ch/fapse/SSE/teaching/CD-contrats/contrat-coutume.html>

<http://www.erudit.org/revue/rse/2000/v26/n2/000137ar.pdf>

Artigue, M. :

<http://www.didirem.math.jussieu.fr/recherchesTICE.html>

Slavin, R. E. :

<http://www.abacon.com/slavin/author.html>

Johnson, D.W. et Johnson, R.T. :

<http://education.umn.edu/EdPsych/Faculty/Johnson.html>

Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées

François CONNE

Didactique des mathématiques, Fpse, Université de Genève, Suisse
Ddmes, Ifres, Hep, Lausanne, Suisse

RÉSUMÉ

L'objet principal de mes études dans l'enseignement spécialisé (ES) sont les situations et leur dynamique que j'essaie d'aborder en examinant les *interactions de connaissances* qui les traversent et les *investissements de savoirs* qu'elles actualisent. Je cherche à comprendre comment les situations sont à la fois supports, cadres et moteurs des apprentissages qui se déroulent dans les institutions ES, que ces apprentissages soient provoqués ou non, prévus ou au contraire fortuits. Pour ce faire, je ne me contente pas de construire des situations isolées et ad hoc, mais me concentre sur l'étude *d'un suivi de situations*. Ce ne sont pas exactement des *séquences de situations* comme les étudie la théorie des situations didactiques en ce sens qu'elles ne sont pas pensées d'avance en fonction d'un objectif de savoir préalablement fixé. J'étudie des situations non seulement du point de vue de leur développement interne, mais encore du point de vue des suivis de situations qu'elles permettent de générer. Cette communication définit ces nouvelles expressions et donne des exemples de divers aspects de la question.

ABSTRACT

Interactions Between Knowledge and Knowledge Investment in Mathematics Teaching in Special Education Institutions and Classes

The main object of my studies in teaching special education (SE) is situations and their dynamics, which I try to approach by examining the *knowledge interactions* involved in them and the *knowledge investments* that make them a reality. I try to understand how situations provide support, motivation and a framework for the learning that takes place in SE institutions, whether this learning is provoked or not, whether it is planned or it happens by chance. To do so, I concentrate on studying *situation follow-up*, rather than creating isolated and *ad hoc* situations. They are not exactly *sequences of situations* like those studied in the context of the theory of didactic situations, in the sense that they are not planned in advance with a previously set knowledge objective. I study situations from the points of view of both their internal development and the follow-up of the situations they generate. This article defines these new expressions and gives examples of various aspects of the question.

RESUMEN

Interacción entre conocimientos y transposición de saberes en la enseñanza de las matemáticas en instituciones y clases especializadas

El principal objeto de mis estudios en la enseñanza especializada (EE), son las situaciones y sus dinámicas las cuales trato de abordar examinando las interacciones entre conocimientos que las entrecruzan y las transposiciones de conocimientos que actualizan. Trato de comprender como las situaciones son al mismo tiempo soportes, cuadros y motores de los aprendizajes que se desarrollan en las instituciones EE, que dichos aprendizajes sean o no provocados, previstos o fortuitos. Para lograrlo, no me limito a construir situaciones aisladas y apropiadas, sino que me concentro en el estudio del seguimiento de situaciones. No se trata tanto de las secuencias de situaciones como las estudia la teoría de las situaciones didácticas en el sentido en que no han sido pensadas de manera anticipada en función de un objetivo de conocimiento previamente establecido, sino del punto de vista del seguimiento de situaciones que generan. Esta comunicación define esas nuevas expresiones y ofrece ejemplos de los diversos aspectos de la cuestión.

Introduction

L'objet principal de mes études dans l'enseignement spécialisé (ES), ce sont les situations (au sens où on l'entend en didactiques des mathématiques) et leur dynamique. J'essaye de les aborder en examinant les interactions de connaissances qui les traversent. Je cherche à comprendre comment les situations sont à la fois supports, cadres et moteurs des apprentissages qui se déroulent dans ces classes, que ces apprentissages soient provoqués ou non, prévus ou au contraire fortuits. Les mécanismes à l'œuvre sont ceux du jeu de dévolution / institutionnalisation ou plus généralement du double mouvement de conversion connaissance / savoirs (pour une définition de ces termes, voir Rouchier (1991), (1996)).

Dans mes recherches sur le terrain de l'ES, je ne construis pas des situations isolées et *ad hoc*, mais des *suivis de situations*. Je ne parle pas de *séquences de situations* parce que ce suivi n'est pas pensé d'avance en fonction d'un objectif de savoir préalablement fixé, comme cela est préconisé dans les recherches sur l'ingénierie et la théorie des situations. Font objet de l'étude d'une situation non seulement la manière dont elle se développe, mais encore les suivis qu'elle peut générer, i.e. dans mon cas, la possibilité qu'il y ait, pour le chercheur, de tirer parti de ce qu'il observe dans une situation donnée pour en inventer une autre, dans le cadre d'un suivi. Il s'agit donc de regarder comme de l'intérieur, la manière dont des situations peuvent s'articuler.

Si l'objet de mes recherches est bien l'étude des situations, pour examiner ce qui se passe, en particulier dès qu'il s'agit de considérer les individus impliqués dans les situations successives qui leur sont proposées, je dois distinguer deux niveaux. Le premier est interne à la situation et à son propos; je parlerai d'*interaction de connaissances*, le second, que je dirais externe, est de l'ordre du transport du savoir d'une situation à l'autre, voire d'un lieu à l'autre de l'institution, et à son propos; je parlerai d'*investissement de savoir*. Le cadre global de tout ceci est l'institution, elle-même caractérisée par un réseau de lieux, un collectif de personnes circulant dans ce réseau et une distribution des savoirs engendrée par cette circulation.

Le but de cette communication est de formuler et illustrer quelques éléments d'un cadre théorique et problématique supportant un certain nombre de descriptions de mes observations. Lors de ma présentation orale, j'ai pu illustrer mes propos à partir d'un matériel que je ne puis reproduire ici. Je suis conscient de ne pouvoir ici qu'esquisser mes descriptions et ne vous livrer des données plus suggestives que véritablement exemplaires. J'espère pourtant que le trait sera suffisamment fort pour que vous puissiez vous faire une idée précise de ce que je propose.

Interaction de connaissances

J'utilise ici le mot connaissance comme un des deux termes du couple connaissance / savoir, et je me suis expliqué là-dessus dans de nombreux textes. Je renvoie le lecteur à Conne (1992), (1998) et (1999a).

L'activité cognitive est interaction. L'individu, source de l'interaction, en est le *sujet* et les choses avec lesquelles il interagit en sont les *objets*. Les choses ne sont jamais présentes toutes seules et les objets sont inter-reliés dans et par les *interactions cognitives*. On peut parler de milieu pour désigner ces ensembles d'objets. Parler de milieu est donc relatif à une (des) interaction(s) cognitive(s). Dans les systèmes que je considère, je distingue deux niveaux selon que j'inclus ou non dans ces milieux un ou d'autres sujets partenaires. Il y a *interaction de connaissances* (et plus seulement *interaction cognitive*) lorsque le milieu considéré contient non seulement des objets mais encore plus d'un sujet, et donc des interactions cognitives diverses. Je m'intéresse aux connaissances qui ont les mathématiques pour contenus, c'est-à-dire à des connaissances que je puisse reconnaître comme liées à certains savoirs mathématiques institués. Cette condition de re-connaissance me place donc *de facto* dans le cadre de l'étude des interactions de connaissances. Mes recherches portent exclusivement sur l'enseignement des mathématiques élémentaires et mes propos ne dépassent pas ce cadre.

Pertes de contrôle et prises de contrôles

Je me propose d'observer les interactions de connaissances et je chercherai ici à rendre compte de leur dynamique au travers de la succession des prises et pertes de contrôles de la part de leurs différents acteurs des situations observées qui, comme je le préciserai plus loin sont d'un caractère particulier.

Pertes et prises de contrôle et dynamique intra-situation

Regarder les prises et pertes de contrôle, c'est tenter de faire le lien entre la dynamique de l'interaction de connaissance et les savoirs en jeu.

Dans mon article *Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique*, je proposais de distinguer deux cas. Premièrement, celui pour lequel le contrôle de la relation sujet / situation se trouve du côté de la situation, je disais alors que *le sujet est en rapport de connaissance à la situation*. Secondement, le cas où ce contrôle se trouve du côté du sujet (et de la représentation), je disais alors que *le sujet est en rapport de savoir à la situation*. Si les processus cognitifs relèvent de l'adaptation du sujet à la situation et de l'équilibration des structures cognitives, le savoir est de l'ordre de l'utilité des connaissances pour *transformer les situations*. On dira par exemple, que l'enjeu de toute dévolution didactique est d'instaurer, pour l'élève, un rapport de savoir à la situation.

Je considère après Rouchier (1991) et (1996) que dévolution et institutionnalisation sont les deux facettes d'un même processus *de conversions Savoir /*

Connaissance qui est continûment à l'œuvre dans les situations. Regarder les pertes et prises de contrôle dans les situations est donc essayer de mettre en correspondance la dynamique interne de la situation avec celle du processus dévolution / institutionnalisation. Dans certains cas, cette continuité de processus nuit au pilotage de situations.

Exemple, activité de partage :

Le nombre et les dénombrements peuvent intervenir à différents degrés dans le contrôle d'un partage. Si vous devez réaliser un partage équitable effectif d'une collection d'objets à un groupe de personnes, vous n'aurez pas besoin de savoir combien il y a d'objets ni combien il y a de personnes, et si vous opérez correctement, vous n'aurez pas non plus besoin de vous enquêter sur le nombre d'objets que chacun aura reçu. Il n'empêche que savoir combien il y a d'objets à distribuer en combien de parts peut vous aider dans votre tâche; et vous pourrez aussi vouloir contrôler votre résultat en dénombrant ou figurant de quelque autre manière le nombre d'objets des parts de chacun. Ce faisant, vous associerez des dénombrements à vos actions de partage (dénombrements tantôt d'objets, tantôt d'actes). La portée de telles actions est double : elles vous permettent d'organiser votre distribution et elles vous garantissent le résultat, pour autant que vos dénombrements soient fiables (à défaut de quoi ils vont perturber et compliquer l'accomplissement du partage). Vous pouvez alors contrôler à leur tour vos dénombrements de différentes manières, par exemple en effectuant un calcul selon le scénario suivant : dénombrement de la quantité à distribuer, calcul anticipateur de la valeur d'une part, vérification empirique via la distribution et le dénombrement d'une part. Mais on peut encore envisager d'autres moyens.

Selon qu'il vaudra inciter les élèves à de tels contrôles numériques (dénombrements, calculs, etc.), ou au contraire les bloquer, le didacticien essaiera de jouer sur la variable : *ordre de grandeur de la quantité à distribuer*. Par exemple, le didacticien cherchera à engager les élèves à dépasser les actes matériels d'un partage par distribution en recourant à un traitement mathématique plus commode. En passant d'une modalité à l'autre, le contrôle portant sur les *savoirs distribuer des quantités matérielles* va alors progressivement se reporter sur les *savoirs diviser des nombres*, tandis que les *savoirs dénombrer* joueront un rôle médiateur. Dans un cas comme dans l'autre, les dénombrements annexes sont secondaires. Pourtant, ils n'auront pas le même sens, ni la même fonction selon qu'ils sont effectués pour supporter un acte de distribution ou pour obtenir les données d'un calcul.

Tenant d'expérimenter dans des classes d'enseignement spécialisé une activité de partage (Hutin, et Groupe mathématique (1994)) pour laquelle, selon les descriptions de ses concepteurs, les dénombrements ne devaient intervenir que comme moyen de validation du partage obtenu, je me suis toujours trouvé devant l'impossibilité de contrôler que des dénombrements ne viennent pas parasiter le cours prévu de cette activité. À chaque fois, les dénombrements sont devenus centraux alors qu'ils n'auraient dû ne jouer qu'un rôle annexe. Il est même difficile que les expérimentateurs n'y soient pas entraînés à leur tour, à la faveur d'une perte momentanée de

contrôle. En effet, et cela n'a jamais manqué de se passer chaque fois que nous avons expérimenté cette activité dans les classes ES, à un moment ou à un autre, du matériel est toujours tombé par terre de sorte que nous étions nous aussi obligés, dans notre coin, de dénombrer les pièces (afin de pouvoir noter si les variables de la situation avaient été modifiées ou non). De tels accidents n'ont pas non plus manqué de se produire lorsque nous avons expérimenté cette activité en laissant les élèves travailler seuls, en présence d'un observateur qui était sensé rester en dehors des échanges. Ce dernier n'a pas pu éviter d'être pris à parti par les élèves et d'intervenir pour que le matériel ne se retrouve pas éparpillé aux 4 coins de la pièce.

Ce genre de difficultés se rencontre massivement dans les conditions de l'enseignement spécialisé et demande par conséquent à être soigneusement étudié. Les chercheurs se font toujours fort discrets sur ces questions comme si, justement, ils étaient sous contrôle. Pour moi qui me place dans une perspective d'interactions de connaissances et qui ne me contente pas d'observer les interactions cognitives des sujets chacun pour soi, c'est justement comprendre ce que supposent ces contrôles qui m'intéresse. Je dois donc aussi interpréter ce qui se passe aussi lors de tels incidents. Lors de telles tentatives de garder le contrôle de la situation, les acteurs engagent certains savoirs, en particulier numériques, et se focalisent sur certaines actions, par exemple des dénombrements. Le processus de dévolution / institutionnalisation qui était au préalable envisagé s'en trouve profondément perturbé, et les efforts du didacticien contrecarrés.

Prises de contrôle en amont de la situation

Les contraintes externes auxquelles on soumet les situations d'enseignement sont des prises de contrôle didactiques portant sur l'interprétation de l'interaction de connaissances..

Marie-Hélène Salin (Salin (2001)), décrit une situation d'énumération. Les élèves disposent d'une collection d'allumettes et d'une collection de boîtes d'allumettes. Ils doivent réaliser une énumération en glissant une allumette et une seule dans chaque boîte. Notre collègue disait qu'en s'assurant que toutes ces boîtes restent fermées, (ce qui n'empêche pas de glisser les allumettes dans les boîtes) l'expérimentateur rendait impossible aux élèves de s'appuyer sur leur perception visuelle. La description est correcte mais reste trop teintée d'empirisme. Il ne faudrait par exemple pas croire pour autant que si les boîtes étaient restées ouvertes tous les sujets auraient pour autant recouru à de tels contrôles perceptifs. En fait, même si cela est fort probable, on n'en sait rien et pour le savoir, il faudrait le contrôler, par exemple en engageant des moyens d'observation très sophistiqués, comme enregistrement de mouvements oculaires ou je ne sais quoi d'autre. Ce que l'action de l'expérimentateur fait en prévoyant de ne présenter que des boîtes fermées, c'est assurer que s'il accomplit sa tâche d'énumération (correctement ou pas, peu importe), l'élève n'aura pas pu mettre en œuvre un tel contrôle perceptif. La précaution de l'expérimentateur consiste à discriminer entre les diverses hypothèses qu'il peut faire *a priori* sur l'accomplissement de la tâche. C'est une *prise de contrôle anticipée* de la part de l'expérimentateur qui se répercute en aval, lors du pilotage de

la situation, soit par le truchement de consignes idoines, soit, comme c'est le cas fréquemment dans l'ES, par des interventions directes. Par ailleurs, comme une telle mesure influe sur la signification des actions des acteurs, je soutiens qu'elle est *de nature didactique*, c'est-à-dire qu'elle est liée aux savoirs en jeu : ici, les savoirs de l'énumération en lieu et place de contrôles perceptifs ou mnémotechniques.

Investissement et désinvestissement de situation

Au niveau intra-situation, je parlerai de *dynamiques de pertes et prises de contrôle dans la situation*, tandis qu'au niveau inter-situation, je parlerai de *dynamiques des investissements et désinvestissements des situations*.

Au delà de telle ou telle situation particulière, le savoir a une importance cruciale dans le fait qu'il se transporte (en se modifiant) de situations en situations. Ici, nous ne sommes plus au niveau de contrôle comme décrits à la section Pertes de contrôle et prise de contrôle, mais au niveau de ce que j'appellerai l'investissement et le désinvestissement didactiques. Les savoirs ont une fonction de décharge, de dispense, de sortie, de bifurcation, ils nous dégagent de l'emprise de la situation et nous les engageons pour tenter d'en prendre ou garder le contrôle. Cette dynamique se manifeste de différentes manières, et en particulier par des désinvestissements, ou au contraire des surinvestissements de certains savoirs, de la part des élèves, des enseignants, voire de l'institution elle-même.

Exemple : Surinvestissement

Le surinvestissement de certains savoirs n'est pas le seul fait des élèves.

À plusieurs reprises déjà, j'ai pu faire part de mon étonnement que dans les classes d'enseignement spécialisé qui jouissent d'une liberté certaine vis-à-vis des exigences des programmes scolaires, on consacre autant de temps et d'énergie à reprendre sempiternellement l'enseignement du calcul écrit. Il y a là une marque indéniable d'un surinvestissement institutionnel, largement partagé par les différents acteurs : enseignants, élèves, orthophonistes, parents, etc. Les phénomènes de dénombrements parasites que j'ai décrits sont sans doute une des manifestations de tels surinvestissements.

Exemple : Contrôle et investissement

Un exemple de l'articulation entre dynamique de contrôle intra-situations et dynamique d'investissement inter-situations.

En 1988, j'observe une leçon dans une classe accueillant des élèves « caractérisés » en âge de fin de scolarité obligatoire (15-17 ans). Le maître a prévu de mener une activité, tirée des manuels de 6P (âge 10-11 ans) autour de l'observation de la table de multiplication 12x12. À un moment donné, il est proposé aux élèves de calculer la somme des nombres dans les différentes cases. Pour cela, le maître autorise les élèves à utiliser une calculatrice. Quelques élèves ont leur propre calculatrice. Un des élèves en possède deux, une petite de poche ainsi qu'une autre,

beaucoup plus imposante avec ruban pour imprimer les calculs. Magnanime, cet élève a prêté sa petite calculette à un camarade qui n'en possède pas, se gardant pour lui la calculette imposante. Au bout d'un moment, tous les élèves ont obtenu le même nombre... tous sauf lui, et sa calculette a produit un nombre incroyablement plus élevé. Elle était en effet programmée autrement et avait repris de manière cumulée toutes les données successivement entrées par l'élève. La réaction ne s'est pas fait attendre : l'élève a quasiment arraché sa petite calculette des mains de son camarade pour lui refiler la grande. Cette anecdote est significative parce qu'elle marque combien l'élève (et sa famille) est pris dans les contradictions provenant de surinvestissement. Mais elle manifeste aussi toute une symbolique : la surprise que la grande machine qui devait avoir plus de valeur, donnait un résultat plus grand que la petite (qui affichait le résultat attendu et obtenu sur toutes les autres machines). (Passons sur le contrôle que l'élève sur-muni exerce sur son camarade démuné.)

Ce que j'ai retenu de cette anecdote c'est l'exemple, si fréquent, d'un passage fulgurant d'un surinvestissement à un désinvestissement. Mais la situation ne s'est pas arrêtée là et cette dynamique a connu un développement inattendu. J'ai aussitôt repris la balle au bond (prise de contrôle par l'observateur) pour proposer aux élèves de chercher par quel calcul cette machine avait bien pu produire un si grand nombre. Nous étions en pleine improvisation, qui est bien une manifestation d'interaction de connaissances, basée sur le fait que j'avais reconnu cette variante de programmation. À notre grande surprise, il est apparu alors qu'un des élèves a su trouver le calcul et a tenté de l'écrire au tableau en utilisant une notation avec parenthèses. Il avait dû apprendre cela ailleurs qu'en classe et l'occasion s'est présentée à lui de nous restituer ses savoirs en la matière. Il y a ici investissement de savoirs dans une tentative de prise de contrôle du résultat inattendu fourni par la calculette. Cela se fait lors d'un report d'une situation à une autre. Si on considère les choses du point de vue de l'enseignant, il y a eu localement et momentanément possibilité de se dégager d'une activité correspondant au programme de 6P, pour passer à une activité du programme de fin de scolarité obligatoire, tel que ces élèves auraient suivi s'ils n'accusaient pas de retard scolaire. Non seulement le maître a été appelé à marquer sa reconnaissance des savoirs manifestés par l'élève, mais encore il n'a pu que chercher à s'assurer que ses camarades le comprenaient, au moins partiellement. (Pour d'autres observations et une description du cadre de cette étude, voir Conne (1989b)).

Exemple : Investissement institutionnel

Une description contrastée de l'investissement d'un matériel didactique dans une institution.

En Suisse romande, les manuels scolaires préconisent l'utilisation d'un matériel appelé *polydrons*, une des innombrables versions de matériel de construction de polyèdres à base de plaques polygonales (dont entre autres triangles équilatéraux, carrés, pentagones et hexagones réguliers). Pas de doute que le thème des *solides de Platon* est un des piliers du domaine des *mathématiques amusantes*. En Suisse romande, l'école et les programmes proposent officiellement plusieurs activités autour

des polydrons qui se situent certes en deçà de la problématique des solides platoniciens. Beaucoup d'écoles ou de classes possèdent donc ce matériel. Dans les classes que je fréquente, il n'est que très peu utilisé lors des leçons de mathématiques, mais sert lors d'activités récréatives. Sans conteste, l'institution prête aux polydrons des vertus didactiques en matière de mathématiques et tout naturellement, les enseignants encouragent leurs élèves à jouer avec. Pourtant, le savoir des enseignants en matière de polyèdres est des plus élémentaires, ils ne connaissent généralement rien aux *solides de Platon*. De plus, leur curiosité est très limitée : ils ne regardent que les produits finis de leurs élèves, s'en tiennent à une brochure rudimentaire que l'on trouve dans les boîtes de ce jeu sur lesquelles sont essentiellement reproduits, à titre d'instructions de montage, quelques développements. Ils ne se questionnent pas du tout sur les potentialités du jeu. Il ne s'agit pas de les blâmer. Dans l'accomplissement de leurs tâches, ils n'ont sans doute pas le loisir de jouer et d'étudier ce matériel. De plus, ils disposent de peu de moyens pour y reconnaître des savoirs bien définis. Simplement on dira que ce matériel n'est en moyenne que très faiblement investi par les enseignants eux-mêmes. Le hasard de mes recherches me mène à travailler avec un élève, accusant lui aussi un retard notable dans sa scolarité, mais qui, par goût, a fortement investi les polydrons. L'observer travailler avec ce matériel, inviter un de ses camarades à s'associer à ce travail m'ont permis de révéler aux enseignants tous les savoirs qu'ils avaient pu apprendre et développer dans leur jeu. En s'intéressant à cet aspect de la vie de l'institution, et en reconnaissant les savoirs en jeu, la recherche a contribué à ce que l'institution investisse autrement et moins superficiellement les savoirs associés aux polydrons.

Le tableau est pour le moins contrasté.

Dynamiques : distribution de l'investissement dans le dispositif institutionnels, suivis de situations et contrôles en situation

Je poursuis mes recherches dans le cadre de la problématique esquissée dans : *Pouvons nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé?* (Conne (1999b) (L'enseignement spécialisé sera désigné par ES et l'enseignement ordinaire par EO). Rappelons que je me place dans des conditions très spécifiques que peut prendre l'enseignement des mathématiques. Le terrain de mes recherches est en effet constitué de petites *institutions thérapeutiques* fréquentées par des enfants en âge de scolarité et qui, par conséquent, comportent dans leurs structures quelques classes dans lesquelles, entre autres, y sont enseignées les mathématiques. Comme les exemples qui précèdent ont commencé à le montrer, il y a une dimension institutionnelle à prendre en compte, et c'est bien ce que veut dénoter le terme *investissement*. Il ne s'agit pas seulement de questions de motivation, ni de centres d'intérêts; ne sont pas seulement concernés les élèves, mais tout autant les enseignants, et les chercheurs aussi, du moins pendant le temps de leur intervention. Ainsi, le simple fait que l'institution accueille un chercheur comme moi entre

dans ce que j'appelle investissement institutionnel. Comme je l'ai évoqué ci-dessus dans le cas des polydrons, ma venue a coïncidé à un investissement d'un thème négligé jusque-là.

Pour bien spécifier le cadre de mon travail dans ces classes ES, je reviens sur ce que j'ai esquissé en introduction, cadre institutionnel global, niveau inter-situations et niveau intra-situations.

1. Il y a donc un dispositif institutionnel, un réseau de lieux et des circulations de personnes dans ce réseau.

Il ne s'agit que de didactique des mathématiques, mais il y a bien un réseau de lieux dans l'institution, car les mathématiques n'y sont pas pratiquées en un seul endroit, la classe proprement dite, mais en plusieurs : les moments de récréation avec des jeux à disposition, les moments d'étude surveillées, voire les temps de punition (lorsque par exemple suite à tel ou tel comportement, un élève ou un groupe d'élèves n'a pas accompli sa tâche en classe et qu'on le(s) « colle »), un atelier de « jeu » animé par tel ou tel enseignant, quelques activités avec des enseignants de soutien, ou encore éventuellement avec les logopédistes (orthophonistes) et psychologues scolaires (activités alors centrées principalement sur la numération), et bien sûr les moments de travail avec le chercheur. Le personnel circule en ces lieux, des collaborations y prennent place etc. Il y a des colloques pour rendre compte du travail, etc. Les élèves y circulent tout autant.

Il y a ensuite un corpus de savoirs, d'activités ou de matériel didactico-ludique qui tire référence dans les programmes scolaires, les manuels, et autres sources d'inspiration. Ce corpus est organisé.

On peut examiner les réseaux de savoirs à enseigner au premier niveau défini ci-dessus, par exemple en s'appuyant sur l'approche dite de l'écologie des savoirs (Chevallard (1992)). Si une telle étude permet de comprendre l'espace de ce qui sera travaillé en classe, et les potentialités qu'il présente, elle ne suffit pas à décrire ce qui sera effectif puisqu'il faut encore que les enseignants réalisent ce programme en le respectant. Il est clair que sur ce point les conditions de l'ES diffèrent vraiment des conditions de l'EO (Conne (1999b)). Cela nous fait passer à l'étude de l'investissement de savoirs et surtout à la distribution de cet investissement dans la circulation que je viens d'évoquer.

2. Cette distribution de l'investissement de savoirs dont les agents sont les personnes se fait dans le dispositif et sur les situations. Il y a toute une dynamique dans la distribution de l'investissement dans l'institution.

Si on examine cette question selon l'entrée des programmes scolaires et de l'implication des enseignants pour le mettre en œuvre, on voit bien ce que peut signifier investissement de savoirs : tous les savoirs ne sont pas investis de la même manière, et ne le sont pas de manière constante au cours du temps, enfin, si les contraintes écologiques pèsent fort sur cet investissement, elles ne sont qu'un facteur dans cette distribution. Immanquablement, et pour des raisons

personnelles et/ou contingentes, des accents seront mis sur certaines facettes des mathématiques scolaires au détriment d'autres, et cela variera selon les lieux, les personnes enseignantes et les personnes élèves. Tant que dans l'institution on est censé enseigner les mathématiques continûment sur toute l'année scolaire, une constante globale de l'investissement est garantie, ce qui signifie que de nouveaux investissements s'accompagnent nécessairement de désinvestissements et vice versa. Dans les classes ES, on est plus souvent qu'ailleurs placé devant des actions didactiques non abouties. Les enseignants connaissent bien le dilemme : persister ou laisser en plan? En terme d'investissement je le traduis par : surenchérir ou désinvestir? Ce qui arrache la décision repose sur l'idée que se fait l'enseignant sur ce qu'il pourrait encore tenter (renchérir) ou ce qu'il pourrait faire à la place (désinvestir).

L'investissement est donc comme distribué sur les diverses facettes du programme. La distribution de l'investissement n'est pas pour autant statique, elle se modifie au cours du temps. L'investissement institutionnel est relayé de personnes à personnes et se reporte au sein du dispositif. Tous participent à l'investissement et ce dernier se distribue sur tout un éventail d'objets.

Cela dit, je regarde les similitudes et les contrastes dans la distribution de l'investissement. Par exemple : *contraste* lorsque je constate que dans les classes ES il y a surinvestissement des activités numériques très élémentaires, voire de la numération, au détriment d'activités de résolution de problèmes d'arithmétique, et encore plus d'activités dans le domaine spatial et géométrique; *contraste* encore, dans le fait que les programmes que les enseignants s'efforcent d'accomplir sont nettement plus ceux des petits degrés que des grands; *similitude* par contre, dans l'observation qu'il semble bien que le surinvestissement du numérique soit partagé par les enseignants, les élèves, les orthophonistes et autres auxiliaires, sans compter les parents. Tout le monde semble s'accorder là-dessus. *Similitude* qui ne peut qu'augmenter les *contrastes* évoqués plus haut. Enfin n'oublions pas que l'intervention de recherche se marquera par des modifications dans cette distribution de l'investissement, soulignera certains contrastes, atténuera certaines similitudes. Par exemple, l'intervention de chercheurs pourrait amener une focalisation sur l'examen des erreurs des élèves, ou servir de prétexte à décharge spontanée des enseignants sur le chercheur pour aborder telle ou telle facette du programme particulièrement délicate (en soi ou pour cet élève particulier), ou au contraire, laisser au chercheur le soin d'aborder des sujets considérés comme marginaux, ou encore élargissement de l'horizon des activités de référence de l'institution suite aux apports et suggestions du chercheur.

Cela dit, cette dynamique de l'investissement ne se fait pas d'un mouvement autonome et spontanément au gré des circonstances mais se fait à propos et au cours d'un travail effectif en situation. La dynamique évoquée ci-dessus est un mouvement inter-situations qui prend ancrage dans la dynamique propre à chacune des situations réalisées dans ce réseau d'enseignement.

3. Nous en arrivons donc à considérer les situations et leur dynamique interne. Ici, je n'examine plus tant les profils, à tel ou tel moment donné, dans la distribution de l'investissement, mais son actualisation en situation, comment l'investissement inter-situations s'articule avec les contrôles intra-situations.

Ce que je constate depuis plus de dix ans que je fréquente des classes et écoles ES, et que j'ai voulu souligner dans mon tout premier exemple, c'est la difficulté d'arriver à un travail abouti dans les conditions de l'ES et le fait que les enseignants soient pris dans ce dilemme que j'ai évoqué ci-dessus : surenchérir ou investir ailleurs? Mais alors quoi? et qui de ce qui n'aura pas été acquis à temps? Cela produit des déséquilibres dans la distribution de l'investissement sur les savoirs peu propices à la souplesse requise pour des redistributions.

Il m'a paru essentiel de mieux comprendre les mécanismes à l'œuvre dans les situations, comment ces dynamiques peuvent se mettre en branle et de manière moins fragile. Il s'agit de trouver des situations suffisamment porteuses pour que les élèves y soient pris, comme on est pris au jeu, sans que cela dépende trop étroitement de leur réussite par les élèves. Qu'ils puissent oublier les enjeux qu'ils croient être les leurs (par exemple faire montre de ses compétences en calcul niveau 3P, voir ci-dessous la section Exemple de surinvestissement par une élève de 9 ans de savoirs numériques élémentaires). Dans *Pouvons-nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé?* (Conne (1999b)), j'ai exprimé cela dans ma conclusion intitulée : *Desserrer les étau institutionnels*.

Mais il y a plus, puisque, comme je l'ai dit en introduction, je me propose de faire un suivi de situations adaptées au fur et à mesure de ce que l'on a pu observer en situation. Selon les analyses et interprétations de ce qui aura pu se passer en situation, de nouvelles situations sont proposées, ou des situations déjà jouées sont reprises en un autre lieu du dispositif etc., toutes sortes d'adaptations qui se traduisent par une redistribution de l'investissement institutionnel. C'est alors bien cette articulation investissement / contrôle qui est au centre de ce travail.

C'est sur quelques esquisses de description de ce niveau d'analyse que je vais conclure cette communication, conscient de tout le travail qu'il reste à accomplir pour rendre compte de ce que j'ai déjà pu réaliser d'un tel programme de recherches.

Trois observations de ces dynamiques

Au cours de ma présentation, j'ai présenté quatre exemples que je ne puis relater en détails sous forme écrite. Le lecteur trouvera ici les esquisses de trois d'entre eux.

Ce sont des observations faites dans le même centre thérapeutique en Suisse romande. J'y travaille de la manière suivante. Je collabore avec un des enseignants de l'institution selon un accord passé au début de chaque année scolaire. Cet

enseignant a charge de transmettre à ses collègues les informations qui les intéressent. Je viens une fois par semaine dans l'institution et l'enseignant assiste aux séances. Les séances sont filmées en vidéo de telle sorte que les collègues qui n'assistent pas aux séances puissent les visionner s'ils le désirent. Au début de l'année, un projet est discuté et mis au point avec l'enseignant, en fonction de mes propres objectifs et des siens. Nous décidons aussi de la forme du travail proposé aux élèves : en individuel, à deux, en petit groupe, des élèves de la même classe ou pas, au sein ou hors de la classe, etc. Ces décisions sont prises en concertation avec tout le personnel enseignant et en fonction aussi de la situation des élèves. Je ne travaille que pour les mathématiques et ne prends aucun renseignement sur les élèves quant à leurs difficultés personnelles, les raisons de leur fréquentation du centre, le progrès de leur thérapie, etc. Par ailleurs, je ne travaille pas à l'établissement d'un projet pédagogique les concernant et les activités et situations proposées se font en marge du programme scolaire, en totale autonomie. Il s'agit de proposer un autre lieu où on pratique les mathématiques. En fait, les liens établis entre le lieu que j'anime et les autres éléments du dispositif institutionnel sont totalement à la charge des enseignants et en particulier de l'enseignant qui collabore avec moi. Avec trois enseignants, ces liens ont pu être organisés et pensés dans notre collaboration, avec les autres, cela n'a pas pu être le cas. Les séances sont pilotées soit par moi soit par l'enseignant, et ce, en fonction de notre projet commun. Ces séances visent aussi un objectif de formation de l'enseignant. Les élèves sont informés du statut de leur travail ainsi que du fait que leur enseignant vient lui aussi y apprendre quelque chose.

Exemple de surinvestissement par une élève de 9 ans de savoirs numériques élémentaires (comptage multiplicatif addition itérée)

Cette observation a été faite lors d'une séance en individuel préluant une suite de séances de travail avec une autre camarade. J'avais un projet bien précis d'enseigner un jeu de stratégies (jeu des moulins), mais l'élève m'a demandé instamment de lui poser des questions de calcul élémentaire et n'a pas attendu que je lui pose une question pour me proposer un calcul d'addition. J'ai décidé de permettre cette parenthèse en pensant y gagner pour la suite une bonne disposition de sa part. La demande de l'élève n'était pas surprenante car elle s'était toujours présentée comme très soucieuse de montrer comment elle s'appliquait bien en classe et comment elle apprenait bien les choses. D'ailleurs son enseignante nous l'avait adressée sous le même prétexte. Elle demandait aussi tout le temps de quel niveau scolaire étaient les activités, questions ou problèmes que nous lui posions. C'est pour moi une marque de surinvestissement d'activités numériques élémentaires, ici des comptages itérés dans lequel l'élève est prise (car ce surinvestissement n'est pas le seul fait de l'élève mais de tous ceux qui l'entourent dans ses apprentissages scolaires). Son invitation à se faire poser des questions de calculs marque le désir de circonscrire mes interventions sur un terrain familier dont elle est persuadée qu'il présente un enjeu important pour elle.

La séance a donc débuté par une demande de calcul d'addition, puis de soustraction, avec demandes réitérées de la part de l'élève de répéter la question etc. Puis profitant du fait qu'elle me réclamait des questions de niveau 3^{ème} primaire, je lui ai demandé combien faisaient 3 fois 5. Elle a compté et répondu 21, je lui ai demandé de réaliser cela avec des jetons qu'elle a disposés en groupes de 3, et elle a trouvé un total de 15 jetons. Je lui ai alors demandé combien il lui faudrait de tas de 3 jetons pour en obtenir 21. La situation s'est maintenue un moment autour de ces questions, sans que l'élève réussisse vraiment, puis, pour donner le change, elle a déclaré qu'elle savait combien faisaient 10 fois 10, cela faisait 100. Je lui ai demandé combien faisaient 9 fois 10, elle a compté sur ses doigts et a trouvé que cela faisait aussi 100 (elle parlait de 10), ce qui lui a semblé bien bizarre. La situation s'est dirigée sur cette question et ce mystère.

Une telle observation nous a livré une foule de renseignements, en particulier sur le jeu que l'élève, qui essaye de reporter ce dont elle a l'habitude en classe alors qu'elle sait qu'elle est dans un lieu autre. Ce sont des informations de nature didactique parce qu'y est centrale une représentation de ce qu'il s'agit d'apprendre et un accent mis sur certains objets privilégiés par cette élève. Dans le cas présent, on voit aussi qu'elle essaye de se raccrocher à des questions plus scolaires que celles que je lui pose pour reprendre pied, ce que j'appelle une tentative de reprendre contrôle. Si l'enjeu est tel pour elle, c'est qu'elle croit pouvoir contrôler quelque chose avec ses savoirs compter.

Fait notable, la situation qu'elle a elle-même engagée commence à lui jouer des tours et la déstabiliser. Je n'y suis pas totalement étranger. Pourtant, j'adopte une attitude qui ne sanctionne pas ses réponses, me contentant soit de lui demander si elle est sûre de sa réponse, soit de lui demander comment elle a fait, soit de lui poser des questions apparemment analogues à celle qu'elle s'est proposée elle-même de traiter. Mes questions ne sont pourtant pas anodines. Je connais de très longue date cette erreur qui fait trouver 21 à la question combien font 3 fois 5 et c'est la même erreur qui lui fait trouver 100 pour 9 fois 10. Par exemple, je lui demande comment elle a compté 3 fois 5. Elle me décrit sa manière de faire avec les doigts. C'est une addition itérée et elle s'engage à dire une addition. Je la renvoie à ce qu'elle me dit et ce qu'elle prononce elle-même pour lui dire : « tu m'as dit savoir faire des multiplications, mais là tu me fais une addition! ». Ce faisant je lui renvoie une question qui entre dans l'enjeu qu'elle s'est elle-même fixé : me montrer qu'elle sait multiplier, mais j'en déplace les termes : non pas réussir à répondre à des questions de multiplication, mais me convaincre que multiplier c'est bien autre chose qu'additionner ou compter. Elle tente alors de me convaincre que c'est bien une multiplication, et pour ce faire s'ingénie à le montrer avec force gestes, sur ses doigts, puis sur son front, puis avec l'aide de jetons tantôt mis en file, lorsqu'il y a comptage, tantôt regroupés en triplets etc. On peut constater qu'elle comprend fort bien la nuance entre une addition et une addition itérée et témoigne de tout un travail réflexif qu'elle a fait ou est en train de faire à ce propos, travail qui est resté totalement invisible à ses enseignants. Bien entendu, ce travail est loin d'être abouti. On voit aussi que plus elle engage de nouveaux supports à sa démonstration, plus elle rencontre de surprises

occasionnées par tous les auxiliaires symboliques qu'elle met successivement en place, et elle doit s'y reprendre à de multiples reprises et essayant aussi de modifier ce qui, selon elle, n'a pas fonctionné, etc.

Je pense que cette évocation vous permet de comprendre ce jeu d'investissement de l'élève, qui rencontre l'intérêt du chercheur, en particulier, comment cet investissement va donner l'occasion d'une situation qui ne cesse d'échapper au contrôle de l'élève, et ce, au fur et à mesure des éléments que l'élève y introduit elle-même dans sa recherche d'emprise. Étant pris moi-même dans la situation, mes interventions ont aussi contribué à ce jeu de perte et de prise de contrôle de la part de l'élève, sans compter mon propre jeu. Mais cet équilibre est surtout celui de la situation elle-même qui nous permettait à chacun de rétablir momentanément et localement le contrôle de ce qui se passait, puis qui nous le faisait reperdre presque aussitôt (et ce, pas forcément de manière synchrone bien entendu).

Ce qui nous a tous frappé et en particulier l'ensemble des enseignants, c'est que les tentatives de l'élève montraient combien elle avait retenu les leçons reçues en classe et en prenait en quelque sorte la responsabilité. Eux croyaient que cette élève avait d'énormes difficultés à apprendre et ne retenait les explications que de manière embrouillée et mal comprise. La situation a pu révéler que les choses étaient bien plus cohérentes pour elle et en particulier que si elle n'arrivait pas à expliquer ce qu'une itération d'addition avait de plus qu'une addition, et si elle maîtrisait cela d'ailleurs fort mal, c'était pourtant bien ce qu'elle avait compris et cherchait à m'exprimer.

Je ne dis pas que cette situation fut exemplaire, ni même qu'elle fut bénéfique, je ne m'intéresse pas à savoir ce qui aurait pu se passer d'autre, voir mieux se passer, etc. Je m'intéresse à décrire didactiquement, c'est-à-dire en établissant un lien fort avec les contenus et savoirs en jeu, ce qui s'est passé, et à rendre compte de la dynamique des contrôles et le lien avec ce que j'ai appelé investissement. J'observe régulièrement lors de séances pareilles que les élèves révèlent énormément de choses qui étaient restées jusque-là inaccessibles. Dans cette observation, il est notable que ce soit l'élève qui ait mis en branle une situation qui nous emporte tous ailleurs que prévu.

Exemple d'une activité de classe avec 4 élèves portant sur la notion de distance

J'ai observé à plusieurs reprises l'activité que je vais décrire ici telle qu'elle s'est déroulée dans une classe. Les diverses observations convergent.

Cette activité a eu lieu en classe, au cours d'une suite d'observations consacrées au cercle. J'avais repris dans cette institution des activités proposées l'année d'avant à une autre classe et j'avais été amené à réfléchir sur la question de la figuration d'une distance par une ficelle tendue, ce qui m'avait valu quelques surprises. Lors de la séance que je relate ici, je me suis contenté de reprendre une des activités que j'avais examinées auparavant. Les élèves de cette classe venaient de travailler la notion de mesure de longueur et de distance. Ce sont 4 élèves de 8-10 ans, de niveaux très comparables. Au départ, un des élèves refusait de travailler, l'activité a donc été proposée

aux trois autres élèves, mais le 4^{ème} est très vite intervenu dans les débats. (Une telle conduite était habituelle de sa part.)

La tâche est la suivante. Je demande aux trois élèves de se mettre en file indienne à un bout de la salle de classe. La consigne demande au premier élève de marcher jusqu'à l'autre bout de la classe, puis une fois qu'il y est rendu, je demande au suivant de rejoindre le premier, cela fait, je demande au troisième de faire de même. Une fois qu'ils se sont exécutés, je demande : « est-ce que l'un de vous a parcouru une plus grande distance que les autres ou bien avez-vous tous parcouru la même distance? ». Et j'ouvre le débat entre les réponses. Ensuite et sans donner aucune validation, je demande aux élèves de se remettre dans la position de leur arrivée, de faire demi tour sur eux-mêmes, et de bien vouloir se rendre, l'un après l'autre à leur point de départ. Mais avant qu'ils s'exécutent, je leur pose la question suivante : « est-ce que l'un de vous va parcourir une plus grande distance que les autres ou bien aurez-vous tous parcouru la même distance? ». Je relance le débat, en confrontant un constat (réponse à la première question) et une anticipation (réponse à la seconde question), seront-ils cohérents? Enfin, les élèves exécuteront le parcours de retour (en sens inverse) et s'il y a lieu, reprendront leur débat. J'encourage les élèves à expliquer leurs arguments par des croquis au tableau noir. Par la suite, nous essayons aussi de « paver le parcours » avec des feuilles A4, etc. Ici donc, comme dans l'exemple précédent, j'encourage l'enrichissement du milieu par les élèves au fur et à mesure que la situation évolue. Une reprise de l'expérience est prévue dans les escaliers, ou dans le préau de l'école, etc.

Les élèves ont discuté longuement, avec de nombreux revirements de la part de chacun. Ils se sont demandés si c'est le premier qui a parcouru la plus grande distance, parce qu'il est allé le plus loin, ou si c'est le dernier parce qu'il est parti de plus loin, ou si cela se compense et que, par conséquent, tous ont parcouru la même distance (attention! en fait, matériellement, tous ne parcourent pas exactement le même chemin). La seconde partie de l'activité, où on leur demande ce qui se passe pour le chemin du retour après pivot de chacun de 180°, les a passablement perturbés, et a remis en cause l'idée d'une compensation. Le premier est devenu le dernier et voilà une nouvelle logique à coordonner avec le reste! (Un psychologue piagétien expliquerait cela très facilement). Le recours au dénombrement des pas de chacun s'est avéré inefficace, totalement, de même que le pavage. Comme ils n'ont pas retrouvé deux fois les mêmes résultats (pourtant le parcours est de l'ordre d'une vingtaine de pas), la confusion n'en aura été qu'accrue, sans compter que les élèves procédaient à des anticipations, devinettes, des résultats de leur vérification empirique.

Deux élèves se sont montrés capables de fournir les arguments essentiels pour expliquer l'égalité, mais ne sont pas arrivés à en être sûr et certains, ni à les articuler convenablement. Tout comme dans l'exemple précédent, la situation leur échappait au fur et à mesure qu'elle s'enrichissait de considérations nouvelles, de modifications de points de vues, mais aussi d'événements survenant contre toute attente. Tout ceci a contribué à d'incessantes remises en question. Comme c'est si fréquemment le cas, les savoirs appris sur la mesure et le dénombrement n'ont pas pu servir

de contrôle parce que les élèves les ont engagés dans le fil de leurs autres actions ou raisonnements et qu'ils se sont perdus dans la surcharge d'informations à prendre en compte. De plus pour certains, le simple fait de compter leurs pas les ont entraînés à vouloir en faire plus que les autres, c'est-à-dire leur a fait perdre complètement le but visé. Le quatrième élève qui ne voulait pas marcher, comptait par contre les pas de ses camarades qui, eux, ne l'entendaient pas de cette oreille. Etc. La confusion était assez grande et la situation s'est conclue d'elle-même dans la perplexité.

Avant de procéder à cette observation en suivant le protocole décrit ici, j'avais pu constater des faits allant dans le même sens. Ce dont je m'étais rendu compte avec étonnement, c'était qu'il n'allait peut-être pas de soi qu'une distance est la même si on la parcourt dans les deux sens; ou du moins que cette conviction ne résistait pas vraiment à la *petite farce* que je leur avais ménagée. J'ai procédé ultérieurement à d'autres observations analogues et c'est très souvent que les élèves *tombent dans le piège*. Un autre fait m'a intrigué, à savoir la difficulté que les élèves ont à se dégager de ce *paradoxe*. Par contre, le fait qu'ils ne sachent pas s'appuyer sur leur savoir mesurer ne me surprend pas le moins du monde. Cela marque encore une fois le sur-investissement de savoirs numériques très élémentaires comme les dénombrements qui fait obstacle à la mathématisation.

Il est clair que pour en savoir plus il faudrait mener des recherches plus systématiques, et il me semble que ce serait un sujet rêvé pour des psychologues (du moins piagétiens qui voudraient étudier ce qu'ils appellent *le formel*). La dernière chose que je voulais dire à ce propos est la suivante. Nous avons affaire à un domaine de savoirs peu et plutôt mal investis. En particulier, les quelques apprentissages de mesure réalisés sont des mesures de longueur plus que de distance. La question à laquelle j'ai convié les élèves ne leur est jamais posée, cela fait partie de ce que l'on considère comme évident, donné empiriquement. Pour moi, la question de savoir comment exploiter une telle activité reste entièrement ouverte. Ici, l'investigation du chercheur a indéniablement ouvert l'horizon sans qu'il soit absolument certain qu'il faille vraiment s'engager systématiquement dans cette direction. Il n'est pas exclu que la situation n'aura fait que provoquer une grande confusion sans intérêt. Pour ma part, je ne serais pas aussi négatif. Au travers de telles considérations, je veux simplement signaler comment le travail en situation, bien qu'issu d'une investigation légitime, est venu altérer la distribution d'investissement.

Ma description est trop courte pour rendre compte des prises et pertes de contrôle. À noter qu'ici l'expérimentateur n'intervenait pas autrement que pour gérer les tours de paroles et passer d'une phase à l'autre de l'activité.

Exemple de travail avec un duo d'élèves sur une tâche élémentaire de géométrie

C'est cet exemple que nous avons étudié le plus en détails car c'est celui qui illustre le mieux une dynamique d'interactions de connaissances, dans un jeu à trois : expérimentateur, élève A, élève B. Ce sont deux élèves de 7 et 8 ans. La situation se développe autour du découpage de triangles dans une feuille de papier. L'astuce de plier la feuille et de couper dans le pli est enseignée aux élèves après que l'expéri-

mentateur se soit assuré qu'ils ne le connaissent pas ou ne pouvaient le trouver tout seuls. Cette situation est fort intéressante par le fait qu'elle est vraiment porteuse et ce, sans que son cours soit préterité par les difficultés ou échecs locaux des sujets. La situation est très riche en potentialités de relances. L'animation a consisté à travailler avec deux élèves, mais en proposant de manière alternée une tâche à chacun. Notons qu'une seule paire de ciseaux circulait. Chacun des élèves était donc tour à tour acteur et spectateur, ce qui permettait de nombreuses anticipations. En cas d'échec d'un élève, la tâche était confiée à l'autre, en cas de réussite, on passait à une autre tâche. Le matériel nécessaire était confectionné à mesure par l'expérimentateur. L'animation était menée avec une très grande souplesse. Cette activité est tout à fait au point, elle est très riche et intéressante. Mais surtout elle est aussi intéressante quand elle est menée en collectif, frontalement devant une classe de plus de 20 élèves, qu'elle peut l'être en travail individuel ou en petits groupes. L'animation ne se prive pas d'être interventionniste, en particulier dans le rythme du travail, ne laissant pas toujours les élèves terminer leur tâche, ou les interrompant dans leurs explications etc., et ce de manière délibérée de ma part. En particulier, on y assiste à un phénomène que j'ai pu observer maintes fois dans mes travaux ES : le fait de décalages, notamment de retards entre la suite des réponses des élèves et la suite des questions posées. Soit que les élèves répondent avec un ou deux temps de retard à une question antérieure sur laquelle ils avaient été muets, alors que c'est une autre question qui leur est posée, soit qu'ils trouvent comme réponse à une question la réponse attendue à une autre question (préalable ou non).

Dans l'observation évoquée ici, cela s'est effectivement produit. Nous nous sommes en effet rendu compte qu'un des deux élèves fournissait systématiquement des réponses *passant en revue* toutes les réponses aux questions antérieures, comme s'il n'arrivait pas à les détacher les unes des autres. De plus, dans ses réponses, cet élève manifestait un temps de retard sur mes questions. Pour pouvoir observer de tels faits, il est impératif que l'animateur ne fournisse pas les réponses attendues aux questions qu'il pose et même souhaitable qu'il reste discret sur l'évaluation des réponses obtenues. La validation d'une réponse peut de cette manière très bien se produire à un moment ultérieur de la situation. Il faut en effet être conscient que si l'animateur se permet d'intervenir, par exemple dans des prises de contrôle de ce qui se passe (pour lui, de ce qu'il en comprend, dans ce qu'il anticipe etc.), alors il doit compter que son action va perturber les contrôles de l'élève et éventuellement lui permettre de ne pas chercher à reprendre contrôle, ou que sais-je. Ainsi, demander à un élève s'il est certain de sa réponse, ou encore lui demander ce qu'il a fait ou lui indiquer la réponse exacte, voire le lui expliquer, tout cela nous rend plus opaque à ce qui se passe pour l'élève. L'animateur gagne beaucoup à attendre des indications qui lui seront fournies lors du développement de la situation. Cette manière de s'appuyer sur la situation est très utile dans les conditions ES puisqu'elle permet à l'animateur d'exercer un contrôle à la fois différé et indirect de l'apprentissage en cours. En fait, il s'agit d'une animation très pragmatique de la situation qui permet entre autres de ne pas donner des consignes trop fermées, précises voire indicatrices de ce qui est attendu, mais qui permet de profiter d'un certain flou obligeant les

élèves à une interprétation qui nous donnera des indications précieuses sur les représentations de ce dernier. (Pour d'autres informations voir Conne (1989a) où cela est discuté abondamment à propos d'épreuves papier crayon).

Du point de vue de l'investissement institutionnel, nous avons affaire ici à une de ces activités fort prisées par le primaire : découpage et pliage de napperons ou d'étoiles de Noël etc, où on joue sur les symétries de pliages. Ce sont aussi de ces activités dont on dit dans tous les manuels de géométrie qu'il est bon de les proposer aux élèves en guise de propédeutique à l'enseignement de la géométrie, afin que, le moment venu, celui-ci puisse s'appuyer sur une bonne quantités d'expériences spatiales. Donc un objet qui semble fortement investi par l'enseignement, même dans les classes ES. Le seul problème est que ces soi-disant expériences tournent très vite à l'enseignement de procédés dont on obtient quasiment toujours des résultats étonnants. L'expérience est donc très facilement « grillée » et la facilité des effets obtenus rend extrêmement difficile de la rendre problématique. Dès lors, si investissement il y a, c'est de manière isolée, comme une chose en soi. Par contre, la situation que j'ai mise au point rompt avec ces usages en liant le recours au pliage-découpage à l'étude des polygones et du triangle en particulier. En mettant une telle condition, non seulement on obtient des informations importantes sur les savoirs liés aux triangles, mais encore on place les élèves devant la tâche de contrôler un minimum la petite machine à symétrie qu'est le dispositif : *papier / plier / découper / déplier*. Non seulement il leur est demandé de laisser un trou d'une certaine forme, mais encore de le laisser à un endroit précis de la feuille. Ce que l'on remarque alors, et même chez des adultes, c'est la très faible incidence des expériences de bricolage (accumulées par ailleurs) sur les savoirs en jeu dans ma situation. Pourtant, elle se contente de demander l'accomplissement de tâches très élémentaires. Mais voilà, en classe, on n'étudie pas ce qui dans le bricolage cause tous ces effets. Certes, une telle étude suppose de bien comprendre les liens entre pliage et symétrie, et ils ne sont pas aussi évidents que la majorité des enseignants, pédagogues et didacticiens semblent croire. D'ailleurs, interpréter les pliages en termes de symétries est une manière de comprendre le pliage. Classiquement on croit que référer la symétrie aux expériences de pliages pourrait éclairer les élèves. C'est une illusion.

On voit ici que l'activité classiquement et abondamment promue en classe retire toute sa valeur des effets que produisent les pliages-découpages, donc de ce que l'on ne contrôle pas, et ne cherche pas vraiment à contrôler. C'est à charge du matériel, il n'y a qu'à laisser faire la petite machine en papier. Les élèves et les enseignants sont assurés d'être surpris de manière plaisante. C'est comme si l'activité valait pour son impossibilité à être contrôlée. On a ici un très joli exemple de *non articulation* entre investissement et contrôle. Pour reprendre les termes de mon article *Savoir et connaissance* (Conne (1992)), n'est investi qu'un savoir pragmatique irréfléchi. Ma proposition offre un moyen assuré de mieux tirer parti des pliages dans l'enseignement de la géométrie.

Conclusion

Cette communication a pour moi une double valeur. D'un côté, elle illustre ce que peut être une confrontation d'un champ théorique (celui de la théorie des situations) au terrain de l'enseignement des mathématiques dans les institutions d'enseignement spécialisé; d'un autre côté, elle ouvre de nouvelles pistes d'investigation en situant clairement trois niveaux d'analyse : dynamique intra situationnelle - décrite à la faveur des pertes et prises de contrôle; reports inter situationnels - avec le suivi de situation; et enfin, intra institutionnel - investissement de savoirs. L'intervention du chercheur agit alors comme analyseur du jeu de ces dynamiques et c'est bien le savoir tantôt vu comme moyen de contrôle des situations, comme vecteur de report de situation en situation et enfin comme objet d'investissement de la part des différents acteurs. L'intervention du chercheur qui propose de nouvelles situations et tente de reporter leur dynamique à d'autres situations vient modifier, voire perturber la distribution des investissements de savoir dans l'institution. Si le cadre conceptuel décrit ici est bien celui de la théorie des situations, la confrontation que je propose peut être qualifiée d'interprétation expérimentale d'un champ théorique. Ici, il faut entendre le mot interprétation dans un sens pragmatique; la mise à l'épreuve consistant à préserver une cohérence à la théorie tout en restant pertinent au regard des données expérimentales étudiées. À l'exercice, la théorie en ressort enrichie de nouveaux développements conceptuels : l'idée d'interactions cognitives se voit enrichie par celle d'interactions de connaissances, celle de séquence de situations par celle de suivi de situations, le rapport situation / savoir est précisé par l'idée de pertes et prises de contrôle, l'idée d'investissement de savoirs constitue une interprétation didactique des phénomènes liés à la motivation des acteurs. Et notre connaissance du terrain se trouve approfondie par la mise en relations des multiples observations que nous glanons lors de nos interventions.

Références bibliographiques

- Brousseau G. (1996). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. IN *Didactique des mathématiques*, Collection *Textes de base en Pédagogie*. Sous la direction de J. Brun, Lausanne, Paris : Delachaux et Niestlé, 1996, 5^e chapitre, pp. 45-144.
- Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. IN *Didactique des mathématiques*, Collection *Textes de base en Pédagogie*. Sous la direction de J. Brun, Lausanne, Paris : Delachaux et Niestlé, 1996, 5^e chapitre, pp. 145-196.

- Conne F. (1989a). Comptage et écriture en ligne d'égalités numériques. IN *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 9:1, 1989, pp. 71-115.
- Conne F. (1989b). L'articulation des contenus et des moyens et leur double nature mathématique et didactique dans l'enseignement des mathématiques et son évolution. IN *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, Vol. XXIX-3, 1989, pp. 8-14.
- Conne F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. IN *Didactique des mathématiques*, Collection *Textes de base en Pédagogie*. Sous la direction de J. Brun, Lausanne, Paris : Delachaux et Niestlé, 1996, 5^e chapitre, pp. 275-338. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 12 / 2-3, 1992, pp. 221-270.
- Conne F. (1998). L'activité dans le couple enseignant / enseigné. IN *Actes de la IX^e école d'été de Didactique des Mathématiques*, Sept. 97, Houlgate, ARDM ed.
- Conne F. (1999a). Faire des maths, faire faire des maths et regarder ce que ça donne. IN *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Chapitre I, Sous la dir. de F. Conne et G. Lemoyne. Montréal : Presses de l'Université de Montréal.
- Conne F. (1999b). Pouvons-nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé?, IN *Actes de la X^e école d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate ARDM éd.
- Hutin R., Groupe mathématique (1994). Deux et deux font quatre... L'apprentissage de la mathématique entre quatre et huit ans. IN *Cahier SRP*, n° 48, Service de la recherche pédagogique, Département de l'instruction public Genève.
- Rouchier A. (1991). *Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatiques élémentaires : proportionnalité, structures itérativo-récurrentes, institutionnalisation*, Thèse de doctorat, Université d'Orléans, Orléans.
- Rouchier A. (1996). Connaissances et savoirs dans le système didactique. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 16(2), pp. 177-196.
- Salin M.-H. (2001). Cours sur la théorie des situations. IN *Actes de la X^e école d'été de didactique des mathématiques*, Corps.

Interventions orthopédagogiques sous l'angle du contrat didactique

Claudine MARY

Université de Sherbrooke, (Québec) Canada

RÉSUMÉ

Depuis quelques années, j'observe des étudiantes en adaptation scolaire intervenant auprès d'élèves en difficultés d'apprentissage en mathématiques. Ces observations, en direct ou par l'intermédiaire d'enregistrements vidéoscopiques, m'ont conduite à m'interroger sur la relation d'aide qui s'installe entre l'enfant et l'intervenante et sur le lien de dépendance qui semblait se manifester à l'occasion. C'est sous l'angle du contrat didactique sous l'influence d'objectifs plus explicites ici qu'en classe ordinaire, me semble-t-il, que j'analyse les interventions réalisées auprès d'une enfant en difficultés d'apprentissage, à propos de problèmes simples d'addition et de soustraction. Cette analyse me permet d'illustrer le lien de dépendance dont je viens de parler et sa persistance malgré des interventions visant justement à le briser. Au-delà du contrat, je donne également une explication à ce phénomène en pointant les limites de l'intervention envisagée. Celle-ci, consistant à donner aux élèves une démarche de résolution de problèmes, ne peut permettre à l'élève de comprendre parce qu'elle ne repose pas sur une analyse de la tâche à réaliser et parce qu'elle ne permet pas un travail cognitif de l'enfant à propos de la tâche mathématique spécifique qui est en jeu.

ABSTRACT

Orthopedagogical Interventions from the Standpoint of the Didactic Contract

For the past several years, I have observed student teachers in special education helping students with learning difficulties in mathematics. These direct or video-taped observations led me to ask myself questions about the helping relationship that emerges between the child and the person helping, and on the link of dependence that seems to occur occasionally. I analyze the interventions made with children experiencing difficulties learning simple addition and subtraction problems, from the standpoint that the didactic contract seems to be influenced by more explicit objectives here than in the regular classroom. This analysis allows me to show the dependency link I referred to and its persistence, despite interventions that specifically aim at breaking it. Apart from the contract, I also give an explanation for this phenomenon, while pointing out the limits of the planned intervention. Although it provides students with a problem solving approach, it does not promote student comprehension since it is not based on analysing the task at hand, and because it does not allow the child to do cognitive work on the specific mathematical task at stake.

RESUMEN

Intervenciones ortopedagógicas desde al ángulo del contrato didáctico

Desde hace algunos años, he observado a estudiantes en adaptación escolar que intervienen entre alumnos con dificultades de aprendizaje en matemáticas. Dichas observaciones, directas o por intermedio de grabaciones videoscópicas, me han conducido a interrogarme sobre la relación de ayuda que se instala entre el niño y el especialista y sobre la relación de dependencia que algunas veces parece manifestarse. Es desde el ángulo del contrato didáctico influenciado por objetivo mas explícitos aquí que en la clase ordinaria, según me parece, que analizo las intervenciones realizadas entre los niños con dificultades de aprendizaje, con respecto a problemas simples de adición y substracción. Este análisis me permite ilustrar la relación de dependencia que acabo de aludir y de su persistencia a pesar de las intervenciones que buscan precisamente eliminarla. Mas allá del contrato, ofrezco una explicación de este problema indicando los limites de la intervención prevista. Ésta, que consiste en ofrecer a los alumnos un procedimiento para resolver los problemas, no permite la comprensión por parte del alumno, pues no se funda en el análisis del trabajo que se tiene que realizar y porque no permite un trabajo cognitivo del niño con respecto al trabajo matemático específico que está en juego.

Introduction

L'intervention orthopédagogique¹ est certes spécifique au domaine de l'adaptation scolaire² (<http://www.adaptationscolaire.org/>). Ce type d'intervention consiste en rencontres régulières entre un intervenant et un ou plusieurs élèves réputés en difficulté d'apprentissage; le but de ces rencontres est d'apporter une aide aux élèves pour remédier à certaines difficultés ou pour les faire progresser. Ces rencontres se font habituellement dans le milieu scolaire où l'élève est retiré momentanément de la classe pour recevoir de l'aide³; mes observations portent toutefois sur des interventions organisées en dehors de l'école.

Depuis quelques années, j'ai observé des étudiantes universitaires intervenant auprès d'élèves en difficultés d'apprentissage en mathématiques dans le cadre de projets spéciaux. Ces observations, en direct ou par l'intermédiaire d'enregistrements vidéos, m'ont amenée à me poser un certain nombre de questions, en particulier sur la relation d'aide liant l'intervenant et l'enfant.

Problématique

L'intervention orthopédagogique concerne le plus souvent un seul élève, identifié comme ayant des difficultés particulières, et un intervenant prêt à l'aider. Cette relation d'aide est-elle favorable à la construction d'un rapport adéquat aux savoirs? Si on peut penser que l'intervention auprès d'un enfant, pris individuellement, est une occasion privilégiée d'écoute des stratégies personnelles de l'enfant et de travail sur ses difficultés et qu'elle peut déboucher sur la compréhension, on peut aussi se demander comment elle peut permettre un réel engagement de l'élève dans son apprentissage puisque la rencontre risque de reposer sur une relation de dépendance très forte. Lorsque l'enseignant propose un problème à ses élèves, la confrontation des points de vue peut être source de construction, mais lorsque l'élève ne peut être confronté qu'au point de vue de l'intervenant qui est là pour l'aider, de surcroît, comment éviter une situation de dépendance? Ces questions se posent d'autant plus que l'on connaît la difficulté des élèves dits faibles à s'engager dans la tâche mathématique et celle de l'enseignant à réaliser la dévolution (Perrin-Glorian (1993)).

J'ai observé cette dépendance des enfants vis-à-vis de leur intervenante à quelques reprises et j'ai observé le désarroi des intervenantes devant l'attitude de l'enfant. Dans cet article, je m'y attarde en analysant en détails, pour un cas, la

-
1. Le terme orthopédagogie est utilisé au Québec. Il désigne, dans le domaine de l'éducation spéciale, un service pédagogique offert aux élèves en difficulté. (Legendre, R. (1993))
 2. Domaine concernant l'intervention auprès d'élèves en difficultés d'apprentissage et auprès d'élèves handicapés.
 3. C'est tout au moins le modèle qui a été jusqu'ici le plus utilisé. La réforme de l'enseignement, qui a cours au Québec depuis quelques années au primaire, invite toutefois à revoir ce modèle de soutien.

relation intervenante-enfant à propos de la tâche, en cherchant à montrer, en particulier, l'adaptation de l'intervention qui résulte de cette relation. Le cas étudié montre que l'intervention qui vise à rendre l'enfant plus autonome ne débouche pas sur cette autonomie et, comme nous le verrons, ce résultat peut s'expliquer.

Pour réaliser cette analyse de cas, j'utiliserai deux outils de la didactique des mathématiques : le contrat didactique (Brousseau (1988); (1996)) et le champ conceptuel des problèmes à structure additive (Vergnaud (1996)).

Méthodologie

Le contrat didactique

Dans la classe ordinaire, l'enseignant a comme responsabilité de faire apprendre et les élèves ont la responsabilité de faire tout ce qu'ils peuvent pour apprendre. Ces responsabilités créent un ensemble d'attentes réciproques chez l'enseignant et ses élèves qui déterminent un certain nombre de comportements de part et d'autre. L'ensemble de ces attentes réciproques avec les interprétations que chacun en fait est appelé contrat didactique *si ces attentes concernent le contenu* (Brousseau (1996)⁴ (http://www.ac-toulouse.fr/math/nouv_seconde/contrat-didactique.htm)). Les règles du contrat sont implicites plus qu'explicites et évoluent au fur et à mesure des interventions.

La perspective d'une recherche de contrat chez l'élève et l'intervenant s'est avérée particulièrement efficace pour rendre compte d'un certain nombre de comportements d'enseignants et d'élèves, citons tout particulièrement Perrin-Glorian (1993) et Schubauer-Leoni (1986), dont les travaux restent des références dans le domaine. C'est cette perspective que j'adopte d'abord pour mon analyse; je cherche à observer ce que chacun comprend des attentes de l'autre, à propos de la tâche, et de l'évolution de cette compréhension au fil des interventions. Ces observations se font au moment des ruptures de contrat, c'est-à-dire lorsque l'élève produit un résultat inattendu ou lorsque l'intervenant change de stratégie. Il s'agit en fait de rendre compte du processus par lequel se construit le sens de l'activité en jeu.

Ce cadre théorique s'est imposé de par le contexte des observations réalisées, une intervention individuelle qui vise explicitement à aider un enfant identifié, il le sait, en difficultés d'apprentissage. On peut se demander quelle est l'influence de cette offre explicite d'aide sur l'intervention et sur l'enfant qui reçoit l'aide dans le cas spécifique de l'activité mathématique qui a lieu.

C'est donc sous l'angle du contrat didactique que j'analyserai les interventions réalisées auprès d'un enfant éprouvant des difficultés lors de la résolution de problèmes à structure additive⁵. Ma préoccupation concerne toutefois l'intervention orthopédagogique de façon générale. On a un enfant réputé ayant des difficultés et

4. Cette notion est à distinguer de celle de contrat d'apprentissage, ou de contrat pédagogique, qui consiste en un engagement verbal ou écrit liant une personne à former et une personne responsable de cette formation dans une entreprise (Legendre (1993)).

5. Il s'agit de problèmes avec texte présentant un contexte de la vie réelle.

ayant besoin d'aide et un intervenant ayant explicitement la responsabilité d'aider l'enfant le mieux possible. L'enfant a lui la responsabilité de coopérer à cet apport d'aide. Le poids du contrat explicite d'aide⁶ sur le contrat didactique, ou sur le processus de recherche de sens, peut être encore plus lourd dans ce type d'intervention que dans la classe ordinaire de par le statut des protagonistes et du fait que l'enfant est pris à partie individuellement.

Le champ conceptuel des structures additives

Pour considérer la spécificité de l'activité mathématique en jeu, je considérerai la tâche mathématique auquel l'élève est confronté soit la résolution de problèmes à structure additive. Comme support à l'analyse, j'utiliserai la classification des problèmes élaborée par Vergnaud (1996). Cette classification s'inscrit dans le cadre d'une théorie appelée la théorie des champs conceptuels. Le champ conceptuel des structures additives de base comprend l'ensemble des situations qui demandent une addition, une soustraction ou une combinaison des deux ainsi que l'ensemble des concepts qui y sont rattachés tels ceux de cardinalité, de mesures, de nombres naturels et relatifs, de transformation temporelle, de comparaison de quantités... et les propriétés qui sont associées à ces concepts. Les problèmes sont analysés en tant que tâches cognitives et sont classifiées en tenant compte de leur complexité, au plan cognitif, et des procédures qui peuvent être utilisées dans chacune d'elles. Ce cadre conceptuel permet d'identifier une classe de problèmes lorsqu'elle se présente et d'associer à l'activité de l'élève un schème⁷ de fonctionnement, organisation particulière de cette activité selon la classe de problèmes.

Analyse d'une intervention orthopédagogique

Dans ce qui suit, je ferai l'analyse d'une série d'interventions visant à **aider** une enfant à résoudre des problèmes à structure additive. Dans l'analyse, je montrerai comment se négocient certaines clauses implicites du *contrat* à propos de la résolution de ces problèmes. J'illustrerai quelques phénomènes qui apparaissent en cours d'interventions pouvant être interprétés comme des effets de contrat : la centration de l'élève sur l'intervenante, la centration sur l'énoncé du problème et la naissance d'un malentendu, la centration de l'intervenante sur le manque d'autonomie de l'élève et un glissement métacognitif, une impasse ou un questionnement sans réponse. Ces phénomènes ne sont pas spécifiques au contexte de l'intervention individuelle que j'ai décrit, toutefois ils pourraient être plus manifestes étant donné justement le but d'aide annoncé au départ et le statut des enfants. Lors de la discussion sur les résultats de l'analyse, je soumettrai quelques pistes pour dénouer l'impasse.

-
6. Celui-ci est souvent explicité dans un plan d'intervention, signé par l'élève, les parents et l'intervenant. C'est le cas ici.
7. Vergnaud (1996) définit le schème comme *une totalité dynamique organisatrice de l'action du sujet pour une classe de situation spécifiée*. Cette *totalité* est composée de règles d'action, d'anticipations sur les buts à atteindre et les effets de certaines actions, de concepts et théorèmes *en-acte* (créés et utilisés dans l'action) et d'inférences.

L'élève

L'élève a 11 ans. À l'école, elle est identifiée comme présentant une déficience intellectuelle légère. Lors des interventions, elle reprenait sa 5^e année primaire. Une grande partie des interventions a été consacrée à la résolution de problèmes à structure additive simple : problème à histoire se résolvant par une addition ou une soustraction. C'est cette partie des interventions qui a été analysée. Elle comprend quelque soixante problèmes.

Dans l'analyse, le handicap de l'élève ne sera pas pris en considération. Seulement les interactions de l'intervenante et de l'enfant relatives à la tâche de résolution du problème seront analysées. Une analyse en lien avec les caractéristiques personnelles de l'élève pourrait révéler des éléments qu'il serait intéressant de croiser avec ceux de cette étude. Toutefois, la perspective didactique permet d'apporter un éclairage particulier sur les comportements d'élèves en décentrant justement de ces caractéristiques personnelles.

Premiers résultats - Phénomènes d'enseignement

Dans cette section, seront présentés une première série de résultats en suivant le déroulement de l'intervention chronologiquement. La première partie (centration sur l'intervenante), à laquelle sera accordée beaucoup de place, est particulièrement importante pour expliquer le choix du type d'intervention qui sera privilégié par l'intervenante.

Une centration de l'élève sur l'intervenante

Lors de la première rencontre avec l'enfant, après deux séances diagnostiques, l'intervenante annonce ce qui sera travaillé lors de la rencontre : résolution de problèmes et fractions. Puis, elle propose à l'enfant le problème suivant :

Premier problème :

Il y a 21 pommes dans un panier, on en prend 12 pour faire une tarte. Combien reste-t-il de pommes?

L'enfant choisit la soustraction sans hésiter. À la demande de l'intervenante, elle fait un dessin pour trouver la réponse. Lorsque vient le temps de donner cette réponse, elle cherche à l'exprimer sous forme de fractions alors que ce n'est pas approprié. C'est ce qu'illustre l'extrait qui suit (lignes 2 et 12).

Fin du premier problème⁸ :

1. **I :** [...] t'as enlevé tes 12, combien qu'il en reste?
2. **E :** 1, 2, 3... 9. **12 sur 9?**
3. **I :** Là, tu viens de faire 21 pommes.
4. **E :** Oui.
5. **I :** Moins les 12 pommes.
6. **E :** Oui.

8. Dans les extraits présentés, les paroles de l'intervenante sont précédées d'un **I** et celles de l'enfant d'un **E**.

7. **I** : Pis là, tu m'as dit qu'il t'en restait 9.
8. **E** : Oui, c'est ça.
9. **I** : Mais c'est pas 12 sur 9.
10. **E** : Non.
11. **I** : Il te reste 9 pommes, c'est ton total.
12. **E** : Ah! OK! C'est comme 9, pis tout ensemble **9 sur 21!**
13. **I** : Essayerais-tu de faire des fractions?
14. **E** : Oui.
15. **I** : **On n'est pas encore dans les fractions.** Donc là, si tu avais 21 pommes [...].

Le comportement de l'enfant s'explique facilement si on remonte au début de la séance d'intervention. En effet, l'intervenante avait mentionné qu'elles aborderaient les fractions lors de la séance. L'enfant a donc cherché à exprimer sa réponse sous forme de fraction. À la ligne 15, l'intervenante se rend compte de la méprise et indique à l'enfant qu'elles n'ont pas encore amorcé le travail sur les fractions.

Résultat 1 :	L'enfant a pris les paroles d'introduction de l'intervenante comme une indication sur la tâche.
---------------------	---

Pour le deuxième problème, l'intervenante assure que, pour ce problème, il ne s'agit pas non plus de travailler avec des fractions (ligne 1, ci-dessous). Cette précision va ouvrir la porte à une discussion sur la tâche que l'élève aura à réaliser avec ce nouveau problème. C'est l'enfant qui va chercher à savoir ce qu'elle devra faire en se situant par rapport au problème précédent (ligne 2) et elle insistera (ligne 7).

Introduction au deuxième problème

1. **I** : On va essayer pour l'autre problème. O.K. **Là y a pas de fraction non plus.**
2. **E** : **C'est-tu comme l'autre?**
3. **I** : Comme celui-là?
4. **E** : Oui.
5. **I** : **C'est à peu près pareil.**
6. [L'intervenante fait signe de la tête : oui et non. Elle lui montre la feuille sur laquelle est écrit le problème en la poussant près de l'élève. Cette dernière ne semble pas s'y intéresser car elle ne la regarde pas.]
7. **E** : C'est que l'on fasse des choses! T'sais, comme là... Comme mettons... **Y faut-tu faire des dessins? Elle montre la feuille du problème précédent.**
8. **I** : **Oui.** Comme ça. J'vais te demander de faire des dessins. O.K. Maintenant tu vas lire le problème.

Finalement, l'intervenante confirme qu'il faudra faire (des dessins) comme au problème précédent (ligne 8). Dans la résolution qui suivra, plusieurs indices laissent penser que l'enfant fonctionne en référence au premier problème, celui des pommes.

Deuxième problème :

Élise a apporté 37 photos d'elle et 26 photos de son frère. Combien de photos Élise a-t-elle apportées?

Résolution du deuxième problème

9. [Après lecture du problème par l'élève] **I** : De quoi on parle dans le problème?
10. **E.** : Ben, que son... ben en résumé... O.K. C'est que sa sœur a pris des photos de son frère, Francis, puis y demande **combien qui restent de photos**.
11. [L'intervenante demande si elle est certaine, puis fait relire.]
12. **E.** : [après relecture] **Y a 37 photos au début, pis a en a 26 de son frère**.
13. [Il s'ensuit une discussion sur de qui sont les photos et qui les a prises.]
14. **I.** : Donc Élise a apporté combien de photos d'elle?
15. **E.** : Ben... 37
16. **I.** : OUI! Là pour nous aider, **on va encercler le 37**. O.K.
17. **E.** : Pis **le 26 de son frère, on l'encercle aussi!**
18. **I.** : Oui.
19. **E.** : **C'est important!**
20. **I.** : Oui c'est ça. Là **on a encerclé les données importantes du problème**. T'fais ça, pis là on va résoudre le problème.

L'enfant interprète d'abord le problème comme le précédent en utilisant un schème de transformation⁹ (lignes 10 et 12). Selon la ligne 10, c'est comme si elle avait réinterprété le problème comme ceci : au début, Élise a 37 photos, elle enlève 26 photos de son frère, combien en reste-t-il? Cet énoncé copie la structure du problème des pommes (premier problème). Ainsi, il n'y a pas deux collections de photos distinctes de 37 et de 26 photos, mais une collection transformée par le retrait d'une partie, comme dans le problème des pommes. Il a fallu un certain temps avant que ne soit établi correctement par l'élève qu'il y a deux collections de photos distinctes, celle d'Élise et celle de son frère (ligne 13); le contexte de photos *d'elle et de son frère* et la formulation du problème ont pu nuire. Toutefois, même une fois établi qu'il y a ces deux collections de photos, un modèle de transformation dans le temps semble persister et elle opte encore une fois pour la soustraction (ligne 24).

21. Mais là, **est-ce que tu sais qu'est-ce qui faut faire avec le 37 et le 26?**
22. **E.** : Oui.
23. **I.** : Qu'est-ce qui faut faire?
24. **E.** : **Ben, on fait moins parce qu'au début a n'avait moins qu'avec ceux de son frère**.

L'intervenante va amener l'élève à changer d'idée mais temporairement. Elle prend un crayon pour représenter les photos d'Élise dans la main gauche : « Ça, c'est les photos d'Élise ». Elle prend un autre crayon dans sa main droite pour représenter les photos de son frère : « Pis ça, c'est les photos de son frère ». Elle joint les deux

9. Cf. Vergnaud (1996).

crayons dans la même main pour suggérer l'opération à faire, soit l'addition. Elle poursuit :

25. **I :** Elle a amené les deux photos, qu'est-ce qui faut faire?
26. **E :** **On les additionne?**
27. **I :** Pourquoi on les additionne? [Elle remet les crayons dans chaque main et refait son geste de les joindre.]
28. **E :** Heu... parce que comme quand il faut faire... **il faut les mettre tout ensemble.**
29. **I :** OK. Elle a amené 37 photos d'elle, pis 26 photos de son frère.

L'intervenante n'a pas acquiescé à la réponse de l'élève (lignes 26 et 27), mais lui a demandé d'expliquer; elle n'a pas non plus acquiescé à l'explication de l'élève (lignes 28 et 29), mais elle a repris les données du problème pour que l'élève applique sans doute l'addition à ces données. L'enfant change d'idée!

30. **E :** **C'est un moins, non?**

L'intervenante reprend alors son explication, mais cette fois avec les nombres 37 et 26 et en mimant la situation.

31. **I :** Élise apporte 37 photos d'elle. Regarde-moi bien. Moi, j'arrive avec mes photos. O.K. Regarde, j'ai apporté 37 photos de moi, pis ici, j'en ai 26 de Francis. J'ai plein de photos avec moi. Veux-tu que je te montre? J'ai des photos de moi, j'ai des photos de Francis... Est-ce que ça t'aide un petit peu plus?
32. **E :** Oui, **c'est comme que y a moins de photos de Francis, pi y en a plus d'elle.**
33. [L'intervenante remet le livre à sa place. Elle prend une pose de réflexion, main sur le menton, et écoute l'élève.]
34. **I :** Oui, mais qu'est-ce qui faut faire avec ça?
35. **E :** Un + je pense!
36. [L'intervenante approuve fortement et lui demande de dessiner. Elle s'exécute et dessine les 37 photos d'Élise, puis poursuit.]
37. **E :** Vingt-six... **Ben, on enlève 26.** [Elle utilise la même procédure qu'au numéro précédent en rayant 26 photos, puis elle regarde son intervenante.] Heu plus? On met 26 de plus.

En résumé, l'élève veut d'abord faire une soustraction (ligne 24), accepte l'addition après avoir bien **suivi** les explications de l'intervenante (lignes 26 et 28), puis change d'idée (ligne 30) devant les demandes d'explication de l'intervenante. (Elle aura encore ce comportement après soixante problèmes.) L'intervenante se remet à la tâche d'expliquer et l'élève ne donne toujours pas la réponse attendue (ligne 32). La réponse est mitigée : *moins de photos de Francis, pis... plus d'elle*. Cette réponse qui peut être symptomatique d'une tentative de l'enfant à ne pas se compromettre en choisissant en même temps la soustraction et l'addition - *moins* de étant associé à une soustraction et plus de à une addition - peut être vue aussi comme élément de négociation dans la recherche du contrat : l'élève rend compte ici de ce qu'elle comprend du problème. Cette piste restera inexploitée.

L'enfant arrivera à dire qu'il s'agit d'une addition (ligne 35) mais finira par opérer comme au problème précédent soit en enlevant les photos du frère de la collection d'Élise (ligne 37). L'ensemble du passage est particulièrement intéressant pour illustrer un comportement d'enfant qui apparaît instable et difficile à cerner et pour illustrer la relation enfant - intervenante. Il montre plus particulièrement le lien de dépendance dont il a été question dans l'introduction, une certaine impuissance de l'intervenante (ligne 33) et la difficulté de l'enfant à se détacher du problème précédent (ligne 37).

Résultat 2 :	L'enfant a compris qu'il fallait faire comme pour le premier problème.
---------------------	--

Cet attachement au problème précédent peut s'interpréter comme un effet de contrat.

Elle fait une soustraction parce que l'intervenante lui a dit qu'il fallait faire pareil. L'instabilité des réponses de l'enfant, penchant tantôt vers la soustraction, tantôt vers l'addition, est explicable aussi : c'est comme si l'enfant suivait deux chemins en même temps, celui indiqué au départ où le problème est vu comme une transformation (combien reste-t-il?) et celui qu'indique l'intervenante par son explication (mettre ensemble) : ces deux chemins sont contradictoires. Il semble que l'enfant ne soit pas vraiment entré dans la résolution de ce deuxième problème. Chercher les indices dans les paroles de l'intervenante, c'est un moyen de ne pas le faire, de ne pas jouer le jeu de la résolution. Ceci peut être appuyé par le désintéressement de l'enfant lorsque l'intervenante présente le problème (ligne 6) et par tous les liens que l'on peut faire avec le problème précédent (en particulier aux lignes 10 et 37).

Avec le *problème des pommes* et celui *des photos*, nous avons vu que l'enfant cherchait dans les **paroles d'introduction** à une tâche des indices de ce qu'elle devait faire. Ce comportement va s'atténuer, mais dans le cas où un type nouveau de problème lui sera proposé, rompant fortement avec les précédents (problème à donnée manquante, problème à donnée superflue, problème à données multiples), elle voudra savoir si une telle situation se reproduira; l'intervenante acquiescera ou non. De plus, l'élève sera toujours, jusqu'à la fin, à la merci des changements d'intonations et de mimiques de l'intervenante.

Une centration sur l'énoncé du problème et la naissance d'un malentendu

Au fil des interventions avec l'enfant, s'observe quand même une évolution, dans la mesure où d'une centration complète sur l'intervenante, l'élève passera à une certaine centration sur l'énoncé du problème. On peut penser qu'un changement dans l'intervention a eu un effet sur ce plan. Cette modification s'est produite vraisemblablement en réponse au comportement de l'élève.

Ainsi, lors des premières interventions, l'intervenante demandait à plusieurs reprises à l'enfant d'expliquer et de dessiner. D'une part, les tentatives de faire

expliquer se sont avérées peu efficaces, l'enfant ne comprenant pas ce que voulait l'intervenante. D'autre part, la résolution par dessin s'est avérée fastidieuse et n'avait pas la faveur de l'enfant. Par exemple, dans le deuxième problème, celui *des photos*, l'illustration a pris beaucoup de temps et a occasionné plusieurs erreurs, ce qui a soulevé chez l'enfant des questions relatives à la validité des réponses obtenues. En trois fois, en comptant sur le dessin et en calculant, elle n'a pas obtenu la même réponse. Ce type d'interventions (faire expliquer et illustrer) semble avoir progressivement fait place à un autre : repérer les informations importantes dans l'énoncé du problème. Nous en avons un exemple déjà au 2^e problème où l'intervenante demande d'encercler les nombres 37 et 26, ce que l'enfant accepte facilement (lignes 16 et 17 précédentes). Ces moyens prendront plus de place au fur et à mesure des interventions. Toutefois, ils ne permettront pas à l'enfant de résoudre les problèmes de manière autonome.

En centrant l'enfant sur l'énoncé du problème, l'enfant semble s'être décentré de l'intervenante, tout au moins en partie, mais ce changement sera basé sur un malentendu comme nous le verrons. Dans l'extrait qui suit, l'intervenante montre à l'enfant qu'un indice lui permettait de savoir quelle opération il fallait utiliser.

1. **I : Pourquoi un plus? Y as-tu quelque chose dans la question qui t'a accroché dans ta tête, pis qui t'a dit : Ha oui! C'est un plus qu'il faut que je fasse.**
2. **E :** Oui, c'est un plus. Je pense que c'est un plus.
3. **I :** Tu penses que c'est un plus?
4. **E :** Oui.
5. **I : Tu veux-tu que je t'aide?**
6. **E :** Oui.
7. **I :** Ok, **quand il dit : Combien de raquettes de ping-pong ET** [Elle met l'accent sur le ET.]
8. **E :** Ha! Un plus, c'est ça, un plus.

L'intervenante insiste sur le ET dans l'énoncé de la question. Chaque fois, l'intervenante conseillera de repérer dans l'énoncé du problème les indices de l'opération à choisir. Ceci aura pour effet de centrer l'enfant sur l'énoncé du problème plutôt que sur l'intervenante, mais encouragera une traduction directe des mots en opération, même si ça ne fonctionne pas tout le temps. Cette façon d'aider l'enfant va piéger l'intervenante. Un mot comme « vendu » sera par exemple interprété comme un « moins » et bien sûr, les « de plus » seront systématiquement convertis en additions. Vraisemblablement, l'intervenante a réagi au comportement de l'enfant montré dans les extraits relatifs aux deux premiers problèmes, celui des *pommes* et des *photos*.

L'aide apportée a induit ou renforcé le comportement de l'enfant consistant à traduire directement les expressions formulées dans le problème par une opération de manière isolée, sans réflexion sur les relations entre les données. L'enfant a observé les consignes fournies par l'intervenante; elle a cherché dans l'énoncé des indices et traduit en opération les expressions de l'énoncé. Toutefois, ce décodage ne permettra pas à l'enfant de choisir la bonne opération et la maintiendra, contrairement aux

objectifs visés, dans un état de dépendance à l'égard de l'intervenante. En fait, de cette aide naît un malentendu.

Résultat 3a :	Pour l'intervenante, c'est par l'interprétation des mots à la lumière de l'ensemble de l'énoncé que peut se décider l'opération à choisir.
----------------------	--

Résultat 3b :	Pour l'enfant, la réponse est dans le repérage de certains mots et leur traduction en opérations.
----------------------	---

Toutefois, l'enfant se rend compte que la « méthode » ne fonctionne pas toujours, ce qui crée un conflit. L'extrait qui suit illustre l'intervention de l'intervenante (*lire au complet*) et le conflit chez l'élève (*si ça dit plus, c'est un plus, c'est pas un moins*).

1. **I :** [...] il faut que tu lises le problème au complet et que tu comprennes bien le problème.
2. **E :** Pis on va savoir quoi que ça veut dire?
3. **I :** Oui. Avec tout le contexte de la question.
4. **E :** Si ça dit plus, c'est un plus, c'est pas un moins.
5. **I :** Le « de plus »?
6. **E :** Oui.
7. **I :** Il y a des fois que c'est un moins comme celui-là ici là avec des livres. Faut faire attention.
8. **E :** Mais pourquoi « de plus »? Comme elle, c'est un « de plus ».
9. **I :** Ah! OK. Toi quand tu vois *plus*, ça veut dire tout de suite une addition?
10. **E :** Oui.
11. **I :** OK. Il faut que tu fasses attention. Parce que si tu prends juste le mot comme ça, tu peux pas savoir exactement ce qu'il veut dire. Faut que tu regardes ta phrase au complet. Pis ta phrase va te permettre de dire si ton « de plus » est une addition ou une soustraction.

L'intervenante semble réaliser le malentendu (ligne 9) qui s'est installé entre elle et l'enfant. Toutefois, la seule réponse que l'intervenante apporte alors consiste à dire de regarder la phrase au complet. Ceci témoigne, je crois, d'un autre malentendu : cet autre malentendu réside chez l'intervenante elle-même :

Résultat 4 :	L'intervenante semble penser qu'il suffit de lire au complet pour interpréter correctement les relations entre les données du problème et passer à l'opération mathématique.
---------------------	--

Ainsi, l'intervenante sous-estime le travail cognitif nécessaire à la traduction en opération (voir sur ce point Duval (1995), Giroux et Ste-Marie (2001), Rouchier (1999)).

L'explication de l'intervenante ne satisfera vraisemblablement pas l'enfant qui reposera la question suivante à quelques reprises : *comment on fait pour savoir?* Elle demandera même : « *Tout*, est-ce que ça se pourrait que c'est un moins aussi? » L'intervenante répètera que pour savoir, il faut lire au complet toute la phrase. Elle pourra avoir l'impression par moment, à tort ou à raison, que cette stratégie conduit à une réussite comme le montre cet extrait.

1. E : « Rémi a 18 crayons de couleur et Jean en a 12. Combien Rémi a-t-il de crayons de plus que Jean? » Ben, on va faire 18 moins... Ben de Rémi, pis après on fait de Jean, pis on va le savoir. Pis on fait un plus.
2. I : On fait un plus?
3. E : Ben oui, parce que regarde... [Elle montre « de plus » dans le problème.]
4. I : De plus. Pis si tu lis toute ta phrase?
5. E : Y en a moins.
6. I : C'est quoi que tu cherches à savoir?
7. E : On fait un moins parce que regarde « Rémi a-t-il de crayons de plus que Jean? » C'est comme un moins.
8. I : Oui, mais pourquoi c'est un moins?
9. E : Parce qu'on veut savoir 18 moins 12 et on veut savoir la réponse.

À la ligne 1, l'élève semble d'abord vouloir faire une soustraction puis, en référence semble-t-il (ligne 3) à la formule *de plus* qui est énoncée, elle se ravise et choisit l'addition. Lorsque l'intervenante lui demande de lire toute la phrase (ligne 4), elle change d'idée (ligne 5). Lorsque l'intervenante cherche à en savoir plus, l'élève ne dit rien de plus qui pourrait laisser croire qu'elle a interprété correctement la relation, mais l'intervenante se contente de la réponse de l'enfant. L'enfant ne contrôle toujours pas le choix de l'opération et reste dépendante de l'intervenante. Cependant, on assiste à quelques réussites après questionnement de l'intervenante. Cette situation conduira celle-ci à systématiser l'approche amorcée depuis quelques séances : lire le problème au complet, encercler les données importantes, souligner la question.

Une centration de l'intervenante sur le manque d'autonomie de l'élève et un glissement métacognitif

En trois rencontres, l'intervenante introduit une « démarche de résolution de problème » en trois étapes par laquelle l'élève sera obligée de passer. Cette démarche est présentée dans l'encadré ci-dessous.

Démarche de résolution de problème proposée à l'élève

1. Le détective.
 - i. Lire deux fois le problème, au complet.
 - ii. Encercler les mots importants en bleu.
 - iii. Encadrer la question en rose.
 - iv. Chercher dans le dictionnaire les mots qu'on ne connaît pas.
2. Le menuisier : choisir une stratégie pouvant aider à résoudre (qui se traduira uniquement en calcul dans la pratique).
3. Le vérificateur : revenir sur les étapes précédentes pour voir si on répond bien à la question, comparer la solution à celle trouvée à la deuxième étape (dans la pratique, ceci a consisté à vérifier la réponse obtenue par calcul avec la calculatrice).

L'extrait qui suit, introduisant la démarche, illustre la confiance que l'intervenante porte en cette démarche (ligne 4). Elle illustre bien, en particulier, ce que j'ai appelé plus haut un malentendu, que c'est dans la lecture du problème au complet que se trouve la clé du succès (lignes 11, 13, 15). Nous voyons ici une relation d'aide réitérée; nous voyons aussi une négociation s'entreprendre à propos de la méthode proposée, méthode à laquelle l'élève se soumettra après quelques réticences (lignes soulignées : 1, 2, 4, 12, 15, 18, 19 et 20). Nous voyons aussi clairement apparaître l'objectif de l'intervention visant à rendre l'élève plus autonome (lignes 19 et 21) :

Introduction à la démarche :

1. **E : Mais pourquoi on a ça?** [Elle montre la feuille que l'intervenante lui a laissée.]
2. **I : Ça, ça va être pour t'aider. Tu vas pouvoir t'en servir tout le temps, tout le temps que tu vas résoudre tes problèmes.** [...]
3. [...]
4. **I : [...] je vais te montrer, c'est comment les étapes à suivre pour résoudre ton problème, pour être certaine de rien oublier dans le problème, pis d'être sûre de ta réponse.**
5. **E :** Si j'ai à côté de mon examen ça...
6. **I :** Ah! ben non! [...]
7. **I :** OK. Aujourd'hui, c'est le détective qu'on va voir. [...]
8. [...]
9. **I :** Quand il fait son enquête, il va aller **chercher tous les indices pour pouvoir résoudre son enquête.**
10. [...]
11. **I :** Tu vas commencer par **lire deux fois le problème.** Au complet.
12. **E :** Tsé, pourquoi?
13. **I :** **Pour être certaine de bien le comprendre.** Des fois quand on le lit rien qu'une fois, on oublie des choses. Ben **quand on lit deux fois, on est certaine de tout bien comprendre**, de savoir tout ce qui est dans le problème. OK? **Après, tu vas encercler les informations importantes**, tu sais comme on faisait avec le crayon jaune?

14. [...]
15. *L'intervenante présente les consignes relatives à l'étape du détective et ajoute :*
Comme ça, en faisant tout ça, **tu vas être certaine d'avoir tous les bons indices pour pouvoir résoudre ton problème.**
16. [...]
17. **I :** [...] On va l'appliquer à des problèmes.
18. **E :** On n'a jamais fait ça.
19. **I :** Non. Tu vas voir, tu vas pouvoir le faire. Tu vas voir, ça va bien aller. Mais c'est un peu qu'est-ce que je te disais de faire. Des fois, je te disais, bon, entoure les mots importants, relis ta question, relis ton problème, pourquoi. C'est juste que là, **je te donne les étapes à suivre au lieu de te poser des questions pour qu'un moment donné tu puisses faire le problème de A à Z sans que je pose aucune question.**
20. **E :** OK. Ça va être facile.
21. **I :** **C'est parce que je veux aussi que tu en arrives à te poser des questions. Pourquoi je fais ça? Est-ce que c'est bien ça? Est-ce que c'est bien ce qu'il me demande, ce que je suis en train de faire? OK?**
22. [...]

Lors des deux rencontres suivantes, l'intervenante présentera les deux autres étapes et les appliquera à des problèmes. Elle insistera pour faire ces étapes dans l'ordre. L'étape du menuisier consistera à poser l'opération et celle du vérificateur à vérifier avec la calculatrice la réponse de l'opération. Jamais l'intervenante n'amène l'enfant à répondre à sa question : pourquoi « de plus » se traduit tantôt par une soustraction tantôt par une addition? Nous assistons à ce que Brousseau appelle un glissement métacognitif.

Résultat 5 :

Au lieu de travailler sur les difficultés à traduire en opération les relations mathématiques du problème, l'intervenante donne une méthode pour organiser le raisonnement.

Ainsi, le développement de l'autonomie passe par une démarche que l'élève pourra suivre même quand l'intervenante ne sera pas là. La suite montre l'échec de l'intervention.

Une impasse ou un questionnement sans réponse!

L'analyse des verbatims des rencontres subséquentes à l'introduction de la démarche montre que celle-ci n'a pas permis d'évolution. Un problème semblable à celui des crayons¹⁰, présenté à trois reprises, une première fois avant l'introduction de la démarche, une deuxième fois au moment de l'introduction de la 2^e étape de la démarche et une troisième fois après la démarche, n'est toujours pas résolu la troisième fois. Le choix de l'opération restera problématique jusqu'à la fin. La

10. Voici le problème : Marie possède 160 timbres. Tom en possède 85. Combien Marie possède-t-elle de timbres de plus que Tom?

démarche proposée fait même obstacle à la résolution comme le montre le comportement de l'enfant au *problème du présentoir* : on a un présentoir¹¹ à trois tablettes; sur la première tablette, il y a 9 livres; sur la deuxième tablette, il y en a 7; et sur la troisième tablette, il y en a 8. L'enfant doit trouver combien cela fait de livres en tout. C'est le 49^e problème soumis. L'enfant cherche à encercler les données : « Deuxième là, est-ce que c'est un chiffre (...) est-ce qu'on l'encercler? » L'intervenante lui demande s'il y a une façon pour savoir et souligne que c'est en lisant le problème au complet qu'elle saura. L'élève répond : « Je l'ai pas lu. Je lis puis j'encercler. »

Résultat 6 :

La démarche proposée n'a pas permis à l'enfant d'être plus autonome comme le voulait l'intervenante.

L'élève ne s'est pas engagée véritablement dans une démarche personnelle de résolution impliquant une analyse au départ. L'épisode du *problème du présentoir* (et de quelques autres) amènera l'intervenante à changer de stratégie. Sans abandonner la démarche de résolution, l'intervenante, en changera le début : elle demandera à l'enfant de raconter le problème avant de le résoudre. Elle lui indiquera aussi, en réaction à l'élève qui ne se souvient jamais des nombres, que ce n'est pas nécessaire, que ce n'est pas important. Ce changement semble avoir eu un effet bénéfique¹² en décentrant l'enfant du mot à mot et des nombres et en l'obligeant à reconstituer non pas l'énoncé textuellement mais les relations entre les données du problème. De plus, cette étape a eu l'avantage de renseigner l'intervenante sur la compréhension que l'enfant avait du problème. Il n'est pas possible toutefois de juger complètement des effets de cette nouvelle stratégie, l'intervenante ayant dû interrompre ses interventions.

Jusqu'à ce moment-là, plutôt que de l'en éloigner, la démarche proposée semble avoir renforcé le comportement de l'enfant consistant 1) à encercler les nombres du problème et 2) à choisir l'opération en traduisant les mots de l'énoncé directement en opération. Cependant, l'intervention a eu un autre effet, elle a soulevé un questionnement chez l'enfant elle-même. Ce questionnement peut s'interpréter comme un effet positif de contrat.

Nous avons pu observer que l'enfant semble adapter ses réponses aux réactions de l'intervenante et ne semble donc pas entrer vraiment dans une résolution personnelle du problème. Nous avons vu comment la volonté d'aider l'élève, dans ce cas particulier, mène vers une impasse. Toutefois, à travers les interventions, l'enfant a compris qu'une des règles du jeu consistait à questionner. Ce questionnement a été rendu possible grâce à la variété des problèmes et au contrat didactique qui s'est installé. Bien que ce questionnement s'adresse à l'intervenante de qui l'enfant cherche la réponse, il pointe aussi les aspects essentiels qu'il faut éclaircir pour comprendre et résoudre le problème. *Comment fait-on pour savoir si « de plus » veut dire additionner ou soustraire? Est-ce que « en tout » peut se traduire par une soustraction?*

11. La signification du mot *présentoir* a été expliquée à l'enfant.

12. L'intervenante le note aussi dans les brèves notes sur le comportement de l'élève qu'elle a laissées.

Comment fait-on pour savoir quelle est la bonne réponse (lorsque des méthodes de résolution différentes mènent à des réponses différentes)? Comment être sûr qu'on a choisi la bonne opération? (Après avoir résolu correctement le problème par une soustraction, l'élève s'interroge : « *Peut-être, c'est un peu plus aussi. Non?* »). Toutes ces questions de l'élève sont de bonnes questions qui témoignent d'une recherche de sens. Toutefois, comme montré, cette recherche de sens n'a pas abouti.

Résultat 7a :	L'élève questionne et se questionne à propos de la tâche mathématique.
Résultat 7b :	La démarche proposée n'a pas permis à l'enfant de répondre à son questionnement.

Quelques autres résultats relatifs au raisonnement de l'élève

L'analyse du verbatim peut laisser croire que l'élève ne fait que suivre ce que propose l'intervenante, qu'elle ne comprend rien et qu'elle n'a pas de réflexion personnelle, mais nous retrouvons certains passages témoignant d'une activité cognitive. Dans les passages relatifs au *problème des photos*, nous avons vu l'élève s'exprimer sur les relations entre les données du problème lorsqu'elle dit : « moins de photos de Francis... plus d'elle » (section intitulée Une centration de l'élève sur l'intervenante, problème des photos, ligne 32). Cet énoncé montre que l'enfant reconnaît qualitativement l'ensemble qui contient le plus ou le moins d'éléments, même si cette reconnaissance n'est pas particulièrement utile à la résolution du problème¹³. De plus, cette interprétation des relations entre les données pourrait montrer que l'élève bouge. En effet, en comparant qualitativement les deux collections, « moins de photos de Francis... plus d'elle », elle est passée d'un schème de transformation inspiré vraisemblablement par le problème précédent, celui *des pommes*, à un schème de comparaison. Elle ne considère plus une seule collection transformée mais deux collections distinctes à comparer (suite vraisemblablement à la longue discussion qui a eu lieu à propos des photos d'elle et de son frère).

Résultat 8 :	L'élève fait preuve de certaines habiletés de base dans la résolution de certains problèmes.
---------------------	--

À la section intitulée Une impasse ou un questionnement sans réponse!, nous avons noté les questions posées par l'élève en cours d'intervention. Les problèmes de comparaison où l'expression *de plus* apparaissait semblait causer des difficultés

13. Elle le serait toutefois pour des problèmes de comparaison (DeBlois (1997)).

particulières à l'élève et créer un conflit, cette expression se traduisant parfois par une addition et parfois par une soustraction. Toutefois, il arrive que l'élève puisse résoudre correctement ce type de problèmes. Le *problème des livres* en est un exemple : *On sait que le grand frère de Louis a lu 12 livres tandis que Louis en a lu deux. On demande combien le frère a lu de livres de plus.* L'élève a additionné $12 + 2$. Puis, après que l'intervenante ait inscrit sur une feuille chacune des données impliquées, l'élève résout le problème comme ceci en comptant sur ses doigts : « 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Dix de plus ». Elle montre ses dix doigts levés. Or, cette résolution est correcte. Elle montre que l'enfant a bien établi les relations entre les deux quantités. L'élève a réussi ce problème bien qu'elle n'ait pu traduire cette résolution par une soustraction. L'action de l'élève correspond en fait à une addition « $2 +$ quoi font 12 » ce qui est une équation qui traduit correctement le problème. L'élève ne formule toutefois pas cette équation.

La réaction de l'intervenante, à ce moment, est de ramener l'élève à la soustraction, opération par laquelle on résout de façon classique ce problème. Elle réinterprète l'action de l'élève comme une soustraction ($12 - 2$ font quoi) : « ce que tu as fait avec tes doigts, c'est que tu en as enlevé une partie, t'as enlevé le 2. Tu as dit Louis en a lu 2, je vais l'enlever à Jean et je vais partir à trois, 3, 4, 5, 6, sept, huit, neuf, dix, onze, douze. Pour le rendre jusqu'à 12. [...] »

L'analyse de ce passage particulier montre que l'élève a pu résoudre le problème, qu'elle a fait preuve ici d'une certaine capacité et d'une certaine autonomie, mais qu'elle n'a pu passer à la soustraction.

Résultat 9 :	Dans les problèmes de comparaison comportant de petits nombres, la difficulté de l'élève pourrait se situer dans le passage d'un schème s'appuyant sur l'addition à un schème s'appuyant sur la soustraction.
---------------------	---

De ce point de vue, le travail avec l'élève ne consiste pas tant à lui donner une façon d'organiser son raisonnement, de manière générale, mais à l'aider à développer son sens des opérations d'addition et de soustraction.

Discussion et implications pour l'intervention

La difficulté de l'enfant à se détacher du problème précédent et sa difficulté à entrer dans la tâche sont connues et bien documentées par Perrin-Glorian (1993). À propos d'élèves de classes faibles de 5^e (CM2 en France) et 6^e année, comportant une grande partie d'élèves ayant un ou deux ans de retard, elle dit :

« La difficulté à changer de point de vue se manifeste par exemple lors d'un changement d'activité : les élèves restent sur une consigne précédente ou continuent à utiliser les procédures qui convenaient pour l'activité précédente. »

Par ailleurs, comme le souligne Perrin-Glorian (1993) qui propose une interprétation des résultats en terme de contrat, le fait qu'on propose souvent aux élèves une série de problèmes semblables dont la résolution se copie sur un exemple fourni préalablement encourage cette attitude. Dans le cas présenté dans cet article, l'intervenante a collaboré à légitimer ce comportement en donnant des indices à l'enfant sur la tâche à réaliser. Donc, les résultats (1) et (2), interprétés comme une *centration de l'élève sur l'intervenante*, s'ajoutent à d'autres déjà connus pour nuancer un diagnostic possible à propos des difficultés de transfert de l'élève.

Les malentendus exprimés par les résultats (3) et (4) expriment l'écart entre la facilité de l'intervenante et la difficulté de l'enfant à résoudre le problème. Parce qu'à la lecture, l'ensemble des relations se manifeste d'emblée à l'adulte, on pourrait penser qu'il ne s'agit que de lire. Toutefois, plusieurs recherches montrent les difficultés liées à l'interprétation des données et des relations entre les données et au passage à l'opération. Ces difficultés varient selon les caractéristiques des problèmes. De plus, des problèmes en apparence semblables dans leur formulation conduisent à de grands écarts dans le niveau de réussite (Vergnaud (1991)). L'analyse des problèmes comme tâches cognitives fournissent des informations permettant d'interpréter le comportement de l'élève et peuvent fonder une intervention. Dans cette analyse, plusieurs éléments sont à considérer comme le montrent différents auteurs (Duval (1995); Fuson (1992); Giroux et Ste-Marie (2001); Rouchier (1999); Vergnaud (1991)) : la structure du problème selon, en particulier, la place de l'inconnue, le type de données et de relations qui sont impliquées; les différentes façons possibles de résoudre et de concevoir le problème, les difficultés et les passages à anticiper selon les caractéristiques mises en évidence, les aspects extra-mathématiques qui peuvent interférer, les nombres impliqués, les moyens dont dispose l'élève pour résoudre, etc. L'analyse du cas de notre élève soulève des interrogations. A-t-elle développé suffisamment le sens des opérations d'addition et de soustraction? (Slavit (1995)) Dans quelle mesure les variantes de formulation, celles de l'histoire et la grandeur des nombres jouent-elles? Réussit-elle à choisir la bonne opération pour certains types de problèmes plus que pour d'autres? Indépendamment du choix de l'opération, réussit-elle à résoudre les problèmes? L'analyse du verbatim ne permet pas de répondre clairement à ces questions, l'accent ayant été mis par l'intervenante sur la démarche à suivre, ce qui a produit les effets qu'on connaît.

Les résultats (5), (6) et (7b) en lien avec la méthode préconisée pour favoriser l'autonomie, montrent les limites d'une approche de la résolution de problèmes qui mise exclusivement sur une suite préétablie d'étapes à suivre en évacuant les aspects

14. Jean Dionne (1995), proposant une approche de la résolution de problèmes, suggère de donner des rôles aux élèves : ceux d'explorateur, de rêveur, de juge et de communicateur. De cette approche, il dit ceci : « C'est une stratégie qui suggère des étapes dans la résolution de problèmes, étapes qui n'ont rien de strictement linéaires et à travers lesquelles on peut se déplacer en boucles, aller et venir, commencer, avancer, puis recommencer... Il ne faut surtout pas y voir une forme de pétrification des opérations de l'esprit en quelques énoncés : malgré une description, qui se veut précise, de la stratégie proposée et de son usage, il y a comme un flou, une aura de liberté intellectuelle qui doit demeurer autour de cette description dans laquelle ni l'élève « solutionneur » ni l'enseignante ne doivent se sentir emprisonnés. » (p. 235). Le jeu de rôle, qui peut se vivre à profit en classe, veut entretenir une attitude de chercheur chez l'élève, mais comment faire vivre cette expérience lorsque le seul interlocuteur de l'élève est l'intervenante? De plus, dans le cas analysé, comment faire en sorte que de cette démarche émerge le sens des opérations?

conceptuels en jeu. Si une telle méthode peut être utilisée à profit pour favoriser chez les enfants l'appropriation du problème et une activité mathématique¹⁴, elle n'a pas permis de lever l'obstacle. D'une part, la démarche proposée a détourné l'élève de la tâche de résolution de problèmes et d'autre part, n'a pas donné les moyens à l'élève de répondre à ses questions.

De leur côté, les résultats (7a), (8) et (9) pointent la nécessité d'une analyse de la tâche et d'une intervention qui s'appuie sur celle-ci. En particulier, le passage problématique de l'addition à la soustraction dans les problèmes de comparaison est documenté (Deblois (1997); Giroux et Ste-Marie (2001)). Une analyse *a priori* des tâches soumises, la prise en compte de différents résultats de recherche et une sensibilité au raisonnement de l'enfant fournissent la possibilité de comprendre ce qui se passe, d'envisager la suite des interventions en toute connaissance de cause et de choisir des situations problèmes qui lui permettront peut-être de dépasser ses difficultés.

Le type de problème soumis à l'élève, problème simple à structure additive, est important dans l'apprentissage du sens des opérations (Slavit (1995)) et dans la construction des habiletés à résoudre des problèmes plus complexes qui font intervenir des structures additives. Les interventions analysées montrent jusqu'à la fin le peu de contrôle de l'enfant sur la résolution de ce type de problèmes. Alors, quelle situation mettre en place pour permettre graduellement à l'enfant d'exercer un certain contrôle sur la résolution? Pour exercer ce contrôle, ne faut-il pas s'attaquer aux relations entre les quantités, relations spécifiques au problème à résoudre, conjointement avec le sens des opérations? À mon sens, c'est la seule façon de répondre à la question *quand fait-on une addition ou une soustraction*. Toutefois, la question reste entière car, pour travailler ces relations et sens des opérations, il faudra mettre en place une situation qui permettra à l'élève de prendre à sa charge la résolution du problème sans chercher chez l'intervenante les réponses à ses questions comme c'était le cas avec notre élève. Certains auteurs proposent une schématisation des relations comme outil conceptuel pour accéder à la structure du problème et moyen d'intervention (Duval (1995); Fuson (1992); Vergnaud (1996)); d'autres proposent avec succès de faire composer des problèmes par les élèves (Schmidt et Thivierge, rapport CRSH (à paraître)). La liste est à compléter et des interventions particulières sont à envisager pour certains types de problèmes qui nécessitent ou peuvent permettre certains passages dans le développement du sens des opérations comme celui de l'addition à la soustraction dans le *problème des livres* présenté précédemment.¹⁵

Conclusion

Partie d'une interrogation quant à la dépendance qui peut être engendrée par la relation d'aide dans le cadre de l'intervention orthopédagogique, j'ai pu constater,

15. Je réfère ici le lecteur au texte de Guy Brousseau (1996) sur le contrat didactique dans lequel est pris en exemple une intervention à propos de la soustraction dans laquelle nous pouvons trouver une inspiration.

dans le cas étudié, que la relation d'aide créait ou maintenait effectivement une dépendance et il a été possible d'en expliquer les causes.

La démarche proposée par l'intervenante n'a pas permis à l'enfant de développer une certaine autonomie de résolution malgré son intention. Se centrant sur le manque d'autonomie de l'enfant, l'intervenante a omis, en apparence tout au moins, de considérer les aspects conceptuels et les difficultés cognitives qui y sont associés. Sous l'angle du contrat didactique, nous avons vu que l'intervention a encouragé l'élève à se poser des questions. L'intervention a fait elle-même émerger ces questions mais celles-ci pointent en même temps la faiblesse de l'intervention à y répondre. Pourtant, les questions de l'élève donnent des indications sur ce qu'il fallait travailler.

Pour répondre adéquatement au questionnement de l'enfant, il faut lever le malentendu qu'il suffit de lire pour comprendre. Pour aller plus loin, pour intervenir en toute connaissance de cause, il paraît nécessaire de réaliser une analyse de la tâche à effectuer lors des résolutions de *problèmes à structure additive* ou autres en considérant des aspects cognitifs relatifs aux difficultés et aux raisonnements possibles des élèves.¹⁶

Une autre approche aurait-elle mieux réussi pour cette élève? S'il n'est pas possible de répondre assurément par l'affirmative, il est vraisemblable toutefois qu'un questionnement sur les relations entre les données du problème, directement ou par l'intermédiaire d'une situation didactique élaborée en considérant les aspects à travailler, aurait fait en sorte de développer un autre rapport à la tâche de résolution, celle-ci n'ayant pas pris le détour d'une démarche à suivre. Cette démarche semble en effet avoir écarté l'élève d'une réflexion sur les relations et donc de la résolution du problème.

Références bibliographiques

- Brousseau, G. (1996). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. IN *Didactique des mathématiques*, Brun J. (Ed), Lausanne : Delachaux et Niestlé S.A., pp. 45-143.
- Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu. IN *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol. 9, no 3, pp. 309-336.
- Deblois, L. (1997). Quand additionner et soustraire impliquent comparer. IN *Éducation et Francophonie*, Vol. 25, pp. 102-120. (www.acelf.ca/revue/XXV1/articles/rxxv1-08.html)

16. À mon sens, cette analyse des tâches n'est pas définitive et s'améliore au fur et à mesure des connaissances qui se développent relativement au raisonnement des élèves, connaissances que nous fournissons les différentes recherches sur le sujet mais aussi les contacts multiples avec les élèves.

- Dionne, J. (1995). Pour une intervention stimulante : la résolution de problème. IN *Programme d'intervention auprès des élèves à risque. Une nouvelle option éducative*, Saint-Laurent, L., Chiasson, J., Simard, C., Dionne, J.J., Royer, É. (et collaborateurs), Chapitre V. Montréal : Gaëtan Morin éditeur Ltée.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Éditions scientifiques européennes. Berne, New York : P. Lang.
- Fuson, K.C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. IN *Handbook of Research on mathematics teaching and learning*, Douglas A. Grouws (Ed.), A project of N.C.T.M., New York : Macmillan; Toronto : Maxwell Macmillan Canada; New York : Maxwell Macmillan International, pp. 243-275.
- Giroux, J., Ste-Marie, A. (2001). The solution of compare problems among first-grade students. IN *European Journal of Psychology of Education*, Vol. XVI, no 2, pp. 141-161.
- Henry, M. (1991). Contrat didactique. Notion de contrat didactique. Didactique des mathématiques. IN *Une présentation de la didactique en vue de la formation des enseignants*. Octobre 1991.
www.ac-toulouse.fr/math/nouv_seconde/contrat-didactique.htm
- Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des « classes faibles ». IN *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol. 13, no 1.2, pp. 5-118.
- Rouchier, A. (1999). La prise en compte du cognitif : jalons pour une évolution. IN *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Sous la direction de Lemoyne, G. et Conne F, Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal.
- Slavit, D. (1995). Operational Sense in First Grade Addition. IN *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 17th PME-NA, Columbus, OH, October 21-24, 1995.
- Schubauer-Leoni, M.L. (1986). Le contrat didactique dans l'élaboration d'écritures symboliques par des élèves de 8-9 ans. IN *Interactions didactiques*, no 7, septembre 1986.
- Vergnaud, G. (1991). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Collection : Recherche en Sciences de l'Éducation, Paris : Éd. Peter Lang.
- Vergnaud, G. (1996). La théorie des champs conceptuels. IN *Didactique des mathématiques*, Brun, J. (Ed), Lausanne : Delachaux et Niestlé, pp. 197-242.

Interactions sociales et apprentissages mathématiques dans une classe d'élèves en difficulté grave d'apprentissage

Sylvine SCHMIDT

Université de Sherbrooke, Sherbrooke (Québec) Canada

Louise THIVIERGE

École Vanguard Québec Itée, (Québec) Canada

RÉSUMÉ

Le rôle des interactions sociales dans le développement de la pensée mathématique des élèves est l'objet d'attention de nombreux didacticiens des mathématiques depuis plusieurs années déjà. Le présent texte s'intéresse à cet aspect des interactions sociales dans le cadre spécifique des apprentissages mathématiques réalisés par des élèves en difficulté grave d'apprentissage dans un contexte de classe spéciale. Le point de vue adopté s'inspire des travaux de Vygotski (1994). Les idées de cet auteur, plus particulièrement sur la « défectologie », soulèvent quelques éléments de problématique encore fort pertinents de nos jours relativement au développement et à l'éducation des élèves en difficulté. Ce texte présente en premier lieu les idées fondamentales de Vygotski. Les résultats d'une étude conduite spécifiquement en classe spéciale auprès d'élèves en difficulté grave d'apprentissage sont ensuite présentés, en centrant la réflexion sur le cas de Fred. L'illustration de ce cas permet

de corroborer certaines des idées de Vygotski sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage qui se mettent en place dans des situations d'interaction, favorisant l'évolution de la pensée mathématique des élèves en difficulté. Entre autres, le rôle de la médiation symbolique et de la médiation par l'entourage (les pairs et l'enseignant) sont mis en évidence.

ABSTRACT

Social Interactions and Mathematics Learning in a Class of Students with Serious Learning Disabilities

For many years, a number of mathematics didacticians have been studying the role of social interactions in the development of students' mathematical thinking. This text deals with this aspect of social interactions in the specific framework of how students with serious learning difficulties learn mathematics in the special education classroom. The point of view adopted is inspired by the work of Vygotski (1994). The ideas of this author, particularly his ideas on defectology, highlight several problems that are still very pertinent today in the development and education of students with learning difficulties. This text first presents Vygotski's fundamental ideas. The results of a study conducted specifically in a special class with students with serious learning difficulties are then presented, focussing on reflections about the case of Fred. This case study is used to confirm some of Vygotski's ideas about teaching and learning phenomena that take place in interaction situations and promote the evolution of mathematical thinking in students with learning difficulties. The role of symbolic mediation and mediation by the entourage (pairs and the teacher) are also highlighted.

RESUMEN

Interacciones sociales y aprendizajes matemáticos de una clase de alumnos con dificultades graves de aprendizaje

El rol de las interacciones sociales en el desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos es un problema que atrae la atención de numerosos educadores en matemáticas desde hace varios años. El presente texto se interesa a este aspecto de las interacciones sociales en el cuadro específico de los aprendizajes matemáticos realizados por los alumnos con graves dificultades de aprendizaje en el contexto de una clase especial. El punto de vista adoptado se inspira en los trabajos de Vygotski (1994). Las ideas de dicho autor, en particular sobre la « defectología » animan algunos de los elementos de la problemática bastante pertinentes en la actualidad relacionada con el desarrollo y con la educación de alumnos con dificultades. Este texto presenta por principio las ideas fundamentales de Vygotski. Después, se

presentan los resultados de un estudio que se realizó específicamente en una clase especial con alumnos con dificultades graves de aprendizaje, concentrándose en una reflexión sobre el caso de Fred. La ilustración de dicho caso permite corroborar ciertas ideas de Vigotski sobre los fenómenos de la enseñanza y del aprendizaje que se establecen en situaciones de interacción, y que favorecen la evolución del pensamiento matemático de los alumnos con dificultades. Entre otras cosas, se evidencia el rol de la mediación simbólica y de la mediación por el entorno (entre pares y el maestro).

Introduction

Le rôle des interactions sociales dans le développement de la pensée mathématique des élèves est l'objet d'attention de nombreux didacticiens des mathématiques depuis plusieurs années déjà. Plus particulièrement, les travaux de chercheurs apparentés au courant interactionniste (voir Sfard, Nesher, Streefland, Cobb, & Masson (1998)) se sont penchés sur les conditions de réalisations des apprentissages mathématiques en société, en classe ordinaire. Dans les réflexions qui émergent au sein de ces études, la classe est perçue comme un micro-monde où les élèves participent par leurs interactions à une culture de mathématisation (Bauersfeld (1993)). Une culture mathématique singulière se met ainsi en place dans la classe par un ensemble de pratiques établies, et les régularités sociales qui émergent de celles-ci se caractérisent par des manières d'agir, de parler et d'écrire les mathématiques pour rendre compte et valider des solutions (Voigt (1995); le contrat didactique chez Brousseau (1990)).

Le présent texte s'intéresse à cet aspect des interactions sociales dans le cadre spécifique des apprentissages mathématiques réalisés par des élèves en difficulté grave d'apprentissage dans un contexte de classe spéciale. Le point de vue adopté s'inspire des travaux de Vygotski. Comme le souligne Vergnaud :

It is important that we sort out what can be used from work of such great authors as Piaget and Vygotski and what cannot be used, and what may even be an obstacle to new and fruitful ideas. A science which is not cumulative is not a science, but just a [passing] fad. Vergnaud (1998, p. 232)

En recherche, il importe de ne pas réinventer la roue chaque fois, mais de tenir compte des enseignements des grands penseurs. Dans le domaine de l'adaptation scolaire, Vygotski est incontestablement l'un de ceux-ci. Cet auteur a mené des activités scientifiques dans le champ de la « défectologie » (un terme utilisé dans les pays slaves pour désigner l'éducation spécialisée) pendant une dizaine d'années, de 1924 jusqu'à sa mort en 1934, alors qu'il travaillait à l'Institut de défectologie et à l'Institut de psychologie expérimentale de Moscou. Dans ce domaine, il a développé quelques

éléments de réflexion qui s'inscrivent dans un cadre épistémologique plus large des conduites humaines. Les idées de Vygotski (1994) plus particulièrement sur la défec-tologie soulèvent, pour leur part, quelques éléments de problématique encore fort pertinents de nos jours relativement au développement et à l'éducation des élèves en difficulté.

Les idées fondamentales de cet auteur sous ces deux aspects sont présentées dans les deux premières parties de ce texte, sous les titres suivants : 1) *Cadre épistémologique : les grandes lignes générales du développement de la pensée enfantine*, et 2) *Problématisation de l'enseignement en adaptation scolaire : processus de compensation et phénomènes de socialisation*. Cette seconde section conduit à une réflexion sur l'intérêt des idées de Vygotski pour la recherche en adaptation scolaire, et plus particulièrement pour notre propre programme de recherche. Enfin, une dernière partie présente les résultats d'une étude conduite spécifiquement en classe spéciale auprès d'élèves en difficulté grave d'apprentissage, corroborant certaines des idées de Vygotski sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage qui se mettent en place dans des situations d'interaction, et qui favorisent l'évolution de la pensée mathématique des élèves en difficulté.

Cadre épistémologique : les grandes lignes générales du développement de la pensée enfantine

Vygotski a développé une thèse soutenant une origine sociale aux formes supérieures de pensée, à la fois sur les plans phylogénétique et ontogénétique. Il insère les diverses fonctions intellectuelles supérieures, telles le langage, la pensée conceptuelle, la mémoire logique, l'attention volontaire, dans le développement historique de l'être humain, et fait reposer leur élaboration sur le comportement de la collectivité. Sur le plan ontogénétique, Vygotski formule sur une loi fondamentale décrivant la genèse de la pensée enfantine dans cette même optique :

Chaque fonction psychique supérieure se manifeste dans le processus de développement à deux reprises, tout d'abord comme fonction du comportement social, comme forme de collaboration et d'interaction, comme moyen d'adaptation sociale - c'est-à-dire comme catégorie interpsychique - et, ensuite, comme comportement individuel d'adaptation, comme processus interne de comportement, à savoir comme catégorie intrapsychique. (Vygotski (1994c, p. 157)).

Cette théorie épistémologique considère l'évolution de la pensée selon un mouvement procédant de l'extérieur vers l'intérieur, de la collectivité vers l'individualisation. L'enfant intériorise les formes de collaboration qu'il a adoptées dans ses interactions avec le milieu. Les formes collectives de comportement apparaissant dans le développement social de l'enfant constituent ainsi les sources directes de l'origine du développement des formes individuelles de comportement. Cette perspective accorde aux processus de médiation un rôle essentiel dans le développement

de la pensée. Cette médiation se réalise selon deux voies particulières : la médiation par l'adulte, la médiation par les signes.

Selon Vygotski, la médiation par l'adulte, et par l'enseignant notamment, ne correspond pas à une transmission directe des savoirs culturels. Les interactions et la collaboration avec l'adulte tracent la voie de leur développement et prédéterminent les formes des significations à partir de celles déjà élaborées par les adultes. L'enfant pense et agit selon son propre mode de pensée, alors que son entourage canalise son activité dans un sens rigoureusement déterminé par l'histoire culturelle de l'homme. En d'autres termes, une relation dialectique s'installe dans la pensée de l'enfant entre les construits culturels et les construits personnels, mais selon un mouvement émergeant du social vers l'individuel. Vygotski élabore le concept de « zone proximale de développement » pour désigner ce que l'enfant peut faire accompagné d'un adulte, mais qu'il ne peut réaliser sans le soutien de ce dernier. Selon cet auteur, cette zone est un indicateur remarquable des potentialités de l'élève, et les enseignements les plus prometteurs sont ceux qui s'exercent à l'intérieur de ces paramètres.

Chez Vygotski, la médiation par les signes joue également un rôle fondamental dans l'évolution de la pensée. Par « signes », Vygotski entend : « les diverses formes de comptage et de calcul, les moyens mnémotechniques, les symboles algébriques, les œuvres d'art, l'écriture, les schémas, les diagrammes, les cartes, les plans, tous les signes possibles, etc. » (Vygotski, 1985a, p. 40)). Ces systèmes sont des instruments psychologiques qui ont été élaborés socialement, ils ne sont pas de nature organique, ni de nature individuelle. Ils sont des produits résultant d'une construction par étapes successives au cours d'une évolution historique. Selon lui, toutes les fonctions intellectuelles supérieures se sont développées historiquement par l'intermédiaire de ces moyens psychologiques auxiliaires. Leur emploi a permis la maîtrise et l'orientation des processus psychiques, des formes élémentaires vers les formes supérieures.

Pour Vygotski (1994), ces prémisses de base caractérisent le développement de tout individu, normal, handicapé ou en difficulté. La recherche en « déféctologie » doit viser à mettre en lumière la détermination de ces lois générales et leur spécificité dans les diverses variantes du développement de l'enfant.

Problématisation de l'enseignement en adaptation scolaire : Processus de compensation et phénomènes de socialisation

L'enfant « affecté d'un défaut »¹, selon la terminologie de Vygotski, n'est pas un individu moins développé en terme quantitatif, mais un enfant qui s'est développé différemment. Selon cet auteur, la voie diagnostique consistant à se centrer sur

1. La terminologie utilisée par Vygotski est marquée par son époque, et en cela, elle est évidemment différente de celle adoptée par le MEQ. Dans la suite du texte, nous allons emprunter les définitions officielles du MEQ (2000). Pour des explications supplémentaires en ce qui concerne les difficultés d'apprentissage, voir Schmidt (2002).

l'identification de la difficulté ou du handicap - des difficultés ou des handicaps - n'est pas la plus productive pour bien connaître et soutenir cet enfant. Il importe de considérer sa situation particulière en tant que processus dynamique de développement, et non comme un état. Il s'agit alors d'identifier, au-delà de ce qui le perturbe ou le handicape, les forces positives qui soutiennent le développement qualitativement différent de cet enfant comparativement à l'enfant normal. Il importe de comprendre ce qu'il est, ce qu'il possède et représente en soi, et tout particulièrement, de saisir comment, à l'égard de problèmes rencontrés en lien avec la difficulté ou le handicap, la personnalité d'ensemble de cet enfant se réorganise, et comment ce mode de réorganisation fonctionne pour lui permettre de surmonter cet obstacle.

Vygotski reprend à son compte l'hypothèse formulée par les chercheurs de son époque mettant au cœur du développement de l'enfant handicapé ou en difficulté des phénomènes de compensation :

Dans le développement des enfants mentalement arriérés, de même que dans le développement de tout enfant handicapé par un défaut quelconque, il y a des processus qui se manifestent, du fait que l'organisme et la personnalité de l'enfant réagissent aux difficultés rencontrées consécutivement au handicap. Ces processus se manifestent également dans le processus d'adaptation active au milieu, ils développent de nombreuses fonctions à l'aide desquelles ils compensent, harmonisent, suppléent aux défauts. (Vygotski, 1994b, p. 122-123))

Pour connaître l'enfant pleinement, il faut comprendre comment interviennent ces processus de compensation dans son développement. Il s'agit de processus constructifs reposant sur des interactions constantes entre les développements organique, psychique et social. Grâce à des fonctions d'adaptation et d'accommodation, ces processus suscitent la réorganisation de l'ensemble de la structure de la personnalité de sorte que certaines fonctions ou facultés sont substituées à celles qui posent problème pour la réalisation des tâches par des voies originales et détournées. Cette réorganisation de la structure mentale crée des relations spécifiques entre les diverses fonctions, qui sont différentes de ce que l'on peut observer chez l'enfant normal.

Pour Vygotski (1994a, p. 39), ce n'est pas comme telle la prise de conscience du défaut organique ou psychique par l'enfant qui suscite la mise en branle des processus de compensation. Ce sont plutôt les difficultés réelles qu'il rencontre à cause de la difficulté ou du handicap qui constituent « le point de départ et la force mobilisatrice fondamentale du développement psychique de l'individu ».

Toute cette réorganisation de la structure de la personnalité est orientée vers un but, vers un devenir prédéterminé par les exigences de la collectivisation. Selon Vygotski, le développement de l'enfant présentant un handicap ou une difficulté est conditionné socialement de deux façons : « il l'est, d'une part, par la manifestation sociale du défaut (sentiment d'infériorité) et d'autre part, par la compensation socialement orientée créée par l'adaptation aux exigences du milieu et de la norme. » (Vygotski (1994a, p. 46-47)). Il vient d'être dit que l'enfant ne perçoit pas directement

sa difficulté ou son handicap, mais plutôt les difficultés qui en résultent. Ceci a un impact majeur sur le plan du développement social. La collectivité s'adresse à l'individu « normal ». Or, la difficulté ou le handicap de l'enfant crée une déviation par rapport à la norme. Le développement global de cet enfant repose sur une réorganisation particulière et originale de la structure de la personnalité pour suppléer à l'affaiblissement de certaines fonctions ou à la perturbation d'organes. Ce nouveau mode de réorganisation perturbe l'intégration normale habituelle de l'enfant à la collectivité, et la difficulté (ou le handicap) est perçue comme une imperfection sociale. Il s'en suit un affaiblissement de la position sociale de l'enfant handicapé ou en difficulté. Ainsi, l'activation des processus compensatoires au cours du développement est dictée en grande partie par les difficultés que le défaut ou le handicap engendre relativement à la position sociale de l'enfant.

La réalisation des conséquences sociales de la difficulté ou du handicap est le moteur des processus compensatoires. En réponse à un besoin d'adaptation sociale, l'enfant concentre toutes ses énergies pour surmonter les difficultés éprouvées sur le plan du développement social, en cherchant à suivre les voies établies par les normes et les exigences de la collectivité. Les processus de développement n'ont pas libre cours, ils sont orientés socialement en fonction de ce besoin d'adaptation à un milieu socioculturel donné.

Les processus de compensation conduisent notamment à deux issues possibles : le succès ou l'échec, c'est-à-dire, à une compensation réelle qui canalise les forces en jeu en vue du dépassement des difficultés ou à une compensation fictive prenant un caractère pathologique. Entre ces deux extrêmes, se situe une gamme variée de possibilités. Selon Vygotski (1994a, p. 41), l'issue finale de ces processus dans le développement dépend du rapport entre le degré de la difficulté ou du handicap et les ressources qui fondent les processus compensatoires. Pour cet auteur, ces ressources se trouvent presque essentiellement dans la vie socio-collective de l'enfant, dans la collectivisation de son comportement. Les ressources internes de l'enfant y participent également, mais elles ne sont pas déterminantes.

On retrouve ici la loi générale du développement de l'enfant : partout et toujours, le développement des formes supérieures de l'intelligence est fonction du comportement de l'enfant dans la collectivité, et il procède de la sphère des comportements sociaux vers la sphère de l'adaptation individuelle. Pour Vygotski, la collectivité est un facteur de développement des fonctions psychiques supérieures dans le développement de l'enfant en difficulté ou handicapé, tout comme pour l'enfant normal.

Cette loi a une importance particulière pour comprendre le développement des fonctions psychiques supérieures de l'enfant handicapé ou en difficulté. Là encore, Vygotski reprend l'idée de la médiation sous deux formes distinctes : la médiation par les personnes de l'entourage de l'enfant, et la médiation sémiotique. Sur ce dernier point, Vygotski précise :

Les différences entre les types de développement de l'enfant (dons et pathologie) apparaissent liées en grande partie au type et au caractère du développement instrumental. L'incapacité d'utiliser les fonctions

naturelles propres et de contrôler des instruments psychologiques définissent essentiellement le type de développement de l'enfant. (Vygotski (1985a, p. 46))

Selon cet auteur, la maîtrise des systèmes de signes (ou instruments psychologiques) permet en retour la maîtrise des fonctions psychiques élémentaires et suscite leur évolution vers une forme psychique supérieure. L'utilisation de ces systèmes joue un rôle déterminant dans les processus de substitution qui ont cours dans les processus de compensation du développement social, et contribue à modifier la structure psychique d'ensemble. En ce qui concerne le premier type de médiation, celui par l'entourage, Vygotski est amené à poser un jugement sévère sur le rôle de la collectivité dans le développement social des enfants en difficulté ou handicapé. Les recherches menées à son époque ont conduit au constat que les processus supérieurs sont généralement plus endommagés chez l'enfant en difficulté ou handicapé que les processus élémentaires² :

Pourquoi les fonctions supérieures sont-elles en retard dans le développement de l'enfant handicapé? [...] L'arriération vient de ce que l'enfant handicapé, pourrait-on dire, a « lâché » la collectivité. [...] À cause d'un défaut quelconque, une série de spécificités se développent chez l'enfant qui empêchent le développement normal de la communication collective, de la collaboration et de l'interaction entre cet enfant et les personnes de son entourage. L'exclusion de la collectivité ou le développement social entravé empêchent, pour leur part, le développement des fonctions psychiques supérieures qui, quand les choses se déroulent normalement, se manifestent directement en liaison avec le développement des activités collectives de l'enfant. (Vygotski, 1994c, p. 173)

Pour Vygotski, un milieu socioculturel négatif non seulement n'est pas adéquat pour aider l'enfant à dépasser les problèmes qu'il rencontre, mais il ajoute des difficultés supplémentaires qui amplifient le handicap ou la difficulté initiale. Selon lui, il est d'une importance cruciale de distinguer ce qui, dans le comportement de l'enfant, relève directement de la difficulté ou du handicap, c'est-à-dire du noyau de symptômes primaires, et ce qui correspond à des facteurs ajoutés, des caractéristiques secondaires, tertiaires et autres, car les symptômes de premier degré ne sont pas sujets à l'éducation. Intrinsèquement liés au noyau primaire, la lutte à leur endroit nécessite l'élimination de la difficulté ou du handicap, une tâche que l'on peut concevoir aisément comme difficilement réalisable. Pour Vygotski, les fonctions psychiques supérieures, dont le développement retardé correspond à des symptômes de second ordre, sont celles qui offrent le plus grand potentiel de développement. Il ajoute :

-
2. Pour Vygotski : « le manque de développement des fonctions élémentaires se manifeste souvent en tant que conséquence d'un déficit quelconque (le retard dans le développement moteur chez l'enfant aveugle, le manque de développement du langage chez l'enfant sourd, la pensée insuffisamment développée chez l'arriéré mental, etc. » Vygotski (1994c, p. 169).

La dialectique du développement de l'enfant handicapé et de son éducation s'observe, entre autres, dans le fait que le développement et l'éducation d'un tel enfant ne se font par des voies directes, mais par des voies détournées. On a déjà dit que les fonctions psychiques qui sont apparues dans le processus de développement historique de l'homme, et dont l'élaboration dépend du comportement collectif de l'enfant, représentent le domaine qui permet le plus haut degré d'harmonisation et de modération des conséquences du défaut et qui offre le plus de possibilités d'action éducative. Néanmoins, la supposition que chez l'enfant handicapé les processus supérieurs sont mieux développés que les processus élémentaires serait erronée. À quelques exceptions près [...], les processus supérieurs sont habituellement plus endommagés que les processus élémentaires. Mais cela ne devrait pas nous décourager. Il est essentiel de comprendre que l'arriération des processus supérieurs n'est pas une conséquence primaire, mais une conséquence secondaire du défaut, et de là, que les processus supérieurs représentent un point faible dans toute la chaîne de symptômes de l'enfant handicapé, le point vers lequel doivent être orientées toutes les forces d'éducation afin d'interrompre la chaîne à ce point le plus faible. Vygotski (1994c, p. 172-173)

La cause du retard dans les fonctions psychiques supérieures est causée justement par les difficultés rencontrées par l'enfant handicapé ou en difficulté dans l'activité collective. C'est sur ce point que l'école devrait revoir ses interventions auprès de ces élèves. Plus particulièrement, Vygotski s'oppose à la « domination du concret dans les écoles auxiliaires » et recommande le développement de la pensée abstraite pour les élèves déficients mentaux. Il souligne :

En opérant exclusivement avec des représentations concrètes, et évidentes, nous freinons et entravons le développement de la pensée abstraite dont la fonction, dans le comportement infantin ne peut être remplacée par aucuns procédés « concrets ». Justement parce que l'enfant arriéré arrive très difficilement à la pensée abstraite, l'école doit développer cette aptitude de toutes les manières possibles. La tâche finale de l'école n'est pas de s'adapter au handicap, mais de le surmonter. L'enfant arriéré a davantage besoin que l'enfant normal, que l'école développe chez lui les formes principales de pensée, qu'il ne saurait développer si il est livré à lui-même. Dans cette perspective, nos programmes consistent à développer chez l'enfant arriéré mental une vision scientifique sur le monde, à lui indiquer les liens qui existent entre les phénomènes vitaux élémentaires, les liens de l'ordre du non concret, à édifier, au cours de sa scolarisation, son rapport actif vis-à-vis de toute la vie future représentent pour la pédagogie thérapeutique, une expérience d'une importance historique. (Vygotski (1994c, p. 152))

À la lumière des écrits de Vygotski, les réflexions formulées dans cette citation s'appliquent aux élèves éprouvant tout autre type de difficulté ou de handicap. Pour

cet auteur, l'école a comme rôle essentiel de susciter le développement de la pensée abstraite et de sortir l'enfant de l'emprise des impressions concrètes. Sur le plan pédagogique, Vygotski présente trois grands principes éducatifs que l'école spéciale devrait adopter :

- l'école spéciale doit partager les mêmes buts, les mêmes objectifs et les mêmes tâches que l'école ordinaire ;
- l'école spéciale doit faire apprendre la même chose mais par d'autres voies, en développant des méthodes et des procédés adaptés à la spécificité de chacun des élèves ;
- l'école spéciale ne doit pas s'adapter aux difficultés et aux handicaps, mais lutter avec l'élève pour surmonter et dépasser les problèmes résultant de ces difficultés ou handicaps, pour vaincre ce qui entrave son développement.

Enfin, Vygotski critique les pratiques scolaires visant à faire le regroupement d'élèves au niveau intellectuel similaire, et les dit anti-pédagogiques. Il recommande à l'opposé des mesures qui s'apparentent à l'intégration scolaire :

Nous voyons quelle importance primordiale revêt la pédagogie de collectivité pour l'ensemble de la structure de l'éducation de l'enfant arriéré. Nous prenons conscience des valeurs acquises par les collectivités communes d'enfants arriérés et normaux et l'importance que prennent pour eux la composition des groupes et les proportions des niveaux intellectuels. Dans le cas présent, nous considérons la loi générale fondamentale qui représente pratiquement la loi générale de toute l'éducation d'un enfant au développement perturbé. (Vygotski (1994c, p. 179))

Ainsi, Vygotski a posé les premiers jalons d'une réflexion en faveur de l'intégration sociale des élèves handicapés et en difficulté, en prenant appui sur la loi générale indiquant un développement dans le sens des processus de collectivisation vers l'individualisation progressive³.

Enfin, Vygotski a développé une approche multidimensionnelle considérant que le problème du développement socioculturel de l'enfant éprouvant une difficulté ou un handicap est conditionné par trois éléments fondamentaux : le degré d'acculturation, la maîtrise des instruments psychologiques culturels, et l'utilisation des fonctions psychiques propres. Un autre élément intervient de manière tout aussi fondamentale dans le développement de l'enfant : il s'agit de la double dépendance entre l'affect et l'intellect. Pour Vygotski, de façon générale : « toute idée contient sous une forme remaniée le rapport affectif de l'homme avec la réalité qu'elle représente » (Vygotski (1985, p. 42)). En ce qui a trait plus spécifiquement à l'étude de la problématique de l'enfant handicapé ou en difficulté, il souligne :

3. Malgré la volonté du MEQ de favoriser l'intégration des élèves en difficulté à la classe ou à l'école ordinaire depuis plusieurs années, l'intégration scolaire est loin d'être chose faite. Plusieurs problèmes demeurent. Des recherches sont nécessaires pour mettre en lumière les conditions de réussite de l'intégration scolaire et les facteurs qui l'entravent. En s'appuyant sur Vygotski, une question centrale pourrait être : comment favoriser un rapport adéquat entre le degré de difficulté de l'enfant et les ressources sociales qui fondent les processus compensatoires?

Le plus important et le plus fondamental réside dans le rapport entre l'un et l'autre [l'intellect et l'affect], dans le lien et dans la dépendance qui existe entre le défaut affectif et intellectuel chez les enfants arriérés. (Vygotski (1994c, p. 201))

Une étude de cet enfant particulier doit se concentrer sur les rapports existant entre les processus affectif et intellectuel, et les considérer comme processus d'une même unité dynamique.

Intérêt des idées de Vygotski pour la recherche en adaptation scolaire

De nos jours, une tendance mondiale dans la communauté scientifique et dans les milieux de l'éducation cherche à promouvoir des valeurs égalitaires d'accès à l'éducation et de réussite scolaire pour tous les élèves. Il n'en demeure pas moins que des problèmes cruciaux se posent toujours dans le champ de l'enseignement en adaptation scolaire. Vygotski est un auteur de référence très souvent cité dans les écrits scientifiques, plusieurs chercheurs s'appuyant sur ses idées, de manière explicite ou implicite, pour fonder leur approche des différentes problématiques dans ce domaine. Toutefois, des faiblesses majeures sur le plan de la méthodologie de la recherche sont à signaler chez Vygotski. Au-delà des réflexions épistémologiques et philosophiques qu'il apporte, des recherches rigoureuses sont nécessaires pour mieux comprendre les phénomènes d'enseignement régissant les conduites des élèves et des enseignants dans les processus de collaboration et d'interaction en classe et pour cibler les conditions de réussite des élèves dans la collectivité, que ce soit dans un contexte de classe spéciale ou d'intégration scolaire. Ces connaissances sont requises pour élaborer des théories cohérentes plus explicites sur l'enseignement et l'apprentissage, permettant d'identifier des paramètres précis susceptibles de guider le choix des interventions appropriées auprès de ces élèves (Rose (2002)). Notre programme de recherche s'inscrit dans cette voie et les écrits de Vygotski servent de balises orientant nos questions de recherche :

Question générale

- De quelle manière les interactions sociales en classe (classe spéciale / classe d'intégration scolaire) contribuent-elles aux apprentissages mathématiques des élèves en difficulté?

Questions spécifiques

- Quelles sont les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage typiques qui se produisent lors d'interactions sociales en classe de mathématiques (par exemple, les processus de compensation) impliquant ces élèves?
- Quels sont les phénomènes d'enseignement pouvant mener à la réussite en mathématiques des élèves en difficulté (les forces positives du développement et de l'apprentissage)?

- Quel est le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant dans les situation d'interaction en classe en lien avec les apprentissages mathématiques de ces élèves?
- Quel est le rôle de la médiation symbolique dans les apprentissages mathématiques des élèves en difficulté?
- Comment les interactions sociales en classe peuvent-elles soutenir le développement de fonctions mentales supérieures (notamment la pensée algébrique)?
- Dans les situations d'interactions sociales, quelle est la relation entre l'affect et l'intellect dans les apprentissages mathématiques des élèves en difficulté?

Le programme est vaste, nous en convenons. De plus, pour produire un véritable savoir scientifique, l'expertise des intervenants du milieu scolaire dans ce domaine est incontournable. Notre programme de recherche repose ainsi sur une collaboration étroite avec de tels partenaires⁴. Cet article présente les résultats préliminaires d'une recherche collaborative, menée dans ce cadre, auprès d'élèves en difficulté grave d'apprentissage en mathématiques dans un contexte de classe spéciale⁵.

Une recherche en classe d'adaptation scolaire en mathématiques

Cadre méthodologique

Le but général de ce programme de recherche consiste, rappelons-le, à explorer de quelle manière les interactions sociales en situation de classe spéciale contribuent aux apprentissages mathématiques des élèves. Une question de recherche plus spécifique guide l'étude présentée maintenant :

Question spécifique de recherche :

De quelle manière les interactions sociales contribuent-elles au passage des énoncés de problèmes écrits à une écriture symbolique en mathématiques chez les élèves en difficulté grave d'apprentissage?⁶

Une démarche d'observation en classe a été adoptée dans l'intention d'apporter un éclairage à ce questionnement.

-
4. Dans ce contexte d'enseignement en adaptation scolaire, des liens de partenariat ont été établis entre une institution privée d'enseignement pour élèves en difficulté grave d'apprentissage et une chercheure universitaire. Cette recherche collaborative a été mise sur pied dans l'intention d'explorer une approche d'enseignement et des interventions didactiques mieux adaptées à ces élèves.
 5. Une autre recherche en lien avec l'intégration scolaire, subventionnée par le Fonds Québécois de la Recherche sur la Société et la Culture (FQRSC), est actuellement en cours : Analyse des conditions favorables au cheminement et à la réussite scolaires des élèves en difficulté d'apprentissage intégrés à la classe ordinaire au primaire. Chercheure principale : S. Schmidt; cochercheurs : J.C. Kalubi, C. Mary, M.F. Morin, G. Puentes-Neuman, H. Squalli, O. Tessier, M. Venet.
 6. Ce questionnement est en lien avec le rôle de la médiation symbolique dans le développement des fonctions mentales supérieures, plus particulièrement ici la pensée algébrique.

Échantillon :

Le contexte particulier de notre recherche nous amène à sélectionner l'ensemble des individus d'un groupe-classe d'adaptation scolaire inscrits dans une classe de transition entre le primaire et le secondaire (15 sujets, de 13-14 ans). Ces élèves accusent un minimum de deux ans de retard sur le plan scolaire et ils ont également des troubles spécifiques d'apprentissage : difficultés de langage, problèmes de mémoire ou organisationnels, difficultés liées au traitement cognitif de l'information ou à la conceptualisation, différents profils de déficit d'attention et syndromes associés. Ils se situent à un niveau de quatrième ou cinquième année en mathématiques.

Déroulement de la recherche :

L'expérimentation s'est déroulée sur 4 semaines, au rythme d'une intervention par semaine. Des observations de quatre séances d'enseignement ont été réalisées à l'aide d'enregistrements vidéoscopiques, retranscrits ultérieurement sous forme de transcription littérale. Les problèmes sélectionnés pour ces séances ont été choisis à la lumière de la théorie des champs conceptuels (Vergnaud (1990)), et les enseignants participant à l'expérimentation avaient pour consigne de susciter une réflexion collective en classe autour des équations produites par les élèves pour représenter les situations-problèmes. Une enseignante conduisait l'intervention et la situation était enregistrée sur vidéo.

Mode d'analyse :

Globalement, l'analyse cherche à inférer les raisonnements et difficultés des élèves en lien avec la représentation symbolique des problèmes à partir des actions, des représentations et des verbalisations relevées dans la retranscription des séances d'enseignement. Les transcriptions littérales produites sont découpées en unités sémantiques qui sont ensuite codées à l'aide de catégories créées à partir du matériel lui-même. Plus spécifiquement, une démarche en quatre étapes a été développée. Cette démarche se caractérise par un processus cyclique incitant des allers-retours constants entre les transcriptions littérales et les enregistrements vidéos. En premier lieu, une analyse chronologique de chacune des séances est conduite selon le procédé déjà décrit (découpage en unités sémantiques et catégorisation des unités). Une deuxième analyse est effectuée en termes de dynamique d'interactions. Des moments de débats sont dégagés et la dynamique d'interactions entre les élèves et l'enseignant est reconstruite à l'aide d'un schéma. Dans une troisième analyse, chacune des argumentations apportées par les participants est analysée. Les interrelations entre les argumentations développées par les élèves et l'enseignant sont ensuite étudiées en vue de reconstituer la filiation des idées. Une quatrième analyse a pour but de construire des histoires de cas prenant en compte le profil individuel des élèves et leurs conduites à travers la séquence. Ces études de cas permettent d'illustrer l'évolution des sujets dans l'articulation des registres écrit, oral et symbolique dans ces situations d'enseignement misant sur la

réflexion collective. Dans le cadre du présent texte, nous nous sommes limités à l'analyse de la conduite de Fred dans la troisième séance.

Contexte

Présentation de Fred⁷

Pour la deuxième année, Fred, un élève de 15 ans, a été placé dans une classe de transition entre le primaire et le secondaire. Un suivi orthophonique de deux années a révélé antérieurement chez cet élève un trouble sévère du langage sur les plans réceptif et expressif. Il a un problème important d'évocation; il cherche constamment ses mots et il a de la difficulté à préciser ses idées. Une évaluation psychologique a également montré des faiblesses dans le traitement global de l'information verbale (au niveau de la synthèse). De plus, un déficit de l'attention a été diagnostiqué, mais depuis la prise de médicament, il a une meilleure capacité d'attention. Les forces de cet élève concernent la logique. Fred est très axé sur le sens des situations et cherche à comprendre. Il tend à se réviser et à se corriger.

Situation

Vers la fin de la deuxième séance, une feuille présentant la situation suivante avait été remise aux élèves de la classe :

Mathématiques
Ton nom :
Depuis 3 ans, on a ajouté 188 romans jeunesse à la bibliothèque. Puisqu'on a maintenant 600 romans jeunesse, combien en avait-on avant ces ajouts?
Écris une équation qui représente le problème :
Résous le problème :

Ce problème comporte une transformation croissante (ajout de livres) dont l'état initial est inconnu (quantité de livres avant la transformation) (Vergnaud (1990)). Au terme d'un travail individuel, l'enseignante a ramassé les feuilles. Deux solutions, typiques des productions des élèves, ont été retenues⁸. Celles-ci sont présentées à la **Figure 1** et sont identifiées par les écritures « Élève # 1 » et « Élève # 3 ». À l'étape consistant à écrire une équation⁹, ces solutions constituent une démarche de calcul

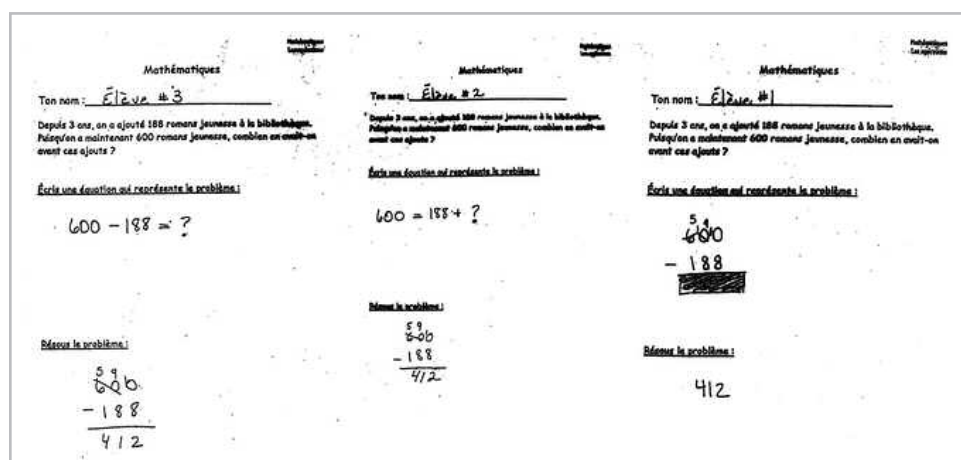
7. Les noms des élèves ont été changés afin de préserver leur anonymat.

8. Toutes les solutions des élèves correspondent à ces deux solutions représentant une démarche de calcul pour résoudre le problème.

9. Est-ce que les écritures symboliques $600 = 188 + ?$ ou $600 - 188 = ?$ peuvent être désignées comme des équations? Les avis sont partagés sur ce point. Pour notre part, cela relève du statut que l'élève accorde au symbole « ? » et à l'écriture symbolique. Si l'élève attribue le statut d'inconnue spécifique à ce symbole, il accorde par le fait même le statut d'égalité conditionnelle à l'écriture. Étant donné ce caractère relatif du terme équation et pour des fins de communications, nous avons choisi d'utiliser le mot « équation ».

permettant de résoudre le problème, l'une sous forme verticale (solution identifiée « Élève # 1 »), l'autre sous forme horizontale (solution identifiée « Élève # 3 ») ; à l'étape suivante, la première donne uniquement la réponse au problème, et la seconde offre le calcul algorithmique standard. Une troisième solution, identifiée « Élève # 2 », a été amenée par les expérimentateurs. Concernant l'écriture d'une équation, cette solution représente la relation énoncée dans le problème (une transformation croissante) sans coller à l'ordre de présentation des données et à la chronologie du récit : « $600 = 188 + ?$ ». Cette forme de représentation, non standard dans les pratiques scolaires actuelles en arithmétique de par la position signe « = », est refusée par plusieurs élèves qui tiennent à ce que « le calcul précède la réponse » en raison d'une vision procédurale des écritures symboliques (Schmidt, Daneau, Ayotte-Thivierge (2001))¹⁰. La présentation de cet item a pour but de susciter des réactions chez les élèves permettant d'inférer leurs représentations et leur rapport aux écritures symboliques : pour eux, une équation doit-elle reproduire l'ordre de présentation des données ? Acceptent-ils une forme d'écriture inversant la position habituelle du signe « = » ? À quelle fin servent les écritures symboliques : effectuer des calculs ou exprimer des relations entre les nombres ?

Figure 1 - Solutions présentées à la troisième séance sur un acétate



Au début de la troisième séance, l'enseignante présente aux élèves un acétate comprenant ces trois solutions (voir **Figure 1**). En leur signalant que la résolution du

10. Le fait de présenter l'équation $600 = 188 + ?$ aux élèves ne signifie nullement que cette équation est la seule qui représente la situation. Le but poursuivi visait à faire réfléchir les élèves sur d'autres modélisations du problème, non habituelles dans leur pratique scolaire. Il y a eu un glissement malheureux chez l'enseignante au terme de cette séance, lorsqu'elle a affirmé que cette équation est celle qui est la plus près, au lieu de les amener plutôt à accepter cette représentation parmi d'autres possibles qui représentent également mais différemment le problème (voir extrait 9 en annexe). Il aurait été indiqué également d'amener les élèves à réfléchir sur les équivalences entre les équations, mais ceci n'était pas possible dans le temps réservé à cette séance.

problème ne présente aucune difficulté pour eux, elle les incite à porter leur attention sur la section demandant d'écrire une équation. Par un travail en équipe, les élèves doivent choisir la solution qui, selon eux, représente mieux le problème. Les observations dans ce texte reportées débutent lorsque les élèves reviennent en grand groupe pour communiquer et discuter de leur choix. La séance a duré environ une heure. Pour les besoins de cet article, seuls quelques extraits ont été retenus. L'analyse détaillée de ces extraits est présentée en annexe afin d'alléger la présentation du texte.

Dans son équipe, Fred a incité l'adoption de l'équation « $600 = 188 + ?$ ». L'analyse des transcriptions littérales de la séance d'enseignement montre les stratégies argumentatives de Fred auprès de l'ensemble du groupe. De plus, elle révèle comment la médiation par l'enseignante et les interactions entre les élèves aident Fred à compenser ses difficultés langagières, soit en le soutenant dans ses interventions, soit en le forçant à justifier son appui à la solution « $600 = 188 + ?$ ».

Observations

Selon l'analyse effectuée (voir annexe), un certain développement de la pensée algébrique semble donc s'être produit au cours de cette séance chez quelques élèves, notamment chez Fred. Qu'est-ce qui a suscité cette évolution chez cet élève qui éprouve de sérieuses difficultés langagières?

Au départ, Fred, comme tous les autres élèves de la classe, avait produit une écriture représentant une résolution arithmétique du problème (solutions 1 et 2). La présentation de l'équation « $600 = 188 + ?$ » a suscité chez lui le développement d'une nouvelle conduite mathématique consistant à produire des écritures symboliques permettant de représenter les relations proposées dans un problème. Ainsi, en premier lieu, la médiation symbolique semble donc avoir eu un effet significatif chez lui; des observations lors du travail en équipe initial montrent que c'est Fred qui a poussé l'adoption de l'équation « $600 = 188 + ?$ » dans son équipe.

En deuxième lieu, les observations montrent que Fred a participé activement à l'argumentation collective. Dès la présentation de la première équipe (extrait 1), par divers moyens argumentatifs, il a cherché à promouvoir l'acceptation de « $600 = 188 + ?$ ». Cette participation active semble aussi avoir contribué au développement de sa pensée. Au terme de cette réflexion de groupe, il accepte également, spontanément, l'équation proposée par Ken : « $? + 188 = 600$ ».

En troisième lieu, l'enseignante a fourni un soutien à Fred lui permettant de compenser ses difficultés langagières qui se révélaient dans l'interaction sociale. Notamment, elle a utilisé une stratégie de reformulation lorsque Fred éprouvait des problèmes d'évocation, l'amenant à préciser sa pensée (extraits 1 et 2). Les reformulations s'adressaient parfois directement à Fred, d'autres fois à l'ensemble des élèves. De pair avec cette stratégie, l'enseignante s'est parfois servie des écritures symboliques paraissant sur l'acétate (par exemple, dans l'extrait 2, elle cache la partie « $+ ?$ » de l'équation de la solution 2 avec sa main pour que les élèves voient bien que Fred fait référence à « $600 = 188$ »). Dans cette même intention, elle le questionne aussi parfois directement pour qu'il clarifie son message. Lorsque Fred éprouve des

problèmes de réception (ces problèmes vont grandissant lorsqu'il fait face à de l'intimidation de la part de Jack, voir extraits 3, 4 et 5), elle reformule pour lui le message émis par ses pairs (voir extraits 3 et 7). En plus de lui apporter un soutien sur le plan langagier, les actions de l'enseignante visent à soutenir Fred dans son débat contre les élèves ayant un rapport essentiellement procédural par rapport aux écritures symboliques, car elle mise sur ses arguments en guise de médiation pour susciter une évolution de la pensée mathématique sur ce plan chez les autres élèves.

En dernier lieu, les interactions sociales avec ses pairs ont aussi permis à Fred d'éclaircir progressivement sa pensée. Un fait particulier est à souligner ici. Devant le questionnement des élèves (celui de Belle particulièrement), Fred éprouve des difficultés pour organiser et communiquer sa pensée. Souvent, ce sont les autres élèves qui fournissent une réponse. Fred reconnaît immédiatement l'argument apporté lorsque celui-ci correspond aux idées qui le conduisent à appuyer l'équation « $600 = 188 + ?$ », et il renchérit derrière les interventions qui le justifient. Par cette stratégie, Fred utilise d'autres canaux - terme suggéré par François Conne¹¹, par le biais des explications des autres élèves (notamment Lola (extrait 7) et Ken (extrait 9)), pour exprimer sa pensée. Cette stratégie lui permet de compenser ses problèmes d'expression langagière.

Au terme de cette troisième séance, l'enseignante a présenté un autre problème aux élèves en leur demandant d'écrire une équation qui le représente. Le travail devant se faire en équipe, Fred et Ken ont décidé alors de se mettre ensemble. Voici le problème présenté et la solution de cette équipe :

11. Lors de la communication que nous avons effectuée au colloque sur « La spécificité de l'enseignement de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire », François Conne a suggéré l'idée que les explications des autres élèves ont permis à Fred d'utiliser un autre canal pour la communication.

Figure 2 - Solutions présentées à la troisième séance sur un acétate

Problème no. 2

Marco a parcouru 18,7 km à bicyclette. Il a parcouru 4,3 km de moins que Martine. Quelle distance Martine a-t-elle parcourue ?

Écrivez une équation qui représente le problème :

$$18,7 - 4,3$$

$$18,7 \text{ km} + 4,3 \text{ km} = ?$$

Marco Martine

$$? - 4,3 = 18,7$$

Des traces montrent que Fred et Ken ont commencé par écrire « $18,7 - 4,3$ », ce qu'ils ont ensuite effacé, probablement en constatant leur erreur. Ils se sont repris et ont écrit « $18,7 \text{ km} + 4,3 \text{ km} = ?$ » en inscrivant le nom de Marco et Martine en dessous du nombre de kilomètres parcourus par chacun d'eux (une grandeur inconnue dans le cas de Martine). Le point d'interrogation a ensuite été auréolé comme si un statut particulier était attribué à ce symbole. Les deux élèves en sont ensuite venus à produire cette équation : « $? - 4,3 = 18,7$ », où le signe « ? » prend le statut d'inconnue spécifique permettant d'exprimer une relation entre les nombres (et non la réponse à un calcul). Cette dernière écriture témoigne de leur évolution vers une pensée algébrique.

Conclusion

Notre programme de recherche s'inscrit dans un courant très actuel en didactique des mathématiques qui s'interroge sur le rôle des interactions sociales dans les apprentissages des élèves. Cette réflexion, dans notre cas, concerne plus spécifiquement les élèves en difficulté grave d'apprentissage en mathématiques dans un contexte de classe spéciale. Les idées de Vygotski ont servi à camper le cadre épistémologique de notre programme et à formuler certaines questions relatives à la

problématique de l'enseignement et de l'apprentissage chez ces élèves. L'étude du cas de Fred, un élève qui éprouve de sérieuses difficultés sur le plan langagier, a permis de mettre en évidence le rôle de la médiation symbolique et de la médiation par l'entourage (l'enseignante et les élèves) dans le développement de la pensée mathématique, ainsi que l'impact de la participation active et de l'activité de l'apprenant dans ses apprentissages.

Dans l'intention de bien mettre en évidence le cas de Fred, certains résultats de cette recherche ont volontairement été mis de côté. Par exemple, l'analyse de la séance suivante a montré une certaine évolution chez Jo et Belle. De plus, l'ensemble des informations tend à montrer un rapport procédural au savoir mathématique très ancré chez d'autres élèves qui les empêche d'accepter, en dépit de leur participation active à la réflexion collective, à des écritures symboliques qui ne correspondent pas au calcul nécessaire pour résoudre le problème en arithmétique (le concept vygotkien de zone proximale de développement pourrait-il expliquer ce phénomène?). De plus amples études sont requises pour comprendre les sources de cette rigidité de pensée et pour savoir comment intervenir afin d'aider ces élèves à accéder à la pensée algébrique.

D'autres études de cas sont aussi nécessaires pour faire voir comment de tels phénomènes liés à la médiation sociale et symbolique et aux processus compensatoires se mettent en branle chez des élèves éprouvant divers types de difficulté. Certains phénomènes, comme les tensions négatives chargées d'émotivité (par exemple l'agressivité de Jack envers Fred), ont aussi des effets sur l'apprentissage qui doivent être étudiés. D'autres recherches sont également indispensables afin de cerner ces mécanismes dans des contextes scolaires différents, par exemple dans des classes ordinaires intégrant des élèves en difficulté. Les réflexions qui émaneront de l'ensemble de ces études permettront d'identifier les conditions favorisant l'apprentissage de ces élèves et de déterminer des paramètres pertinents pour l'enseignement des mathématiques auprès de cette catégorie d'apprenants.

Annexe

Extrait 1. Choix de l'équipe 1 : Explication en lien avec l'équation « 600 = 188 + ? »	
Transcriptions littérales	Analyse
Jo : Je vais l'expliquer. L'élève numéro 2 c'est parce qu'il y a du monde qui ont de la misère à comprendre que c'est le contraire. Tu fais 188 plus ça égale 600. C'est ça, c'est juste le contraire (« 600 = 188 + ? »). Le monde y a plus de la misère. C'est pour ça qu'on l'a pas pris. On a pris la troisième. [...] La personne qui l'a fait (« 600 = 188 + ? ») comprend. Mais y a du monde qui comprend pas. C'est pas la bonne technique pour mettons qu'on travaille en groupe. C'est une bonne réponse. Int. : Là vous me dites que les deux sont bonnes. Jo : Oui. Int. : Mais si je te demandais, parmi ces deux-là, laquelle toi tu préfères. Selon toi, laquelle est la plus proche, celle qui représente le mieux le problème selon toi? Tu choisirais quoi? Jo : L'élève numéro 3. Int. : Toi tu choisirais l'élève numéro 3. OK. Pourquoi? Jo : Ben mettons que tu travailles en groupe là. Parce que le monde la numéro 2 y a du monde qui ont de la misère à la comprendre. J'ai pris du temps à l'expliquer pis y en a encore qui ont de la misère. [...] Fred : Moi j'ai une question. Int.1 : Oui, Fred a une question. Fred : Ben en bas il dit résous le problème. Là en haut 600 moins 188 ça donne 412. Là en bas ça dit 600 moins 188. C'est comme en haut. Jo : Oui, mais Fred on a juste fait l'équation. On l'a pas résolu le problème. Fred : C'est la même équation. C'est pas 600 en bas avec une petite ligne... Int.1 : OK. Donc, la façon de l'écrire est différente. Fred : Oui. Sur le long. C'est ça. Mais t'sais c'est pareil. C'est moins (-) pis c'est moins (-) en haut. C'est les mêmes chiffres. Int.1 : OK. Donc Fred pose la question, il vous dit que c'est la même équation en haut et en bas, mais c'est pas écrit de la même façon. Jo : Oui, mais c'est parce que c'est écrit en long. On l'a juste marqué l'équation, on l'a pas résolu. C'est ça que la question nous dit.	Par l'énoncé : « Tu fais 188 plus ça égale 600 », il semble que Jo, lors du travail en équipe sur les solutions, a changé sa représentation de la relation⁷. Le mot « ça » rend compte de la donnée inconnue. Il voit l'équation de la solution « Élève # 2 » comme étant le contraire. Il signale comment « 600 = 188 + ? » est difficile à comprendre par les autres élèves. Jo accepte les écritures « 600 - 188 = ? » et « 600 = 188 + ? » pour représenter le problème. Cette idée n'est pas partagée par tous les membres de son équipe. C'est Jo qui défendait la deuxième équation. L'enseignante le pousse à faire un choix (espérait-elle qu'il choisirait « 600 = 188 + ? » étant donné qu'il l'avait défendue auprès des autres?) Le choix de Jo repose sur des raisons sociales et non mathématiques. Le fait qu'il ait pris du temps à l'expliquer aux autres membres de son équipe montre son acceptation de « 600 = 188 + ? », mais étant donné sa difficulté de compréhension par le groupe, il choisit « 600 - 188 = ? ». Fred cherche à confronter Jo sur « 600 - 188 = ? ». Ce dernier avait aussi accepté « 600 = 188 + ? », il cherche donc à l'amener à rejeter la première équation. Il procède en quelque sorte par élimination, sans se préoccuper de la deuxième équation. Sa stratégie vise à lui faire observer que ce qui est présent dans les deux parties de la feuille revient au même, sans revenir à la relation énoncée dans le problème. Cet argument ne tient pas pour Jo : il accepte « 600 - 188 = ? » en raison de la forme d'écriture et parce que le problème n'est pas résolu (il y a « ? » et non la réponse dans l'écriture). Cette stratégie n'a pas amené Jo à faire le passage entre le langage verbal écrit et l'équation. Lorsqu'il dit : « C'est pas 600 en bas avec une petite ligne... », Fred laisse paraître ses difficultés d'évocation. L'enseignante l'aide en reformulant l'idée que Fred veut communiquer. Cette stratégie l'amène à préciser son idée (Jo avait tout de même déjà compris ce qu'il voulait dire). Par cette reformulation, l'enseignante cherche aussi à amener tout le groupe à prendre en compte ce que Fred dit, dans l'intention de les conduire éventuellement à « 600 = 188 + ? ».

Extrait 2 - Fred critique Lola qui perçoit « $600 = 188$ »	
Transcriptions littérales	Analyse
Lola : Le deuxième on l'a pas pris parce que ça se peut pas... Int.1 : Le deuxième. Lola : Ça se peut pas Int.1 : T'as pas pris l'élève numéro 2 parce que... Lola : Parce que ça se peut pas que ça donne... 600, ça égal pas 188. Int.1 : Petite question ici. Fred : Regarde, c'est pas... Tu vois pas... Tu remarques pas qu'il y a deux lignes, là (pointe le signe « + »). Int.1 : Qu'est-ce que tu veux dire? (Un élève rit.) Fred : Revenez-en là. C'est pas très, très... (inaudible). Tu remarques pas que c'est plus... Regarde, y a 600, OK. Jack : Non, non. C'est pas de ça qu'on parle. C'est pas bon ça, là. Int.1 : Oui, oui. Fred : Je le sais que c'est pas bon, mais t'sais. Int.1 : Je pense que Fred... Juste un instant (pour faire un arrêt, et recentrer sur ce que Fred dit). Je pense que Fred intervient sur ce que Lola a dit. Lola a dit que 600 ça égale pas 188. Fred : Oui. Int.1 : Là il intervient là-dessus. Il est pas d'accord. C'est ça, Fred? Fred : Oui... Parce que... c'est... 188... OK, c'est qu'est-ce qui donne 600. C'est pas, euh, 188, euh, égale, euh, 600. C'est qu'est-ce qui donne 600, t'sé. Int.1 : OK. Donc, si je comprends ce que tu veux dire, tu nous dis c'est pas comme si c'était marqué comme ça (elle cache « + ? » avec sa main, et les élèves voient « $600 = 188$ ») Fred : C'est ça.	Lola refuse « $600 = 188 + ?$ », en disant que cette écriture ne se peut pas. Plus loin, on voit qu'elle lit « $600 = 188$ » sans tenir compte du reste de l'écriture. Fred intervient pour l'amener à considérer « $+ ?$ ». Au lieu d'utiliser le mot rattaché au signe « + », Fred parle de deux lignes (problème d'évocation). L'enseignante intervient pour l'amener à préciser ce dont il parle. Cette situation fait rire un élève. Fred réagit immédiatement en signalant qu'il n'accepte pas qu'on rie ainsi. Il essaie de mieux préciser sa pensée, mais le mot sort difficilement : « Tu remarques pas que c'est plus... ». Il bute après « c'est plus... » et essaie de s'y prendre autrement. Jack l'interrompt en lui disant que « $600 = 188 + ?$ » n'est pas bon. Fred formule mal sa pensée alors en disant qu'il sait que ce n'est pas bon, au lieu de préciser qu'il sait que pour eux ce n'est pas bon (lui, il l'accepte). Après que Fred ait dit qu'il sait que « $600 = 188 + ?$ » n'est pas bon, l'enseignante intervient immédiatement. Elle ne veut pas laisser les élèves là-dessus et elle les recentre sur ce que Fred tente d'apporter. Fred a beaucoup de mal à préciser sa pensée. Il commence par dire 188, sans aller jusqu'au bout de l'expression « $188 + ?$ », et il nous révèle alors sa représentation de l'équation en disant : « c'est qu'est-ce qui donne 600 » (on devine qu'il parle de « $188 + ?$ », mais ce n'est vraiment pas clair). Il complète en indiquant que ce n'est pas « $600 = 188$ ». L'enseignante intervient pour clarifier la pensée de Fred pour les autres élèves. Toutefois, elle ne relève que l'aspect « $600 = 188$ » de son intervention; l'explication même de sa pensée : « c'est qu'est-ce qui donne 600 », est oublié.

Extrait 3. Jack soutient le choix de son équipe : « 600 - 188 = ? »	
Transcriptions littérales	Analyse
Jack : Fais juste regarder comment c'est écrit c'est pas bon... (« 600 = 188 + ? »). Faut que tu regardes ici si c'est bon. D'après toi c'est-tu bon ça? Fred : Ben moi je dis que oui, c'est bon. Jack : Tu dis que c'est ben placé, c'est correct? Fred : Ben oui. Jack : Tu peux écrire ça comme ça. Fred : Ben t'sais faut que ça soit... Jack : C'est écrit comme ça, tu peux pas le changer. Faut que tu dises si c'est bon ou c'est pas bon. Fred : Faut que je dise si c'est bon ou c'est pas bon? Int.1 : Est-ce que tu considères que cette équation-là représente le problème? Fred : Ben ça pourrait être bon si y avait quelqu'un qui pourrait le résoudre, là. Int.1 : Donc toi tu dis que la forme que c'est écrit là ça pourrait représenter le problème? Fred : Ah non (inaudible) Jack : Ce que tu veux dire que ce qui est pas bon c'est le égal pis le plus. C'est ce que tu veux dire. Fred : Hein? Jack : Qu'est-ce qui est pas bon, c'est le égal pis le plus. Fred : Le égal pis le plus? Jack : C'est pas bon. 600 moins 188 égale, ça ça serait bon. Fred : (agressif) Comment ça 600 moins 188? C'est pas moins ça, c'est égal. Jack : Non, mais si tu mettrais, si admettons... Int.1 : Donc si tu choissais celui-là (« 600 - 188 = ? »), tu veux dire, Jack? Jack : Oui. Int.1 : [...] C'est votre équipe qui avez choisi ça (« 600 = 188 + ? ») (en s'adressant à l'équipe de Fred)? Un élève de l'équipe : Oui, oui. Fred : Elle est bonne, mais t'sé, est pas bien... euh... euh	Jack refuse « 600 = 188 + ? » en raison de la forme d'écriture. Il relance Fred sur ce point. Fred accepte cette forme d'écriture. À cet instant, Fred manifeste une certaine réserve à l'égard de « 600 = 188 + ? ». Il n'arrive pas cependant à préciser pourquoi : « Ben t'sais faut que ça soit... » Jack ne laisse pas Fred changer l'écriture symbolique pour autre chose. Il le restreint à dire oui ou non à « 600 = 188 + ? ». Fred argumente que ce serait bon, si on pouvait le résoudre (voit-il une égalité conditionnelle?) Jack revient à la charge, ses interventions sont de plus en plus intimidantes. Fred prononce quelque chose d'inaudible, mais il semble par la suite que ce qu'il a dit est en lien avec la certaine réserve qu'il a déjà manifestée. Jack revient en tablant là-dessus : « ce qui est pas bon c'est le égal pis le plus ». Il fait référence ce faisant à la position des signes. Le ton de Jack est de plus en plus pressant et rapide. Fred manifeste des difficultés de réception. Il ne saisit pas à quoi Jack fait référence par : « ce qui est pas bon c'est le égal pis le plus ». De plus, il ne suit pas Jack lorsque celui-ci change d'équation en faisant valoir que : « 600 moins 188 égale, ça ça serait bon ». Il ne saisit pas que Jack ne parle plus de « 600 = 188 + ? » : « Comment ça 600 moins 188? C'est pas moins ça, c'est égal ». Le ton de Fred est alors plus agressif. L'enseignante intervient alors pour amener Jack à préciser de quelle équation il parle. Encore ici, Fred manifeste une certaine réserve qu'il n'arrive toujours pas à exprimer : « Elle est bonne, mais t'sé, est pas bien... euh... euh » Signalons enfin que Fred manifeste également des problèmes d'élocution (bouts de phrases souvent inaudibles).

Extrait 4. Explication de Fred à la suite du questionnement de Belle	
Transcriptions littérales	Analyse
Belle : Oui. Ben pourquoi vous avez pris celui-là? Fred : Hein? Belle : Pourquoi vous avez pris celui-là? Int.1 : Pourquoi vous avez choisi l'élève numéro 2? Un élève : Parce qu'ils sont cons. Fred : Parce que regarde, OK... (Des élèves rient.) Fred : Toi à ta place je rirais pas. Int.1 : Vas-y, vas-y, Fred. Fred : OK. En bas là, résous le problème, OK là c'est $600 - 188 = 412$. OK? Int.1 : T'es d'accord avec ça Belle? Belle : Oui. Fred : Fait que là... là, on s'en va là (en haut), c'est comme si je dirais 188... Là ça égale à... T'sé tu le sais déjà que $412 + 188$ ça donne 600. Fait que là ça nous a donné, euh, comme, euh... la réponse. C'est comme le numéro 3, mais t'sé, il manque quelque chose. Il manque...	L'équipe de Fred est la seule qui a choisi « $600 = 188 + ?$ ». Un élève insulte l'équipe de Fred, d'autres rient. Le fait que l'équipe de Fred soit la seule à choisir « $600 = 188 + ?$ » suscite un certain rejet de la part de leurs pairs. Malgré cette situation difficile, Fred persévère dans son argumentation. L'enseignante encourage Fred à poursuivre. Fred donne des indices de sa représentation de l'équation : « c'est comme si je dirais 188... Là ça égale à... ». On voit qu'il part alors de 188, mais il a de la difficulté à formuler l'ajout de « ? », il ne poursuit pas son explication. Il s'y prend autrement en s'appuyant implicitement sur ce qui a été fait précédemment (« résous le problème, OK là c'est $600 - 188 = 412$ ») : « T'sé tu le sais déjà que $412 + 188$ ça donne 600 ». Ainsi, il réfère à « ? » en le remplaçant par 412, sa démarche lui ayant permis de trouver ce nombre, dont il finit par dire, après hésitation, qu'il s'agit de la réponse. Il faut noter ici l'ordre de présentation des nombres qui prend la forme : État initial + transformation = État final. En référence à « $600 = 188 + ?$ », Fred exprime encore une certaine réserve sans la formuler : « mais t'sé, il manque quelque chose. Il manque... ». La référence de Fred au no 3 n'est pas clair. Veut-il dire que c'est comme le no 3 qui, lui aussi, a donné la réponse?

Extrait 5. Confusion grandissante de Fred à l'égard de l'intimidation	
Transcriptions littérales	Analyse
Int.1 : Peux-tu réexpliquer (en s'adressant à Fred)? Jack : Peux-tu dire c'est quoi qu'y a de bon? C'est quoi que tu trouves qu'y a de bon (voix arrogante) Fred : C'est quoi que je trouve qu'y a de bon? Jack : Oui. Int.1 : Dans la partie 1, qu'est-ce que tu trouves qui est bon? Fred : Qu'est-ce que je trouve qui est bon c'est dans « Résous le problème ». Int.1 : OK. Ça tu trouves ça bon ici (résolution de la solution no 2). Jack : Oui, mais c'est pas ça qui faut que tu regardes, c'est écrit l'équation qui représente le problème. Fred : Faut que je regarde ça? Je peux regarder résous le problème aussi. Si ça te tente pas de résoudre le problème. Jack : Regarde-le si tu veux. Penses-tu que ça ressemble au problème? Fred : Hein? Jack : 600 - 188. Penses-tu que ça ressemble? Fred : 600 - 188? Jack : Non. Regarde. Penses-tu que ça se peut 600 = 188. Fred : C'EST-TU-ÇA (en insistant sur chaque syllable) OK. Il faut que tu fasses, faut que tu fasses... aie!. Dans résous le problème il y a 600 - 188, OK? Ça dit égale, OK. Ça donne 412. OK? Jack : Oui. Fred : Bon. Là tu le sais, là. Si mettons tu vas là (en haut)... , tu mets 412 là. Tu le sais que ça va donner cent quat... , 412, moins, plus, 192, ça donne 600.	Jack poursuit sa démarche d'argumentation (par intimidation). On a vu précédemment que la section « Résous le problème » de la solution no 2 lui a fourni la réponse lui permettant de formuler l'expression numérique : « $412 + 188 = 600$ », correspondant pour lui au problème (il n'arrivait pas à le formuler en tenant compte de l'inconnue « ? »). Jack veut le forcer à s'en tenir à l'équation « $600 = 188 + ?$ ». Fred résiste mais son argument a peu de poids : Je peux regarder « Résous le problème aussi ». Si ça te tente pas de résoudre le problème (veut-il dire que si ça te tente pas de résoudre le problème, dans « Résous le problème », il est déjà résolu?) Jack se trompe et dit : « $600 - 188$ » au lieu de « $600 = 188$ ». Fred ne le comprend évidemment pas. Jack se reprend et parle de « $600 = 188$ ». Le fait qu'il ne tient compte que de cette partie de l'équation met Fred hors de lui et il s'énonce : « C'EST-TU-ÇA (en insistant sur chaque syllable) ». Il s'empêtre alors dans son explication et essaie alors de reprendre à partir du moment où il a trouvé « $600 - 188$ » dans la section « Résous le problème ». Il revient encore à l'équation débutant par 412, mais il éprouve des problèmes d'évocation.

Extrait 6. Vision procédurale d'Oscar	
Transcriptions littérales	Analyse
Oscar : Non, mais $600 = 188$. Ben c'est quoi le rapport de mettre le plus (+) à côté? Moi je comprends pas. Int.1 : Donc, toi Oscar c'est cette partie-là que tu comprends pas, ici. Oscar : Oui, pis aussi si on fait à la calculatrice $600 = 180 + \text{ça}$ va rien donner. Jo : Tu fais $188 + 412$, ça va donner 600. Fred : Hey! OK. Regarde... Int.1 : OK. OK. Est-ce que Fred pourrait répondre à Oscar. Fred : Toi à l'école t'as jamais eu ça toi des affaires de même pour résoudre? Int.1 : Des équations avec... Fred : Des équations avec un plus (+) pis euh... Int.1 : Une inconnue. Fred : Une inconnue. T'as jamais eu ça toi? Oscar : Oui. Fred : Bon. Oscar : C'était pas fait de cette façon-là en tout cas. Jack : Toi t'as-tu déjà eu un $600 = 188$ en devoir, toi? Un élève : Moi oui. Moi oui. Fred : Oui. Jack : Moi non. J'ai jamais eu ça. Un élève : Mais c'est l'année passée que j'avais eu ça.	Oscar exprime lui aussi des difficultés avec la partie « $600 = 188$ ». Il ne comprend pas le rôle du signe + à la droite de 188. Cette remarque s'appuyant sur la calculatrice montre un rapport essentiellement procédural aux écritures symboliques chez cet élève. Il les lit de gauche à droite, ce que « ça donne » devant arriver après un calcul (pouvant se faire à la calculatrice). Jo intervient pour lui montrer comment faire le calcul à partir de 188 et 412 pour donner 600. Fred tente à son tour une explication mais son vocabulaire est imprécis : « des affaires de même pour résoudre? ». L'enseignante lui suggère quelques mots : équation, inconnue. Ces mots ne sont pas de nature à aider les élèves puisque c'est plutôt la forme d'écriture non standard qui les préoccupe. Oscar formule bien que c'est la forme d'écriture qu'il n'accepte pas. Dans leur expérience scolaire antérieure, certains élèves ont été confrontés à des écritures du type $A = B + C$, d'autres pas.

Extrait 7. Confrontation de Belle qui force une explication sur le signe plus (+)	
Transcriptions littérales	Analyse
Belle : Non, mais regarde. Ils disent pas... Regarde 600 égale 188 plus quoi. Si t'as pas fait le problème, tu sais pas c'est quoi, pourquoi tu mets un plus? Fred : Tu sais pas c'est quoi? Belle : Peux-tu dire qu'il faut mettre un plus? Int.1 : Comment t'as fait, comment il a fait cet élève-là pour savoir que c'était 188 plus un point d'interrogation? Oscar : (moqueur) Ouais, hein, hein, hein! Int.1 : Un instant (face au ton moqueur d'Oscar). Jack : T'as-tu remarqué que lui y a juste un plus, les autres ont tous des moins. Un élève : Ouais. [...] Int.1 : OK. Mais la question de Belle, écoute-là bien. Elle a dit comment l'élève numéro 2 a fait pour savoir qu'il y avait un plus (+) ici? Avant de résoudre, parce qu'habituellement on résout dans un deuxième temps. Bob : (membre de l'équipe de Fred) Il l'a vu. Int.1 : Il l'a vu où? Parce qu'il a rien vu. Y avait rien sur sa feuille. Belle : Y avait rien pis il fait tout de suite un plus. Int.1 : Comprends-tu, c'est ça son interrogation à Belle. Elle te dit : « je comprends pas comment l'élève numéro 2 a fait pour savoir que c'était une addition ». Fred : Ben, c'est facile. Int.1 : C'est ça que tu veux dire, hein? C'est ça qu'a pas compris. Belle : Oui. Fred : Parce que... Int.1 : Ève a levé la main. Ève : Parce que dans le problème y avait un nombre qui était rajouté à 188. Int.1 : OK. On va revenir. On va aller voir. Donc, Ève nous dit qu'il y a un nombre qui est ajouté à 188. Fred : OK. Attends. Ajouter ça vous dit quoi ça? Belle : Ça veut dire plus. Mais si la personne a pas compris pis y fait ça tout de suite de même. Int.1 : Mais là attention. Fred : Ben, si y avait pas compris, il aurait rien fait là-dedans. Int.1 : Fred a dit si j'avais pas compris, on aurait pas choisi lui. OK? Donc toi c'est avec le mot ajouté? Fred : Oui. Int.1 : Pis Ève avec, hein? Ève nous dit depuis trois ans on a ajouté 188 romans. Ève a dit : « on a ajouté 188 à un nombre ». Est-ce que tu le connaissais le nombre? Est-ce qu'on le connaît ici le nombre? Un élève : Non. Int.1 : Non. Alors c'est pourquoi l'élève a mis 188 plus une inconnue. Parce que quand il le lit, elle dit : « on a ajouté 188 à un nombre qu'on ne connaît pas. »	Belle pose une question qui fait ressortir un obstacle dans la compréhension de « $600 = 188 + ?$ ». Pour elle, si le problème n'est pas résolu, on n'a pas les moyens de savoir qu'il est pertinent de mettre un plus (+) (comme le fait, par exemple, Fred lorsqu'il dit : « $412 + 188 = 600$ »). Fred manifeste à nouveau des problèmes de réception. L'enseignante reformule pour lui la question de Belle. Oscar pense que cette question va confondre Fred. L'enseignante intervient pour calmer Oscar. Jack argumente en prétextant que seule cette équation « $600 = 188 + ?$ » contient un plus, les autres contenant un signe moins (comme si ce fait avait une force de vérité). L'enseignante intervient pour ramener la discussion de groupe sur la question posée par Belle. Fred essaie de répondre, mais l'enseignante passe la parole à une autre élève. Ève exerce le passage du mot de l'énoncé à l'écriture symbolique. Comment sait-elle qu'il y a un plus (+)? : « Parce que dans le problème y avait un nombre qui était rajouté à 188 ». Fred intervient pour renchérir sur ce que vient de dire Ève : « Ajouter ça vous dit quoi ça? ». Belle convient que cela veut dire plus, mais elle reprend son argumentation en déviant un peu : « Mais si la personne a pas compris pis y fait ça tout de suite de même ». Dans son questionnement initial, la question ne portait pas sur une incompréhension du problème, mais plutôt sur le fait que si le problème n'est pas résolu, comment peut-on savoir qu'on peut mettre un plus? Fred répond à la dernière question formulée par Belle en disant qu'une personne qui n'a pas compris n'aurait rien fait. Tout de suite après la formulation du commentaire de Belle, l'enseignante formule une objection : « Mais là attention ». Par après, ses interventions se centrent sur la référence au mot ajouté par Fred et Ève, et elle enchaîne ensuite pour introduire l'inconnue : « on a ajouté 188 à un nombre. Est-ce que tu le connaissais le nombre? Est-ce qu'on le connaît ici le nombre? ». Elle attire l'attention des élèves sur le nombre inconnu et elle poursuit : « Non. Alors c'est pourquoi l'élève a mis 188 plus une inconnue ». Elle cherche ainsi à répondre à la question initiale posée par Belle : « Si t'as pas fait le problème, tu sais pas c'est quoi, pourquoi tu mets un plus? »

Extrait 8. Confrontation de Belle : opération nécessaire pour résoudre arithmétiquement le problème/opération représentant la relation énoncée dans le problème	
Transcriptions littérales	Analyse
Belle : Bob, regarde. Fais juste relire la question. Bob : OK. Combien en avait-on avant ces ajouts? Belle : Qu'est-ce que ça veut dire ça combien qui en avait avant ces ajouts? Bob : Combien y en avait avant 600. Parce que quand ils sont rendus à 600 livres ben là comme il y en avait un certain nombre ben là ils sont rendus à 600. C'est ça. Combien en avait-on avant ces ajouts. Belle : Ben regarde Bob, si tu veux savoir la réponse c'est quoi qu'il faut que tu fasses? Un plus (+) ou un moins (-)? Bob : Faut que tu fasses un plus... Un moins (-). Fred : J'ai une question. Int.1 : Oui. Fred : OK. Regarde, résous le problème. OK. On le sait là déjà, c'est pas nous autres qui l'a résous ça. Belle : Oui. Fred : Là on sait déjà que $600 - 188$ ça donne 412, OK? Belle : Oui. Fred : Là on a su que c'était avant ces ajouts. On l'a su que c'était 412 c'était avant les ajouts. Belle : Oui, mais regarde si tu fais $600 - 188$ ça va donner déjà ta réponse des ajouts. Fred : C'est ça. Belle : Mais pourquoi tu dis que c'est bon qu'il ait mis un plus? Fred : Qu'il ait mis un plus? Belle : Non, non. Dans l'équation. Fred : Pour prouver que ça donnait 600. Bob : Oui, c'est ça, pour prouver. Mais quand on fait le calcul, on fait un moins.	Belle tente une autre confrontation dont la résolution exige à nouveau un passage de l'énoncé écrit à l'écriture symbolique. Le dilemme de Belle semble être que pour résoudre le problème arithmétiquement, il faut faire une soustraction. Alors, quelle est la pertinence du signe « + » dans l'équation? Elle ramène Bob, un coéquipier de Fred, à la question posée dans le problème pour le confronter à l'opération nécessaire pour la résolution. Elle arrive à le confondre momentanément. Fred intervient. Il s'appuie sur le fait que « $600 - 188$ ça donne 412 ». Il ajoute : « Là on a su que c'était avant ces ajouts ». Il semble ne pas comprendre le sens des interventions de Belle et répond à la question posée dans le problème. Belle est alors amenée à mieux préciser sa pensée, en basant son jugement sur un argument d'efficacité. Ici, Fred ne reprend pas l'argument précédent de Ève (« Parce que dans le problème y avait un nombre qui était rajouté à 188 ») requérant un passage de l'énoncé écrit à l'écriture symbolique. Il soutient que le plus (+) dans l'équation sert à prouver que cela donne 600. Il est fort douteux que cet argument ait pu permettre de résoudre le dilemme de Belle.

Extrait 9. Validation de l'enseignante	
Transcriptions littérales	Analyse
Int.1 : Avec le temps qui nous presse, je vais être obligée d'aider l'équipe. Ils ont effectivement raison. C'est l'élève numéro 2 qui est le plus près de la réponse. Oscar : Non. Ça se peut pas. Lola : Ça se peut pas. Oscar : Ça se peut pas. Int.1 : OK. Il faut faire attention parce que là le temps nous presse, on a d'autres choses à faire. La discussion était intéressante pour ceux qui ont suivi. Oscar : Ça se peut pas. Int.1 : OK. Un élève : Oui ça se peut, Oscar. Ken : Je comprends comment ça marche. La seule affaire que je comprends pas c'est pourquoi on le met à l'envers? Int.1 : Tu l'as résous comment toi? Ken : Ben j'avais écrit. Ben je dis que c'est une façon de le faire... Int.1 : Comment tu l'aurais écrit. Je comprends pas le tourner à l'envers? Ken : Parce qu'on peut le dire à l'endroit... Int.1 : Peux-tu me le dire à l'endroit ça serait quoi? Ken : Ben un carré plus 188... Int.1 : Oui. Effectivement. Donc, point d'interrogation plus 188 égale 600. Si un élève nous avait fait ça, c'est correct. Fred : Oui. C'est sûr que tout le monde a déjà vu ça (le gestuel de Fred montre qu'il est d'accord avec ce que Ken propose). Je comprends pas pourquoi...	L'enseignante valide la proposition¹² soutenue par l'équipe de Fred : « $600 = 188 + ?$ ». La plupart des élèves refusent cette validation. Après la validation de « $600 = 188 + ?$ », Ken¹³ intervient pour signaler ce qu'il ne comprend pas dans cette équation : « pourquoi on le met à l'envers? »¹⁴. L'enseignante cherche alors à savoir comment lui aurait formulé l'équation. En précisant au départ qu'il dit que c'est une façon de faire, Ken propose : « Ben un carré plus 188... » qui répond à la forme : État initial + tranformation = État final, déjà apportée par Fred par l'expression numérique : « $412 + 188 = 600$ », et où le « carré » a un statut d'inconnue. Fred reconnaît aussitôt et accepte également la suggestion de Ken. On peut supposer que la réticence signalée par Fred face à « $600 = 188 + ?$ » à partir de l'extrait 3 vient du fait qu'il aurait préféré, lui aussi, une forme du type indiqué ci-dessus qui colle davantage à l'énoncé du problème. En reconnaissant ces deux équations, Fred fait un petit pas de plus vers la pensée algébrique.

¹². Voir la note 10.

¹³. Ken éprouve également des sérieuses difficultés sur le plan langagier.

¹⁴. D'autres situations ont montré que Ken accepte les écritures du type $a = b + c$. Son opposition ne signifie pas qu'il recherche une forme classique du type $a + b = c$.

Références bibliographiques

- Bauersfeld, H. (1993). Theoretical perspectives on interaction in the mathematical classroom. IN *Didactic of Mathematics as a Scientific Discipline*, R. Biehler, R.W. Scholz, R. Sträber & B. Winkelmann (Eds), Kluwer : Dordrecht, pp. 133-146.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. IN *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol. 9 (3), pp. 309-336.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., Whitenack, J. (1997). Reflexive discourse and collective reflexion. IN *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 28 (3), pp. 258-277.
- Cobb, P., Yackel, E. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. IN *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 27 (4), pp. 458-477.
- Ministère de l'Éducation du Québec (2000). *Élèves handicapés ou élèves en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) : définitions*.
- Rose, R. (2002). Including pupils with special educational needs: beyond rhetoric and towards an understanding of effective classroom practice. IN *Wetsminster Studies in Education*, Vol. 25 (1), pp. 67-76.
- Schmidt, S. (2002). Les difficultés d'apprentissage en mathématiques. IN *Enseignement et difficultés d'apprentissage*, G. Debeurme et N. Van Grunderbeck (eds), Cahiers de la recherche : Sherbrooke, Cchapitre 2, pp. 41-63.
- Schmidt, S., Daneau, C., Ayotte-Thivierge, L. (2001). Les significations accordées au signe égal et aux égalités arithmétiques par des élèves en difficulté grave d'apprentissage. IN *Instantanés mathématiques*, Vol. XXXVII (3), pp. 4-12.
- Sfard, A., Nesher, P. Streefland, L. Cobb, P., Masson, J. (1998). Learning mathematics through conversation : Is it as good as they say? IN *For the Learning of Mathematics*, Vol. 18 (1), pp. 41-52.
- Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice. IN *Mathematics Education as a Research Domain : A Search for Identity*, A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds), Kluwer Academic Publishers : Dordrecht, pp. 227-240.
- Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. IN *The Emergence of Mathematical Meaning : Interaction in Classroom Cultures*, P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds), Lawrence Erlbaum Associates : Hillsdale, pp. 163-201.

- Vygotski, L.S. (1994a). Les fondements de la défectologie. IN *Vygotski, défectologie et déficience mentale*, K. Barisnikov et G. Petitpierre (Eds), Delachaux et Niestlé : Lausanne, pp. 31-83.
- Vygotski, L.S. (1994b). Le problème de compensation dans le développement de l'enfant mentalement arriéré. IN *Vygotski, défectologie et déficience mentale*, K. Barisnikov et G. Petitpierre (Eds), Delachaux et Niestlé : Lausanne, pp. 117-154.
- Vygotski, L.S. (1994c). La collectivité comme facteur de développement de l'enfant handicapé. IN *Vygotski, défectologie et déficience mentale*, K. Barisnikov et G. Petitpierre (Eds), Delachaux et Niestlé : Lausanne, pp. 155-194.
- Vygotski, L.S. (1985). *Pensée et langage*. Messidor, Éditions sociales : Paris.
- Vygotski, L.S. (1985a). PARTIE 1. Textes de Vygotski. IN *Vygotski aujourd'hui*, B. Schneuwly et J.P. Bronckart (Eds), Delachaux et Niestlé : Neuchâtel, pp. 23-117.

Le temps didactique dans trois classes de secondaire I (doubleurs, ordinaires, forts)¹

Sophie RENÉ DE COTRET

Département de didactique, Université de Montréal, Montréal (Québec) Canada

Jacinthe GIROUX

Département d'éducation et de formations spécialisées

Université du Québec à Montréal, Montréal (Québec) Canada

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous voulons décrire l'articulation des dynamiques temporelles de l'apprentissage et de l'enseignement propres à trois classes de mathématiques de première secondaire. Les données d'observation sur lesquelles repose cette description ont été recueillies auprès de trois classes relevant de la responsabilité d'un même enseignant; la première est une classe de doubleurs, la seconde est une classe d'élèves réguliers et la troisième une classe DÉFI (élèves « forts »). Sur la base d'une analyse d'une part, de l'organisation temporelle des leçons et, d'autre part, des interactions didactiques observées dans les classes, notre recherche permet de différencier la manière dont joue le temps didactique sur le fonctionnement des trois systèmes didactiques étudiés.

1. Ce texte reprend en partie un texte déjà publié : Giroux, J. et René de Cotret, S. (2001), Le temps didactique en classe de doubleurs. IN *Actes de l'AFDEC*. Montréal : Université de Montréal, juin 1999, pp. 41-71.
This article is part of a text already published : Giroux, J. & René de Cotret, S. (2001), Le temps didactique en classe de doubleurs. IN *Actes de l'AFDEC*. Montréal : Université de Montréal, June 1999, pp. 41-71.
Este texto retoma parcialmente un texto ya publicado: Giroux, J. y René de Cotret, S. (2001). Le temps didactique en classe de doubleurs. *Actes de l'AFDEC*, Montréal : Université de Montréal, junio 1999. p. 41.

ABSTRACT

Didactic Time in Three Secondary I School Classes (Repeaters, Average, Strong)

In this article, we would like to describe the integration of the temporal dynamics of learning and teaching in three Secondary I mathematics classes. This description is based on observation data gathered from three classes under the responsibility of the same teacher; the first is a group of repeaters, the second, a group of average students and the third, a CHALLENGE class (strong students). On the basis of an analysis of both the temporal organization of lessons and the didactic interactions observed in the classes, our research allows us to differentiate the role that didactic time plays in the workings of the three didactic systems studied.

RESUMEN

El tiempo didáctico en tres clases de secundaria I (repetidores, normales y hábiles)

En este artículo, queremos describir la articulación de los dinamismos temporales del aprendizaje y de la enseñanza de tres clases de matemáticas de primero de secundaria. Los datos de la observación sobre los cuales se apoya esta descripción fueron recogidos en tres clases que tenían un mismo maestro responsable; la primera es una clase de repetidores, la segunda una clase de alumnos normales y la tercera es una clase DEFI (alumnos buenos en matemáticas). Basándonos en el análisis de la organización temporal de las clases y de las interacciones didácticas observadas, nuestra investigación permite diferenciar la manera en que interviene el tiempo didáctico sobre el funcionamiento de los tres sistemas didácticos estudiados.

Introduction

Cette étude traite des dimensions temporelles dans trois classes de mathématiques du secondaire. Elle s'inscrit dans une recherche qui vise principalement à caractériser les interactions dans les classes de mathématiques d'élèves faibles avec, comme point d'ancrage, le temps didactique. L'échange didactique, suivant par là les nécessités du système bien mises en évidence par Chevallard et Mercier (1987), fonctionne selon des dimensions temporelles précises : du point de vue de l'apprentissage, le temps avance tant que les nouveaux objets de savoir peuvent se construire au moyen des anciens objets alors que, du point de vue de l'enseignement le temps

avance au rythme de l'introduction (prescrite par les programmes d'étude) des nouveaux objets de savoir. De manière plus spécifique donc, notre questionnement porte sur l'articulation des dynamiques temporelles de l'enseignement et de l'apprentissage, propres à une classe d'élèves réputés faibles.

Nous avons choisi d'effectuer une étude comparative de trois systèmes didactiques, l'un s'articulant autour d'une classe d'élèves doubleurs, la seconde d'élèves dits réguliers et la troisième, d'élèves dits forts (groupe DÉFI : *Développement de l'Élève et Formation Intégrale*). Les trois classes de mathématiques retenues sont toutes de première secondaire et sous la responsabilité d'un même enseignant. Le programme d'études étant le même, ces classes se distinguent principalement par le type de regroupement d'élèves. Une première étude exploratoire a été menée sur la comparaison des classes de doubleurs et régulière (Giroux et René de Cotret (2001)). Cette étude a permis de repérer certains marqueurs temporels par lesquels les dimensions temporelles et topologiques de la classe se manifestent. L'étude des traces temporelles au sein des interactions et dans l'organisation des leçons nous a permis de différencier la progression du savoir dans chacune de ces deux classes. La présente étude vise à utiliser ces marqueurs en tant qu'outils pour prolonger l'étude sur la différenciation des systèmes à la 3^e classe. Il nous sera possible alors de préciser les limites de ces marqueurs mais aussi de les modifier pour rendre compte d'une part de la progression du temps didactique dans chacun des systèmes et, d'autre part, permettre d'identifier les différences entre les trois systèmes s'il y a lieu.

La première section de ce texte présente le temps didactique en tant que cadre conceptuel pour l'étude des phénomènes relatifs à la progression du savoir dans un système didactique. La deuxième section rappelle les principaux résultats de l'étude exploratoire sur la différenciation d'une classe régulière et d'une classe de doubleurs du point de vue du déroulement du temps didactique dans ces systèmes. La troisième section fait l'analyse des traces temporelles du système de la classe DÉFI (élèves forts) pour caractériser la progression du savoir dans cette classe. Nous terminons par quelques considérations théoriques et méthodologiques sur l'étude du temps didactique pour la caractérisation et la différenciation de systèmes didactiques.

Le temps didactique

Cette section qui s'inspire des travaux de Chevallard (1991), Mercier (1992) et Sensevy (1998) vise une brève description du concept du temps didactique. Disons d'entrée de jeu que le temps didactique se rapporte à la progression du savoir dans la classe. C'est à l'enseignant que revient la responsabilité de mettre en place les conditions pour assurer cette progression. Il opère un certain découpage des objets de savoir à enseigner (prescrits par le programme) dans le temps d'enseignement qui lui est imparti. Ce découpage se projette en fonction de certaines échéances (par exemple, les examens officiels) qui ponctuent le rythme de la vie scolaire. Le temps didactique est créé par l'introduction des objets de savoir à enseigner. Ainsi, le

découpage du savoir en unités temporelles relève d'une organisation linéaire qui assure un certain ordonnancement des objets de savoirs à introduire, à étudier.

Pour assurer l'avancement dans le savoir, un contenu introduit par l'enseignant doit apparaître nouveau aux élèves et cependant être relié à des savoirs connus de manière à ce qu'ils puissent établir un premier rapport sur lequel pourra s'appuyer l'enseignement. L'enseignant introduit donc des objets de savoir nouveaux pour lesquels les élèves doivent établir un rapport à partir de ce qu'ils connaissent déjà. Nous touchons ici à la dimension implicite du contrat didactique laquelle relève d'un paradoxe bien décrit dans les travaux en didactique des mathématiques (Brousseau (1980); (1986)).

Rappelons brièvement ce concept didactique, maintenant classique, qui éclaire les rapports entre l'enseignant, l'élève et le savoir en jeu dans la situation d'enseignement. Selon Brousseau (1980 p. 180), « les acquisitions du sujet en situation d'apprentissage sont autant réglées par les rapports que ces apprentissages organisent avec le savoir et le contenu à apprendre que par des facteurs qui lui seraient propres ». Pour considérer de ce point de vue les interactions de l'élève avec les situations d'enseignement, il faut considérer l'élève comme un acteur du système didactique. Le système didactique est un système de relations, finalisé par l'intention d'enseigner, entre l'enseignant, l'élève et le savoir constitué. Ce qui permet au système didactique de fonctionner, de se conserver, qui assure donc les interactions entre l'élève (ou les élèves) et l'enseignant est le contrat didactique. Le contrat didactique est l'ensemble des attentes, implicites pour une large part, qui règlent les rapports entre l'élève et l'enseignant (qu'est-ce qui est permis, attendu, réellement demandé?) (Brousseau (1986)). En d'autres termes, le contrat définit les rôles attribués à chacun et la responsabilité que chacun doit assumer au regard du savoir qui fait l'enjeu. Le contrat implique donc une négociation du sens des activités en jeu ou encore un processus de recherche d'un contrat. Ces expressions traduisent le caractère dynamique, évolutif du système, des interactions entre élèves et enseignant depuis leurs positions respectives.

Le caractère implicite du contrat est à l'effet que l'enseignant doit faire en sorte que, sans dévoiler à l'élève ce qu'il doit faire pour résoudre la tâche, la situation proposée induise chez l'élève un questionnement qui lui soit propre et qui renvoie au savoir visé par l'enseignement. Pour l'élève, l'engagement dans la situation peut, par exemple, le conduire à modifier, réorganiser ses savoirs par l'établissement de nouvelles relations. Les interactions didactiques (avec les autres élèves et l'enseignant) visent à faire le passage du rapport privé au rapport public. Il est d'ailleurs sous la responsabilité de l'enseignant de permettre aux élèves de situer ce nouvel objet de savoir dans l'ensemble structuré des savoirs partagés dans la classe. Ainsi, si l'enseignement est organisé de manière linéaire, l'apprentissage lui nécessite des allers-retours. On ne peut donc assimiler le temps de l'enseignement à celui de l'apprentissage.

Le temps didactique dans des classes homogènes : redoublement, régulière, DÉFI

Les mesures particulières mises en place auprès des élèves qui ont vécu l'échec scolaire visent à transformer l'attestation d'échec en une attestation de réussite (Site de l'Adaptation Scolaire et Sociale de Langue Française - SASSLF (2002)). Dans le cas de la classe de doubleurs observée, cette transformation doit être obtenue sous des *contraintes* assez semblables à celles d'une classe régulière : couverture des mêmes objectifs dans un temps légèrement plus court. Quelles sont les mesures par lesquelles on peut obtenir cette transformation, c'est-à-dire attester de la réussite d'élèves qui ont déjà échoué sur un même contenu? Peut-on simplement se fier à la reprise de l'enseignement? Si la répétition de l'enseignement s'avérait suffisante, les élèves en échec pourraient simplement reprendre leur année en intégrant une classe régulière. Toutefois, la création d'une classe de doubleurs montre que l'institution reconnaît que le passé d'échec de ces élèves les distingue suffisamment pour que des conditions particulières d'enseignement soient mises en place afin de favoriser leur réussite.

La constitution de groupes homogènes formés d'élèves « réguliers » ou « doubleurs », ou encore d'un groupe « DÉFI » (Développement de l'Élève et Formation Intégrale), comme il en existe dans l'école où nous avons fait nos observations, repose sur une différenciation des rythmes d'apprentissage de ces clientèles d'élèves. L'homogénéité des groupes, qu'elle soit plus ou moins effective, semble viser à un assouplissement, une adaptation du rythme d'enseignement à celui de l'apprentissage des élèves (Giroux (sous presse)). Autrement dit, on cherche à assurer une progression régulière dans le savoir en évitant des décalages trop importants entre les rythmes d'apprentissage des élèves d'une même classe (Favre (1997)).

Nous supposons donc que l'organisation du travail des élèves de chacune des trois classes porte la marque d'une temporalité distincte. Par exemple, l'engagement de l'élève dans la résolution d'une tâche pourrait être sollicité dans un contexte où l'écart entre l'ancien et le nouveau tend à se réduire dans des classes d'élèves réputés plus « faibles ». Les tâches ainsi proposées risquent moins de se poser en termes de problèmes aux doubleurs qu'aux élèves du régulier et moins à ceux-ci qu'aux élèves de la classe DÉFI. Ainsi, plus la classe regroupe des élèves « faibles » plus les objets de savoir peuvent devenir rapidement anciens, obsolètes du fait que les tâches pour lesquelles ils sont utiles ne sont pas présentées de manière à faire problème aux élèves. Une telle baisse dans la sollicitation de l'élève s'accompagne nécessairement de la réduction de la nouveauté. Cette réduction peut être accentuée du fait que chez les doubleurs, les objets de savoir enseignés n'ont sans doute pas le caractère de nouveauté que peuvent leur attribuer des élèves réguliers. Dans la classe DÉFI, nous verrons qu'au contraire le caractère de nouveauté apparaît davantage présent qu'en classe régulière et doubleurs, ne serait-ce que par une évocation plus fréquente d'objets mathématiques non inscrits au programme mais cependant reliés à ceux étudiés en classe, des objets d'enrichissement en quelque sorte.

Nous convenons, en nous inspirant de Sensevy (1998), de référer à la dimension temporelle de la classe pour spécifier le rythme auquel sont introduits les objets de savoir.

L'obsolescence des objets de savoir

Pour rendre compte de l'obsolescence rapide des objets, Sensevy (1998) rapporte les propos d'un « bon » élève :

« Moi, j'ai compris comment il faut faire les leçons. J'apprends à fond la leçon du jour jusqu'à ce que je le sache par cœur, et, quand on l'a récitée, je me dépêche aussitôt de l'oublier complètement pour faire place à la suivante... »

Dans la citation rapportée par Sensevy, l'élève assiste d'une certaine manière à une succession d'objets sans que des relations puissent être construites entre ces objets. Les objets sont oubliés au fur et à mesure que d'autres se présentent; l'élève ne peut ainsi étudier dans la durée. Nous pourrions dire que les rapports déjà construits autour d'objets potentiellement utiles à l'apprentissage du nouvel objet de savoir ne sont pas nécessaires dans l'organisation mise en place pour « entrer dans le nouveau ». Selon Sensevy, l'élève occupe ainsi au sein du contrat didactique une position d'attente par laquelle il assiste à un défilement des objets de savoir. Sous les conditions temporelles d'un tel contrat l'élève peut difficilement réaliser des apprentissages qui s'inscrivent dans la durée, dans la reprise. À l'opposé, occuper une position de dévolution ouvre sur l'étude dans la durée faisant appel à une mémoire des anciens objets nécessaires pour en penser de nouveaux.

Ainsi, nous retenons que la contrainte temporelle correspond à la nécessaire progression du savoir organisée de manière linéaire par l'enseignant. La gestion de cette contrainte aura une incidence importante sur l'espace occupé par l'enseignant et l'élève.

Lorsque, pour faire avancer le savoir, les objets nouveaux défilent, l'espace dévolu à l'élève est restreint et fait en sorte qu'est également réduite l'étude que les élèves pourraient réaliser. Plus le temps presse l'enseignement, plus les élèves manquent à la fois d'espace et de temps pour produire les gestes nécessaires à l'étude des objets et de leurs relations. Si l'enseignement est organisé de manière à favoriser le défilement des objets de savoir, les élèves seront conséquemment placés, au sein du contrat didactique, en position d'attente plutôt que de dévolution.

Par ailleurs, dans la gestion de cette nécessaire linéarité de la progression des objets de savoir, l'enseignant peut tout de même aménager des espaces qui laissent place à des allers-retours et ne forcent pas les élèves à suivre, dans leur apprentissage des savoirs, cette linéarité. En d'autres termes, ce n'est pas parce que les objets de savoir doivent nécessairement arriver les uns après les autres que les élèves ne peuvent effectuer des allers-retours dans leur construction de ces objets à la condition toutefois que le professeur aménage le temps de manière à permettre de tels allers-retours. Dans une telle situation, l'élève est alors davantage en position de dévolution que d'attente puisqu'il a l'espace de développer un questionnement qui lui permettra de construire la connaissance nouvelle sur la base de l'évocation des savoirs anciens pertinents.

Nous convenons, à la suite de Sensevy (1998), de référer à la dimension topologique du contrat didactique pour spécifier le type de position occupé par

l'élève. Cette dimension renvoie donc au partage des responsabilités entre l'enseignant et l'élève.

Hypothèses de travail et méthodologie pour l'étude du temps didactique dans trois systèmes didactiques différents

Le travail de Sensevy (1998), plus particulièrement, nous conduit à examiner le temps didactique comme un effet de la recherche d'un contrat didactique. Considérant la problématique et les hypothèses de travail, nous postulons que le temps didactique agit de façon différenciée sur les systèmes des classes régulière, doubleurs et DÉFI. Notre étude vise à repérer comment jouent, au sein des interactions dans trois systèmes didactiques de 1^{ère} secondaire en mathématiques, les dimensions temporelles et topologiques dans la progression du savoir. Nous visons plus spécifiquement à repérer ce qui, dans le fonctionnement du système didactique, est *marqué* du poids du temps didactique en produisant soit une accélération soit un « étirement » dans le défilement des objets de savoir. Conséquemment, l'identification de marqueurs participe à caractériser le fonctionnement des systèmes didactiques observés au regard du temps didactique.

Le dispositif mis en place permet une observation comparée des dynamiques des classes de première secondaire. Rappelons qu'une de ces classes regroupe des élèves du secteur régulier, la seconde une classe d'élèves doubleurs et enfin, la troisième une classe d'élèves dits « forts » et que l'enseignant est le même dans les trois classes ce qui permet d'échapper à des comparaisons qui relèveraient des styles d'enseignement. Le programme à couvrir ainsi que le manuel mathématique utilisé sont les mêmes dans les trois classes. Les leçons étudiées se rapportent aux deux premiers cours portant sur les nombres entiers relatifs. Le manuel utilisé est *Carrousel Mathématique I*. Pour les leçons au cours desquelles nous avons recueilli les données, les mêmes problèmes et exercices, tirés du manuel, sont présentés aux élèves des trois classes. Les conditions d'observation sont ainsi optimales pour une analyse comparée du fonctionnement des deux systèmes au regard du temps didactique.

Neuf leçons ont fait l'objet d'une observation de la part d'un chercheur et ont été enregistrées sur bande sonore afin de reconstituer les protocoles de ces leçons. Les données de recherche sont complétées par les canevas de leçons préparés par l'enseignant pour les trois classes. Cependant, les résultats présentés dans cet article font suite à l'analyse d'un protocole constitué d'observations en classe (notes manuscrites) doublées d'un enregistrement vidéoscopique dans les trois classes. L'enregistrement vidéoscopique a été visionné par les deux chercheurs. La caméra est dirigée vers le professeur et le tableau. Nous pouvons à partir des notes manuscrites et de l'enregistrement, reconstituer le déroulement de la leçon avec ses repères temporels chronologiques (temps d'horloge). Une première analyse des leçons a été effectuée suite au visionnement de chacune des leçons. Un deuxième visionnement, mettant en parallèle les leçons à l'étude, a permis de faire une seconde analyse de certaines scènes repérées critiques, dans l'une des classes, au regard des objectifs de l'étude.

Principaux résultats sur le temps didactique en classe de doubleurs et d'élèves dits réguliers (Giroux et René de Cotret (2001))

Les traces temporelles repérées au sein des deux systèmes didactiques

L'analyse des protocoles des deux leçons, une en classe de doubleurs et l'autre régulière, nous a conduites à organiser selon deux catégories les données relevées concernant le poids des dimensions temporelles sur les systèmes didactiques. Une première catégorie concerne les données relatives à l'organisation de la leçon, c'est-à-dire le schéma de base retenu et mis en place par l'enseignement. La seconde catégorie réfère aux données relatives aux interactions entre l'enseignant et les élèves à propos du contenu de la leçon. Sur la base de cette analyse, nous avons identifié certains marqueurs du temps didactique, repérés au sein des interactions, utiles à la comparaison des fonctionnements des deux systèmes sous l'angle du temps didactique.

L'organisation temporelle des leçons comme marqueur du temps didactique

Nous avons caractérisé l'organisation d'une leçon type en **CR** et **CD**² et relevé des différences. Si la succession des activités (correction du devoir, exposé d'éléments de savoir, exercices) est assez semblable dans les deux classes, des différences importantes au niveau de la production du temps et de l'espace didactiques ont été relevées. Les leçons sont organisées en classe doubleurs et en classe régulière selon un déroulement relativement semblable pour toutes les leçons observées. Ainsi se succèdent trois temps différents. Le premier temps de la leçon est consacré à la correction du devoir composé d'exercices amorcés individuellement en classe au cours précédent et terminés en dehors des heures de classes. Au second temps du cours, l'enseignant fait un exposé d'éléments de savoir. Le rôle des élèves consiste principalement à transcrire, dans leur cahier, les notes inscrites au tableau par l'enseignant. Au cours de cette période, l'enseignant sollicite certaines réponses d'élèves à des questions se rapportant aux exemples appuyant les éléments « théoriques » présentés. Enfin, dans un troisième temps, les élèves sont invités à débiter une série d'exercices tirés du manuel scolaire, série qui doit être terminée en devoir.

Construites apparemment suivant un même schéma selon lequel, suite à l'exposé d'éléments de savoir, les élèves ont à effectuer individuellement des tâches pour lesquelles ces éléments sont pertinents, les organisations des leçons diffèrent pourtant lorsqu'on les décrit du point de vue du temps didactique. Le schéma qui suit rend compte de ces organisations selon les classes.

2. Pour alléger le texte nous référons désormais au sigle CR pour la classe d'élèves **réguliers** et CD pour la classe d'élèves **doubleurs**.

**Schéma 1 : comparaison de l'organisation d'une même leçon
dans la classe d'élèves doubleurs et dans la classe d'élèves réguliers**

	Leçon 1	Leçon 2	Leçon 3
Individuel	_____/D ₁	_____/D ₂	_____/D ₃
En groupe	T ₁ _____/	C ₁ _____/T ₂ _____/	C ₂ _____/T ₃ _____/
Trois leçons en CD			
Individuel	_____/D ₁₋₂	_____/D ₂₋₃	_____/D ₃₋₄
En groupe	T ₁ _____/	C ₁ _____/T ₂ _____/C ₂ _____/	C ₂ _____/T ₃ _____/C ₃ _____/
Trois leçons en CR			
T : exposé d'éléments de savoir (théorie) D : tâches que les élèves ont à effectuer individuellement (devoirs) C : correction en classe de ces tâches			

Le schéma retrace les différents temps organisés par l'enseignement pour les trois premières leçons d'un chapitre (dans notre étude: les nombres entiers) dans les deux classes. Ainsi, pour les deux classes CD et CR, la première leçon débute avec un exposé d'éléments de savoirs nouveaux (T₁) suivi d'un temps de travail individuel pour résoudre des problèmes (D₁) pour lesquels les éléments de T₁ sont pertinents. En CR toutefois, certaines tâches soumises aux élèves vont en plus faire appel à des éléments de savoir qui ne seront exposés qu'au cours de la deuxième leçon (T₂). Ainsi, les élèves de la classe régulière auront non seulement des problèmes de type D₁ mais également de type D₂, c'est-à-dire se rapportant aux éléments qui seront exposés au deuxième cours. La deuxième leçon débute par la correction des exercices (C₁) qui portent exclusivement sur T₁ dans les deux classes. Dans les deux classes, cette correction sera suivie de l'introduction de nouveaux éléments de savoir - T₂. Toutefois, en CR, à cet exposé suivra la correction des exercices individuels (C₂) portant sur l'exposé T₂.

Ainsi, dans les deux classes, on retrouve un schéma Théorie-Devoir-Correction. En CR toutefois un second schéma s'y superpose Devoir-Théorie-Correction. Ainsi en CR, les élèves effectuent des problèmes qui portent, d'une part, sur la théorie pour laquelle ils ont reçu un enseignement et, d'autre part, sur celle qui leur sera présentée au prochain cours. En CR, une partie des exercices ouvre d'une certaine manière sur les éléments de savoir qui seront introduits ultérieurement alors qu'en CD, seules

des tâches permettant une application des éléments de savoir déjà exposés sont soumises aux élèves.

Ainsi, en classe de doubleurs, l'ordre sur lequel est fondée la séquence ($T_1/D_1/C_1$) fait en sorte que les élèves n'ont pas à s'interroger sur les connaissances utiles à la résolution des problèmes. Une forme de « pré-institutionnalisation » des éléments de savoir, dès leur exposé, les décharge de ce type d'engagement dans la résolution de problèmes. On pourrait ainsi dire que les tâches ne font pas véritablement problème aux élèves dans la mesure où ils savent exactement les savoirs que ces tâches mettent en jeu.

Dans la classe de doubleurs, la séquence T-D-C forme un bloc homogène au regard d'un même contenu. Elle forme un triplet ordonné ($T_1/D_1/C_1$) qui se reporte autant de fois dans le temps qu'il est nécessaire pour couvrir un chapitre. Selon cette organisation, les éléments de savoir T_1 ne sont officiellement utiles qu'à la résolution de D_1 et à sa correction C_1 . Dans le passage à T_2 , ils sont déjà anciens. Ils peuvent être encore bien sûr pertinents à la résolution des tâches mais ils ne sont plus les objets sensibles sur lesquels est centré l'enseignement. Les exercices (D_2) et leur correction (C_2) visent à la maîtrise suffisante de T_2 pour résoudre les tâches soumises. On peut ainsi découper le temps d'enseignement en prenant comme unité temporelle le triplet ($T_n/D_n/C_n$). Cette organisation temporelle ne crée pas d'espace public pour les allers-retours, les reprises, autrement dit pour un questionnement propre à l'élève à propos des objets utiles et pertinents à la résolution des tâches. On peut supposer que les élèves sont ainsi davantage en situation d'attente plutôt que de dévolution.

En classe régulière, le travail individuel est constitué d'une part de tâches portant sur l'application des éléments de savoir nouvellement exposés et, d'autre part, de tâches pour lesquelles les prochains éléments de savoir exposés seront utiles. La séquence T-D-C ne forme donc pas un bloc homogène au regard du contenu traité. Elle pourrait être schématisée ainsi : $T_1/D_{1-2}/C_1/T_2/C_2/D_{2-3}$. Il est plus difficile selon ce schéma de découper le temps d'enseignement en unités temporelles référant exactement aux mêmes éléments de savoir, les exercices individuels permettant aux élèves de travailler « en avance », serions-nous tentées de dire, sur ce qui fera l'objet de l'exposé du maître. Cette organisation peut donc offrir aux élèves un certain espace de résolution d'une tâche pour laquelle les éléments de savoir n'ont pas encore été exposés. La résolution de ces problèmes peut appeler à l'établissement d'un premier rapport sur lequel pourront se greffer les éléments de savoir qui seront exposés. Toutefois, dans les leçons observées, l'exposé des éléments de savoir (par exemple T_2) ne réfère pas de façon explicite aux problèmes travaillés précédemment par les élèves (D_2) ni à leurs solutions puisque la correction de ces problèmes (C_2) suit l'exposé s'y rapportant. L'élève a alors implicitement à sa charge certains liens entre ce premier rapport établi par son travail personnel et ce qui est exposé (liens D-T). Il peut donc, de manière privée toutefois, profiter d'un certain « espace-temps » didactique produit par l'enseignement; espace cependant relativement restreint du fait, à tout le moins, que la théorie (T_2) précède la correction (C_2).

Les interactions didactiques

Les interactions didactiques entre l'enseignant et les élèves autour de l'enjeu mathématique de la leçon sont modulées en fonction du contenu et de son organisation. L'analyse des interactions a visé la comparaison des interactions relatives d'une part, au traitement d'un des problèmes du manuel et, d'autre part, à l'exposé du savoir dans chacune des classes.

Le contenu mathématique faisant l'objet de cette leçon est l'ensemble des nombres entiers : $\mathbb{Z}$, aussi appelés les entiers relatifs.

Le manuel (*Carrousel Mathématique 1*) couvre bien les différentes facettes du concept de nombre entier tel qu'il est décrit dans les ouvrages de références consultés³ : a) pour exprimer des directions opposées; b) comme résultats d'opérations sur les naturels; c) comme opposé d'un nombre et valeur absolue. Toutefois, deux remarques s'imposent :

1. Ce à quoi peuvent référer les élèves dans leur manuel est surtout constitué de règles pour résoudre. Peu de textes viennent commenter les notions en dehors des activités proposées.
2. Les liens entre les objets de savoir sont à la charge de l'enseignant, en ce sens que, à partir de ce que propose le manuel, l'élève peut difficilement retracer ces liens.

La caractérisation des interactions didactiques au regard du temps didactique dans chacune des classes a permis de relever que les interactions dans la classe de doubleurs se distinguent de celles de la classe régulière en ce qui a trait à la validation, à l'économie dans l'exposé du savoir et à l'algorithmisation. Ces résultats sont brièvement rappelés.

L'analyse des interactions didactiques lors du traitement des problèmes mathématiques en classe a révélé une contextualisation plus prégnante en classe de doubleurs qu'en classe ordinaire. L'enseignant prend appui sur le contexte du problème pour cibler et dégager les savoirs visés par l'enseignement par le biais des problèmes traités. Il opère certaines modifications essentiellement numériques sur les problèmes de manière à *maintenir* dans un même contexte le fonctionnement des savoirs. En classe régulière, ces modifications visent davantage à une validation à partir d'un cas générique alors qu'en classe de doubleurs, elles visent plutôt à une validation sur des cas particuliers. Dans cette dernière classe, les modifications numériques opérées aux problèmes des leçons analysées ne sont pas suffisantes pour provoquer une rupture qui favorise la décontextualisation. L'échange semble alors déboucher sur une impasse relative puisque l'enseignant gère la réponse. On ne peut alors que relever l'espace relativement étroit dévolu aux élèves puisque l'enseignant gère à la fois la question et la réponse. Ce phénomène, que nous avons observé en plusieurs endroits de la leçon en CD, semble répondre à la nécessité de produire du temps didactique, de maintenir un rythme d'enseignement homogène

3. Les principaux ouvrages de référence consultés sont : Mathematics Dictionary (1976), et The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics (1977).

dans la progression de la leçon. Prendre en compte les réponses non-attendues des élèves comporte un coût qu'il juge dans l'action sans doute trop important au regard de l'avancement, de la progression à assurer. Ce coût serait celui de retarder la production du temps didactique.

La gestion des problèmes lors de la correction vise davantage à pointer, identifier le savoir visé par l'enseignement tout en évitant d'introduire du nouveau, tant en classe de doubleurs qu'en classe régulière.

Au plan des interactions didactiques lors de l'exposé du savoir, nous avons identifié deux distinctions majeures au niveau des marqueurs temporels entre les deux classes. Tout d'abord, il y a une forme d'économie dans l'exposé du savoir en classe de doubleurs qui est absente en classe régulière. Les exemples de cette économie dans l'enseignement des relatifs concernent en particulier l'absence, en classe de doubleurs, de traitement des caractéristiques des opposés, de la distinction soustraction/négatif et de l'idée de valeur absolue. Ensuite, une « algorithmisation » des objets savoirs semble plus importante avec les doubleurs. Cela s'illustre d'une part, par un exposé qui tend plus directement vers la règle qui permettra de résoudre les problèmes et, d'autre part, par le découpage du savoir en unités temporelles plus étanches ou ne s'appuyant pas sur ce qui a été vu. Le contenu de l'exposé tend donc à se réduire à la désignation des objets suffisants pour produire le plus « facilement » possible des réponses correctes, tout en laissant une trace de la progression de l'enseignement et de l'apprentissage.

Ainsi, l'enseignement en classe de doubleurs plus qu'en classe régulière laisse supposer un temps d'apprentissage synchrone au temps d'enseignement. L'apprentissage se ferait au rythme de l'exposé du savoir. Sous la contrainte de faire progresser le savoir de manière à faire rattraper aux élèves ce qu'ils auraient « échappé » au cours de l'année dernière, l'enseignement en classe de doubleurs est réalisé selon un découpage d'unités temporelles plus étanches au plan du contenu qu'en classe régulière.

Les traces temporelles dans le système didactique de la classe DÉFI

Nous reprenons le même découpage que celui effectué pour notre analyse du temps didactique dans les classes doubleurs et DÉFI. Les leçons observées en classe DÉFI portaient, tout comme dans les classes précédentes, sur l'enseignement et l'apprentissage des entiers. Cependant, il nous a été impossible d'observer la même leçon. Nous avons observé la leçon qui précède celle observée dans les deux autres classes. Si nous ne pouvons par conséquent comparer les éléments d'une même leçon préparée par l'enseignant (le même pour les trois classes), les données d'observation récoltées, par le biais de l'enregistrement vidéo et sonore de quelques leçons, nous permettent de dégager certaines caractéristiques propres à la classe DÉFI quant aux phénomènes relatifs à la progression du savoir. Les marqueurs temporels identifiés dans l'étude précédente sont ici réinvestis. Nous avons examiné d'abord l'organisation temporelle des leçons et ensuite les interactions didactiques au moment de l'exposé de savoir et de la correction des devoirs. Cependant, nous avons vite remarqué et tenu compte du fait que les interactions didactiques sont beaucoup plus

riches dès le moment de l'exposé de savoir. L'exposé de savoir prend un temps relativement considérable et, le temps consacré à la correction des problèmes est pour sa part assez réduit.

Nous avons donc choisi de présenter brièvement le schéma de l'organisation temporelle et de suivre avec une analyse des interactions didactiques typiques à cette classe au moment de l'exposé de savoir principalement. Nous retrouvons dans ces interactions les principales marques qui caractérisent la progression du savoir dans la classe.

Schéma 2

	Leçon 1	Leçon 2	Leçon 3
Individuel	_____/D ₁₋₂	_____/D ₂₋₃	_____/D ₃₋₄
En groupe	T ₁ -T _{1'} /____	C ₁ /T ₂ -T _{2'} /C ₂ /____	C ₂ /T ₃ -T _{3'} /C ₃ /____
Trois leçons en Classe DÉFI			
T : exposé d'éléments de savoir (théorie) T' : éléments de savoir périphériques à T (théorie) D : tâches que les élèves ont à effectuer individuellement (devoirs) C : correction en classe de ces tâches			

Si le schéma de leçons de la classe DÉFI est comparable à celui de la classe régulière (voir section Principaux résultats sur le temps didactique en classe de doubleurs et d'élèves dits réguliers), nous pouvons relever un temps que nous avons identifié T' propre à la classe DÉFI. Nous ne reprendrons pas en détail l'examen de l'ensemble du schéma et renvoyons le lecteur pour plus de précisions à la section Principaux résultats sur le temps didactique en classe de doubleurs et d'élèves dits réguliers. Le temps T_{1'} correspond à un temps T₁ (exposé des éléments de savoir) bonifié d'éléments théoriques qui ne sont pas prévus au programme (ou du moins pas dans ce chapitre-ci) mais qui sont en relation avec le contenu de savoir à l'étude. Ce temps est alimenté par l'échange entre l'enseignant et les élèves au moment de l'exposé du savoir.

Nous rapportons et analysons quelques extraits de ces échanges typiques à cette classe. Au moment de l'exposé du savoir, l'enseignant anime son exposé par quelques questions adressées aux élèves. Les élèves répondent de manière systématique à chacune des questions posées par l'enseignant comme en témoigne, à titre d'illustration, l'extrait du protocole des échanges au tout début du cours correspondant au Temps 1, celui de l'exposé du savoir. Nous indiquons les questions de l'enseignant en italique, les réponses des élèves en face régulière et les commentaires de l'enseignant en caractère gras.

- 1- P : *C'est quoi l'ensemble de nombres avec lequel on travaille depuis le début de l'année?*
2- E : Naturels
3- P : *Les Naturels. C'est quoi les Naturels?*
4- E : 0 en montant 1, 2, 3.
5- P : 0 jusqu'à... ...
6- P : ... **L'infini**
7- E : 0 à 9
8- P : **Pas 9; 9 c'est les chiffres.**
9- P : *Les entiers qu'est-ce qu'on vient de rajouter?*
10- E : Les négatifs
11- P : *Jusqu'où ça se rend?*
12- E : Ben l'infini
13- P : *On va voir ça dans quel contexte, les négatifs?*
14- E : Fractions
15- P : *Non, pas mathématique, un contexte de la vie*
16- E : La température, les cartes topographiques de relief
17- P : *Mais à quel niveau?*
18- E : Au-dessus du niveau de la mer
19- P : **Ou en dessous, on appelle cela l'altitude**
20- E : Un manque d'argent
21- P : **Un manque d'argent au niveau du compte de banque. Ça ca va nous servir beaucoup pour expliquer des choses.**
22- E : Les années
23- P : **Avant Jésus-Christ, les années négatives...**
24- P : **Dans le livre on invente rien, c'est des contextes que vous connaissez et qui expliquent les nombres négatifs.**

Dans cet extrait, nous pouvons noter l'alternance presque parfaite du jeu question/réponse auquel s'adonnent l'enseignant et les élèves. Les réponses, hors champ, sont rapidement gérées par l'enseignant qui reprend en précisant sa question (voir lignes 13 à 16) ou encore en « rappelant » une brève définition (lignes 7 et 8). Ainsi, les réponses inadéquates ne sont pas considérées, par l'enseignant, comme de « fausses réponses » ou des incompréhensions de la part de l'élève sur le plan mathématique. Elles sont considérées comme un « bruit », dans l'échange, causé soit par une mauvaise interprétation de la question ou une question trop imprécise, soit par une distraction ou un défaut de mémoire. L'échange se poursuit sans que soit remise en cause la connaissance mathématique des élèves. Ainsi, à la question qui porte sur le contexte dans lequel on peut rencontrer les négatifs, nous pouvons être étonné de la réponse d'un élève, soit les fractions. Cette réponse est rapidement évacuée de l'échange par l'enseignant qui rappelle que l'on ne cherche pas un contexte mathématique mais un contexte de vie. Rappelons que dans les deux autres

classes et particulièrement dans la classe doubleurs, l'enseignant fait souvent fi des réponses inadéquates des élèves non pas pour piloter l'échange comme dans l'extrait qui précède, mais pour apporter lui-même la réponse attendue. On peut dès lors noter une différence importante dans les interactions didactiques entre les trois classes. Soulignons également que l'enseignant clôt l'introduction en indiquant aux élèves que les contextes qu'ils rencontreront dans leur manuel leur sont déjà connus. Ce commentaire indique aux élèves que le « nouveau » s'appuie bel et bien sur du « connu » et qu'ils seront donc à même partant de là de construire le nouveau.

Par ailleurs, ces interactions témoignent aussi de la position de dévolution qu'occupent les élèves au sein de l'échange. Leurs réponses ne visent pas qu'à satisfaire la demande du professeur, mais elles semblent aller au-delà en voulant aussi tester leur propre compréhension du sujet traité. Les lignes 22 à 24 de l'extrait précédent illustrent cela, de même que les lignes 38 à 41 de l'extrait suivant. En effet, dans ces deux cas, on voit que les élèves continuent à proposer des réponses même après que le prof ait amené une petite conclusion. Ainsi, à ligne 21, il apparaît raisonnable de croire que par sa remarque à propos des négatifs : « Ça ça va nous servir beaucoup pour expliquer des choses » le professeur cherche à conclure les propositions d'exemples mais, malgré cela, un élève persiste à donner le sien (les années) ce qui conduira l'enseignant à conclure de nouveau en disant que ce sont des contextes qu'ils connaissent (et il n'est donc peut-être pas nécessaire de tous les nommer...). Un événement semblable se produit dans l'extrait suivant. Après avoir reçu quelques propositions pour expliquer l'appellation « Naturel », le professeur redonne des arguments déjà vus, ce qui pourrait être considéré comme suffisant pour faire avancer la leçon, c'est ce qu'il faut savoir. Toutefois, les élèves ne semblent pas être dans ce type de contrat, ils semblent s'être approprié la question et vouloir y réfléchir eux-mêmes ne se contentant pas de la réponse « officielle ». On verra ainsi 2 élèves proposer d'autres raisons expliquant pourquoi ces nombres sont qualifiés de naturels. De son côté, le professeur permet qu'une telle position de recherche puisse avoir sa place dans la classe puisque non seulement il reçoit bien les nouvelles propositions des élèves mais il les commente aussi et prend le temps d'évaluer leur pertinence : Oui, non, ben... ... Ah! Oui, parce que quand on dénombre, qu'on compte un certain nombre d'objets on parle de naturels (ligne 41).

Dans l'extrait qui suit, nous avons un second exemple de la manière dont les connaissances des élèves ne sont pas vraiment remises en cause.

- 34- P : *Pourquoi les nombres Naturels, pourquoi ce nom?*
35- E : Parce que y'ont rien d'autre, sont tout seuls
36- E : Ceux qui sont dans la nature de tous les autres nombres
37- P : **Vous avez oublié? C'est les premiers nombres qui ont été inventés. C'est les nombres qui viennent en premier pour représenter les quantités. 4/7 c'est venu plus tard. On en a déjà parlé de ça. Vous ne vous en souvenez plus de ça?**
38- E : Les naturels c'est les nombres de base
39- P : **Ouin... bof**
40- E : C'est les plus utilisés
41- P : **Oui, non, ben... ... Ah! Oui, parce que quand on dénombre, qu'on compte un certain nombre d'objets on parle de naturels.**

Dans ce qui précède, la réponse attendue réfère à la genèse historique des nombres naturels qui a apparemment déjà fait l'objet d'un échange avec les élèves. L'enseignant attribue à un défaut de mémoire et non de connaissance, les réponses non-attendues qu'ils fournissent (comme pour le cas des chiffres lignes 7 et 8 précédentes). Les interactions didactiques fonctionnent donc avec un préjugé favorable de l'enseignant (peut-être un effet Rosenthal) à l'égard des savoirs des élèves. On peut facilement supposer qu'un tel fonctionnement laisse peu de place aux impasses explicites dans les échanges.

L'exposé du savoir dans la classe DÉFI comporte davantage d'interactions entre l'enseignant et les élèves que dans les autres classes. Ces interactions donnent lieu à des « ajouts » à l'exposé de savoir, des improvisations, pourrions-nous dire. De ces interactions découle un temps T', un temps où des éléments de savoir non prévus par le programme et l'enseignant sont injectés et ajoutés au Temps T. Les élèves posent à l'enseignant des questions, lesquelles peuvent porter sur des traits de surface et non de contenu comme dans les deux exemples qui suivent. Dans le premier, par sa réponse, l'enseignant se permet d'introduire une référence à l'algèbre, domaine qui sera à l'étude plus tard dans le cheminement des élèves. Dans le second exemple, un élève réfère à sa connaissance du symbole infini (symbole d'un 8 à l'horizontal qui n'a pas encore été introduit). L'enseignant y trouvera encore là, une occasion d'introduire à la notion d'intervalles pour laquelle le symbole évoqué par l'élève sera éventuellement utilisé. En fait dans ce cas, il semble que la décision que prend finalement l'enseignant de répondre rigoureusement à la question le conduit à introduire, un peu malgré lui (« une notation qu'on ne verra pas »), la notion d'intervalle. Par ailleurs, ce petit détour lui permet de revenir aisément et de manière cohérente à ce qui était prévu pour la suite de sa leçon, les nombres rationnels.

Exemple 1

47- P : **Les entiers, c'est un Z pour zentiers.**

48- E : C'est pourquoi la barre dans le Z?

49- P : **Pour distinguer de z qui pourrait être une variable en algèbre. C'est la même chose pour N, n représente n'importe quel nombre en algèbre et N avec une barre c'est pour l'ensemble des naturels.**

Exemple 2

61 -E : pour l'infini on peut-tu mettre le huit couché?

62- P : **Le symbole huit qui veut dire à l'infini ne s'écrit pas dans les accolades comme ça. Il s'écrit dans une autre notation qu'on ne verra pas. C'est une notation qui s'appelle intervalle et ça ressemblerait à ça -8... - 8 à +8... Mais ça, ça ne représenterait pas les entiers nécessairement. Parce que dans les entiers ce n'est pas un ensemble...(:) Est- ce qu'il y a quelque chose entre 0 et 1 ici dans les entiers? Y a-t-il un entier entre 0 et 1?**

63- E : Dans les entiers, non

64- P : **Alors je ne peux pas écrire de -8 à +8 parce que ça voudrait dire que tu prends tout ce qui existe de -8 à +8, et c'est pas ça, ce n'est pas vrai ici. Dans les entiers il n'y a rien entre 1 et 2 non plus. Dans l'ensemble plus gros ça ne sera plus pareil.**

Ainsi, les élèves semblent, à tout le moins, chercher à se donner du temps d'étude en classe. Ils cherchent des lieux pour faire fonctionner leurs « connaissances » (symbole de l'infini), à se créer de l'espace et donc à participer à la création d'un espace didactique (topogénèse). Si ces questions donnent une certaine impression que le milieu s'en enrichit, c'est bien parce que l'enseignant non seulement les reçoit mais les reçoit en tant qu'opportunités pour enrichir par ses commentaires le milieu.

L'enseignant se montre davantage autorisé que dans les autres classes à soulever des questions mathématiques que l'on sait particulièrement délicates permettant aux élèves d'élargir leur apprentissage au-delà de ce qui est utile pour résoudre les problèmes. Ainsi, l'enseignant enchaînera sa présentation sur les ensembles par cette question : « Est-ce qu'on peut dire qu'une infinité est plus grande qu'une autre? ». L'enseignant ouvrira cette question qu'il laissera explicitement en suspens aux élèves. Un échange assez long entre l'enseignant et les élèves tourne autour de cette question, certains commentaires d'élèves témoignent de leur engagement : « On ne pourra jamais prouver qu'un ensemble est plus gros qu'un autre... ». L'enseignant et les élèves participent ici, ensemble à la création d'un espace didactique relativement ouvert pour les élèves. Ce type de discussion n'est pas engagé ni dans la classe régulière, ni dans la classe de doubleurs.

Dans la classe DÉFI, la correction des problèmes se fait rapidement. Pour chaque numéro, un élève désigné par l'enseignant est invité à donner la réponse.

L'enseignant évalue le taux de réussite des élèves (en faisant lever la main aux élèves ayant obtenu la bonne réponse). Comme la très grande majorité des problèmes sont bien résolus par les élèves, la correction des devoirs est plutôt un exercice de routine. Cette routine fait en quelque sorte elle-même écho au fait que les problèmes donnés en devoir sont considérés soit comme des exercices d'application, soit comme des problèmes suffisant comme déclencheur pour que les élèves puissent construire le nouveau sur la base de leur savoirs anciens. En effet, nous proposons que cette correction rapide, même pour des problèmes qui ont été proposés avant l'exposé du savoir utile à leur résolution, est un indice du fait que l'enseignant semble sûr que les élèves arriveront à construire le nouveau par eux-mêmes sur la base de l'ancien. Cela témoignerait de la position de l'enseignant qui cherche à offrir à ses élèves l'opportunité de construire dans la durée et dans la continuité plutôt que dans la segmentation des objets de savoir. Sur ce plan donc, élèves et enseignant sont dans des positions topogéniques compatibles favorisant la négociation d'un contrat didactique conduisant à des apprentissages riches.

Conclusion

Une recherche antérieure (Giroux et René de Cotret (2001)) a permis d'établir des distinctions du point de vue du temps didactique entre deux systèmes didactiques, une classe d'élèves doubleurs et une classe d'élèves « réguliers » toutes deux de première secondaire en mathématiques avec le même enseignant. La présente étude avait pour but de prolonger cette distinction à une 3^e classe, celle-ci d'élèves dits forts (DÉFI), toujours de première secondaire et avec le même enseignant.

C'est à travers l'analyse de l'organisation de la leçon d'une part et des interactions d'autre part, que nous avons pu décrire quelques particularités en ce qui a trait aux dimensions temporelles du fonctionnement de ce 3^e système didactique.

La structure générale de l'organisation de la leçon apparaît de prime abord assez semblable dans les classes « régulier » et « DÉFI » : suite à l'exposé du savoir un devoir est proposé dont les problèmes touchent à la fois au contenu qui vient d'être traité et à celui qui sera vu au prochain cours. La correction de ces deux parties du devoir se fait toujours après la présentation du savoir utile à la résolution des problèmes posés. Ce schéma est commun aux deux classes. Cependant, nous avons vu que dans la classe DÉFI, des éléments de savoir « connexes » s'ajoutaient, initiés par des questions d'élèves (utilisation du symbole de l'infini; symbole Z pour l'ensemble des entiers), encouragés et poursuivis par les réponses et commentaires de l'enseignant (notation en intervalles, Z ensemble VS variable...).

Ces ajouts témoignent d'un type de fonctionnement propre à la classe DÉFI. En plus de répondre facilement et en grand nombre aux questions de l'enseignant, les élèves l'interpellent à propos de savoirs connexes, plaçant l'enseignant dans un rôle où il est appelé à déborder du savoir soit préalablement visé par la leçon, soit prescrit par le programme. En contrepartie, l'enseignant se prête volontiers à ce jeu, accepte ce rôle, stimulant en retour les commentaires et questions de ses élèves. Les

interactions didactiques donnent ainsi une spécificité au contrat didactique dans la classe DÉFI. Un des traits remarquables est que l'objet des échanges semble à certaines occasions glisser du savoir aux individus qui alimentent l'échange. Ainsi, ce ne sont pas tant les mathématiques qui occupent la scène comme les « acteurs » (élèves et enseignant) et cela, au détriment du « texte » que serait le savoir. Ainsi, plusieurs éléments de savoirs connexes se greffant autour du savoir visé, le savoir semble moins « économisé » dans la classe DÉFI que dans les autres classes observées. En effet, le fonctionnement de la classe doubleurs plus que celui de la classe régulière et ce dernier plus que celui de la classe DÉFI tend vers l'économie du savoir.

Mais quels sont ces savoirs connexes? Comment participent-ils à la progression du temps didactique? S'agit-il de savoirs « parallèles », traités dans un arrêt du temps didactique et ne constituant alors pas vraiment un espace ou une topogénèse participant du temps didactique ou s'agit-il de savoirs qui participent vraiment à la progression du temps didactique même si ceux-ci ne sont pas initialement ciblés ou essentiels pour construire le savoir visé? La question revient à se demander de quelle nature sont les éléments de savoir importés dans l'échange par les questions des élèves et l'ouverture, l'accueil dont fait preuve l'enseignant à leur égard? S'agit-il vraiment d'un approfondissement (comme il peut le sembler au premier regard) des contenus ciblés par l'enseignement ou plutôt d'éléments « parallèles » contribuant plus ou moins à la compréhension des savoirs ciblés?

Une image...

Nous ne pouvons pour le moment répondre clairement à cette question, mais la poser nous a conduit à une image qui décrit la distinction qui nous interroge. Cette image est celle de groupes de touristes allant au Louvre voir la Joconde. Les touristes (doubleurs ou réguliers) se dirigeant directement à la Joconde demanderaient au guide : « Dites-nous ce que nous devons savoir à propos de cette œuvre ». Ce dernier leur dirait effectivement ce qu'ils doivent retenir, sans commenter davantage. Pour leur part, les touristes DÉFI se laisseraient interpeller, pourrions-nous dire, par tout ce qui se trouve sur le chemin conduisant à la Joconde, tant par d'autres œuvres que par la hauteur des plafonds du musée! Ainsi leurs questions et celles du guide-enseignant leur permettraient-elles peut-être de mieux connaître l'œuvre de Léonard de Vinci, mais il est aussi possible qu'elles pourraient simplement leur permettre d'en savoir davantage sur la technique utilisée pour peindre un plafond à 5 mètres de hauteur! En d'autres termes, bien qu'une distinction apparaisse évidente en ce qui a trait au type d'interactions qui a cours dans la classe DÉFI, notamment le jeu question/réponse dont l'alternance apparaît beaucoup plus équilibrée et dialogique, il nous est difficile de dire, suite aux observations faites, dans quelle mesure l'espace didactique créé par le type d'interactions constitue un espace réel de construction du savoir visé spécifiquement par la leçon. Il est possible que cet espace soit utilisé pour parfaire des connaissances plus anciennes et plus ou moins liées directement au contenu en jeu (comme les plafonds du musée). Il est évidemment

aussi possible que cet espace soit utilisé pour approfondir les connaissances liées au savoir en jeu ou même anticiper sur des connaissances à venir (algèbre, intervalles).

Notre étude est exploratoire et en tant que telle ouvre sur ces éléments didactiques nouveaux qui mériteraient d'être repris, articulés et pensés dans le cadre d'une réelle problématique. Ce pourrait être le sens des suites de notre travail : élaborer une problématique de recherche portant sur le contenu mathématique des échanges « improvisés » entre des groupes différents d'élèves et leur enseignant. Il nous semble en effet qu'il peut être extrêmement utile de saisir ce qui se glisse entre les lignes du traitement du savoir tel que prévu par la leçon. Quels sont les contenus évoqués par les élèves? Quel est leur rapport avec l'objet d'enseignement? Quelles sont les stratégies des enseignants face à des interventions mathématiques qui sont en rupture avec le contenu prévu de sa leçon?

Derrière les savoirs évoqués des élèves, lors de ces épisodes « d'improvisation sur le thème », se profilent sans doute des champs de signification de savoirs scolaires et mathématiques qui échappent aux analyses classiques qui font peu de place aux improvisations, aux libertés prises par les acteurs. Ces épisodes pouvant être par ailleurs éludés des analyses didactiques s'ils sont trop rapidement considérés comme des moments parasites ou peu significatifs au regard de la « vraie » leçon? Autrement dit, s'ils n'ont apparemment aucun lien avec le contenu visé ou encore s'ils ne débouchent pas sur un savoir formel. Les instruments conceptuels disponibles pour l'étude des interactions didactiques (ex. : contrat didactique, temps didactique) ne sont peut-être « suffisants » pour permettre de rendre compte et d'expliquer ces épisodes et pour capter les significations mathématiques que prennent pour les élèves et l'enseignant le contenu de ces « improvisations ».

Les données recueillies dans notre étude suggèrent que ces improvisations ouvrent, pour les élèves, un espace pour interroger l'enseignant sur certains symboles mathématiques, comme l'est le « 8 couché » de l'infini, dans la classe DÉFI. L'activité mathématique improvisée des élèves semble, dans certains cas, alimentée par un imaginaire d'êtres ou d'objets mathématiques stéréotypés. Quel est le statut de ces symboles mathématiques stéréotypés pour les élèves? Comment contribuent-ils ou non à la formation de leurs apprentissages mathématiques? Ces symboles se manifestent-ils et de la même manière dans les échanges de groupes d'élèves différemment constitués? Existent-ils par exemple dans une classe de doubleurs où l'« algorithmisation » des savoirs est plus forte qu'en d'autres classes? Autant de questions encore mal définies mais qui mériteraient une attention particulière si nous voulons saisir le fonctionnement des systèmes didactiques et donc des phénomènes de communication et d'appropriation de savoirs et ce, particulièrement auprès de groupes, comme le sont les groupes DÉFI ou de doubleurs, pour lesquels l'institution scolaire se donne des objectifs spécifiques.

Références bibliographiques

- Breton, G. (1994). *Carrousel Mathématique 1, première secondaire*, Tome 1, Anjou : CEC, 252 p.
- Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. IN *Recherches*, Vol. 41. pp. 177-182.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7, no 2, pp. 33-115.
- Chevallard, Y., Mercier, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*, Marseille : Publications de l'IREM.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. France : La Pensée Sauvage, 240 p.
- Favre J.-M. (1997). *L'échec, le temps, la multiplication*. Mémoire de licence Se, Fpse, Genève.
- Gellert, W., Küstner, H., Hellwich, M., Kästner, H. (Eds.) (1977). *The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics*. Van Nostrand Reinhold Company, 760 p.
- Giroux, J. (sous-presses). Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation scolaire. IN *Langage et Mathématique, Numéro spécial, Revue des sciences de l'éducation*, G. Lemoyne (éd.), Montréal : Université de Montréal.
- Giroux, J., René de Cotret, S. (2001). Le temps didactique en classe de doubleurs. IN *L'éducation au tournant du nouveau millénaire*, Actes du Sixième congrès des sciences de l'éducation de langue française (AFDEC), Les publications de la Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal, Montréal, pp. 41-71.
- Henry, Michel (1991). Contrat didactique - Notion de contrat didactique. IN *Didactique des mathématiques, une présentation de la didactique en vue de la formation des enseignants*, IREM de Besançon, Octobre 1991. Document en ligne, voir Académie de Toulouse au URL http://www.ac-toulouse.fr/math/nouv_seconde/contrat-didactique.htm
- James/James (Eds)(1976). *Mathematics dictionary*, Van Nostrand Reinhold Company, 509 p.
- Mercier, A. (1992). *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Thèse, Université de Bordeaux I, n° 846
- Mercier, Alain (sans date). *Le temps didactique*. Document en ligne, voir le URL <http://recherche.aix-mrs.iufm.fr/publ/voc/n1/mercier3/index.html>
- SASSLF (2000). *Site de l'Adaptation Scolaire et Sociale de Langue Française (SASSLF)*. Montréal, Canada. <http://www.adaptationscolaire.org/>
- Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques : étude et autonomie à l'école élémentaire*. Paris : Presses Universitaires de France.

Interpréter explicitement les productions des élèves : une piste...¹

Lucie DEBLOIS²

Université Laval, Québec (Québec) Canada

RÉSUMÉ

Le but du projet exposé visait à dégager un modèle qui facilite l'interprétation des activités cognitives des élèves durant un processus d'apprentissage. L'hypothèse suivante a été posée : l'identification des composantes, qui suscitent une réorganisation des connaissances chez les élèves, permettra d'adapter les interventions orthopédagogiques de manière à prévenir une fixation de difficultés persistantes en mathématiques. Trois orthopédagogues ont participé à une expérimentation qui s'est déroulée entre les mois de novembre et de juin d'une même année scolaire. L'analyse des données révèle les implications d'une telle expérimentation, les difficultés rencontrées par les orthopédagogues et les pas d'appropriation du modèle à l'étude. Cette analyse révèle enfin l'importance de proposer un modèle souple qui puisse être modifié par les orthopédagogues.

1. Cette recherche a été possible grâce à la contribution financière du fonds FCAR.
This research was made possible by a financial contribution from Fonds FCAR.
Esta investigación fue realizada gracias a la contribución financiera del fondo FCAR.
2. Membre du CRIRES.

ABSTRACT

Interpreting Student Work Explicitly : A Clue...

The goal of this project was to find a model that facilitated the interpretation of students' cognitive activity in the learning process. The following hypothesis was made : the identification of components that stimulate knowledge reorganization in students will allow the adaptation of orthopedagogical interventions in order to prevent the appearance of persistent difficulties in mathematics. Three special education teachers participated in an experiment, which took place between November and June of the same school year. The analysis of the data reveals the implications of such an experiment, the problems the special education teachers encountered and the steps taken to appropriate the model studied. Finally, this analysis shows the importance of proposing a flexible model that teachers can modify.

RESUMEN

Interpretar explícitamente las producciones de los alumnos : una pista...

El objetivo del proyecto era extraer un modelo capaz de interpretar las actividades cognitivas de los alumnos durante un proceso de aprendizaje. Se avanzó la siguiente hipótesis : la identificación de los componentes, que suscitan una reorganización de los conocimientos entre los alumnos, permitirá adaptar las intervenciones ortopedagógicas de manera que se puede prevenir la consolidación de dificultades persistentes en matemáticas. Tres ortopedagogos participaron a una experiencia que se realizó entre los meses de noviembre y junio de un año escolar. El análisis de los datos muestra las implicaciones de dicha experimentación, las dificultades que los ortopedagogos encontraron y las maneras de apropiarse el modelo estudiado. Este análisis muestra que es importante proponer un modelo flexible que pueda ser modificado por los ortopedagogos.

Introduction

Au Québec, en 1972, les orthopédagogues³ obtiennent une reconnaissance officielle de leur rôle comme intervenant auprès des élèves qui présentent des difficultés

3. Selon les commissions scolaires, les orthopédagogues sont considérés soit comme des enseignants-es soit comme des professionnels-les non enseignants-es. La tâche des orthopédagogues n'est pas d'enseigner au sens habituel, mais d'intervenir de manière à favoriser l'intégration en classe ordinaire, des élèves qui éprouvent une difficulté persistante dans l'apprentissage de la lecture, de l'écriture ou des mathématiques.

dans l'apprentissage des disciplines scolaires. La modalité d'intervention par dénombrement flottant se développe. D'origine américaine, cette modalité d'intervention serait issue d'un jeu de normes administratives et de politiques d'intégration. Le rapport COPEX (MEQ (1976)) permet de faire un bilan de la situation et de formuler des recommandations pour structurer le secteur de l'adaptation scolaire. Une politique relative à ce domaine est énoncée (MEQ (1978)). Un mouvement d'intégration des élèves en classes régulières s'engage. Depuis 1986, la majorité des élèves handicapés et en difficulté d'adaptation et d'apprentissage (ÉHDAA) sont intégrés en classe régulière au primaire (Duval *et alii* (1995)). La politique d'intégration est réitérée en 1986, en 1992, et en 2000 (MEQ (1986); MEQ (1992); MEQ (2000)). À chaque occasion, les intervenants-es sont invités à « approfondir » l'intégration. Ainsi, de l'insertion des élèves dans la classe en 1978, la politique de l'adaptation scolaire met l'accent sur l'insertion sociale des élèves dans la classe (1986) et enfin sur la réussite de la socialisation et de la qualification (2000). Toutefois, le phénomène de l'intégration des élèves en classes ordinaires confronte les intervenants-es à des problématiques nouvelles créant la nécessité de repenser à la relation « enseignement-apprentissage ». En outre, la diminution continue de ressources attribuées aux interventions auprès des élèves qui éprouvent des difficultés d'apprentissage nécessite de porter une attention particulière à ce domaine.

Le champ de recherche de la didactique des mathématiques a permis l'élaboration de modèles pour comprendre le phénomène enseignement-apprentissage. Certaines études contribuent au développement de la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991), d'autres décrivent l'élaboration de la compréhension chez les élèves (Herscovics et Bergeron (1989); Pirie et Kieran (1994)), d'autres encore favorisent une analyse des situations proposées aux élèves (Brousseau (1983)). Dans le cadre de cet article, il s'agit d'interpréter la compréhension développée par les élèves. Cet article situe d'abord l'apport de la didactique des mathématiques à l'intervention en adaptation scolaire, puis présente l'expérimentation d'un modèle favorisant l'interprétation des activités cognitives d'un élève qui éprouve des difficultés de même que les retombées de ce type d'expérimentation.

Problématique

L'apport de la didactique des mathématiques en orthopédagogie

Au moment d'enseigner les mathématiques, Cange et Favre (2003) remarquent la difficulté à identifier un « pattern » à l'intérieur de certaines productions d'élèves. Par conséquent, une interprétation des causes possibles de l'erreur qui permettrait d'adapter les interventions est difficile à réaliser. En effet, cette interprétation nécessite, d'une part, d'analyser les concepts mathématiques à partir d'un cadre théorique et, d'autre part, de se placer dans la position de l'élève. Les savoirs d'expériences développées ne permettent pas toujours de structurer un cadre de référence à partir duquel il est possible d'intervenir avec une certaine assurance (DeBlois et Squalli (2001)). Le fait d'identifier à la fois le concept en jeu dans la situation et un raisonnement plausible à

l'origine de l'erreur, favorise une nouvelle conception de l'erreur et de l'intervention. Plutôt que de chercher à contrôler les sources d'erreur, les orthopédagogues tentent de cerner « la logique de l'élève ». Ainsi, il ne s'agit plus d'intervenir sur l'erreur, mais de susciter la reconstruction de la compréhension du concept en jeu à partir de la situation qui est à l'origine de la difficulté.

Le modèle de l'abstraction réfléchissante de Piaget (1977) a contribué à l'élaboration d'un modèle d'analyse du processus d'apprentissage chez des élèves en difficulté (DeBlois (1997)). Ce modèle, orienté d'abord sur l'élève, cherche à identifier comment ce dernier se représente la situation afin d'intervenir ensuite sur l'ensemble des composantes qui interviennent dans la situation à l'étude. Les différentes composantes identifiées au cours des recherches précédentes permettent de poser l'hypothèse selon laquelle une interprétation des activités cognitives des élèves, au moment où les élèves résolvent un problème en classe, donne des outils supplémentaires pour intervenir. C'est pour cette raison que ce modèle est appelé « modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves ». En outre, ce modèle se situe à l'intérieur des préoccupations identifiées chez les orthopédagogues (DeBlois et Squalli (2001)).

Présentation du modèle

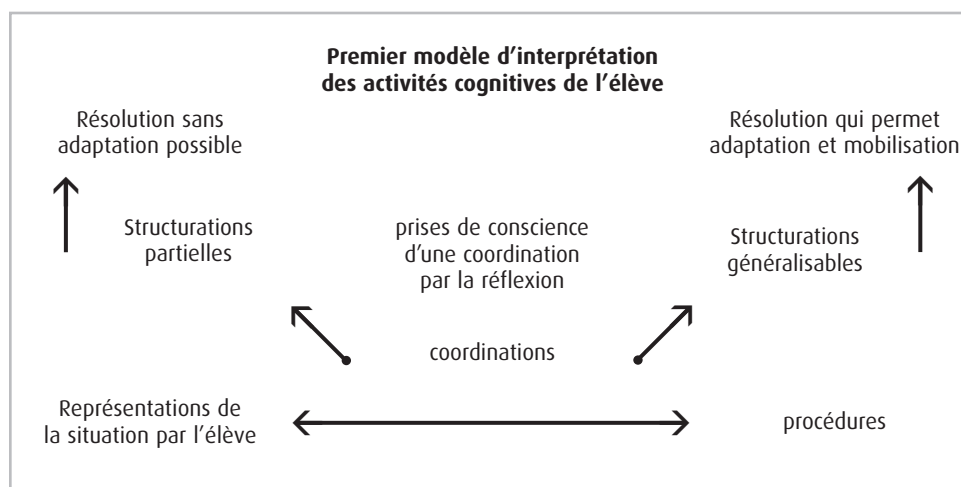
Trois composantes principales sont identifiées : les représentations mentales initiales des élèves, les procédures utilisées et enfin la réflexion posée sur la coordination entre les représentations mentales et les procédures utilisées. Attardons-nous à chacune d'elles.

Le modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves cherche à identifier les représentations mentales évoquées par les élèves au contact de la situation. Les représentations mentales initiales émergent des énoncés des situations proposées. Elles se manifestent à travers les verbalisations et les dessins des enfants au moment de réaliser une tâche. À titre d'exemple, un élève de 9 ans est en mesure de dire que le nombre 87 est plus petit que le nombre 237, ce qui pourrait nous permettre de croire à sa compréhension de la numération. Toutefois, quelques minutes plus tard, il ne pourra soustraire le nombre 87 de 237, expliquant alors qu'il n'a que 3 dizaines (DeBlois (1996)). La représentation mentale initiale du nombre semble donc relative à une simple juxtaposition de chiffres plutôt qu'au résultat d'un comptage ou encore d'une réunion de groupements et d'unités. Cette représentation du nombre conduit l'élève à privilégier la procédure de dénombrement d'une quantité de chiffres. Des procédures émergent donc des représentations mentales initiales. Ces procédures servent de régulations, c'est-à-dire d'ajustements pour trouver une solution. Dans l'exemple précédent, la procédure utilisée pour comparer les nombres 87 et 237 permet de trouver une réponse correcte seulement pour la première question. Une fixation de l'élève à cette procédure ne permet pas de résoudre le deuxième problème. En outre, les représentations mentales initiales et les procédures varient selon les problèmes proposés.

Plusieurs études ont permis de cerner la variété de procédures de comptage susceptibles d'apparaître lors de la résolution de problèmes ayant une structure additive (Carpenter, Hierbert et Moser (1979); Carpenter et Moser (1982); Case (1982); Stern

(1993); Verschaffel (1994)). Par exemple, lors d'une recherche précédente, une élève de 9 ans a été placée devant la situation suivante : « *Tu dois placer 353 autocollants sur le grand carton pour une exposition. Tu places 242 autocollants aujourd'hui. Les autres, tu les placeras demain. Combien d'autocollants placeras-tu demain?* ». À la suite de sa lecture, l'élève écrit les deux nombres du problème et utilise un algorithme traditionnel pour réaliser une addition plutôt qu'une soustraction. La même situation lui est proposée avec les nombres 10 et 3. L'élève utilise alors un algorithme traditionnel pour faire une soustraction. La même procédure est réutilisée avec les nombres 353 et 242 (DeBlois (1997)). Dans cet exemple, les nombres semblent être d'abord évoqués comme les représentants d'une quantité d'objets sans tenir compte simultanément de la relation parties-tout (il y en a plus dans l'ensemble total que dans le sous-ensemble) impliquée dans le problème. Cela ne permet pas de résoudre la situation de façon satisfaisante. Lorsque l'élève se donne une représentation des différents moments dans l'histoire (aujourd'hui-demain), une nouvelle procédure apparaît. Elle compare à ce moment le cardinal du sous-ensemble (3) et de l'ensemble total (10), puis le cardinal de chacun des sous-ensembles (3 et 7) et de l'ensemble total (10). Cette procédure suscite l'élaboration d'une relation d'inclusion (parties-tout). Cette nouvelle réflexion transforme la représentation que l'élève se donne du problème. Les coordinations (aller-retour) réalisées entre les représentations mentales initiales et les procédures pourraient ainsi conduire les enfants à réorganiser leur représentation et, par conséquent, leur compréhension. Toutefois, rappelons qu'une fixation à une procédure pourrait expliquer que la pensée des élèves reste soumise à l'habillage du problème ou aux types de valeurs numériques utilisées.

Ce modèle a permis d'étudier les coordinations réalisées par les élèves au moment de résoudre un problème, coordinations menant vers de nouvelles réflexions. Toutefois, jusqu'à maintenant, il a toujours été utilisé lors d'une analyse *a posteriori*. Le **Tableau 1** illustre l'interprétation du dynamisme de l'activité cognitive des élèves, à la suite des analyses des entrevues des élèves (DeBlois (1996); (1997a); (1997b)).

Tableau 1 : **Premier modèle d'interprétation des activités cognitives de l'élève**

Les trois composantes principales identifiées permettent de poser l'hypothèse selon laquelle un modèle d'interprétation pourrait guider le questionnement offert aux élèves qui éprouvent des difficultés dans l'apprentissage des mathématiques au moment où cet apprentissage se réalise. En effet, il pourrait être possible de modifier les interventions de manière à déplacer les représentations mentales, à susciter l'utilisation d'autres procédures et, par conséquent, à élaborer des réflexions menant vers des structururations adaptables. En outre, l'identification des éléments menant vers ces structururations partielles permettrait de prévenir une fixation de ces dernières qui, efficaces dans certaines situations, sont inopérantes dans d'autres. L'objectif poursuivi par la recherche visait à proposer à des orthopédagogues en exercice un modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves pour susciter sa transformation.

La méthode

La recherche collaborative

L'objet de cette recherche implique que nous accordions un rôle fondamental aux orthopédagogues du milieu scolaire. Chacun, tant chercheur qu'orthopédagogues, a construit son propre répertoire de diagnostics et de stratégies d'intervention. La recherche collaborative comme méthode de recherche a donc été privilégiée (Erikson (1991)).

Desgagnés (1997) dégage trois caractéristiques essentielles à une recherche collaborative. La première est relative à la *coconstruction* d'un objet de connaissance entre un chercheur et des praticiens. Ainsi, dans cette étude, la coconstruction d'un modèle cernant les savoirs d'expérience développé par les orthopédagogues a été

suscitée par le modèle théorique proposé par la chercheure. Les orthopédagogues, quant à elles, utilisent leurs stratégies et leurs savoirs pour reconnaître la logique des erreurs des élèves. Ainsi, du côté de la chercheure universitaire, cela signifie que :

[...] le rôle du chercheur dans le projet collaboratif va s'articuler essentiellement en fonction de baliser et d'orienter, partant du cadre d'exploration qu'il va proposer et qui renvoie au projet théorique lié à l'objet de recherche privilégié, cette compréhension en contexte qui se construit au fil de l'exploration (Desgagnés (1997 : p. 373))

La deuxième caractéristique d'une approche collaborative allie à la fois activités de production de connaissances et de développement professionnel. Durant cette étude, les orthopédagogues considèrent les rencontres comme autant de journées de perfectionnement, alors que la chercheure recueille les données qui permettront d'identifier les éléments des savoirs d'expérience qui apparaissent. La troisième caractéristique d'une recherche collaborative est relative à l'établissement d'une médiation entre communauté de recherche et communauté de pratique. Desgagnés (1997) explique que même si le chercheur assume seul le volet recherche, il doit tenir compte du point de vue de l'acteur praticien en contexte dans tout le processus de recherche. Ainsi, chacune des orthopédagogues a pu intervenir au moment de l'analyse finale des données.

Mode de fonctionnement

Afin d'offrir aux orthopédagogues des moments de discussion qui permettent de s'approprier le modèle d'interprétation décrit, 4 à 6 rencontres ont été prévues, selon les besoins exprimés. Le but de la première rencontre a consisté à présenter le projet et le modèle d'interprétation. Les rencontres suivantes devaient se centrer sur l'un ou l'autre concept mathématique. Ainsi, lors de la deuxième rencontre, nous avons abordé l'apprentissage de la numération à travers le modèle d'interprétation, alors que la troisième rencontre a été consacrée aux situations liées au champ conceptuel des structures additives. Au cours de la quatrième rencontre de groupe, nous avons cherché à dégager un modèle d'interprétation original et à faire la synthèse de l'expérimentation. Les discussions ont été enregistrées afin d'étudier les pas et les difficultés d'appropriation rencontrées par les orthopédagogues.

Trois orthopédagogues ont accepté de participer à cette recherche : Camille, Martine et Sylvie. Elles ont pu expérimenter le modèle d'interprétation durant les interventions régulières se déroulant en classe, en petits groupes ou individuellement afin de l'intégrer à leur travail régulier. Des rencontres individuelles ont permis de discuter le modèle d'interprétation à partir d'un exemple apporté par les participantes. Ces dernières ne sont pas présentées dans le cadre de cet article. Les entrevues entre les enfants et les orthopédagogues ont été enregistrées sur bande vidéo.

Les données ont ensuite été transcrites « verbatim ». Un résumé décrivant l'ordre d'apparition des événements a ensuite été réalisé. Une première catégorisation se dégage (Strauss et Corbin (1990)). À ce moment les préoccupations des orthopédagogues émergent. Un deuxième niveau d'analyse permet d'identifier les difficultés et

les pas d'appropriation (Grossman *et alii* (1999)) menant vers la transformation du modèle d'interprétation des activités cognitives. Un troisième niveau d'analyse permet de répondre aux deux questions de cette recherche.

Résultats

La première rencontre

Rappelons que le but de la première rencontre était de présenter le modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves. Au cours de cette rencontre, trois thèmes ont émergé : les préoccupations des orthopédagogues, leur point de vue sur l'erreur et les premières compréhensions du modèle.

Les préoccupations

D'entrée de jeu, la chercheure rappelle le but de la recherche, soit d'expérimenter un modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves pour le transformer de façon à le rendre pertinent à la pratique orthopédagogique. Les orthopédagogues évoquent ensuite leurs préoccupations. Deux directions émergent. D'abord, toutes trois disent chercher un outil leur permettant d'accompagner un enfant durant son apprentissage. Ensuite, Martine ajoute qu'elle cherche un modèle économique et un modèle « qui s'explique bien ». Alors que la première préoccupation correspond aux retombées possibles du modèle, la seconde semble se situer à un autre niveau. La suite de la rencontre nous permettra éventuellement de mieux comprendre ce que Martine entend par modèle économique et modèle qui s'explique bien.

Discussion autour de la notion d'erreur

Avant de commencer à travailler avec le modèle, la chercheure propose aux orthopédagogues de débiter par une réflexion sur la notion d'erreur, sa nature et son rôle. En effet, le modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves ne mentionne pas de définition à cet égard. Toutefois, en sollicitant les orthopédagogues à travailler à partir des productions des élèves, il devient nécessaire de créer un consensus autour de la notion d'erreur. Deux points de vue semblent apparaître : celui de l'élève qui apprend et celui de l'enseignant qui a des attentes. Ainsi, Martine semble se placer dans la position de l'élève qui apprend. En effet, à partir de l'erreur produite, elle explique qu'elle cherche à identifier s'il s'agit d'un problème d'attention ou de détail pertinent. Pour elle, l'erreur est un indicateur, un prétexte ou un révélateur. Camille et Sylvie, quant à elles, semblent se placer du point de vue de l'enseignant. L'élève qui n'est pas arrivé à répondre selon ce qui était attendu produit une erreur. De plus, pour Sylvie, l'élève manifeste à ce moment une compréhension sans qu'il ne soit toujours possible de la cerner. Pour Camille, l'analyse d'une erreur serait un indice et non l'erreur.

C'est l'analyse de l'erreur qui va, pour moi, devenir un indice de quelque chose, ce n'est pas l'erreur. Alors que celui qui commet l'erreur il n'a même pas [...] réfléchi, il est allé directement, il a commis une erreur et point à la ligne [...] la difficulté, c'est entre le départ et la fin; la difficulté ce n'est pas nécessairement l'arrivée.

Cette discussion permet donc de soulever la question de la distinction entre erreur et faute, puis entre erreur et difficulté. Deux points de vue apparaissent. Pour Camille, la difficulté serait liée au cheminement et l'erreur au résultat alors que pour Martine, la difficulté apparaît au moment où les erreurs deviennent persistantes et récurrentes. Pour Camille, la difficulté ne mène pas nécessairement vers une erreur. Martine propose de considérer l'erreur comme étant occasionnelle.

À partir du moment où elle n'est plus occasionnelle, elle devient persistante, elle crée une difficulté, mais « l'errare » par l'occasion qu'elle provoque elle me permet d'analyser, de m'arrêter, donc elle est un indice pour me dire où elle a pu [...] il y a peut-être quelque chose ici à vérifier à ce moment la difficulté, elle est présente dans le cheminement, dans l'organisation que le jeune se donne [...] Dans l'idée de faute, il y a la culpabilité, le côté moral; j'oublie la faute.

Martine soulève enfin la question suivante : Est-ce que c'est une difficulté de ne pas pouvoir maintenir cette tension jusqu'à la fin? La chercheuse propose de venir pour l'instant que l'erreur peut être un indice, mais que cet indice ne sera perceptible pour l'élève que dans le cas où une intervention permettrait de mettre en lumière un paradoxe (conflit cognitif). Camille peut ainsi s'expliquer le peu de résultats d'une pratique particulière : « C'est pour cela que souvent on va leur dire relis-toi et ça ne donne rien, il n'y a rien qui se passe ».

Un modèle d'interprétation des activités cognitives de l'élève

La présentation du modèle d'interprétation des activités cognitives de l'élève permet d'approcher leurs modèles d'intervention. À partir d'une erreur de calcul observée chez un élève de Martine ($8 + 7 = 16$), la chercheuse conduit les orthopédagogues à poser des hypothèses sur les représentations mentales évoquées par l'élève de même que sur les procédures utilisées et les réflexions à élaborer à la suite de ce résultat. Martine évoque un problème de mémorisation ou de latéralité, puis questionne une intervention qui cherche à confronter les élèves avec des réponses différentes des leurs. Elle craint que ce type d'intervention ne rejoigne pas la population visée. Camille reconnaît que ce type d'intervention permet de partir de la production de l'élève.

Donc, tu gardes ce qu'il y a de bon, plutôt que de lui suggérer quelque chose d'autre. Plutôt que de lui dire apprends tes tables, tu lui fais voir [...] jusque-là ça va, il ne resterait que ça à modifier.

Enfin, l'étude du protocole d'un élève laisse émerger une confusion entre représentation mentale et procédure, deux des trois composantes du modèle d'interprétation à l'étude. C'est une question portant sur la prise de conscience de l'élève qui semble faciliter l'identification des procédures de l'élève. Martine demeure toutefois préoccupée par le transfert des apprentissages.

Au terme de cette première rencontre, il semble donc qu'une variété de préoccupations et de conceptions de l'erreur influence la familiarisation avec le modèle proposé. Des préoccupations relatives à l'économie et au transfert des apprentissages apparaissent lorsque la conception de l'erreur est liée au point de vue de l'élève. Des préoccupations liées à l'accompagnement laissent émerger une conception de l'erreur selon le point de vue de l'intervenant-e.

La deuxième rencontre

La deuxième rencontre permet aux orthopédagogues de discuter à partir de leurs expériences d'intervention. Cette discussion débute par le rappel du but du projet et par un bref retour sur la définition de l'erreur. Elle met ensuite en lumière les difficultés d'appropriation et les pas d'appropriation du modèle d'interprétation.

Camille avoue sa difficulté à utiliser le modèle. La description de son expérience permet de reconnaître qu'elle utilise un objectif du programme d'études en mathématiques comme point de départ de son intervention plutôt qu'une production de l'élève⁴. En portant une attention aux représentations mentales des élèves, le modèle d'interprétation semble inviter Camille à proposer un matériel à l'élève. Le modèle ne semble toutefois pas l'aider à interpréter la difficulté de son élève. En effet, elle est étonnée par les résultats de son élève qui « se perd dans son comptage ». Cette difficulté d'interprétation conduit Martine à demander : Quand est-ce que tu vas l'utiliser [le modèle d'interprétation]? ». Ce questionnement conduit Camille à prendre conscience que l'intervention générée par le modèle d'interprétation se réalise sous la forme d'un questionnement. Il s'agit ici d'un premier pas d'appropriation. Ce pas relance l'intervention à offrir à l'élève.

Ça me dit que finalement au niveau de la prochaine rencontre, je⁵ vais reprendre ça, mais en retravaillant à partir de ce que tu viens de dire, en la questionnant par rapport à ses manipulations.

Martine conçoit l'erreur (la conservation d'unité de mesure de quantité telle la dizaine ou la centaine) comme une indication selon laquelle cette élève manifeste un manque de tonus « mentalement ». Les échanges permettent de discuter de lenteur intellectuelle pour préciser que dans le cadre de ce modèle, l'intelligence n'est pas une mesure fixée. Ce constat semble permettre un deuxième pas d'appropriation.

Sylvie présente ensuite son expérimentation. Son élève devait effectuer une soustraction à partir du nombre 150, illustré par une centaine et cinq dizaines.

4. L'orthopédagogue présente la tâche : Elle avait les 100 jetons, je lui demande : « Est-ce que tu es capable de me les compter comme on faisait ici, mais en les regroupant pour que ce soit plus facile pour moi de les compter? ».

5. Le pronom personnel « je » a été conservé à l'intérieur de chaque citation.

Toutefois, l'élève n'a pu reconnaître le nombre 150 à partir de l'illustration du nombre qui lui a été présentée. Sylvie ajoute : « On dirait qu'elle est très, très rigide aussi au niveau du matériel. Elle ne peut pas non plus dire qu'un jeton, ça peut être une unité ». L'échange qui porte sur l'interprétation à donner aux verbalisations des élèves se déplace vers la notion de coordinations partielles. Camille exprime ensuite ce qui semble être un troisième pas d'appropriation. Le modèle permettrait de comprendre la source des erreurs souvent qualifiées d'inattention.

Alors que parfois on a l'impression que [l'élève] n'était pas attentif [...] on va mettre ça sur la faute de plein de choses [...] ça serait peut-être dû aux coordinations partielles.

Ce troisième pas d'appropriation conduit les orthopédagogues à questionner l'organisation de leur travail, l'importance du suivi de l'élève avec l'enseignante et enfin, le perfectionnement des enseignants et des enseignantes par rapport au modèle d'interprétation utilisé. Martine évoque une difficulté à intégrer les modèles implicites des manuels scolaires utilisés et un « modèle d'explications plus générales ».

[...] Si on travaille sans comprendre la démarche de l'enseignement avec un modèle d'interprétation mathématique, c'est possible que certains enfants présentent une confusion, temporaire, parce qu'ils ne reconnaîtront pas nos propos par rapport à ce qui est enseigné dans la classe [...] (Martine)

Il semble surgir une confusion entre l'interprétation faite par l'orthopédagogue et l'intervention dans laquelle une orthopédagogue ou une enseignante planifie une approche. La chercheure rappelle que le but de la recherche est de s'approprier le modèle à l'étude afin d'en identifier les forces et les limites.

La présentation de l'expérimentation de Martine se fait en deux temps. Dans un premier temps, elle laisse apparaître son modèle d'intervention en le situant par rapport aux besoins de son élève. Cet élève appliquerait des procédures qui s'appuient sur la mémorisation et peu sur la réflexion. Martine mise donc sur l'économie de temps en privilégiant une procédure (qu'elle appelle modèle) à mémoriser. Elle évoque d'ailleurs la pertinence de la mémorisation puisqu'il s'agit d'un mode de fonctionnement habituel pour l'élève et éventuellement une façon familiale d'apprendre. L'élève propose de réaliser l'opération suivante « $3 \frac{4}{5} - 4 \frac{1}{2}$ »⁶, ce qui surprend Martine. Lors de la discussion, une relation est établie entre la notion de mémoire et celle de représentation mentale. L'échange qui suit permet une discussion sur le modèle de LaGaranderie (1981) comparativement au modèle d'interprétation des activités cognitives de l'élève qui est mis à l'épreuve. Toutefois, l'interprétation de l'expérimentation sera interrompue pour laisser place à l'expérimentation de Sylvie présentée ci-dessus.

6. Ce qui correspond aux fractions $19/5 - 9/2 =$, puis à la mise en place d'un dénominateur commun $38-45/10 = -7/10$.

Au moment de reprendre la description de son intervention, Martine situe le développement social, familial et scolaire de son élève de niveau secondaire. Elle ajoute :

Mon interprétation est qu'au niveau de l'intelligence, il a des limites. Ces limites lui permettent quand même d'apprendre des choses, mais [...] ne lui permettent pas de généraliser dans tout.

Martine rappelle que les questions formulées au moment de son expérimentation portent de façon alternative sur les connaissances des nombres négatifs, sur le vocabulaire utilisé et sur la procédure proposée par l'enseignant, ou encore sur celle qu'il pourrait utiliser. Ce type de question semble conduire l'élève vers le rappel des procédures apprises en classe. « Non, mon prof m'a dit qu'il fallait doubler la fraction », dira-t-il. Une confusion entre $\frac{3}{5}$ et $\frac{30}{10}$ au moment de transformer le nombre $3\frac{4}{5}$ en fractions étonne Martine.

Là quand il me dit, ça faisait trente dixièmes ($\frac{30}{10}$) parce que je pense que lorsqu'il veut prendre la multiplication, là, cette procédure-là ici, parce que là il le fait de mémoire.

La suite de l'expérimentation avec son élève conduit Martine à proposer une deuxième, puis une troisième opération en portant une attention sur les procédures de transformation des expressions fractionnaires en fractions.

La discussion se poursuit par une interprétation portant sur la description complétée. Cette discussion permet d'abord à Martine de reconnaître que son élève a identifié toutes les étapes. Ensuite, Martine est en mesure de reconnaître que les représentations mentales de son élève sont essentiellement issues du modèle d'enseignement offert. Les procédures, quant à elles, semblent correspondre à une reproduction des méthodes mémorisées. Martine reconnaît que la mémoire sollicitée ne permet pas une réflexion personnelle à son élève, mais plutôt une dépendance à la réponse attendue. La discussion qui suit semble mener Camille vers un quatrième pas d'appropriation. En effet, elle propose à Martine de réaliser une intervention sur la notion de fraction. Cette proposition ne satisfait pas Martine qui remet en question le fait de délaissier l'algorithme de la soustraction de fractions en utilisant un argument d'économie. Un cinquième pas d'appropriation semble surgir au moment où Martine explique : « [...] au lieu de lui en donner un autre [problème], il aurait fallu passer directement à la manipulation de celui-là. Rester sur celui-là ».

La synthèse réalisée à la fin de la rencontre permet aux orthopédagogues de préciser qu'elles préfèrent travailler à partir de leurs expériences. Camille reconnaît notamment l'importance de l'expérimentation dans l'appropriation du modèle.

Ça me permet de saisir un peu plus mon fonctionnement. Pour être capable de le mettre plus de côté pour être, peut-être, plus à l'écoute de ce que l'enfant va me donner comme matériel.

Pour Sylvie, c'est le fait de décortiquer ce qu'on entend par procédures, réflexions et représentations mentales qui facilite l'appropriation du modèle d'appropriation.

Quant à Martine, elle dit éprouver de la difficulté à intégrer un nouveau modèle à ceux qu'elle connaît.

En conclusion, cette rencontre semble avoir permis aux orthopédagogues de mettre en lumière leur modèle d'intervention respectif. Ainsi, Martine semble intervenir en privilégiant la mémorisation par souci d'économie, alors que Camille et Sylvie semblent proposer des activités à partir des objectifs d'apprentissage. En outre, les pas d'appropriation du modèle d'interprétation sont exprimés essentiellement par Camille. En effet, elle reconnaît d'abord que l'intervention se réalise sous la forme d'un questionnement, puis que le modèle s'appuie sur un postulat selon lequel l'intelligence n'est pas une mesure fixe. Dans un troisième temps, elle reconnaît que le modèle facilite la compréhension de la source des erreurs dites d'inattention et la création d'une intervention originale. Enfin, elle accorde une importance à l'exploitation d'une situation d'apprentissage.

Quatre difficultés sont exprimées durant cette rencontre. La première relève de l'identification du point de départ de l'intervention. En effet, alors que le programme d'études en cours à ce moment invitait les intervenants et les intervenantes à s'appuyer sur des objectifs d'apprentissage, le modèle les conviait à utiliser les productions des élèves comme point de départ de l'intervention. La deuxième difficulté touche l'interprétation des réalisations des élèves. En effet, ce modèle invite les orthopédagogues à catégoriser les activités de l'élève plutôt qu'à les décrire. La troisième concerne l'intégration des différents modèles connus, plus particulièrement pour Martine. Enfin, la quatrième touche le rythme d'apprentissage.

La troisième rencontre

Le but de la troisième rencontre est de poursuivre la familiarisation avec le modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves. Martine est absente. Camille et Sylvie réalisent de nouveaux pas d'appropriation à travers l'explicitation de leurs expérimentations.

Une démarche à partir des productions des élèves

Camille présente son intervention auprès d'un élève de 5^e année. Elle note d'abord sa très grande lenteur d'exécution lors d'une évaluation sommative. De plus, au moment de cette production, l'élève aurait laissé très peu de traces de son travail, ce qui a incité Camille à réaliser l'expérimentation afin « de revérifier [...] ce qui s'est passé dans sa tête ».

Camille débute donc son entretien à partir de la production portant sur la recherche de dizaines dans le nombre 1 250, ce qui est différent de l'expérimentation présentée au moment de la deuxième rencontre. En outre, elle invite l'élève à expliquer le résultat obtenu, à comparer sa démarche par rapport à ce qui est demandé dans la situation et enfin, à identifier l'opération mathématique qui pourrait faciliter la recherche de la solution. Camille décrit ainsi une intervention dans laquelle elle privilégie la recherche du sens de l'élève plutôt que la mémorisation d'une procédure déjà utilisée par ce dernier.

Et puis là, ce que je sentais, c'est qu'il connectait plus avec, si tu veux, quelque chose de sûr. Il me disait des chiffres vraiment au hasard, mais qui avaient quand même un lien parce que je me suis dit 2 000 (deux milles), 20 000 (vingt milles).

L'identification des procédures utilisées par l'élève facilite la reconnaissance des représentations mentales privilégiées par l'élève, représentations mentales sollicitées durant l'entrevue avec l'élève. C'est à ce moment que Camille a pu identifier, chez l'élève, une confusion entre la position de la dizaine dans un nombre et la quantité totale de dizaines dans un nombre⁷. L'échange peut alors porter sur une intervention qui tente de susciter le déplacement des représentations mentales de l'élève. Camille exprime ensuite sa surprise devant des productions correctes de l'élève au moment où d'autres posent problème. Un nouveau pas d'appropriation semble apparaître. Elle poursuit sa réflexion en établissant une correspondance entre représentations mentales et automatismes, puis elle reconnaît l'importance du sentiment de nécessité ressenti par l'élève dans une démarche de compréhension. C'est aussi à ce moment qu'elle pense orienter son intervention différemment.

J'ai un peu plus de poignées, si je peux dire, pour intervenir, dans le sens où je vais faire des interventions moins par essais-erreurs. Je vais faire des interventions en ciblant par exemple les représentations mentales à coordonner avec des procédures et la prise de conscience à développer pour qu'il puisse généraliser ensuite. Puis éventuellement, comparer la procédure qu'il avait utilisée au début avec celle à laquelle tu l'as amené pour voir les avantages, les inconvénients avec lui...

Sylvie poursuit par la description de son expérimentation. Sa description nous permet de reconnaître son modèle d'intervention personnel pour un problème d'ajout et de retrait⁸. Son questionnement débute par une recherche de sens : « Qu'est-ce qu'on cherche dans ce problème-là? ». À partir de ce questionnement, elle invite son élève à illustrer le contexte évoqué par le problème et à identifier les mots qui donnent un sens à la démarche à entreprendre. Elle constate le peu de succès de la deuxième question par rapport à la première, puis la difficulté de son élève à associer l'opération de soustraction au contexte réaliste du problème proposé. Le fait de solliciter son élève à illustrer la situation proposée semble lui avoir permis de donner un sens au problème pour y trouver une solution. Sylvie interprète ensuite la production de l'élève en soulignant les difficultés liées au vocabulaire et à la compréhension du texte. Elle poursuit son interprétation en disant :

7. Il est fréquent de formuler deux types de questions portant sur la numération : Quel chiffre occupe la position des dizaines (dans 1 250 par exemple)? Combien de dizaines y a-t-il dans le nombre (1 250 par exemple)?

8. Ce matin, il y a trente-quatre élèves dans l'autobus scolaire. Le chauffeur s'est arrêté pour laisser descendre trente élèves à l'école. En continuant son parcours il a fait monter huit élèves. Combien y avait-il d'élèves dans l'autobus à l'arrivée à l'école?

Il y a une représentation mentale initiale, mais c'est plus une représentation mentale du travail à faire en mathématiques [...] Mais pas des relations à l'intérieur de ce type de problème-là. »

À cette occasion, Sylvie manifeste d'un nouveau pas d'appropriation. En effet, lui est possible de reconnaître que l'illustration sollicitée a conduit son élève à déplacer ses représentations mentales. En effet, l'élève a pris en compte les nombres, puis les relations entre les données de la situation.

L'échange se poursuit à propos de la complexification des procédures des élèves et de l'importance de l'identification du type de coordinations réalisé par les élèves. La lecture d'un protocole d'élève permet aux orthopédagogues de discuter d'un problème de réunion⁹ (DeBlois (1997a)) puis d'un problème de comparaison¹⁰ (DeBlois (1997b)). Les procédures sont plus faciles à identifier que les représentations mentales. En effet, les représentations mentales doivent être inférées à partir des procédures. Lorsque Camille identifie le moment où il est possible de reconnaître les représentations mentales initiales d'un élève, elle semble s'approprier le concept de « réflexion », la troisième composante du modèle d'interprétation. Un nouveau pas d'appropriation émerge.

Finale, c'est de toujours, repartir de ce que l'élève nous dit. (Pause)

Qui permet [...] qu'elles aillent un peu, qu'elles aillent un peu plus loin. Ou qui [...] précise finalement ce qu'ils font.

En somme, les orthopédagogues semblent adopter une attitude d'analyse au cours de cette rencontre. Les pas d'appropriation sont moins nombreux qu'à la deuxième rencontre. Ils sont apparus autant chez Sylvie que chez Camille. Elles reconnaissent l'importance d'utiliser à la fois la production de l'élève comme point de départ et l'émergence d'un sentiment de nécessité. Elles attribuent à l'illustration de la situation la fonction de déplacer les représentations mentales initiales de leur élève. Par exemple, l'élève prend en compte les relations entre les données de la situation plutôt que les nombres. Des difficultés sont toujours présentes à l'égard des représentations mentales initiales à inférer.

La quatrième rencontre

Cette rencontre a suivi des entrevues individuelles avec les orthopédagogues. Les buts visés par cette rencontre étaient de mettre en commun les premières impressions à la suite des expérimentations et de transformer le modèle d'interprétation expérimenté.

9. Cet automne, vous êtes allés cueillir des pommes. Tu as cueilli 420 pommes. Simon a cueilli 265 pommes. Carmen en a cueilli 315. Vous mettez toutes vos pommes dans le même sac. Combien de pommes sont dans le grand sac? Caroline additionne les trois nombres. Elle trouve 1000. Ce qui est correct. L'orthopédagogue demande alors s'il y a plus de pommes dans le grand sac, qui contient les trois sacs, ou dans son sac de pommes à elle, qui contient 420 pommes. Caroline croit d'abord que son sac contient plus de pommes. Puis elle constate qu'il y a plus de pommes dans le grand sac parce qu'il y a plus de chiffres. Il y a trois nombres plutôt qu'un seul nombre.

10. Tu as 13 autocollants, ton ami Maxime en a 7. Combien d'autocollants as-tu de plus que Maxime?

Le retour sur les expérimentations

Le retour sur les premières impressions met en lumière les retombées des expérimentations réalisées. Des remarques portent sur le choix de l'élève, l'apport du modèle et l'utilisation de la bande vidéo.

Camille et Sylvie s'accordent pour dire qu'elles ont choisi d'expérimenter ce modèle avec un élève qui avait été identifié à l'école comme étant un cas d'élève « frontière sur le plan intellectuel ». Toutefois, elles souhaiteraient réaliser une expérimentation semblable avec un élève qui ne présente pas cette difficulté. Camille avoue qu'elle a pu constater, chez son élève, un « immense » besoin de plaire et de faire ce qu'on attend d'elle. Camille ajoute :

Ce type d'enfant est très difficile [à] faire bouger mentalement [...] J'avais bon espoir de sa capacité de se mobiliser différemment avec autant de travail, avec autant de manipulations, de temps et, à la dernière entrevue, il n'y avait à peu près rien qui s'était passé.

Pour Camille, l'utilisation de la bande vidéo semble avoir contribué à l'expérimentation d'une façon particulière. En effet, elle considère la bande vidéo comme un véritable outil qui alimente les discussions avec les parents et les intervenants-es de l'école. En outre, cet outil a conduit son élève à s'observer et à faire des prises de conscience. Par exemple, l'élève a cherché à diminuer ses manies.

Alors que Martine reconnaît qu'elle n'a pas utilisé le modèle durant ses expérimentations, Sylvie et Camille rapportent que l'utilisation du modèle d'interprétation ne leur a pas permis de voir des changements de compréhension notables chez leur élève. Ce modèle d'interprétation leur aurait toutefois permis de préciser la nature des difficultés de leur élève afin de mettre en place une intervention individuelle qui aurait fourni « une mine d'informations ». Tant Sylvie que Camille identifient comme problématique la « rigidité mentale » de leur élève. La contre-argumentation ne semble pas susciter de remise en question chez leur élève. « Elle revient à sa façon de résoudre » résume Camille. Sylvie ajoute que son élève semble se fixer sur les données du problème sans établir de relations entre elles. C'est d'ailleurs, à leur avis, leur plus grande déception.

J'ai toujours cru que la pensée pouvait être mobile. Cela ne se peut pas qu'un enfant ait cette rigidité. Tous les enfants peuvent changer des choses sur le plan intellectuel. L'élève s'est sentie soutenue dans le travail qu'elle faisait, mais ma déception, c'est de me buter à un mur. C'est comme cristallisée.

Les conceptions à l'égard de leur travail apparaissent ensuite. Ainsi, Camille précise que son travail consiste à préciser la nature des problèmes pour proposer des interventions en fonction de la nature des difficultés. Enfin, des difficultés à l'égard de l'utilisation du modèle apparaissent. Ce modèle d'interprétation nécessiterait de voir différemment et d'investir du temps. La reconnaissance de ces difficultés amène les orthopédagogues à questionner leur propre « rigidité » comme elles l'avaient fait pour leur élève.

Un modèle d'interprétation transformé

L'activité qui suit met en lumière les modèles respectifs de chacune des orthopédagogues pour ensuite les intégrer dans un seul modèle sur lequel nous nous mettons d'accord. Il est intéressant de souligner qu'au moment de la présentation des réflexions de chacune, un point de vue particulier apparaît. En effet, elles proposent des modèles qui décrivent leur propre mode de fonctionnement. Ainsi, Camille insiste sur les problèmes en termes de situations de la vie quotidienne et, par conséquent, sur le matériel offert aux élèves. Ces composantes l'aident à se situer avant de s'attarder aux représentations mentales initiales de l'élève. Elle considère ensuite les relations établies entre ce que l'élève connaît déjà et la situation proposée et enfin, les procédures de son élève. Martine, quant à elle, fait d'abord apparaître une étape appelée appropriation de la situation ou représentation du contexte par l'élève. Ensuite, elle identifie l'importance de dégager le sens de la question pouvant amener l'élève à préciser l'événement à résoudre. Enfin, l'usage de procédures implique d'opérer des séquences pour arriver à un résultat. Sylvie insiste sur l'organisation que l'élève doit donner à sa pensée et au temps que l'intervenante doit laisser. Elle s'attarde ensuite à l'importance de la manipulation des données qui permet à l'élève d'élaborer une représentation de la situation, aux procédures de l'élève et enfin à une étape de correction, étape qui n'a jamais encore été évoquée.

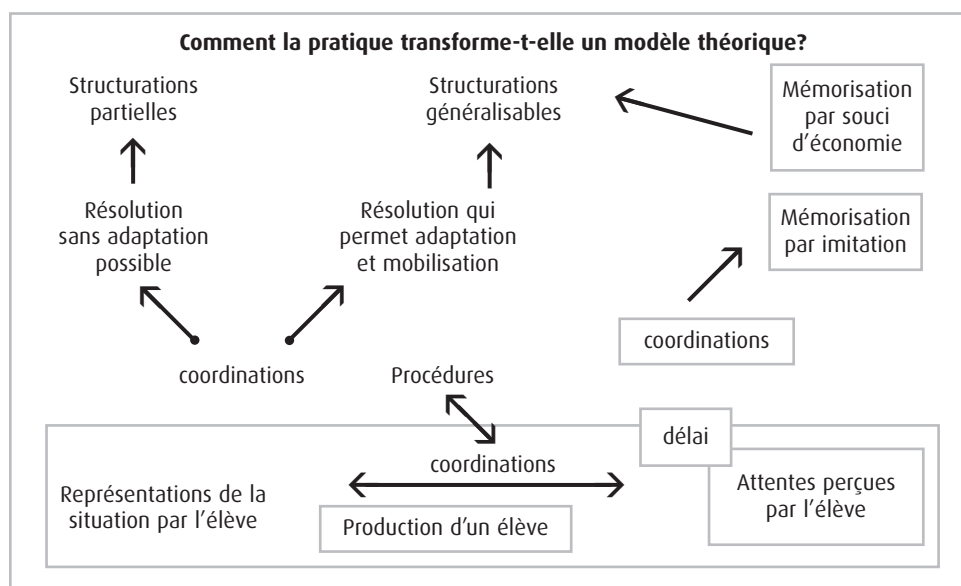
La discussion qui suit permet de reconnaître que toutes trois sont à la recherche des représentations que l'élève se donne de la situation. À ce propos, manipulations, questionnements et dessins doivent être intégrés à la représentation mentale. Martine évoque la propension des élèves rencontrés à attendre que quelqu'un déclenche un processus. Toutes trois reconnaissent aussi le besoin de se comprendre afin de comprendre l'élève. Ainsi, sur un axe qui situerait l'intervenant à une extrémité et l'élève à l'autre, elles reconnaissent parfois assimiler leur activité cognitive personnelle à celle de l'élève. Martine questionne le but du modèle d'interprétation des activités cognitives de l'élève. Une confusion apparaît entre le modèle d'intervention et un modèle offrant un portrait des forces de l'élève. La question proposée par la chercheuse est discutée : « Est-il possible de créer un modèle d'interprétation pour l'élève? »

La chercheuse propose un modèle d'interprétation modifiée à la lumière des analyses préliminaires. Ce modèle d'interprétation transformé conduit les orthopédagogues à poursuivre leur réflexion. Ces dernières situent le nouveau modèle de la chercheuse « au milieu » entre l'élève et l'intervenante. Sylvie ajoute que le modèle de la chercheuse l'amène à rejoindre l'élève plutôt que d'essayer de proposer un modèle de résolution. Un pas d'appropriation surgit. Martine reconnaît qu'ultimement, la création d'un modèle par l'élève est souhaitée. Quant à Camille, elle exprime un doute.

Ça fait tellement d'années que j'interviens en pensant que je laisse la place à l'élève et finalement je ne lui en laisse pas tant que ça. C'est pour ça que je propose des situations qui viennent de lui, authentiques, signifiantes.

Cette seconde prise de conscience conduit Martine à se questionner sur le rôle de l'école. Les orthopédagogues ne semblent pas sentir la nécessité de créer un consensus autour d'un modèle d'interprétation. Elles adoptent toutefois le modèle modifié par la chercheuse en proposant de mettre en lumière la simultanéité entre les attentes perçues par l'élève et ses représentations mentales initiales, le délai et le choix des procédures des élèves et enfin, la distinction entre mémorisation d'une démarche par souci d'économie et mémorisation par imitation. Les éléments nouveaux sont inscrits dans des cadres.

Tableau 2 : **Comment la pratique transforme-t-elle un modèle théorique?**



Discussion et interprétation

Le but de l'expérimentation était de permettre à des orthopédagogues de s'approprier un modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves et de le transformer. Deux questions étaient posées : Comment un modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves modifie-il une intervention? Comment la pratique peut-elle transformer un modèle théorique? Cette expérimentation a permis de constater non seulement l'implication d'une telle expérimentation mais aussi d'identifier les difficultés rencontrées, les pas d'appropriation de même que les modèles personnels d'intervention qui ont surgi durant les rencontres.

Influence de l'interprétation sur l'intervention

Il a été possible de reconnaître que les moments d'étonnement ou de surprise exprimés par les orthopédagogues correspondaient à chaque fois à une difficulté à

interpréter les productions de leur élève. De plus, nous avons pu constater que le fait que le modèle les invite à porter une attention particulière aux représentations mentales de leur élève suscitait l'utilisation de matériel ou de l'illustration par le dessin. Cette attention a donc conduit les orthopédagogues à solliciter une activité de la part de leur élève. Les orthopédagogues ont pu constater, et ce plus particulièrement au cours de la troisième rencontre, que le fait que leur élève illustre la situation a facilité le déplacement des représentations mentales de l'élève. Par exemple, plutôt que de considérer uniquement les nombres des problèmes proposés, les élèves ont pris en compte les relations entre les nombres.

Les difficultés

Différentes difficultés ont été évoquées durant l'expérimentation. Ainsi, au moment de la présentation du modèle d'interprétation, une confusion apparaît entre représentation mentale et procédures de l'élève. Au fur et à mesure des rencontres, ces difficultés se précisent. Dans un premier temps, il leur était difficile d'identifier le moment à partir duquel elles pouvaient utiliser le modèle. Une des sources de ce problème pourrait être issue de leur modèle d'interprétation personnel et de l'intervention privilégiée par ce dernier. En effet, elles choisissent le plus souvent de débiter leur questionnement à partir de la situation proposée à l'élève plutôt qu'à partir de la production de l'élève. De plus, il leur semble difficile d'intégrer les différents modèles qui leur sont proposés implicitement dans les manuels scolaires. En outre, l'identification des représentations mentales des élèves demeure difficile durant toute l'expérimentation puisqu'elle implique notamment la réalisation d'une analyse conceptuelle sommaire. Enfin, la principale difficulté évoquée en rapport avec leur élève est relative à la reconnaissance d'une forme de rigidité de la pensée et à l'identification du besoin de plaire chez ce dernier.

La confusion entre modèle d'intervention et modèle d'interprétation semble le fil conducteur liant les problèmes soulevés par les orthopédagogues. Elles reconnaissent d'ailleurs que l'appropriation de ce modèle nécessite de « voir autrement ». Cette confusion pourrait expliquer le fait qu'elles reconnaissent que le modèle d'interprétation à expérimenter ne leur a pas permis de constater de changements notables chez leur élève, mais leur a permis de mieux comprendre leur élève. Le temps semble enfin un facteur déterminant.

Les pas d'appropriation

Différentes prises de conscience sont apparues durant les rencontres. Ces prises de conscience réalisées par l'une ou l'autre ont été considérées comme des pas suscitant l'appropriation du modèle. La première prise de conscience est apparue durant la première rencontre, au moment où une orthopédagogue reconnaît que ce modèle nécessite de partir de la production d'un élève. À la suite de la deuxième rencontre, les orthopédagogues prennent conscience que l'appropriation du modèle suscite une intervention par le questionnement, que l'intelligence n'est pas une mesure fixée, qu'il leur est possible de comprendre la source des erreurs souvent qualifiées d'inattention. Un niveau différent de réflexion apparaît ensuite. Ces premiers pas

d'appropriation les conduisent à développer une intervention qui s'attarde à un concept mathématique plutôt qu'à une situation en particulier, puis à exploiter ce concept plutôt qu'à proposer de refaire un exercice semblable. Elles reconnaissent ensuite mieux comprendre leur mode de fonctionnement. De nouvelles prises de conscience naissent. Elles reconnaissent l'importance pour l'élève de sentir la nécessité de modifier sa compréhension, l'impact de la sollicitation à illustrer et enfin l'importance de partir des réponses de l'élève.

Conclusion

En conclusion, cette étude présente le cheminement d'un modèle théorique vers la pratique. L'expérimentation du modèle a suscité sa transformation. En effet, des éléments du contrat didactique ont été intégrés (Brousseau (1981)), ce qui raffine le modèle théorique initial. D'autre part, cette recherche a contribué à reconnaître l'influence de l'interprétation des intervenants-es sur le choix des interventions. Les retombées de cette recherche nous interpellent d'abord quant à l'importance de démystifier le regard porté par les différents partenaires sur la recherche et l'émergence de ses résultats afin d'en apprécier la portée. Ainsi, le fait de permettre aux différents partenaires d'identifier leur modèle d'interprétation personnel en précisant, par exemple, les composantes de ce dernier, a conduit à « théoriser » leurs actions. Les principes qui régulent leurs actions de même que les limites de certaines actions ont pu être identifiés, discutés et comparés avec ceux du modèle expérimenté. Un modèle théorique suffisamment souple pour susciter une transformation semble contribuer à cette démystification. En effet, cette souplesse rend possible l'intégration des préoccupations et des contraintes des différents partenaires de la formation. En effet, la pratique scolaire exige d'adapter ses préoccupations en fonction des contraintes du milieu. Ces préoccupations ont eu pour conséquence de mener à une confusion entre modèle d'interprétation et modèle d'intervention. Dans le cadre de cette recherche les préoccupations des orthopédagogues se concentrent sur l'apprentissage d'une population d'élèves qui éprouvent des difficultés en mathématiques. L'orthopédagogue doit donc adapter ses outils conceptuels à un contexte donné et à un élève particulier. Cela rend-il pour autant nécessaire le développement d'une didactique des mathématiques spécifique? Pour répondre à cette question, il faudra étudier les pratiques des enseignants-es d'une classe régulière. Une étude est en cours actuellement. Éventuellement, il serait possible de constater que la didactique des mathématiques offre un champ de connaissances qui permet de répondre aux préoccupations des intervenants-es et aux besoins des élèves sans qu'il ne soit nécessaire d'y distinguer une spécificité. Ainsi, la notion de spécificité serait à attribuer à l'intervention en adaptation scolaire plutôt qu'au champ de savoir qu'est la didactique.

Références bibliographiques

- Brousseau, G. (1983). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7 (2), pp. 33-115.
- Cange C., Favre, J.-M. (2003). L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs? IN *Éducation et francophonie*, Vol. XXXI, No. 2, Automne 2003, Québec : ACELF.
- Carpenter T.P., Hiebert J., Moser J.M. (1979). *The effect of problem structure on first-graders' initial solution processes for simple addition and subtraction problems*. Madison : Wisconsin Research and Development Center for Individualized Schooling.
- Carpenter T.P., Moser J.M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. IN *Addition and subtraction : A cognitive perspective*, T.P. Carpenter, J.M. Moser, T.A. Romberg (eds), Hillsdale (N.J.) : Erlbaum.
- Case, R. (1982). General developmental influences on the acquisition of elementary concepts and algorithms in arithmetic. IN *Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective*, LEA publishers, New Jersey : Hillsdale, pp. 156-170.
- DeBlois, L. (2001). Un modèle d'interprétation des activités cognitives pour des élèves qui éprouvent des difficultés d'apprentissage en mathématiques. IN *Actes du colloque Constructivismes : usages et perspectives en éducation*, Vol. 2 (CD-Rom), Genève : SRED, pp. 565-573.
- DeBlois, L. (1997a). Trois élèves en difficulté devant des situations de réunion et de complément. IN *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 34, Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1, pp. 67-96.
- DeBlois, L. (1997b). Quand additionner et soustraire implique comparer. IN *Éducation et Francophonie*, Vol. XXV, No 1, Québec : Association canadienne d'éducation en langue française - ACELF, pp. 102-120
<http://www.acef.ca/revue/XXV1/articles/rxxv1-08.html>.
- DeBlois, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Grenoble : Les Éditions La pensée sauvage, Vol. 16 (1), pp. 71-128.
- DeBlois, L., Squalli, H. (2001). Une modélisation des savoirs d'expérience des orthopédagogues intervenant en mathématiques. IN *Difficultés d'apprentissage et enseignement : évaluation et intervention*, Sherbrooke : Éditions du CRP, pp. 155-178.
- Desgagnés, S. (1997). La recherche collaborative. IN *Revue des Sciences de l'éducation*, Vol. XXIII (3), Montréal, pp. 370-393.

- Duval, L., Tardif, M., Gauthier, C. (1995). *L'évolution du champ de l'adaptation scolaire des années 1930 jusqu'à nos jours*. Sherbrooke : Éditions du CRP.
- Erickson, G. (1991). Collaborative Inquiry and the Professional Development of Science Teachers. IN *The Journal of Educational Thought*, Vol. 25, No. 3, December, pp. 228-245.
- Herscovics, N., Bergeron, J. (1989). Un modèle de la compréhension pour décrire la construction de schèmes conceptuels mathématiques. IN *Actes de la 41^{ième} rencontre de la Commission Internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques*. Bruxelles, pp. 139-147.
- MEQ - Ministère de l'éducation du Québec (1976). *Rapport du Comité provincial sur l'enfance exceptionnelle* (COPEX). Ministère de l'éducation du Québec, Québec : Gouvernement du Québec.
- MEQ - Ministère de l'éducation du Québec (1978). *L'enfance en difficulté d'adaptation et d'apprentissage. L'École québécoise. Énoncé de politique et plan d'action*. Ministère de l'éducation du Québec, Québec : Gouvernement du Québec.
- MEQ - Ministère de l'éducation du Québec (1986). *Vivre à l'école. Cadre d'organisation des services complémentaires à l'enseignement*. Direction de l'adaptation scolaire et des services complémentaires, Ministère de l'éducation du Québec, Québec : Gouvernement du Québec.
- MEQ - Ministère de l'éducation du Québec (1992). *La réussite pour elles et eux aussi. Mise à jour de la politique de l'adaptation scolaire*. Direction de l'adaptation scolaire et des services complémentaires, Ministère de l'éducation du Québec, Québec : Gouvernement du Québec.
- MEQ - Ministère de l'éducation du Québec (1996). *L'intégration scolaire des élèves handicapés et en difficulté*. Exposé de la situation. Conseil supérieur de l'éducation, Ministère de l'éducation du Québec, Québec : Gouvernement du Québec.
- MEQ - Ministère de l'éducation du Québec (2000). *Une école adaptée à tous ses élèves. Prendre le virage du succès*. Politique de l'adaptation scolaire. (19-6509, 19-6509-A), Ministère de l'éducation du Québec, Québec : Gouvernement du Québec.
- Grossman, P.L., Smagorinsky, P., Valencia, S. (1999). Appropriating tools for teaching english: A theoretical framework for research on learning to teach. IN *American Journal of Education*, Vol. 108.
- Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE), (1994). *L'intégration scolaire des enfants et adolescents handicapés: ambitions, théories et pratiques*, OCDE
- Piaget, J. (1977). *Recherches sur l'abstraction réfléchissante 1*. L'abstraction de l'ordre des relations logico-mathématiques. Paris : Presses universitaires de France.

- Pirie, S.E.B., Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how we represent? IN *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 26, pp. 165-190.
- Stern E. (1993). What Makes Certain Arithmetic Word Problems Involving the Comparison of Sets So Difficult for Children? IN *Journal of Educational Psychology*, Vol. 85 (1), pp. 7-23.
- Strauss, A.L., Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research. Grounded theory procedures and techniques*. London : Publications Sage.
- Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 10. (2-3), Grenoble : Les Éditions La pensée sauvage, pp. 133-170.
- Verschaffel L. (1994). Using retelling data to study elementary school children's representations and solutions of compare problems. IN *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 25 (2), pp. 141-165.

L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs?

Christian CANGE

Domaine de l'enseignement spécialisé, HEP-Vaud, Lausanne, Suisse

Jean-Michel FAVRE

Domaine de l'enseignement spécialisé, HEP-Vaud, Lausanne, Suisse

RÉSUMÉ

La mise en œuvre de nouveaux moyens d'enseignement mathématiques en Suisse Romande vise, entre autres, à modifier le statut de l'erreur en classe. On tend à la considérer comme un support possible pour les apprentissages des élèves et on encourage de plus en plus les enseignants à travailler en ce sens. Des cours de formation continue concernant l'erreur leur sont ainsi proposés, selon un modèle qui procède : du repérage de l'erreur, de la description de la procédure qui l'a provoquée, de la recherche d'une ou de plusieurs origines possibles, de la mise en place d'un dispositif pour tester la pertinence des hypothèses effectuées et de la proposition d'activités de remédiation.

Nous pensons toutefois que bon nombre d'erreurs que nous avons repérées dans le champ de l'enseignement spécialisé se prêtent mal à une telle analyse et nous en donnerons quelques exemples. Nous essaierons aussi de montrer en quoi la

question de l'erreur est une question sensible dans l'enseignement spécialisé et comment elle est susceptible d'influer sur l'enseignement des mathématiques qui s'y trouve dispensé. Nous parlerons également des difficultés à utiliser l'erreur comme support pour favoriser les apprentissages dans l'enseignement spécialisé. Nous concluons enfin par l'énoncé de quelques perspectives concernant la place de l'erreur dans la formation en enseignement des mathématiques des enseignants spécialisés.

ABSTRACT

Is Teaching Mathematics in Special Education Paved with Good Error Analysis?

One reason for implementing new ways of teaching mathematics in French-Speaking Switzerland is to modify the error status in the classroom. There is a tendency to believe that it may support student learning, and more and more teachers are encouraged to work this way. They are offered training in error analysis based on the following model : identifying the error, describing the procedure that led to it, investigating one or several possible origins, implementing a test to evaluate the pertinence of the hypotheses put forward and proposing remediation activities.

However, we think that many of the errors we identified in the field of special education are difficult to analyze in this manner and we will give you a few examples. We will also try to show how the error question is sensitive in special education and how it could influence the way mathematics is taught in this field. We will also discuss the problems with using error to as a way to promote learning in special education. Finally, we conclude by stating several perspectives on where error fits into special education teacher training in mathematics.

RESUMEN

¿La enseñanza de las matemáticas en la enseñanza especializada está llena de buenos análisis de errores?

La realización de nuevos medios de enseñanza de las matemáticas en Suiza francófona pretende, entre otras cosas, modificar el estatus del error en el salón de clases. Se tiende a considerarlo como un apoyo potencial par el aprendizaje de los alumnos y se alienta a los maestros a trabajar en ese sentido. Se proponen a los maestros cursos de formación continua en torno al error, a partir del modelo siguiente : identificación del error, descripción del procedimiento que lo ha provocado, investigación de uno o de varios orígenes posibles, instalación de un dispositivo para verificar la pertinencia de las hipótesis efectuadas y de las actividades de recuperación.

No obstante, nosotros pensamos que un buen numero de errores que hemos identificado en el campo de la enseñanza especializada no permiten realizar dicho

análisis y daremos algunos ejemplos. También trataremos de demostrar cómo la cuestión del error es un aspecto sensible en la enseñanza especializada y cómo puede influenciar la enseñanza de las matemáticas que se pretende dispensar. También abordaremos las dificultades que conlleva utilizar el error como apoyo para el desarrollo del aprendizaje en la enseñanza especializada. Finalmente concluiremos enunciando algunas perspectivas sobre el estatus del error en la formación en enseñanza de las matemáticas entre los docentes especializados.

Préambule

À l'occasion du colloque *Constructivismes : Usages et perspectives en Éducation* (Genève, 4-8 septembre 2001), nous avons monté, dans le cadre d'un atelier consacré à différents usages du « constructivisme » dans l'enseignement spécialisé, une affiche intitulée : « Petite boutique des erreurs » (Cange & Favre (2001)). Cette dernière visait à reproblématiser la question de l'erreur, en cherchant à montrer combien il pouvait être délicat, à partir d'une erreur ou d'une suite d'erreurs, d'en reconstituer le cheminement et d'en retrouver l'éventuelle origine (et cela même si chacun dans son for intérieur parvient souvent assez vite à s'en faire sa petite idée). Il s'agissait notamment d'aller au-delà des erreurs que nous qualifions de « prototypes », rencontrées dans certains ouvrages ou parties d'ouvrages consacrés à ce sujet (Charnay & Mante (1996); Astolfi (1997), par exemple), en illustration de certains concepts théoriques dont les auteurs cherchent à montrer l'opérationnalité pour l'analyse des erreurs. Nous voulions également mettre en évidence le fait que la mise en place d'activités dites de « remédiation » élaborées à partir d'erreurs et d'analyses d'erreurs - exercice pour lequel on souhaiterait actuellement que les enseignants de mathématiques deviennent experts - n'allait vraiment pas de soi.

Nous profitons donc de l'occasion qui nous est offerte ici pour poursuivre et approfondir la question de l'erreur dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans l'enseignement spécialisé. Pour réaliser ce projet, nous avons alors décidé de procéder par échanges de courriels (*mails*) dans lesquels, à partir d'une idée, d'une observation en classe ou d'une discussion qui avait lieu dans notre groupe de recherche, nous envoyions à l'autre une proposition, un argument auquel il devait ensuite répondre. Ces échanges se sont ainsi étendus sur plusieurs mois et ont abouti aux réflexions qui suivent. À ce titre, il nous paraît important de préciser que du fait de notre insertion professionnelle (enseignants spécialisés et formateurs d'enseignants spécialisés), ces réflexions sont fortement liées aux conditions des classes de l'enseignement spécialisé du canton de Vaud. Elles n'ont par ailleurs pas été soumises à une validation empirique (cette question n'étant d'ailleurs pas réglée pour l'enseignement spécialisé, voir à ce propos Conne (2000)). Mais nous avons compris que la visée majeure de ce colloque était d'ouvrir un champ de question-

nement, ce à quoi, en ayant agi de la sorte, nous espérons avoir tout au moins partiellement répondu.

De quoi parlons-nous vraiment quand nous parlons d'erreur?

Cette première question a peut-être de quoi surprendre, tant il est vrai que le terme même d'erreur semble faire l'objet d'un consensus, dès lors qu'on la considère comme un support possible à l'apprentissage. Or, il nous semble au contraire que l'erreur est multiforme et que des erreurs de calcul, par exemple, ne sont pas comparables à des transgressions ou des inventions de règles dans l'effectuation d'un algorithme, alors même que ces dernières ne peuvent être non plus être assimilées telles quelles à des conduites « mal adaptées » lors de la résolution d'un problème.

De plus, certaines productions que l'on pourrait à première vue qualifier d'erreurs peuvent perdre leur caractère « erroné » lorsqu'on les examine un peu différemment. En fait, tout va dépendre de la norme, du produit attendu, comme on peut le voir dans l'exemple de Me ci-dessous (la fiche est tirée de Ging, Sauthier & Stierli (1996)). En regard des conventions qui régissent les écritures mathématiques, il est bel et bien certain que $1 - 5 = 4$ est une erreur. De ce point de vue, on pourrait alors penser que, pour cet élève, les écritures $5 - 1$ et $1 - 5$ sont équivalentes. Pourtant, on peut également imaginer que c'est parce qu'il n'y avait pas de place réservée entre le 5 et le signe = qu'il a été amené à écrire $1 - 5$ pour signifier qu'il fallait enlever 1 à 5 afin de le rendre égal à 4. Une autre manière de voir les choses qui peut nous faire hésiter à prendre la même production pour une erreur.

Figure 1 : Erreur de Me

Egalités

Complète les égalités sans changer ce qui est déjà écrit!

Prénom: _____

1 - 5 = 4

6 + 2 = 8

7 = 4 + 3

6 + 0 = 6

5 + 5 = 10

9 = 1 + 8

10 = 3 + 7

3 + 6 = 9 -



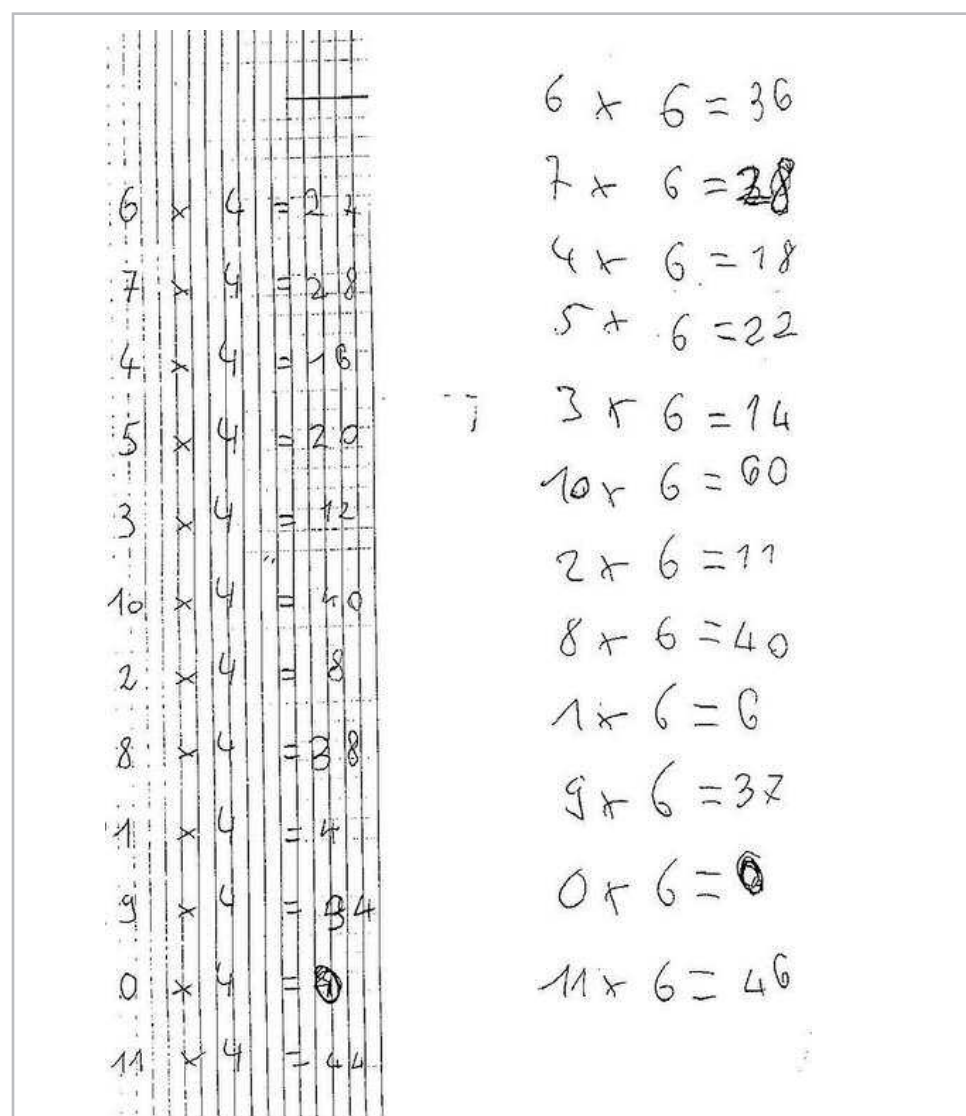
36

Dans une première approximation (qui nous suffira ici pour initier notre exposé), on s'en tiendra toutefois à qualifier l'erreur de résultat non-conforme, c'est-à-dire comme une variation ou un écart plus ou moins important avec un résultat attendu. On postulera ensuite que l'erreur est toujours l'aboutissement d'un cheminement, parfois inférable, du point de vue de l'observateur, en terme de procédure. Enfin, on avancera qu'il est également possible de se poser des questions quant à sa ou ses éventuelles origines, lesquelles peuvent elles aussi parfois être inférées, en référence à une théorie. Dans une telle perspective, l'erreur devient donc interprétable, en ce sens qu'elle peut nous donner un certain accès (à défaut d'un accès certain) à l'activité de l'élève. Ainsi, l'erreur pourra « faire signe », ce que, *a contrario*, un résultat conforme ne permet généralement pas de faire.

En prenant comme second exemple les erreurs de Gi (voir ci-dessous) dans son travail sur les tables de multiplication de 4 et de 6, on constate en effet, selon les propositions effectuées ci-dessus, que :

- d'abord, ce sont bien des erreurs, dans la mesure où les résultats découverts par G ne correspondent pas à ceux qui étaient attendus;
- ensuite, elles sont bien le produit d'un cheminement qu'il est possible, tout au moins en partie, de reconstituer : ajout de 2 aux résultats de la table de 4 pour produire ceux de la table de 6 dans neuf items sur douze (si l'on prend en compte le résultat 30 figurant sous le 28 dans le second item et que l'on fait abstraction des erreurs de 1 au septième et au neuvième item);
- enfin, des origines diverses peuvent être inférées, sans qu'à notre sens, on ne puisse pourtant raisonnablement parvenir à en privilégier une plutôt qu'une autre.

Figure 2 : Erreurs de Gi (1)



Il convient pourtant de remarquer que si cette suite d'erreurs semble répondre aux propositions que nous avons cherché à délimiter plus haut, il n'en va pas de même pour toutes les erreurs. Les difficultés apparaissent véritablement quand on ne parvient pas, ou alors quand on parvient difficilement à dégager une « systématique ».

De la (non-)systématique des erreurs

De nombreux travaux consacrés aux erreurs, et plus particulièrement ceux qui ont pris pour objet les algorithmes de calcul (Brown & Burton (1978); Brown & Van Lehn (1980), (1982); Resnick (1982); Brun & Conne (1991), (1993); Brun, Conne, Lemoyne & Portugais (1994); Brun, Conne, Floris, Lemoyne, Leutenegger & Portugais (1994)) ont permis de faire apparaître une certaine systématique dans les erreurs produites par des élèves en train d'apprendre. Ces erreurs sont parfois qualifiées de « bugs », parfois d'« obstacles », parfois même d'« inventions intelligentes » par les auteurs de ces travaux. Elles présentent notamment l'avantage de pouvoir être répertoriées, catégorisées et peuvent même permettre de reconstituer la procédure erronée de l'élève à partir de sa seule réponse écrite (Brun & Conne (1993)).

La suite d'erreurs commises par Gi dans l'exemple qui précède, tout en n'étant pas liée à un algorithme de calcul particulier, présente elle aussi une certaine systématique. C'est d'ailleurs précisément elle qui nous permet d'inférer, de façon relativement fiable, le cheminement qui l'a produite, et cela même si la systématique n'est pas absolue dans le sens où elle rompt en plusieurs items ($6 \times 6 = 36$ ou $6 \times 10 = 60$, par exemple). Toutefois, comme on va pouvoir le constater sur la base de l'exemple qui suit (toujours emprunté à Gi), il n'est pas toujours possible de retrouver une systématique. Et là, le travail sur l'erreur se complique fortement.

Figure 3 : Erreurs de Gi (2)

Complète :					
100	- 46	= 54 ✓	100	- 82	= 18 ✓
100	- 18	= 82 ✓	100	- 43	= 57 ✓
100	- 73	= 27 ✓	100	- 75	= 25 ✓
100	- 41	= 57 ✓	100	- 31	= 69 ✓
100	- 64	= 36 ✓	100	- 54	= 46 ✓
100	- 25	= 75 ✓	100	- 2	= 98 ✓
90	- 53	= 37 ✓	72	- 28	= 44 ✓
60	- 42	= 18 ✓	44	- 13	= 31 ✓
40	- 18	= 22 ✓	52	- 41	= 11 ✓
70	- 33	= 37 ✓	85	- 33	= 52 ✓
80	- 54	= 26 ✓	35	- 71	= 36 ✓
50	- 25	= 25 ✓	43	- 22	= 21 ✓
1000	- 321	= 679 ✓	1000	- 723	= 277 ✓
1000	- 433	= 567 ✓	1000	- 815	= 185 ✓
1000	- 572	= 428 ✓	1000	- 72	= 928 ✓
1000	- 804	= 196 ✓	1000	- 3	= 997 ✓

Il s'agit encore d'une tâche de calcul : des soustractions à résoudre mentalement (c'est-à-dire sans passer par l'écrit pour le faire). Mais si l'on essaie ici d'analyser l'ensemble des résultats produits par Gi et d'y trouver une certaine systématique, force est de constater, comme on va le voir ci-dessous, que l'on se sent très démuni.

- En commençant par les deux résultats erronés de la première colonne : $100 - 41 = 57$ et $100 - 64 = 37$, on observe qu'il n'y a pas d'erreurs aux dizaines et que l'on

trouve deux fois un 7 aux unités. On peut également remarquer que le résultat juste en dessus comprenait lui aussi un 7 aux unités. On peut alors penser que Gi a pu emprunter ce 7 pour le replacer dans les résultats suivants, mais ce n'est évidemment pas très certain. De plus, on peut aussi se demander pourquoi il l'aurait précisément fait là, et pas avant, ni après.

- En prenant ensuite la colonne en dessous qui commence par $90 - 53 = 34$, on constate cette fois-ci que le chiffre des dizaines est juste, mais on peut dès lors se demander comment est arrivé celui des unités? Il serait possible aussi de dire que 34, c'est l'inverse de 43 et que Gi a peut-être fait $3 - 0 = 3$ et $9 - 5 = 4$, soit 34. Mais est-ce vraiment plausible? Et si oui, pourquoi là, maintenant, alors qu'il vient de réaliser sept calculs parfaitement justes (colonne de droite en haut).
- En poursuivant avec l'erreur : $70 - 33 = 27$, on observe qu'ici, c'est l'unité qui est correcte. La dizaine est fautive, mais identique à la dizaine du résultat du dessus (22). Est-ce donc une reprise du résultat précédent, comme cela a pu être le cas pour le 7 des unités dans les deux erreurs de la première colonne? Peut-être, mais ce n'est pas certain.
- On remarque ensuite que le résultat qui vient juste après est exact, alors que, en situation, l'enseignant l'avait vu faux. Mais par ailleurs, est-ce que le 2 de la dizaine provient d'un calcul correct ou n'est-ce pas plutôt la reprise du 2 de la dizaine des deux résultats précédents? Difficile de l'affirmer.
- En ce qui concerne le dernier calcul de cette colonne : $50 - 25 = 5$, peut-on considérer qu'il s'agit d'un oubli de la dizaine? Gi ne l'aurait pas vu, alors même que tous les résultats précédents ont deux chiffres. C'est plutôt bizarre.
- Terminons enfin avec $72 - 28 = 40$. On pourrait penser que Gi a additionné 8 et 2, puis soustrait 3 (le 2 de 28 et le 1 du 10) au 7 et trouvé 40. Des règles de l'addition mêlées à celles de la soustraction? Cela fonctionnerait presque de la même façon pour le $43 - 22 = 15$ du bas de la colonne. Mais dans ce cas, comment se fait-il qu'il ait pu trouver quatre résultats parfaitement justes entre les deux?

À la suite de ce bref et peu fructueux essai d'analyse, deux nouvelles questions viennent alors se poser : Comment donc un élève peut-il rendre une « copie » si peu systématique? L'enseignant spécialisé face à une telle « copie », comment peut-il s'y prendre?

L'élève, dans l'enseignement spécialisé, est-il, ou plutôt devient-il un expert de l'erreur?

Pour répondre à la première des deux questions, cherchons tout d'abord à comparer le statut de l'erreur dans l'enseignement spécialisé et dans l'école ordinaire.

Dans l'école ordinaire, on peut considérer qu'il y a des élèves qui commettent beaucoup d'erreurs, d'autres qui en commettent un peu moins et d'autres encore qui en commettent très peu ou même point du tout. Cet état de fait contribue d'ailleurs grandement à favoriser la gestion de l'enseignement par l'enseignant qui, tantôt, peut s'appuyer sur les erreurs de certains élèves pour chercher à mieux expliquer

quelque chose qui aurait été mal compris par le reste de la classe, tantôt peut s'appuyer sur la réussite des autres pour faire avancer le temps didactique (Favre (1997)). De plus, il est certain qu'à cause du grand nombre d'élèves qui se trouvent dans la classe, certaines erreurs ne parviennent jamais à faire leur entrée dans l'échange didactique, et restent donc dans le domaine privé de tel ou tel élève, soit parce que l'enseignant ne les a tout simplement pas vues, soit parce que les élèves sont parvenus à suffisamment bien les dissimuler.

Dans l'enseignement spécialisé en revanche, les choses ne sont pas tout à fait identiques. Par définition (ou presque), on pourrait dire qu'un élève de l'enseignement spécialisé est un élève qui fait des erreurs. S'il a dû quitter l'enseignement ordinaire pour rejoindre l'enseignement spécialisé, c'est assurément qu'il en a produit beaucoup dans l'enseignement ordinaire; et s'il est depuis toujours dans l'enseignement spécialisé, c'est sans doute qu'il en a produit assez pour qu'il puisse y rester.

De plus, à cause des conditions qui régissent les classes de l'enseignement spécialisé (faible effectif, individualisation de l'enseignement), le statut de l'erreur y est différent. Pas forcément d'ailleurs, parce que les élèves commettent effectivement plus d'erreurs, mais aussi et surtout parce que l'enseignant peut difficilement en éviter la rencontre. Les erreurs des élèves se situent donc au cœur de l'échange didactique. En l'absence d'un programme clairement établi pour les classes de l'enseignement spécialisé, on peut même penser que les erreurs contribuent à légitimer l'enseignement qui s'y trouve dispensé : tant que les élèves se trompent et commettent des erreurs, n'est-ce donc pas que l'enseignement proposé était utile (nous reviendrons par la suite sur ce point)?

On pourrait même se demander au passage comment réagirait un enseignant spécialisé à l'égard d'une absence d'erreurs. Serait-il en mesure d'interpréter cette absence d'erreurs en terme de réussite ou ne chercherait-il pas plutôt à remettre l'élève à l'épreuve pour le conduire à produire de nouvelles erreurs? À la différence de ce qui se passe dans l'enseignement ordinaire, nous estimons que les erreurs des élèves conditionnent fortement le déroulement du temps didactique dans les classes spécialisées.

Cela dit, il est également important de chercher à comprendre comment des élèves de l'enseignement spécialisé peuvent continuer (pour ne pas dire perpétuer) à produire des erreurs, qui plus est à propos d'objets dont l'enseignement leur est répété année après année? Comme c'est le cas, par exemple, des algorithmes de calcul, lesquels constituent dans certaines classes spécialisées, l'essentiel des activités mathématiques qui sont proposées aux élèves. On peut proposer une amorce de réponse à cette délicate question en évoquant le cas de Ma qui a produit le calcul suivant.

Figure 4 : Erreur de Ma (1)

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 7 \\ \hline 39 \end{array}$$

Comme il a été possible de le faire au sujet de la suite d'erreurs commises plus haut par Gi dans la résolution du livret 6, nous pouvons retrouver (par inférence) le cheminement qui a conduit Ma à ce résultat de 39 :

- $2 + 7$, je ne peux pas (car 7 est plus grand que 2);
- j'emprunte alors une dizaine au 3 que je biffe et j'écris 2;
- $10 + 2 = 12$ (qui, plus grand que 7, rend maintenant possible le déroulement du calcul);
- $12 + 7 = 19$, je pose le 9 et je retiens le 1 que j'écris dans la colonne des dizaines;
- $1 + 2 = 3$ et mon calcul est terminé.

Tout en conservant à nouveau une certaine réserve quant à l'origine possible d'une telle erreur (au fait est-ce bel et bien une erreur, alors que le résultat est tout à fait conforme au produit attendu?), ce qui nous paraît intéressant à examiner, c'est ce en quoi le cheminement de Ma, élève de quinze ans, peut être différent de ceux qu'aurait pu suivre un enfant de sept ou huit ans au cours du même calcul?

On remarque en effet que pour réaliser cette addition, Ma emprunte simultanément des règles à l'algorithme d'addition et des règles à celui de la soustraction. Cet élève ne semble donc pas pouvoir faire le tri entre des règles issues de deux algorithmes différents, c'est-à-dire à en utiliser certaines parce qu'elles sont effectivement pertinentes dans ce cas de figure, et à en rejeter d'autres parce qu'elles ne le sont pas. Et c'est un peu comme s'il prenait ici et là des morceaux de règles que les enseignants rencontrés durant sa scolarité se sont (sans doute) épuisés à lui faire apprendre et qu'il essayait de les combiner pour produire un résultat qui, dans le cas présent, aboutit (sans doute bien malgré lui) à celui qui était attendu.

On pourrait donc dire que Ma s'est constitué un important réservoir de règles, dans lequel il puise avec plus ou moins de réussite, ce qu'évidemment ne peut posséder, par comparaison, un élève de sept ou huit ans, relativement vierge de toutes ces règles accumulées au fil du temps. Ce réservoir lui donne ainsi une certaine expertise des règles et donc des erreurs qu'elles sont, par combinaisons, susceptibles de produire. Une expertise à laquelle il est sans doute vain de vouloir lui faire renoncer par un nouvel et xième travail sur ces mêmes algorithmes de calcul, tant celle-ci paraît solide et stable, comme nous le montre ce nouvel exemple, illustratif d'une règle - l'alignement des additions par la gauche - que Ma n'a jamais songé à abandonner.

Figure 5 : **Erreur de Ma (2)**

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 32 \\ + 186 \\ \hline 1206 \end{array}$$

Le « couple enseignant-enseigné » à l'égard de l'erreur

Reprenons maintenant la seconde question soulevée à partir de l'examen de la page de soustractions réalisées par Gi : Et l'enseignant spécialisé à l'égard d'une telle « copie », comment peut-il s'y prendre?

Va-t-il corriger ou faire corriger? Va-t-il montrer une nouvelle fois comment il vaut mieux s'y prendre? Mais à quoi cela peut-il donc bien servir? Tous les résultats justes (les deux tiers) attestent que souvent Gi sait plutôt bien s'y prendre? Alors, va-t-il montrer une manière de contrôler ces résultats en lui faisant faire, par exemple, des preuves par addition? Et si Gi se trompe en les effectuant? De plus, après coup, à quoi cela peut-il bien lui servir? C'est en faisant le calcul que l'on souhaiterait qu'il contrôle le résultat et non après. Et voilà que l'on se retrouve soudain bien en mal de l'aider. Ses erreurs, d'un seul coup, nous renvoient bien malgré lui à notre ignorance

ou à ce que G. Lemoyne qualifie de : « peur de ne pas savoir la réponse » (Lemoyne (1990)).

Il convient cependant de préciser que nous avons affaire ici à un cas particulier de repérage et de traitement de l'erreur, dans le sens où l'on essaie de réfléchir après coup sur des erreurs passées et que l'on s'interroge ensuite sur le champ d'action possible de l'enseignant (et de l'élève). Mais dans les conditions qui régissent les classes d'enseignement spécialisé, ce cas de figure n'est sans doute pas le plus fréquent. L'enseignant se retrouve en effet le plus souvent au cœur de l'activité, en interaction directe avec l'élève et la tâche. Nous parlerons donc plus exactement à ce propos du « couple enseignant-enseigné » (Conne (1999)).

Dans une telle situation, le couple enseignant-enseigné se retrouve alors aux prises directes avec l'erreur : l'élève qui la produit, l'enseignant qui la repère (si l'élève de l'enseignement spécialisé peut être considéré comme un expert de l'erreur, l'enseignant est sans nul doute un expert du repérage, grâce à un contexte propice qui lui en facilite la rencontre) et le couple qui va devoir la traiter. Que va-t-il donc se passer?

Voici un exemple (que nous racontons ici parce qu'il nous semble être l'illustration de nombreuses situations similaires que nous avons vécues en classe d'enseignement spécialisé) de ce qui s'est passé à l'occasion d'une séquence d'enseignement consacrée à la recherche du volume d'un parallélépipède rectangle. Il s'agissait, en gros, pour trois élèves de la classe, de raconter à un quatrième élève, absent la leçon précédente, comment il était possible de connaître le nombre de cubes nécessaires à la construction d'une brique de $4 \times 3 \times 4$ (cubes) :

- Le premier élève interrogé a dit qu'il ne se souvenait pas comment s'y prendre. Le second a alors proposé à deux reprises de compter les cubes qui se trouvaient sur les faces de la brique (une façon de faire qu'il avait déjà utilisée la fois précédente, qui l'avait amené à demander 80 cubes pour construire la brique et qui avait été invalidée par la construction effective). Je (l'emploi du « je » s'explique au cours de ce récit par le fait que la séquence s'est déroulée dans l'une de nos classes) l'ai alors contredit en lui disant que c'était précisément la façon de procéder qu'ils (les élèves) avaient précisément choisi d'écarter la fois précédente.
- Un bon moment s'est alors écoulé sans que personne ne prenne la parole, quand soudain le second élève s'est rappelé qu'il fallait « faire 16 », c'est-à-dire « $16 + 16 + 16$ et que cela faisait 48 », mais il n'arrivait pas à dire à quoi cela correspondait sur la brique : il cherchait en effet encore à compter les cubes sur les faces. Et c'est finalement, le troisième élève (celui qui avait découvert et proposé un partage de la brique par « tranches » de 16 cubes la fois précédente) qui a montré aux trois autres comment partager le cube en trois « tranches » : le premier 16 correspondant à la « tranche » du haut, le second 16 à la « tranche » du bas et le troisième 16 à la « tranche » du milieu.
- J'ai alors demandé à celui qui rentrait de maladie s'il saurait dire maintenant combien il faudrait de cubes pour construire une brique identique à un *Rubik's cube* (que j'avais sous la main) et il m'a répondu 27 en comptant 9 et 9, 18; puis 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27.

- L'activité aurait sans doute pu s'arrêter là, mais il se trouve que je n'ai pu m'empêcher de poser une nouvelle question (je ne sais plus bien laquelle) au deuxième élève (celui qui avait retrouvé le $16 + 16 + 16 = 48$, mais qui comptait les cubes sur les faces) à propos du *Rubik's cube*. Et à partir de là, on s'est engagé dans un processus assez étrange (dommage que je n'aie pas le protocole), où l'élève s'est mis à nouveau à compter les cubes sur les faces du *Rubik's cube*, puis à compter les faces elles-mêmes, arrivant tantôt à 5 faces, tantôt à 6, tantôt à 7, cherchant des yeux mon approbation pour le 5, pour le 6 et pour le 7.
- J'étais alors si décontenancé par l'incapacité qu'il me montrait à pouvoir énoncer le nombre correct de faces que comporte un cube que je n'ai même pas été capable de répondre à son attente. Et, qu'au contraire, je me suis même mis à le suivre, irrésistiblement attiré par cette forme de spirale dans laquelle il m'entraînait, lui proposant un autre cube (son taille-crayon) pour qu'il compte le nombre de faces et qu'il parvienne à se réapproprier le fait qu'il y en avait bien 6, ce qu'il s'est tout bonnement avéré incapable de faire.
- Ce n'est finalement que l'heure de la récréation qui nous a heureusement permis de nous extirper de cette spirale dans laquelle nous nous trouvions tous deux engagés.

Comment alors, à la suite d'une telle séquence, où la déconcertation du couple enseignant-enseigné se prolonge, en tout cas dans l'esprit des deux acteurs en présence, bien au-delà de la classe, va pouvoir se poursuivre le processus d'enseignement? Il est évidemment tentant de vouloir mettre sur pied une nouvelle activité susceptible de permettre à l'élève de se réapproprier le nombre de faces que comporte un cube, par exemple, en lui faisant comparer le cube à d'autres polyèdres. Et ceci, alors même que la séquence d'enseignement précédente était consacrée à un tout autre objet, soit la recherche du nombre de cubes nécessaires à la construction d'une brique. Dans le cas présent, je n'ai toutefois pas été amené à le faire, puisque la semaine suivante, lorsque j'ai revu l'élève en question, il m'a déclaré avant même de me dire bonjour : « un cube, ça a six faces, j'en suis sûr, et comme ça, tu vas arrêter de m'embêter ».

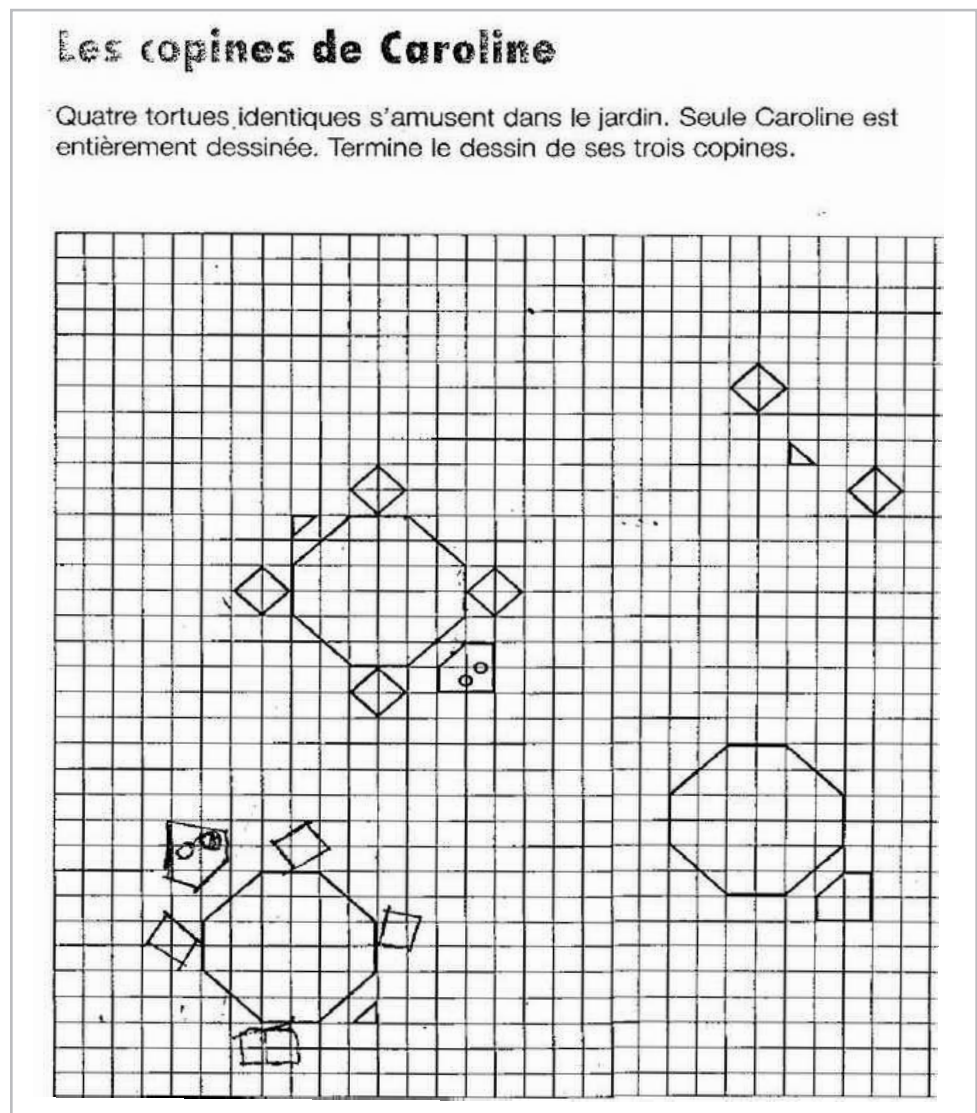
L'éventualité d'une suite qui viserait à répondre à une erreur inopinée (en ce sens qu'elle n'est pas directement en lien avec l'objet traité dans la séquence) manifestée par un élève tend par conséquent déjà à annoncer le fait que l'apparition de telles erreurs pourra avoir des incidences importantes sur le pilotage et le contenu de l'enseignement des mathématiques dans la classe spécialisée.

L'erreur comme boussole de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé

Prenons maintenant un autre exemple pour faire apparaître ce phénomène de façon plus explicite et ce, à propos d'une activité - les copines de Caroline (Danaley, Dumas, Studer & Villars-Kneubühler (1998)) - qui propose à des élèves de troisième

année primaire de reproduire un dessin sur un quadrillage, en lui faisant subir des rotations et des translations. La production de Mi (voir ci-dessous) qui a complété les pattes et la tête de la tortue en bas à gauche fait apparaître de nouvelles erreurs : les sommets des carrés représentant les pattes ne sont pas bien placés sur les croisements des lignes du quadrillage et il en va de même pour la tête de la tortue.¹

Figure 6 : Erreurs de Mi



1. Précisons à ce propos que la reproduction des erreurs de Mi nous a amenés à réduire les dimensions du quadrillage, ce qui pourrait faire croire, à tort, qu'il n'est pas possible de compléter le dessin de la tortue en haut à droite, alors que cela est bel et bien le cas sur la fiche originale.

Or, comment un enseignant, face à cette production, pourra-t-il considérer les erreurs commises par Mi? Il est très vraisemblable que celles-ci seront interprétées en termes de difficultés. Des difficultés, non pas liées directement à la translation ou à la rotation, mais bien plutôt des difficultés de précision : difficultés à situer des points sur les intersections d'un quadrillage, difficultés à relier deux points à l'aide d'une règle. Remarquons pourtant que ces difficultés n'ont pas été prévues dans l'analyse de la tâche (tout au moins celle du manuel qui ne les anticipe pas) et qu'elles font également obstacle à tout essai de reconstitution en termes de procédure. Cependant, ce sont bien elles qui, pour l'élève, rendent délicate la résolution du travail qui lui est demandé, et qui, surtout, pour l'enseignant, risquent de détourner son attention de la tâche initiale. Quoi de plus tentant en effet que de faire une remarque à l'élève au sujet de son manque de précision et de lui faire recommencer son travail pour qu'il soigne mieux son tracé. Quoi de plus normal, en cas de nouvel échec, que de lui proposer d'autres activités qui lui permettront d'exercer encore un peu mieux la précision de son tracé. Quoi de plus légitime, en fait, puisque l'on permet ainsi à l'élève d'essayer de surmonter une difficulté qu'il devra de toute manière un jour apprendre à dépasser.

L'enseignement, toutefois, aura bel et bien été détourné de son objet initial, un travail sur la translation et la rotation et cela, à cause d'une erreur non prévue. On peut même allégrement imaginer que la nouvelle activité proposée pourra à son tour donner naissance à de nouvelles erreurs, témoins de nouvelles difficultés, qui à leur tour vont générer de nouvelles activités et que le processus pourra ainsi perdurer jusqu'à ce que les erreurs, si cela arrive une fois, ne se manifestent plus et où il sera peut-être alors temps de reparler de translations et de rotations.

C'est d'ailleurs assurément un tel phénomène qui nous donne continuellement à penser, à nous les enseignants spécialisés, qu'on n'a jamais assez de temps pour (bien) faire les choses (s'il est probable qu'on a tout autant l'impression de courir contre le temps dans l'école ordinaire, on arrive cependant presque toujours au terme du programme, avec la satisfaction du devoir accompli). On se plaint alors des éducateurs et des thérapeutes qui nous volent sans cesse nos élèves, quand après deux semaines de travail, on constate que l'on n'a pas fait la moitié de ce qu'on avait initialement prévu de faire. Ainsi, d'un certain point de vue, on angoisse face au temps qui passe, mais de l'autre, on se rassure, satisfait du devoir accompli et ce, par le sentiment d'avoir bel et bien répondu aux besoins, manifestés en termes d'erreurs et de difficultés, des élèves qui nous ont conduits à devoir changer notre cap.

Nous ponctuerons donc l'ensemble des réflexions qui précèdent par la proposition suivante : si, dans l'école ordinaire, le pilotage des activités est solidement régenté par la nécessité d'épuiser le programme, on peut en revanche penser que dans l'enseignement spécialisé, on navigue pas mal à vue. Et c'est un peu comme si l'important travail de transposition dévolue à l'enseignant du fait de l'absence d'un programme rigoureusement établi se faisait, tant bien que mal, à l'aide d'une boussole dont l'aiguille serait systématiquement aimantée par le pôle magnétique des erreurs produites par les élèves.

Conclusion

Notre conclusion cherchera à définir plusieurs perspectives concernant la place de l'erreur dans la formation en enseignement des mathématiques des enseignants spécialisés. Dans une première approximation, et comme nous l'avons fait tout au long de ce texte, nous nous proposons d'envisager l'enseignement spécialisé comme un tout. Cela veut dire que nous n'entrerons pas plus avant dans l'hétérogénéité des lieux, des personnes, des troubles, des handicaps, des conditions, des contraintes qui constituent ce tout. Nous dirons alors qu'un des éléments majeurs qui caractérise ce tout est que l'enseignant d'une classe spéciale se trouve très démuni face aux difficultés rencontrées par les élèves pour apprendre les mathématiques. Nous postulerons également que les erreurs des élèves constituent, pour l'enseignant spécialisé, autant de témoins de ces difficultés et qu'en cela, les erreurs participent à renforcer et à légitimer ce sentiment d'impuissance.

Dans cette optique, la formation en enseignement des mathématiques des enseignants spécialisés ne saurait bien évidemment éluder la question de l'erreur. À notre point de vue, il s'agirait en tous les cas de former les enseignants spécialisés à :

- l'analyse d'erreurs, de manière à ce qu'ils en perçoivent à la fois les difficultés et les richesses (voir à ce propos le texte de Lucie Deblois dans cette revue) : soit, d'une part, les amener à une certaine « humilité » face à la complexité que représente ce travail d'analyse; puis, d'autre part, à leur faire rencontrer un certain plaisir à le réaliser et faire en sorte qu'ils parviennent à s'en « distraire » (au sens de divertir). Il nous paraît en outre important que les erreurs soumises à l'analyse des enseignants spécialisés proviennent tout autant de l'école ordinaire que de l'enseignement spécialisé, et ceci pour témoigner du fait que bon nombre d'erreurs ne sont pas l'apanage des seuls élèves déclarés « en difficultés »;
- l'analyse des tâches qu'ils soumettent à leurs élèves et l'anticipation des erreurs possibles qui sont en lien direct avec ces tâches. Ceci, de façon à ce qu'en situation d'enseigner, ils n'en viennent pas (ou moins) à se laisser distraire (au sens de détourner) par des erreurs ou des difficultés que nous qualifierons d'annexes, c'est-à-dire qui ne sont pas directement en lien avec les objets de savoir dont ils espèrent favoriser la rencontre des élèves. Ceci pose en outre la question cruciale de la dévolution du problème (au sens que lui donne Brousseau (1990)), au sein de laquelle l'enseignant spécialisé a un rôle excessivement important et délicat à jouer (voir à ce propos le texte de Sophie René de Cotret et Jacinthe Giroux dans cette revue);
- la mise en œuvre d'activités mathématiques plus diversifiées, c'est-à-dire qui ne se centrent pas seulement sur le versant numérique des mathématiques (pour des exemples, voir le texte de François Conne dans cette revue) ou plus ouvertes (comme les problèmes tirés du manuel de G. Charrière (Charrière (1995)) et au sein desquelles les élèves seront peut-être susceptibles de mieux distraire leurs enseignants (à nouveau au sens de divertir), tout en leur donnant l'occasion de

mieux se laisser distraire (cette fois au sens de détourner) de leurs difficultés habituelles.

Enfin, nous ne saurions terminer ces quelques propos consacrés la place de l'erreur dans la formation en enseignement des mathématiques des enseignants spécialisés, sans manquer de nous interroger sur le rôle joué par leur formation « psychologique » vis-à-vis de la « pathologisation » des erreurs, c'est-à-dire de leur interprétation en termes de difficultés? Il nous paraîtrait à ce titre très fécond de soumettre à une telle analyse l'ensemble des erreurs qui figurent dans ce texte.

Références bibliographiques

- ASTOLFI, J.-P. (1997). *L'erreur, un outil pour enseigner?* Paris : ESF éditeur, coll. Pratiques et enjeux pédagogiques.
- BROUSSEAU, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. IN *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 9/3., Grenoble : Ed. La Pensée Sauvage.
- BROWN, J.-S., BURTON, R.-R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematics skills. IN *Cognitive Science*, Vol. 2, pp. 155-192
- BROWN, J.-S., VAN LEHN, K. (1980). Repair theory : A generative theory of bugs in procedural skills. IN *Cognitive Science*, Vol. 4, pp. 379-426.
- BROWN, J.-S., VAN LEHN, K. (1982). Toward a generative theory of bugs in procedural skills. IN *Addition and subtraction : A cognitive perspective*, T. Carpenter, J. Moser and T. Romberg (Eds), Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- BRUN, J., CONNE F. (1991). L'étude des algorithmes de calcul dans la transmission et la constitution des connaissances numériques. IN *PME XV*, Assisi : Fond National de la Recherche Scientifique (recherche menée par Brun, J., Conne F., Retschitzki, J. & Schubauer R.).
- BRUN, J., CONNE F. (1993). Calculs et erreurs systématiques. IN *Journal de l'enseignement primaire*, Vol. 43, Genève, pp. 29-31.
- BRUN, J., CONNE F., LEMOYNE, G., PORTUGAIS, J. (1994). La notion de schème dans l'interprétation des erreurs des élèves à des algorithmes de calcul écrit. IN *Cahiers de la recherche en éducation*, Genève, pp. 117-132.
- BRUN, J., CONNE F., FLORIS, R., LEMOYNE, G., LEUTENEGGER F., PORTUGAIS, J. (1994). Erreurs systématiques et schèmes-algorithmes. In *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavnigot (Eds), Grenoble : La Pensée Sauvage, Colloque ARDM, pp. 203-209.

- CANGE, C., FAVRE, J.-M. (2001). Petite boutique des erreurs. IN *Actes du colloque « Constructivismes : usages et perspectives en Education, volume II*, SRED, Cahier 8, Genève, pp. 525-528.
- CHARRIERE, G. (1995). *L'algèbre mode d'emploi*. Lausanne : Éditions loisirs et pédagogie S.A.
- CONNE, F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne. IN *Le cognitif en didactique des mathématiques*, G. Lemoyne et F. Conne (dir.), Montréal : Presses de l'Université de Montréal, pp. 31-69.
- CONNE, F. (2000). Pouvons-nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé? IN *Actes de la X^{ème} école d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate : ARDM éd.
- CHARNAY, R., MANTE, M. (1996). *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*. Tomes 1 et 2, Paris : Hatier pédagogie.
- DANALEY, C., DUMAS, J.-P., STUDER, C., VILLARS-KNEUBÜHLER, F. (1998). *Mathématiques 3^{ème} année : Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel : COROME (Commission romande des moyens d'enseignement et d'apprentissage).
- FAVRE, J.-M. (1997). *L'échec, le temps, la multiplication : étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement et l'apprentissage de la multiplication dans une classe spécialisée, par comparaison avec l'enseignement et l'apprentissage de la même opération dans une classe primaire*. Mémoire inédit, FPSE, Université de Genève.
- GING, E., SAUTHIER, M.-H., STIERLI, E. (1996). *Mathématiques 1^{ère} année : Livre du maître et fichier de l'élève*. Neuchâtel : COROME (Commission romande des moyens d'enseignement et d'apprentissage).
- LEMOYNE, G. (1990). La peur de ne pas savoir la réponse : les difficultés d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques. IN *Repères*, Université de Montréal, pp. 79-101.
- RESNICK, L.-B. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract. IN *Addition and subtraction : A cognitive perspective*, T. Carpenter, J. Moser and T. Romberg (Eds), Hillsdale, NJ : Lawrence Elrbaum Associates.

Le développement du système en base 10 chez des élèves de 2^{ème} et de 3^{ème} année primaire, une étude exploratoire

Marie COLLET

Unité Psychologie de l'Éducation et du Développement
Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique.
marie.collet@psp.ucl.ac.be

RÉSUMÉ

Le développement du système en base dix a été étudié au moyen de divers modèles théoriques dans des champs de recherche parfois très différents. La présente étude constitue la première étape de la mise à l'épreuve de l'un de ces modèles théoriques, le « *UDSSI Triad Model* » (Fuson *et alii*(1997); Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)), modèle qui postule notamment un développement linéaire en quatre conceptions successives que l'enfant construirait au cours de l'apprentissage du système en base dix. Afin de caractériser ces différentes conceptions successives, nous avons défini les *liens de traduction* et les *liens de structure* qui s'établissent entre trois modes de représentation du nombre : la représentation verbale orale, la représentation décimale écrite en chiffres et la représentation quantitative. 121 enfants de 2^{ème} et de 3^{ème} année primaire de l'enseignement belge francophone ont été testés lors d'entretiens individuels. Les analyses quantitatives effectuées sur les résultats confirment en partie notre distinction entre liens de traduction et liens de structure. Plus généralement, ils nous permettent de questionner l'ordre développemental et les différentes conceptions postulés dans le modèle.

ABSTRACT

The Development of the Base 10 System for Students in Grades 2 and 3 : An Exploratory Study

Various theoretical models have been used to study the development of the base ten system in fields of study that were at times, very different. This study is the first step in testing one of these theoretical models, the « *UDSSI Triad Model* » (Fuson *et alii* (1997); Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)), a model that suggests a linear development of four successive concepts children build while learning the base ten system. In order to characterize the different successive concepts, we defined « *translation links* » and « *structure links* », which take place among the three ways of representing numbers : oral-verbal representation, decimal representation written in numbers and quantitative representation. One hundred-twenty-one Belgian francophone children in grades 2 and 3 were tested individually. The quantitative analyses made on the results partially confirmed our distinction between translation and structure links. In general, they allow us to question developmental order and the different concepts suggested in the model.

RESUMEN

El desarrollo del sistema de base 10 entre los alumnos de segundo y tercer año de primaria, un estudio exploratorio

El desarrollo del sistema de base diez ha sido estudiado utilizando diversos modelos teóricos en campos de la investigación muy variados. El presente estudio constituye la primera etapa de la verificación de uno de esos modelos teóricos, el « *UDSSI Triad Model* » (Fuson *et alii* (1997); Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)), modelo que postula un desarrollo lineal en cuatro concepciones sucesivas que el niño construirá a lo largo del aprendizaje del sistema de base 10. Con el fin de caracterizar las diferentes concepciones sucesivas, hemos definido las relaciones de traducción y las relaciones de estructura que se establecen entre los modos de representación del número : la representación oral verbal, la representación decimal escrita en cifras y la representación cuantitativa. 121 niños de segundo y tercer año de primaria del sistema educativo belga francófono fueron evaluados mediante entrevistas individuales. Los análisis cuantitativos efectuados sobre los resultados confirman parcialmente nuestra distinción entre relaciones de traducción y relaciones de estructura. Más aun, dichas relaciones nos permiten cuestionar el desarrollo y las diferentes concepciones postuladas en el modelo.

Cadre général de la recherche

La compréhension des habiletés numériques des jeunes enfants représente un pôle de recherche important depuis plusieurs décennies. Si les modèles théoriques qui tentent d'en décrire le développement sont aujourd'hui nombreux et divers, beaucoup de questions continuent d'être débattues et méritent de nouvelles investigations. Ainsi en est-il de la construction du système en base 10 et plus particulièrement de la manière dont s'établissent les liens entre les différents modes de représentation du nombre.

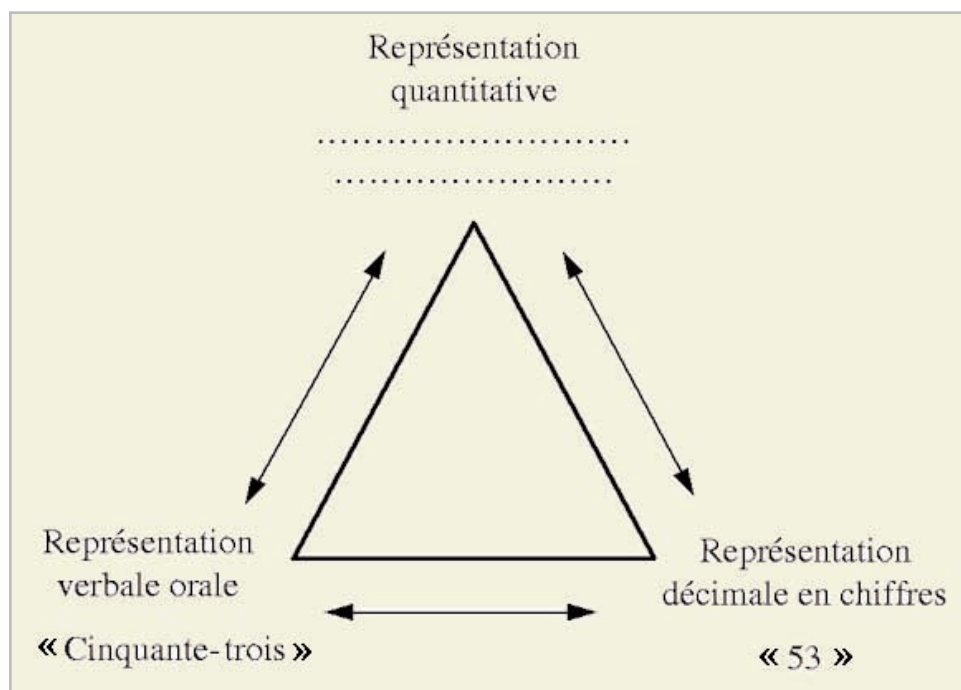
Le système de numération en base 10 est représenté par deux systèmes symboliques (Drueck (1997); Nunes & Bryant (1996); Fuson (1992); Fuson & Briars (1990)) : le système numérique verbal et le système d'écriture décimale des nombres. Ces deux systèmes sont conventionnels et permettent d'exprimer les nombres, de les comprendre (Bednarz & Dufour-Janvier (1986); DeBlois (1996); Nunes & Bryant (1996); Noël (2001)) et de les penser (Nunes & Bryant (1996)) comme des quantités organisées par dix et unitisées selon les puissances de dix.

Cependant, les règles qui régissent la symbolisation des nombres sont différentes pour le système d'écriture décimale en chiffres et pour le système verbal. Le passage d'un mode de représentation à l'autre implique la connaissance de leurs particularités. Tout d'abord, dans le système verbal, la valeur du regroupement par dix est donnée par le terme qui le désigne tandis que dans le système d'écriture décimale en chiffres, elle est donnée par la position du chiffre dans le nombre (valeur positionnelle). Ensuite, le système d'écriture décimale en chiffres est parfaitement régulier, tandis que le système verbal diffère, dans sa régularité et sa structure, en fonction de la langue utilisée. Ainsi, en français, le système de numérotation verbale des nombres jusqu'à cent est irrégulier pour les mots-nombres compris entre onze et seize et pour les noms des dizaines. Dans les langues asiatiques au contraire, le système verbal est tout à fait régulier : seize se dira « dix six » et quarante-neuf « quatre dix neuf ». Une autre particularité du système verbal français est de contenir des mots-nombres dont la structure correspond à la base vingt et non à la base dix : nous disons ainsi quatre-vingt-quatre et non « huitante-quatre » (comme en Suisse francophone) ou « huit dix quatre » (comme le diraient les Chinois s'ils parlaient français). En français de Belgique, langue utilisée par les enfants interrogés dans l'étude que nous présentons, les mots-nombres des dizaines sont irréguliers, comparativement aux systèmes asiatiques, mais seul *quatre-vingt* est un vestige de la base vingt : *vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, septante, quatre-vingt et nonante*.

Sur la base de recherches antérieures (Resnick (1983); Kamii (1989); Fuson (1992); Miura *et alii* (1993), (1994); Hiebert & Wearne (1992), (1996)), Fuson et ses collaborateurs (Fuson *et alii* (1997); Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)) ont construit un modèle développemental en cinq conceptions que les enfants construiraient successivement en apprenant le système en base 10 jusqu'à 100 (« UDSSI Triad Model »). Les auteurs précisent qu'un même enfant pourrait utiliser des conceptions différentes en

fonction du contexte. L'originalité du modèle est de proposer, pour chaque conception, une description de six liens spécifiques qui s'établiraient entre trois modes de représentation du nombre : la représentation quantitative du nombre, la représentation verbale orale et la représentation décimale en chiffres. Ces six liens sont décrits dans la **Figure 1**, en prenant pour exemple le nombre cinquante-trois.

Figure 1 : **Les six liens entre les trois modes de représentation du nombre, d'après le « UDSSI Triad Model » de Fuson et alii (1997) et Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)**



Dans le modèle, la représentation quantitative du nombre est la représentation quantitative qu'un enfant est capable, à un moment donné de son développement, de dénombrer et de construire. Elle évolue d'une représentation unitaire vers une représentation organisée en groupements de dix. Selon ce modèle, le nombre serait pensé par l'enfant en fonction du type de liens qu'il peut établir entre les trois modes de représentation et en fonction des représentations quantitatives que peut aborder l'enfant : chaque conception décrit une configuration particulière de certains types de liens et d'une représentation quantitative du nombre.

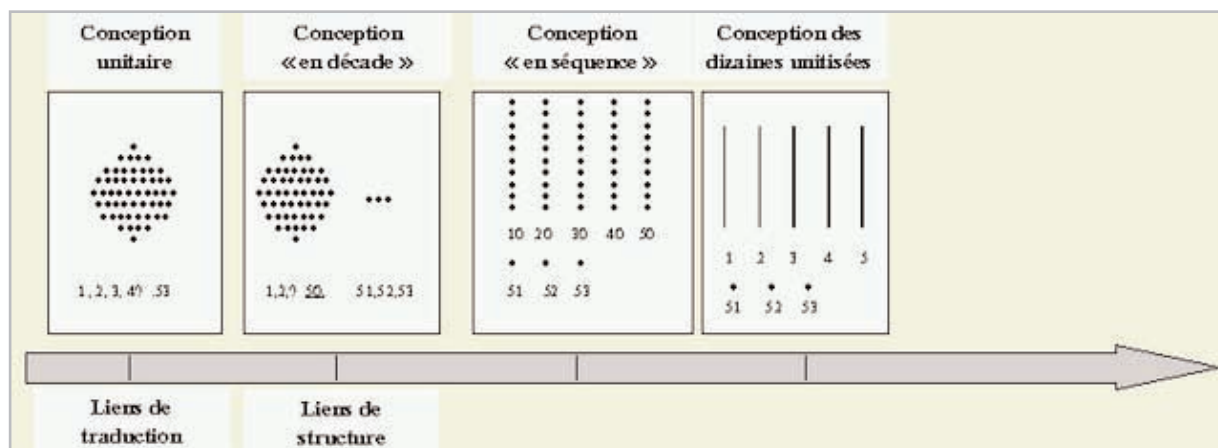
Ces liens entre les modes de représentation du nombre peuvent être de deux types. Nous les décrivons comme suit : il peut s'agir de liens de *traduction* ou de liens de *structure*. Les liens de *traduction* permettent la traduction d'un mode de représentation du nombre en un autre mode de représentation. Par exemple, la représentation verbale orale « cinquante-trois » peut être traduite par la représentation décimale en chiffres « 53 » (relation de traduction entre représentations verbale

orale et décimale en chiffres) ou représentée au moyen de la quantité composée de cinquante-trois unités (relation de traduction entre représentation verbale orale et représentation quantitative du nombre). Les liens de *structure*, quant à eux, permettent de différencier, au sein de chaque mode représentation, la partie représentant les dizaines de la partie représentant les unités et de relier chacune de ces parties à la partie d'un autre mode de représentation qui a la même signification. Par exemple, dans la représentation verbale orale « cinquante-trois », le mot « cinquante » peut être relié à la quantité composée de cinquante unités tandis que le mot trois est relié à la quantité trois unités (relation de structure entre représentation verbale orale et représentation quantitative du nombre). Selon cette distinction, la compréhension de la valeur positionnelle, étudiée par de nombreux auteurs (Fuson, Smith & Lo Cicero (1997); Kamii (1989); Miura *et alii* (1993), (1994); Varelas & Becker (1997); ...), consiste en l'établissement du lien de structure entre la représentation quantitative du nombre et la représentation décimale en chiffres.

Ce modèle a jusqu'ici servi à analyser des productions d'enfants en situation de dénombrement, de transcodage et d'opérations additives et soustractives (Drueck (1997)) et à évaluer des dispositifs d'enseignement (Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)) mais il n'a fait l'objet d'aucune validation empirique. De plus, ce modèle suscite de nombreuses questions théoriques et développementales, dont certaines font l'objet de notre recherche.

Nous nous intéresserons ici aux quatre premières conceptions de ce modèle que nous présentons sous la forme de la **Figure 2** en prenant pour exemple le nombre cinquante-trois. Par exemple, la figure montre que la conception unitaire est caractérisée par une représentation quantitative unitaire de la quantité et par le fait que l'enfant ne peut établir que les liens de traduction entre les trois modes de représentation du nombre.

Figure 2 : **Modélisation des quatre premières conceptions du développement du système en base dix décrites dans le « UDSSI Triad Model » de Fuson et alii (1997) et Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)**



Nous étudions par ailleurs les relations entretenues par ce modèle avec deux autres ensembles de travaux. D'une part, pour Varelas et Becker (1997), la compréhension de la valeur de position implique la coordination de deux composantes. La première, appelée « *multiplicité des valeurs* », est la connaissance du fait que les chiffres prennent des valeurs différentes en fonction de leur position dans le nombre. La seconde, la « *composition de la valeur* », est la connaissance du fait que la valeur totale du nombre est la somme des valeurs respectives représentées par les différents chiffres qui le composent. Ces deux composantes décrivent le lien de structure qui s'établit entre les représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre. D'autre part, Ho et Fuson (1998) étudient la compétence appelée « *compréhension du cardinal emboîté par dix et par dizaines* » qui est la compréhension par l'enfant que la représentation verbale orale d'un nombre situé entre 11 et 99 est composée de la représentation d'une quantité de dizaines et de la représentation d'une quantité d'unités. Cette composante est le lien de structure qui unit la représentation quantitative du nombre à la représentation verbale orale.

L'objectif de nos recherches est d'étudier le développement du système en base dix chez les enfants fréquentant les premières années de l'école primaire. Afin de pouvoir répondre à la question de savoir si ce développement se déroule ou non comme le prédit le modèle de Fuson *et alii* (1997), nous avons choisi de nous centrer sur les aspects développementaux et non sur les aspects relatifs au contexte d'apprentissage (enseignement, didactique, pratiques familiales, etc.). En effet, bien que les auteurs du modèle (Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)) défendent l'idée de chemins développementaux multiples en fonction des variations dans les pratiques scolaires et familiales, le modèle en lui-même décrit un développement linéaire : tous les enfants construiraient les mêmes compétences dans le même ordre. À terme, nous cherchons à savoir si tous les enfants suivent bien un seul et même parcours développemental. Si au contraire, divers chemins de développement peuvent être mis en évidence, alors la question se posera de savoir dans quelle mesure la direction prise par un enfant dans son apprentissage du système en base dix est influencée par des facteurs contextuels tels que les pratiques pédagogiques et didactiques, familiales, etc. Cette première étude exploratoire n'a pas encore pour but d'identifier ces divers chemins développementaux s'il y en a. Ici, nous voulons simplement voir si le développement des différents types de liens au niveau de l'échantillon dans son ensemble correspond à l'ordre postulé par le modèle de Fuson *et alii* (1997).

Notre première question de recherche porte sur l'ordre d'acquisition des liens de traduction et de structure. Notre seconde question de recherche porte sur la séquence développementale qui relie les procédures de dénombrement et la construction des liens entre les trois modes de représentation du nombre.

Hypothèses

Notre première hypothèse est que les six liens qui peuvent s'établir entre représentation quantitative du nombre, représentation verbale orale et représenta-

tion décimale en chiffres suivent un ordre développemental. L'enfant pourrait d'abord établir des *liens de traduction* entre ces trois modes de représentation du nombre, c'est-à-dire effectuer correctement la traduction d'un mode de représentation du nombre en un autre mode de représentation. Il pourrait ensuite construire des *liens de structure* entre ces modes de représentation et pouvoir associer entre elles et en fonction de la structure en base 10 les différentes parties de chaque mode de représentation.

Cette hypothèse se base directement sur la progression développementale de Fuson, Wearne *et alii* (1997) et de Fuson, Smith et Lo Cicero (1997). La première conception, la conception unitaire pour les nombres à plusieurs chiffres, est celle où s'établissent les six liens de traduction entre les trois modes de représentation sans que l'enfant puisse encore comprendre la structure de ces liens. Ensuite, dès la conception « en décade », il est capable non seulement d'effectuer les liens de traduction mais, de plus, d'établir les six liens de structure entre représentation décimale en chiffres, représentation verbale orale et représentation quantitative du nombre. Au niveau de cette conception, seul un type d'erreur de traduction pourrait encore subsister au niveau de la représentation décimale en chiffres : l'erreur de *surécriture* (Noël (2001)) où l'enfant produit un zéro surnuméraire entre le chiffre des dizaines et le chiffre des unités (503 pour le nombre cinquante-trois). Néanmoins, cette erreur de *surécriture* respecte la structure en base dix du nombre ce qui montre que l'enfant comprend qu'une partie de l'écriture est dévolue à la représentation des dizaines tandis que l'autre représente les unités (que ce soit par rapport à une représentation quantitative ou à une représentation verbale orale du nombre). Les liens de traduction qui impliquent l'écriture décimale en chiffres pourraient donc se construire après les autres liens de traduction. En fait, d'après le modèle, tous les liens de traduction pourraient s'observer sans qu'aucun lien de structure ne soit établi (conception unitaire). Inversement, l'établissement des liens de structure nécessite que les liens de traduction soient construits. Étant donné que les liens de traduction impliquant l'écriture décimale en chiffres pourraient se construire après les autres liens de traduction, la construction des liens de structure impliquant cette écriture décimale en chiffres viendrait, elle aussi, après la construction des liens de structure entre représentations verbale orale et quantitative du nombre.

Notre seconde hypothèse est que les liens de traduction et de structure devraient être associés aux *procédures de dénombrement* par dix et des dizaines par un. Par contre, aucune relation ne devrait être observée entre le dénombrement unitaire de la quantité, c'est-à-dire le dénombrement des quantités par un, et les liens de traduction, ni entre dénombrement unitaire et liens de structure.

Cette hypothèse suit également la progression prévue par le modèle de Fuson, Wearne *et alii* (1997) et de Fuson, Smith et Lo Cicero (1997). En effet, le modèle prévoit que c'est en utilisant des procédures de dénombrement unitaire que les liens de traduction et de structure se construisent au niveau des conceptions unitaires et « en décade ». Un enfant qui dénombre « par un » pourrait tout autant établir les liens de traduction et de structure qu'en être encore incapable. Par contre, l'utilisation des procédures de dénombrement par dix et des dizaines « par un » devrait être

le signe que les différents liens de traduction et de structure sont déjà établis car ces procédures relèvent respectivement des conceptions « en séquence » et des dizaines unitisées.

Recherche

L'étude que nous rapportons est une étude exploratoire, quantitative et transversale. Cent vingt et un enfants provenant d'écoles de régions différentes de Belgique francophone ont été testés lors d'entretiens individuels (+/- 40 minutes par enfant), dans une classe disponible de leur école. Ces enfants se répartissent en deux groupes d'âge : 61 enfants fréquentant la deuxième année primaire ($m = 7,5$ ans) et 60 enfants fréquentant la troisième année primaire ($m = 8,5$ ans). En Belgique, la seconde année de l'enseignement primaire est habituellement consacrée à l'étude des nombres de 20 jusqu'à 100 et aux opérations « mentales » sur ces nombres. En troisième primaire, les enfants apprennent les algorithmes écrits de résolution d'addition et de soustraction des nombres à plusieurs chiffres. Les entretiens se sont tous déroulés durant les trois premiers mois de l'année scolaire (octobre-décembre).

Nous avons choisi de reprendre et d'adapter les épreuves utilisées par Fuson, Smith & Lo Cicero (1997) et de Miura *et alii* (1993) pour évaluer l'acquisition et l'expression des conceptions du système en base 10. La « Bean Task » de Varelas et Becker (1997) sert à l'évaluation de l'acquisition de la « multiplicité des valeurs » et de la « composition de la valeur » et l'épreuve de Ho et Fuson (1998) mesure « la compréhension du cardinal organisé par dix et par dizaines ».

Épreuves :

1. Connaissance de la position du chiffre des dizaines et de la position du chiffre des unités (Fuson *et alii* (1997) :

l'adulte montre le nombre 28 écrit en chiffres et demande à l'enfant quel est le chiffre des unités, puis quel est le chiffre des dizaines. Cette tâche n'évalue ni un lien de traduction, ni un lien de structure, elle mesure la connaissance par les enfants des conventions concernant le nom de chaque chiffre en fonction de sa position dans la représentation décimale.

2. Lecture d'un nombre écrit en chiffres et illustration de ce nombre par du matériel (reprise de Miura *et alii* (1993) par Fuson, Smith et Lo Cicero (1997) :

l'adulte présente à l'enfant le matériel en base 10 (réglettes marquées en 10 segments et cubes unitaires). Il lui explique et lui montre qu'une réglette équivaut à 10 blocs de un. Il montre à l'enfant le nombre 28 écrit en chiffres, lui demande de le lire et de le montrer avec le matériel. Idem avec le nombre 42. Ensuite, l'adulte refait la construction de l'enfant pour le nombre 28, lui dit que c'est ce qu'il a fait lorsqu'il lui a montré ce nombre écrit en chiffres et lui demande s'il ne pourrait pas montrer le nombre avec le matériel d'une autre manière. Idem pour 42. L'exactitude des réponses en lecture évalue le lien de *traduction* entre les représentations décimale

en chiffres et verbale orale. L'exactitude des réponses en illustration du nombre par du matériel évalue la relation de *traduction* entre les représentations verbale orale et quantitative du nombre.

3. Dénombrement d'une quantité canonique et écriture décimale en chiffres, (Fuson, Smith et Lo Cicero (1997); adaptée ici avec du matériel en base 10) :

pour chacun des items (34, 17 et 26), l'adulte donne à l'enfant une quantité organisée de manière canonique (par exemple 3 blocs de dix et 4 blocs unités pour 34) avec le matériel en base 10, un papier et un crayon. Il demande à l'enfant s'il peut lui dire combien cela fait et ensuite s'il peut écrire ce nombre. Si l'enfant ne montre pas sa stratégie de dénombrement, l'adulte lui demande de montrer comment il a fait pour dénombrer le matériel. L'exactitude du dénombrement mesure le lien de *traduction* entre la représentation quantitative du nombre et la représentation verbale orale. L'exactitude de l'écriture en chiffres évalue le lien de *traduction* entre la représentation verbale orale et la représentation décimale en chiffres. Chaque type de *procédure* de dénombrement est répertorié (« par un », par 10, des dizaines « par un », ...).

4. Dénombrement d'une quantité non-canonique, écriture décimale en chiffres et compréhension de la valeur de position (reprise de Miura *et alii* (1993)), tâche adaptée avec du matériel en base 10 :

l'adulte donne à l'enfant 3 réglettes de 10 et 12 cubes et il lui demande d'écrire combien cela fait. Si l'enfant écrit le nombre, il lui demande successivement de montrer avec le matériel donné ce que chacun des chiffres signifie dans le nombre. L'exactitude du dénombrement mesure le lien de *traduction* entre la représentation quantitative du nombre et la représentation verbale orale. L'exactitude de l'écriture est une mesure du lien de *traduction* entre représentation verbale orale et représentation décimale en chiffres. Chaque type de *procédure* de dénombrement est répertorié. L'exactitude de l'illustration du chiffre des dizaines est une mesure du lien de *structure* entre la représentation décimale en chiffres et la représentation quantitative.

5. Dénombrement d'une quantité non-canonique, écriture décimale en chiffres et compréhension de la valeur de position pour un nombre à trois chiffres :

l'adulte montre à l'enfant deux plaquettes en bois équivalentes à 10 réglettes et quadrillées de manière à montrer les 100 cubes qu'elles représentent. Il explique à l'enfant ces deux équivalences en comptant avec lui les dix réglettes de la plaquette et les 100 petits cubes. Il donne ensuite à l'enfant une plaquette, 12 réglettes et 2 cubes. Il demande à l'enfant d'écrire combien cela fait et si l'enfant écrit un nombre à trois chiffres, il lui demande de lui montrer avec le matériel ce que signifient les deux derniers chiffres du nombre puis, de lui montrer ce que signifient les deux derniers chiffres du nombre. L'exactitude du dénombrement mesure le lien de *traduction* entre la représentation quantitative du nombre et la représentation verbale orale.

L'exactitude de l'écriture est une mesure de la *traduction* entre représentation verbale orale et représentation décimale en chiffres. Chaque type de *procédure* de dénombrement est répertorié. L'exactitude de l'illustration du chiffre des centaines est une mesure du lien de *structure* entre la représentation décimale en chiffres et la représentation quantitative.

6. Compréhension de la valeur de position : la « Ross task » (Ross (1986), (1989); adaptée ici selon Miura *et alii* (1993)) épreuve avec indice erroné :

l'adulte donne à l'enfant 13 jetons et 3 gobelets, il lui demande de mettre 4 jetons dans chaque gobelet. Il lui demande combien il y a de jetons en tout. Il montre ensuite le nombre 13 écrit en chiffres et demande successivement à l'enfant de montrer ce que chacun des chiffres signifie dans le nombre. Ici, le jeton qui est resté en dehors des gobelets pourrait être associé de manière erronée au chiffre 1 du nombre 13 tandis que les gobelets pourraient être associés au chiffre 3. L'exactitude de l'illustration du chiffre des dizaines est une mesure du lien de *structure* entre la représentation décimale en chiffres et la représentation quantitative.

7. Compréhension du cardinal emboîté par dix (Ho et Fuson (1998)) :

Pour chaque item, l'adulte place en les dénombrant un à un des jetons dans une boîte et demande à l'enfant de « compter tout haut » avec lui pour savoir combien il en met. Il s'arrête, dit à l'enfant qu'il va mettre d'autres jetons dans la boîte et lui demande de « compter tout haut » encore avec lui. Il reprend le dénombrement à partir de un. Il ferme la boîte et dit à l'enfant qu'il a d'abord placé x jetons, puis y jetons. Il lui demande combien il y a de jetons en tout dans la boîte. Il y a 4 items où x est égal à 4 et y égal à 2, 5, 7 ou 9 et 4 items où x est égal à 10 et y égal à 2, 5, 7 ou 9. Pour les items « 10+ », la compréhension du cardinal emboîté par 10 peut être utilisée ce qui n'est pas le cas pour les items « 4+ ». On attribue à l'enfant la compréhension du cardinal emboîté par 10 s'il répond correctement à tous les items « 10+ » en moins de 2 secondes et si ce n'est pas le cas pour les items « 4+ ». Cette tâche et la suivante nous permettent d'investiguer la relation de *structure* entre la représentation quantitative du nombre et sa représentation verbale orale.

8. Compréhension du cardinal emboîté par dizaines :

Pour chacun des 4 items de cette épreuve (20+3, 20+4, 20+7, 20+9), l'adulte dit à l'enfant qu'il place 20 jetons dans la boîte. Ensuite, il lui dit qu'il va mettre d'autres jetons dans la boîte et lui demande de « compter tout haut » avec lui. Il reprend le dénombrement à partir de 1. Il ferme la boîte et dit qu'il y a d'abord placé 20 jetons, puis y jetons. Il lui demande combien de jetons se trouvent dans la boîte. On attribue à l'enfant la compréhension du cardinal emboîté par dizaines s'il répond correctement à tous les items « 20+ » en moins de 2 secondes.

9. Compréhension de la multiplicité des valeurs et de la composition de la valeur : la « Bean Task » (adaptée de Varelas & Becker (1997))

L'adulte montre le nombre 12 écrit en chiffres et une tasse vide et demande à l'enfant de le lire. Il lui dit ensuite qu'il lui donne 12 jetons et il place les jetons dans la tasse vide : « *maintenant, souviens-toi que tous les jetons ensemble font juste ce nombre. Le nombre dit 12 et il y a 12 jetons* ». « Le nombre a deux parties... », l'expérimentateur les montre du doigt. Il place une tasse vide près de la carte du côté du chiffre des unités et demande à l'enfant, tout en pointant ce chiffre, de mettre « dans la tasse vide les jetons qu'il faut pour montrer cette partie du nombre ». Il lui demande combien de jetons il a mis dans la tasse. Ensuite, il place une autre tasse vide près de la carte mais du côté du chiffre des dizaines et demande à l'enfant, tout en pointant ce chiffre, de mettre « dans la tasse vide les jetons qu'il faut pour montrer cette partie du nombre ». Il lui demande combien de jetons il a mis dans la tasse. Deux contre-suggestions peuvent être données à l'enfant qui a répondu correctement en fonction de ses stratégies de réponses afin de voir si l'enfant peut donner ou non les arguments impliquant la multiplicité des valeurs et la composition de la valeur : 1) « Un autre enfant a fait ceci (l'expérimentateur place un jeton dans la tasse des dizaines). Est-ce que c'est une bonne façon de faire? Pourquoi? ». 2) « Un autre enfant a fait ceci : il a pris le reste des jetons d'un coup sans les compter (l'expérimentateur le fait). Est-ce que c'est une bonne façon de faire? Pourquoi? ». Un indice est donné à l'enfant qui répond erronément à la question de l'illustration du chiffre des dizaines : « Lis le nombre sur la carte ». En soulevant les deux tasses avec les jetons : « Combien y a-t-il de jetons en tout dans les deux tasses? Est-ce que c'est normal? ». La *multiplicité* des valeurs est attribuée si l'enfant donne une réponse correcte pour le chiffre des dizaines (la moitié des points s'il se corrige après l'indice). La *composition* de la valeur est attribuée si l'enfant donne une réponse correcte pour le chiffre des dizaines (et la moitié des points s'il se corrige après l'indice) et qu'il a pris les dix jetons restant sans les dénombrer ou a donné un argument montrant qu'il comprend que la somme des représentations quantitatives de chaque chiffre correspond à la quantité totale de départ. Par exemple, il répond à la première contre-suggestion qu'il n'est pas correct de prendre un jeton pour montrer le chiffre 1 car alors cela fait trois en tout (le contenu des tasses) et non douze. Ou encore, il répond à la seconde contre-suggestion que c'est correct de prendre les jetons qui restent sans les compter car il reste dix jetons puisqu'on en avait douze au départ. Ces deux mesures sont des mesures des composantes de la compréhension de la valeur de position (lien de *structure*).

10. Conceptualisation des groupes de dix dans un nombre à deux chiffres : la « Team Task » (Hiebert & Wearne (1992))

« Dans une école que je connais, il y a 53 élèves en deuxième année (l'adulte montre le nombre 53 écrit en chiffres). J'aimerais faire des équipes

de 10 enfants. Combien d'équipes je peux faire? Pourquoi? ». L'exactitude de la réponse mesure la compréhension en terme de dizaines unitisées du premier chiffre d'une représentation décimale écrite à deux chiffres¹.

11. Évaluer les stratégies spontanées d'addition et de soustraction de nombres avec regroupements avant enseignement de l'algorithme écrit (Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)) :

« Je vais te lire des petits problèmes. J'aimerais que tu me donnes la réponse. Tu peux utiliser comme tu veux le matériel à ta disposition. Tu peux me demander de répéter si tu n'as pas retenu la question. 1) Nicolas a 27 francs dans son porte-monnaie. Puis, il met encore 36 francs dans son porte-monnaie. Maintenant, combien a-t-il de francs dans son porte-monnaie? » « 2) Il y a 74 enfants dans l'autobus de l'école. 38 enfants descendent de l'autobus. Combien d'enfants restent dans l'autobus? » Si l'enfant reste bloqué par ces grands chiffres, l'adulte lui demande d'essayer quand même. L'exactitude des réponses mesure la capacité des enfants à effectuer des échanges entre les groupements (que ces échanges soient effectués mentalement ou sur les quantités) dans la résolution de problèmes verbaux d'addition et de soustraction.

Résultats

Les items se regroupent-ils selon la distinction liens de traduction/liens de structure?

Pour répondre à cette question, nous avons réalisé une analyse factorielle exploratoire² sur l'ensemble des mesures (excepté les procédures de dénombrement). Ont été exclus de cette analyse, les items dont la saturation factorielle la plus importante était inférieure à 0,4 et/ou n'ayant pas des saturations factorielles assez différentes ($>0,2$). Trois facteurs importants émergent. À eux trois, ils expliquent 55,1 % de la variance totale du test. Le premier facteur, que nous avons appelé « *compréhension des liens entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre* », explique 30.1 % de la variance des résultats et regroupe les épreuves évaluant la multiplicité des valeurs, la composition de la valeur, les différents items évaluant la compréhension de la valeur de position, le dénombrement de grandes quantités (au-delà de 100), la conceptualisation des groupes de dix d'un nombre à deux chiffres, l'écriture de nombres à trois chiffres, l'addition et la soustraction avec échanges lors de problèmes verbaux. Il implique donc la compréhension de la valeur de position, c'est-à-dire l'établissement du lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre, mais aussi le dénombrement et l'écriture d'un nombre à trois chiffres, la conceptualisation des

-
1. Elle n'est pas une évaluation de la relation de structure entre représentation décimale écrite et représentation verbale orale. Cette tâche ne peut être résolue qu'au niveau de la conception des dizaines unitisées du modèle de Fuson *et alii* (1997)
 2. Analyse en composant principal avec méthode de rotation varimax.

groupes de dix dans un nombre à deux chiffres et les opérations. Le second facteur, appelé « *traductions* », regroupe les épreuves évaluant le dénombrement de quantités qui impliquent des nombres à deux chiffres, l'écriture et l'illustration de nombres à deux chiffres. Il comprend donc les deux liens de traductions qui s'établissent entre les représentations quantitative du nombre et verbale orale et le lien de traduction qui unit la représentation verbale orale à la représentation décimale en chiffres (aucun item du test ne permet d'évaluer directement les liens de traduction entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre). Ce facteur permet d'expliquer 15,7 % de la variance des résultats. Le troisième facteur retenu, appelé « *conventions* », se compose des épreuves évaluant la lecture des nombres à deux chiffres, la connaissance de la position du chiffre des unités et du chiffre des dizaines et la compréhension du cardinal emboîté par dix et par dizaines. Ce facteur regroupe ainsi le lien de traduction entre représentations décimale en chiffres et verbale orale, la connaissance du nom des positions et le lien de structure entre représentations quantitative du nombre et verbale orale. Il n'explique que 9,3 % de la variance des résultats.

Y a-t-il une progression développementale entre ces facteurs?

Pour répondre à cette question, nous avons calculé les résultats factoriels obtenus par chaque enfant (un score par facteur pour chaque enfant) et nous avons réalisé une analyse de variance ANOVA sur ces résultats. De cette analyse, il apparaît que les résultats obtenus aux facteurs «traductions» et «conventions» sont proches et qu'ils diffèrent de manière significative ($F < 0,00001$) des résultats obtenus au facteur « compréhension des liens entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre » : les items des facteurs « *traductions* » et « *conventions* » sont significativement mieux réussis que les items du facteur « *compréhension des liens entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre* ». De cette analyse, on peut supposer un ordre développemental entre les trois facteurs : les compétences sous-jacentes aux facteurs « *traductions* » et « *conventions* » semblent se construire avant les compétences attachées au facteur « *compréhension des liens entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre* ».

Quelles sont les associations entre ces facteurs et les procédures de dénombrement unitaire, par dix et des dizaines « par un »?

Afin de voir s'il existe une relation entre les trois facteurs dégagés lors de l'analyse factorielle et les procédures de dénombrement unitaire, par dix et des dizaines « par un », nous avons calculé les corrélations entre les résultats factoriels et l'utilisation des procédures de dénombrement par les enfants pour résoudre les épreuves impliquant le dénombrement d'une quantité (nombre d'utilisation de la procédure/nombre de situations).

Les corrélations entre l'utilisation d'une procédure de dénombrement unitaire et les résultats factoriels aux trois facteurs sont toutes négatives et significatives (-.373 à $P < 0,0001$; -.195 à $P < 0,05$; -.389 à $P < 0,0001$). Cela signifie que plus un enfant

utilise la procédure de dénombrement unitaire, plus il obtient des résultats faibles à chacun des trois facteurs. L'utilisation d'une procédure de dénombrement par 10 est corrélée positivement avec le facteur « *traductions* » (.252 à $P < 0,005$), négativement avec le facteur « *compréhension des liens entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre* » et n'est pas corrélée avec le facteur « *conventions* ». Enfin, l'utilisation d'une procédure de dénombrement des dizaines par 1 est corrélée positivement de manière significative avec les trois facteurs : corrélation de .683 ($P < 0,0001$) pour le facteur « *compréhension des liens entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre* », de .288 ($P < 0,001$) pour le facteur « *traductions* » et de .368 ($P < 0,0001$) pour le facteur « *conventions* ».

Discussion

Les regroupements des items correspondent-ils à la distinction entre liens de traduction et liens de structure? Les liens de traduction sont-ils établis avant les liens de structure?

L'analyse factorielle exploratoire va dans le sens attendu de notre hypothèse d'un regroupement en fonction de la nature des liens évalués : les liens de traduction se regroupent entre eux et se distinguent du lien de structure entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre. De plus, l'analyse de variance ANOVA nous a permis d'établir un ordre développemental entre les compétences évaluées, les liens de traduction étant significativement mieux réussis que les items du facteur « *compréhension des liens entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre* », auquel appartiennent les items de structure entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre. Les liens de traduction semblent donc bien être construits avant les liens de structure, comme le modèle de Fuson *et alii* (1997) le prévoit.

Cependant, les regroupements observés ne sont pas toujours conformes aux regroupements attendus. Premièrement, parmi les liens de traduction, le lien entre les représentations décimale en chiffres et verbale orale (la lecture d'un nombre en chiffres) est attaché au facteur « *conventions* » et pas au facteur « *traductions* ». La lecture d'un nombre en chiffres aurait donc des caractéristiques différentes de l'écriture du nombre en chiffres (lien de traduction entre représentations verbale orale et décimale en chiffres), du dénombrement d'une quantité (lien de traduction entre représentations quantitative du nombre et verbale orale) et de l'illustration d'un nombre (lien de traduction entre représentations verbale orale et quantitative du nombre). Le modèle de Fuson *et alii* (1997) précise que l'écriture du nombre en chiffres (lien de traduction entre représentations verbale orale et décimale en chiffres et lien de traduction entre représentations quantitative du nombre et décimale en chiffres) peut s'acquérir après la construction des autres liens de traduction, au niveau de la conception « en décade ». Cependant, le modèle ne permet pas d'expliquer pourquoi l'écriture s'attacherait davantage que la lecture aux liens de traduction entre représentations quantitative du nombre et verbale orale, le contraire étant

plutôt attendu. Les résultats de l'analyse ANOVA ne nous permettent pas de confirmer l'ordre d'acquisition des liens de traduction prévu par le modèle puisque les différences entre les résultats factoriels aux facteurs « *conventions* » et au facteur « *traductions* » ne sont pas significatives. Les résultats des recherches en neuropsychologie développementale sur le transcodage ne montrent pas de différence de performance entre écriture et lecture d'un nombre en chiffres chez des enfants de 7 ans (Noël (2001)). Ces résultats confirment l'absence de différence significative observée chez nos sujets entre les performances aux facteurs « *conventions* » et « *traduction* ». Cependant, l'absence de cette différence développementale pourrait s'expliquer par l'âge des sujets évalués dans notre étude (7,5 ans et 8,5 ans) : tous les items de traduction sont déjà réussis par une grande majorité d'enfants. De nouvelles études, sur des enfants plus jeunes, sont nécessaires pour pouvoir décrire l'ordre d'acquisition des liens de traduction et les relations qu'ils entretiennent en eux.

Deuxièmement, alors que nous attendions que tous les liens de structure se regroupent au sein d'un même facteur, le lien de structure entre la représentation quantitative du nombre et la représentation verbale orale (évalué par l'épreuve de compréhension du cardinal emboîté par dix et par dizaines) est attaché au facteur « *conventions* » et non aux items évaluant la relation de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre. De plus, l'analyse ANOVA a permis d'établir une différence significative dans les résultats obtenus aux items à ces deux facteurs. D'après le modèle de Fuson, Wearne *et alii* (1997) et Fuson, Smith et Lo Cicero (1997), les six liens de structure s'établissent au niveau de la conception « en décade ». Lors de la construction de cette conception, les premiers liens de structure sont ceux qui relient les représentations verbale orale et quantitative du nombre car, au début, les liens de structure avec la représentation décimale en chiffres peuvent s'établir sur des erreurs de traduction (« 503 » pour « 53 » avec le « 50 » relié au mot-nombre cinquante et à la quantité cinquante). Ce n'est que lors de la seconde étape de construction de cette conception que les liens de structure avec la représentation décimale en chiffres correcte se développeraient. L'analyse des corrélations entre les items montre que des corrélations peu élevées (entre .25 et .35) mais significatives (à .005 et .0001) associent le lien de structure entre représentations quantitative du nombre et verbale orale au lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre. Cependant, les deux liens se distinguent l'un de l'autre, le premier étant bien mieux réussi que le second et appartenant à un facteur distinct. Ces résultats montrent que le lien de structure entre représentations quantitative du nombre et verbale orale est antérieur au lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre, ce qui est effectivement prévu dans le modèle. Cependant, la différence significative si importante relevée par l'analyse de variance ANOVA pose la question de savoir si vraiment, ces deux liens de structure se construisent au même niveau conceptuel et s'ils n'appartiennent pas plutôt à des moments développementaux différents. La réponse à cette question nécessiterait cependant l'évaluation non seulement des deux liens de structure mesurés ici mais aussi des quatre autres liens de structure possibles entre les trois modes de représentation du nombre. Ainsi, nous pourrions

compléter l'étude du modèle de Fuson, Wearne *et alii* (1997) et Fuson, Smith et Lo Cicero (1997) et analyser plus finement l'ordre développemental d'acquisition de ces liens.

Au-delà de notre hypothèse, l'analyse factorielle a regroupé les liens de structure et de traduction avec d'autres compétences. Ainsi, au sein du facteur « *compréhension des liens entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre* », l'association des liens de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre avec l'addition et la soustraction avec échanges et avec le dénombrement et l'écriture de grands nombres indique clairement que ces compétences sont liées à une compréhension de l'écriture des nombres. Ce résultat est similaire à ceux obtenus par Hiebert et Wearne (1996), (1992) et par Ho et Cheng (1997)³. Il semble confirmer l'importance donnée par Fuson *et alii* (1997) à l'addition et la soustraction de nombres à plusieurs chiffres comme supports de la poursuite de la construction de la valeur positionnelle.

Le troisième facteur, « *conventions* », n'était pas attendu *a priori*. Il regroupe la lecture des nombres (traduction entre représentations décimale en chiffres et verbale orale), la connaissance de la position du chiffre des unités et des dizaines dans un nombre et la compréhension du cardinal emboîté par dix et par dizaines. Une analyse plus fine des résultats montre que la lecture d'un nombre écrit en chiffres est une compétence nécessaire mais non suffisante à la compréhension du cardinal emboîté par 10 (lien de structure entre représentations quantitative du nombre et verbale orale). L'apprentissage de la lecture des nombres en chiffres aurait ainsi une influence sur la manière dont l'enfant établit le lien de structure entre représentations quantitative du nombre et verbale orale. D'autre part, la connaissance du nom des positions est classiquement considérée comme un élément de la maîtrise des concepts de valeur de position, qu'elle soit évaluée par une épreuve où l'enfant doit montrer le chiffre des dizaines et le chiffre des unités sur le nombre écrit puis sur du matériel (Miura *et alii* (1993), (1994)) ou par une épreuve où il doit dire le nombre de dizaines qu'un nombre écrit comprend ainsi que le nombre d'unités (Fuson *et alii* (1997)). Les items rassemblés ici par l'analyse factorielle sont « montrer le chiffre des unités » et « montrer le chiffre des dizaines ». Par rapport aux épreuves classiques, on perd la partie illustration du chiffre des dizaines et du chiffre des unités. Dès lors, on peut comprendre pourquoi ces items ne sont pas associés au facteur « *compréhension des liens entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre* ».

**Les procédures de dénombrement par dix et des dizaines par
un sont-elles associées aux liens de traductions et de structure?
Observe-t-on une association nulle entre la procédure de
dénombrement unitaire et les liens de traduction et de structure?**

Au niveau de notre seconde hypothèse, parmi les relations attendues entre les procédures de dénombrement et les liens de traduction et de structure, la procédure de dénombrement des dizaines « par un » est liée fortement avec le facteur

3. Ho et Cheng font cette observation sur des opérations écrites verticalement.

« *compréhension des liens entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre* » et corrélée positivement avec le facteur « *traductions* »; la procédure de dénombrement par 10 est corrélée positivement avec le facteur « *traductions* ». Contrairement à notre hypothèse, la procédure de dénombrement par 10 est corrélée négativement avec le facteur « *compréhension des liens entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre* » et les deux facteurs sont liés négativement avec les procédures de dénombrement « par un ». Le troisième facteur, « *conventions* », est corrélé négativement avec les procédures de dénombrement par un et positivement avec les procédures de dénombrement des dizaines par un.

Même si nous n'observons donc pas l'entière des relations attendues, ces corrélations indiquent que plus les procédures de dénombrement utilisées relèvent d'une conception élaborée, meilleurs sont les résultats aux épreuves d'évaluation du système en base 10 : l'utilisation d'une procédure unitaire est liée avec une incapacité à établir les liens de traduction et de structure (corrélations négatives), l'utilisation d'une procédure de dénombrement par 10 est signe de la construction des liens de traductions, et, enfin, l'utilisation d'une procédure de dénombrement des dizaines « par un » est très fortement liée à la « *compréhension des liens entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre* » (compréhension de la valeur de position, opérations avec échanges, dénombrement et écriture de grands nombre, et conceptualisation des groupes de 10 dans un nombre), est corrélée positivement avec les « *traductions* » ainsi qu'avec les « *conventions* » (lecture d'un nombre, compréhension du cardinal emboîté par dix et par dizaines et connaissance du nom des positions). Ces résultats nous amènent à revenir au modèle de Fuson *et alii* (1997) et à remettre en question certaines conceptions.

Relations observées entre les procédures de dénombrement et la compréhension de la valeur de position (lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre)

Selon le modèle, l'enfant peut comprendre la valeur de chacun des chiffres d'un nombre écrit alors qu'il ne peut encore utiliser qu'un dénombrement unitaire des quantités. En effet, même si au début de la construction de la conception « en décade » l'enfant peut n'avoir pas encore compris que le chiffre 5 du nombre 53 signifie cinquante (ce qui explique l'erreur d'écriture 503 pour cinquante-trois), dans la seconde étape de construction de cette conception, il devient capable d'établir les liens de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre (Fuson, Smith & Lo Cicero (1997)). Or, la procédure de dénombrement de cette conception est toujours le dénombrement unitaire (avec séparation physique ou orale entre le groupe des dizaines et les unités). Nous nous attendions donc à ce que des enfants qui dénombrent « par un » puissent aussi bien comprendre la valeur de chaque chiffre d'un nombre à deux chiffres qu'en être encore incapable et notre hypothèse était que les liens de structure ne seraient pas corrélés avec la procédure de dénombrement par un. Ce n'est pas ce qui apparaît puisque la procédure de dénombrement unitaire est corrélée négativement avec le facteur « *compréhension du lien entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du*

nombre ». Cependant, étant donné que ce facteur comprend également le dénombrement, l'écriture de grands nombres et des opérations d'addition et de soustraction, on pourrait penser à juste titre que la réussite au facteur implique des compétences en dénombrement plus évoluées que celles requises *a priori* par le modèle pour le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre. Nous avons donc calculé les corrélations entre les résultats aux différents items qui impliquent le lien entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre avec les différentes procédures de dénombrement. De ces nouvelles analyses, il apparaît que les 6 items évaluant le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre sont tous corrélés négativement (entre -0,211 et -0,334) et de manière significative avec la procédure de dénombrement « par un » : plus un enfant utilise le dénombrement unitaire, moins il a de chance d'établir le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre. On peut donc se demander si effectivement, des enfants qui utilisent la conception « en décade » et qui dénombrent « par un » peuvent déjà comprendre le lien entre représentations quantitative du nombre et décimale en chiffres.

Les résultats sont étonnants aussi en ce qui concerne la conception « en séquence ». Ici, l'enfant qui dénombre par 10 des quantités organisées est sensé avoir acquis le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre. Or, nous avons obtenu une corrélation négative entre dénombrement par 10 et le facteur « *compréhension du lien entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre* » : les enfants qui dénombrent par 10 ont tendance à ne pas réussir les items qui impliquent le lien de structure entre les représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre. Afin de vérifier ici aussi que cette corrélation négative n'est pas due aux autres compétences évaluées par le facteur, il convient d'analyser les corrélations obtenues entre les différents items évaluant le lien entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre et la procédure de dénombrement par 10. Toutes sont négatives effectivement mais seulement trois d'entre elles sont significatives. S'il y a un lien entre la procédure de dénombrement par 10 et le lien de structure entre les représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre, il est négatif mais peu important. L'enfant qui dénombre par 10 n'a donc pas encore tendance à établir le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre contrairement à ce que le modèle de Fuson *et alii* prévoit. En fait, les corrélations négatives faibles et/ou non significatives montrent que l'enfant qui dénombre par dix a un peu plus de chances de ne pouvoir établir le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative que de pouvoir établir ce lien.

Par contre, au niveau de la conception des dizaines unitisées (et de la procédure de dénombrement des dizaines par un), nous avons effectivement une corrélation positive élevée avec le facteur « *compréhension du lien entre représentation décimale en chiffres et représentation quantitative du nombre* ». Ici aussi, nous vérifions dans quelle mesure cette corrélation est due ou non aux autres compétences du facteur et nous nous attardons sur les corrélations entre le dénombrement des dizaines « par

un » et le liens de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre. Celles-ci sont toutes positives et significatives mais moins élevées (entre 0,342 et 0,449). Effectivement, l'enfant qui dénombre les dizaines « par un » et utilise ainsi la conception des dizaines unitisées a tendance à pouvoir établir le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre.

Ces résultats au niveau de la relation entre les diverses procédures et le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative du nombre remettent en question les conceptions « en décade » et « en séquence » telles qu'elles sont décrites actuellement : ce lien a tendance à ne pas s'établir lorsque l'enfant dénombre « par un » et peut ne pas être établi alors que l'enfant dénombre par 10. Les rapports décrits dans le modèle de Fuson *et alii* (1997) entre procédure de dénombrement et lien de structure entre représentation quantitative du nombre et représentation décimale en chiffres doivent être questionnés. Ces résultats semblent montrer en effet que les difficultés des enfants peuvent se rencontrer au niveau de la représentation décimale en chiffres sans se situer au niveau des procédures de dénombrement et de regroupement des quantités (Varelas & Becker (1998)). D'une manière plus générale, ils appellent à un réexamen des associations de tous les liens de structure entre chacun des modes de représentation du nombre afin de vérifier que ces associations correspondent à celles prévues par le modèle de Fuson *et alii* (1997) pour chaque conception.

Relations entre les procédures de dénombrement et la compréhension du cardinal emboîté par dix et par dizaines (lien de structure entre les représentations quantitative du nombre et verbale orale)

L'épreuve de compréhension du cardinal emboîté par dix et par dizaines fait partie du facteur « *conventions* ». Nous avons voulu savoir également comment se comporte ce lien avec les différentes procédures de dénombrement. Notre hypothèse prévoyait ici aussi une association avec les procédures de dénombrement par dix et des dizaines par un et aucune association avec les procédures de dénombrement unitaires. Au niveau du facteur, les corrélations sont négatives avec la procédure de dénombrement par un, nulle avec la procédure de dénombrement par dix et positive avec la procédure de dénombrement des dizaines par un. Au niveau particulier des items qui évaluent ce lien, les corrélations sont quelque peu différentes : les corrélations sont négatives également avec la procédure de dénombrement unitaire (-0,397 et -0,4232 à $p < 0,0001$), nulle avec la procédure de dénombrement par dix et positives avec la procédure de dénombrement des dizaines « par un » (0,225 et 0,350 à $p < 0,05$ et 0,0001) mais nous avons une corrélation positive entre la compréhension du cardinal emboîté par dix et la procédure de dénombrement par dix (0,1795 à $p < 0,05$). Au niveau du dénombrement par un, l'association négative avec le lien de structure entre représentations quantitative du nombre et verbale orale va à l'encontre de notre hypothèse et remet plus encore que précédemment en question la conception « en décade », où l'enfant dénombre « par un » mais est sensé avoir acquis le lien. Les enfants qui utilisent un dénombrement unitaire peuvent-ils vraiment établir le lien de structure entre représentations quantitative du nombre et

verbale orale? Au niveau du dénombrement par dix, la corrélation positive avec la compréhension du cardinal emboîté par dix et nulle avec la compréhension du cardinal emboîté par dizaines indique que les enfants qui dénombrent par dix commencent à comprendre le lien entre représentations quantitative du nombre et verbale orale mais pas pour les nombres au-delà de 20. Ainsi, l'apprentissage du dénombrement par dix correspondrait au moment de la construction du lien de structure entre représentations quantitative du nombre et verbale orale. La conception « en séquence » doit donc, elle aussi être remise en question.

Relations entre les procédures de dénombrement et les liens de traduction

Les corrélations obtenues entre le facteur « *traduction* » et les procédures de dénombrement sont négatives pour la procédure unitaire, positives pour la procédure de dénombrement par dix et des dizaines « par un ». Ici, seule la corrélation négative entre procédure unitaire et les liens de traduction n'était pas attendue. Nous attendions une corrélation nulle. Ce résultat pose la question de savoir si, comme le modèle de Fuson *et alii* (1997) le prévoit, parmi les enfants qui ne peuvent utiliser qu'un dénombrement unitaire, certains, en utilisant la conception unitaire ou la conception « en décade », seraient déjà capables d'établir les liens de traduction. Pour poursuivre de ce côté nos investigations, il faudrait évaluer séparément chacun des six liens de traduction entre représentations quantitative du nombre, verbale orale et décimale en chiffres et analyser quelles relations ils entretiennent avec les différentes procédures de dénombrement, procédures où serait distinguée la procédure unitaire de la procédure « en décade » (ce que nos données ne permettent pas de faire actuellement). C'est ici que les recherches sur le transcodage en neuropsychologie développementale doivent intervenir (Noël (2001); Seron & Fayol (1994), Seron, Noël & Van der Elst (1997)) car elles fournissent des outils pour évaluer particulièrement chacun des six liens de traduction. L'enjeu est de savoir si les relations entre les deux systèmes conventionnels de représentations du nombre (décimales en chiffres et verbales orales) influencent ou non la capacité de l'enfant à utiliser (construire ou dénombrer) une représentation quantitative du nombre en base dix, et *in fine*, la conceptualisation du nombre chez l'enfant.

Conclusion

Cette étude exploratoire et nos hypothèses de départ nous ont permis de questionner le modèle de Fuson *et alii* (1997a), (1997b) à plusieurs niveaux et de définir les investigations nécessaires à la mise à l'épreuve empirique de ce modèle.

Une première série de questions naissent de la distinction entre les liens de traduction et les liens de structure entre les différents modes de représentation du nombre. Cette distinction est partiellement confirmée par nos résultats. Néanmoins, un examen simultané des liens de traduction et liens de structure nous permettra d'éclaircir les relations qu'ils entretiennent et d'apporter de nouveaux éléments quant à l'ordre de leur acquisition. De plus, il permettra l'investigation de la question

relative à l'influence des systèmes de représentations conventionnels sur la conceptualisation du nombre chez l'enfant.

Une seconde série de questions portent sur la séquence développementale qui relie les procédures de dénombrement et la construction des relations entre les trois modes de représentation du nombre. Nos résultats semblent montrer que les enfants peuvent rencontrer des difficultés au niveau de la représentation décimale en chiffres (compréhension de la valeur de position) tout en maîtrisant les procédures de dénombrement et de regroupement des quantités par dix (Varelas & Becker (1998)). Cette observation contredit l'hypothèse d'une construction des relations de traduction et de structure antérieure à la capacité à utiliser les regroupements par dix et par dizaines dans le dénombrement. Tous les liens de traduction et le lien de structure entre représentation quantitative du nombre et système verbal oral se construiraient en même temps que le dénombrement par dix. La relation de structure entre système décimal en chiffres et représentation quantitative du nombre (valeur positionnelle) se construirait en même temps que le dénombrement des dizaines « par un ».

Les limites de cette étude sont liées à son caractère exploratoire.

Premièrement, si l'étude permet de confirmer en partie la distinction entre liens de traductions et de structure, ceux-ci doivent encore être précisés au niveau conceptuel et au niveau de leur évaluation empirique. Pour les liens de traduction, la question est de savoir à partir de quand on peut créditer l'enfant de la capacité à établir une traduction entre deux modes de représentations : par exemple, doit-on vraiment considérer les erreurs de dénombrement (oubli d'un cube ou surcomptage) comme le signe de l'incapacité de l'enfant à pouvoir établir un lien impliquant la représentation quantitative du nombre? Ici, nous avons pris ces erreurs comme sources d'échec mais de nouvelles investigations s'imposent. Pour les liens de structure, la question concerne également le niveau d'exigence de leur définition. Par exemple, établir le lien de structure entre représentations décimale en chiffres et quantitative, est-ce seulement pouvoir attribuer la valeur « dizaine » au premier chiffre d'un nombre à deux chiffres? Ou est-ce aussi pouvoir comprendre que si on a pris, d'une quantité représentant un nombre à deux chiffres, la valeur correspondant à l'un des chiffres de ce nombre, il reste forcément la quantité correspondant à la valeur de l'autre chiffre? En d'autres termes, la compétence à établir les relations de structure correspond-elle à la définition classique de la valeur de position (Kamii (1989); Fuson *et alii* (1997); Miura *et alii* (1994), etc.) ou implique-t-elle la coordination de la multiplicité des valeurs et de la composition de la valeur (Varelas & Becker (1997))?

Deuxièmement, cette étude nous a permis de nous rendre compte de la nécessité de disposer d'épreuves évaluant l'ensemble des liens décrits dans le modèle de Fuson *et alii* (1997), ce que ne permettent pas les épreuves classiques utilisées dans la littérature. Ainsi, les regroupements et les distinctions observés ici entre les épreuves ne sont que des indications et doivent impérativement être validés par une étude dont les épreuves évalueront l'entière des liens postulés dans le modèle.

Troisièmement, cette étude ne nous permet pas encore d'investiguer le caractère unidimensionnel du développement du système en base dix : Les enfants suivent-ils vraiment tous le même parcours développemental? Quel est (sont) le(s) parcours développemental(-aux) suivi(s) par les enfants? Ici encore, seule une définition et une évaluation solides de toutes les compétences impliquées dans ce développement permettra une réelle investigation de ces questions.

Enfin, cette étude porte sur des enfants de 2^{ème} et de 3^{ème} année primaire et leur réussite aux items de traduction est déjà importante. Une nouvelle étude portant sur des enfants plus jeunes nous permettra d'observer le développement des liens de traduction en relation avec les liens de structure.

Notre prochaine étude consistera en une évaluation individuelle de toutes les relations de traduction et de structure sur un grand échantillon d'enfants ($n = 120$) afin de pouvoir observer toutes les situations développementales prévues par le modèle de Fuson *et alii* (1997). Elle portera sur des enfants de première et de deuxième année primaire testés au printemps 2002. Le caractère unidimensionnel des compétences sera testé. Si ce test s'avère négatif, nous chercherons à décrire les différents profils importants dans les réponses des enfants : les patterns de réponses observés sont-ils tous compatibles avec les différentes conceptions décrites dans le modèle de Fuson *et alii*? Dans le but d'évaluer l'acquisition de toutes les relations de traduction et de structure entre les trois modes de représentation du nombre ainsi que la manière dont ces dernières se manifestent chez les enfants, nous avons construit de nouvelles épreuves permettant l'évaluation des relations dont l'étude est impossible avec les épreuves classiques.

Remerciements

Je tiens à remercier particulièrement Catherine Van Nieuwenhoven, la professeure Lucie DeBlois ainsi que le professeur Jacques Grégoire pour leur aide précieuse et leurs judicieux conseils.

Références bibliographiques

- Bednarz, N., Dufour-Janvier, B. (1986). Une étude des conceptions inappropriées développées par les enfants dans l'apprentissage de la numération au primaire. IN *European Journal of Psychology of Education*, Vol. 1(2), pp. 17-33.
- DeBlois, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. IN *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, Vol. 16(1), pp. 71-128.

- Drueck, J.V. (1997). *Factors related to conceptual understanding and solution procedures of two-digit addition and subtraction in second-grade average-math achievers and low-math achievers at-risk for learning disabilities*. A dissertation submitted for the degree of Doctor of Philosophy. Illinois.
- Fuson, K.C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. IN *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, D. Grouws (Ed.), New York : Macmillan.
- Fuson, K.C., Smith, S.T., Lo Cicero, A.M. (1997). Supporting Latino First Graders' Ten Structured Thinking in Urban Classrooms. IN *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 28 (6), pp. 738-766.
- Fuson, K.C., Wearne, D., Hiebert, J.C., Murray, H.G., Human, P.G., Olivier, A.I., Carpenter, T.P., Fennema, E. (1997). Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. IN *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 28 (2), pp. 130-162.
- Hiebert, J., Wearne, D. (1996). Instruction, understanding and skill in multidigit addition and subtraction. IN *Cognition and Instruction*, Vol. 14, pp. 251-283.
- Hiebert, J., Wearne, D. (1992). Links between teaching and learning place value with understanding in the first grade. IN *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 23, pp. 68-122.
- Ho, C.S.-H., Cheng, F.S.-F. (1997). Training in place value concepts improves children's addition skills. IN *Contemporary educational psychology*, Vol. 22, pp. 495-506.
- Ho, C.S.-H., Fuson, K.C. (1998). Children's Knowledge of Tens Quantities as Tens and Ones : Comparisons of Chinese, British, and American Kindergartners. IN *Journal of Educational Psychology*, Vol. 90 (3), pp. 536-544.
- Kamii, C. (1989). *Young children continue to reinvent arithmetic-2nd grade : Implications of Piaget's theory*. New York : Teachers College Press.
- Miura, I.T., Okamoto, Y., Kim, C.C., Chang, C.M., Steere, M., Fayol, M. (1994). Comparisons of children's cognitive representation of number : China, France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. IN *International Journal of Behavioral Development*, Vol. 17 (3), pp. 401-411.
- Miura, I.T., Okamoto, Y., Kim, C.C., Steere, M., Fayol, M. (1993). First graders cognitive representation of number and understanding of place value : cross-national comparisons - France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. IN *Journal of Educational Psychology*, Vol. 85 (1), pp. 24-30.
- Noël, M.-P. (2001). Le transcodage chez l'enfant. IN *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*, A. Van Hout & C. Meljac, Paris : Masson, pp. 109-117.
- Nunes, T., Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford, UK : Blackwell Publishers

- Resnick, L.B. (1983). A developmental theory of number understanding. IN *The Development of Mathematical Thinking*, H.P. Ginsburg (Ed), New York : Academic Press, pp. 109-151.
- Resnick, L.B., Omanson, S.F. (1987). Learning to understand arithmetic. IN *Advances in instructional psychology*, R. Glaser (Ed.), Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Vol. 3, pp. 41-95.
- Ross, S.H. (1989). Parts, wholes, and place value. A developmental view. IN *Arithmetic Teacher*, Vol. 36, pp. 47-51.
- Ross, S.H. (1986, April). *The development of children's place-value numeration concepts in grades two through five*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
- Seron, X., Fayol, M. (1994). Number Transcoding in Children - A Functional Analyses. IN *British Journal of Developmental Psychology*, Vol. 12(3), pp. 281-300.
- Seron, X., Noël, M.-P., Van der Elst, G. (1997). *Where do Arabic number reading errors come from?*. Presentation on the VIIIth European Conference on Developmental Psychology, Rennes.
- Varelas, M., Becker, J. (1997). Children's developing understanding of place value : semiotic aspects. IN *Cognition and Instruction*, Vol. 15 (2), pp. 265-286.