

PROCFTN : Une nouvelle procédure du choix flou pour les problèmes d'affectation multicritère

Belacel Nabil

*GERAD et Ecole des Hautes Etudes Commerciales
3000 Chemin de la Côte-Sainte-Catherine, Montreal
Canada H3T 2A7
Nabil@crt.umontreal.ca*

Septembre, 2000

Les Cahiers du GERAD
G-2000-51

Copyright © 2000 GERAD

Résumé

Ce papier présente une nouvelle procédure de classification, appelée *PROCFTN*, basée sur le domaine de l'aide multicritère à la décision. Le principe général de la méthode consiste à déterminer les fonctions de scores flous afin de dégager un sous-ensemble de prototypes les plus ressemblants à l'objet à affecter. Puis, elle applique la règle de vote majoritaire pour déterminer la classe d'affectation de l'objet. Cette procédure est illustrée par une application dans le domaine de l'aide au diagnostic médical des leucémies aiguës.

Mots clef : Aide multicritère à la décision, Classification, Sous-ensemble flou, Fonctions du score, Diagnostic médical

Abstract

This paper presents a new classification procedure, called *PROCFTN*, which belongs to multicriteria decision aid area. This procedure is based on the fuzzy scoring function to determine a subset of prototypes, which represent the closest resemblance with an object to be assigned. Then it applies the majority-voting rule to assign an object to a class. We also present a medical application of this procedure as an aid to assist medical diagnosis of acute leukaemia.

Keywords: Multicriteria decision aid, Classification, Fuzzy sets, Scoring function, Medical diagnosis

1. Introduction

Pour affecter un objet à une classe prédéfinie les méthodes de classification procèdent en plusieurs étapes. L'étape la plus importante consiste à élaborer des règles de classification à partir des connaissances disponibles a priori ; il s'agit de la phase d'apprentissage. Cette dernière utilise soit l'apprentissage inductif ou déductif. Les algorithmes d'apprentissage inductif dégagent un ensemble de règles de classification à partir d'un ensemble d'exemples déjà classés afin de prédire la classe d'un nouveau cas. Parmi les méthodes utilisant ce type d'apprentissage, citons les méthodes des k plus proches voisins, la méthode bayésienne, la méthode d'analyse discriminante, l'approche des réseaux de neurones et la méthodes d'arbre de décision [8,11-12,19,22]. Dans les algorithmes d'apprentissage déductif, les règles d'affectation sont déterminées a priori par l'interaction avec l'expert. A partir de ces règles on détermine les classes d'affectation des objets. Parmi les méthodes utilisant ce type d'apprentissage nous avons les systèmes experts et les ensembles approximatifs [16,22]. En pratique pour résoudre certains problèmes de classification on a besoins des méthodes qui peuvent combiner les deux types d'apprentissages. Ce besoin nous a incité à développer une nouvelle méthode de classification baptisée *PROCFTN*. Cette procédure est basée sur l'approche de l'aide multicritère à la décision (MCDA) qui utilise des comparaisons entre l'individu à affecter et les objets de référence des classes. Cette comparaison se fait par le biais d'un modèle relationnel de préférence [20-21]. Ainsi les méthodes utilisant MCDA évitent le recours à des distances et permettent d'utiliser des critères quantitatifs et/ou qualitatifs. De plus elles permettent d'éviter les problèmes rencontrés lorsque les données sont exprimées dans des unités différentes. Ces avantages nous ont motivé à développer une nouvelle méthode de classification. Par ailleurs très peu de méthodes de classification utilisant MCDA ont été appliquées dans le domaine du diagnostic médical [6-7]. Ce fait nous a encouragé à développer une nouvelle méthode de classification et de l'appliquer dans le domaine de l'aide au diagnostic médical. Le principal objectif de cet article est de présenter une nouvelle méthode de classification utilisant MCDA et de l'appliquer au diagnostic médical. Les leucémies aiguës ont été choisies comme exemple d'application.

2. Description de la procédure PROCFTN

Le principe général de la procédure *PROCFTN* est de déterminer un sous-ensemble de prototypes des classes les plus ressemblants à l'objet à affecter. Cette procédure utilise des indices d'indifférence flous partiels, calculés par la procédure *PROAFTN* [4-5], afin de choisir les prototypes qui ressemblent le plus à un objet à affecter. Ceci permet de considérer la procédure *PROCFTN* comme étant une méthode des k plus ressemblants voisins à un objet à affecter. Le nombre k des plus ressemblants voisins est déterminé directement par la procédure *PROCFTN*, ce qu'il n'est pas le cas dans la méthode des k plus proches voisins (k-ppv) où le nombre k est donné a priori [11-12]. Ceci constitue un avantage de la procédure *PROCFTN* par rapport à la méthode des k-ppv.

Les données et les notations utilisées dans la procédure *PROCFTN* sont :

- A ensemble des objets à affecter aux différentes classes. Dans la suite, on supposera que A est fini et non vide.
- $F = \{g_1, \dots, g_n\}$ un ensemble de critères ou d'attributs. g_2, \dots, g_n
 - $w_j, j=1 \dots, n$, sont des coefficients positifs et qui reflètent l'importance relative des attributs (avec $\sum_{j=1}^n w_j = 1$).
- Ω ensemble de k classes telles que : $\Omega = \{C^1, \dots, C^k\}$, $k \geq 2$.

- B^h ensemble des prototypes de la h^{th} classe, avec $B^h = \{b_i^h / h = 1, \dots, k, i = 1, \dots, L_h\}$ où b_i^h représente le i^{th} prototype de la h^{eme} classe.
 - B ensemble de tous les prototypes telle que $B = \bigcup_{h=1}^k B^h$ (l'ensemble B est fini et non vide).
 - \hat{A} ensembles des objets A et B telle que : $\hat{A} = A \cup B$.
- Les scores des objets sont évalués sur un ensemble F d'attributs, telles que:

$\forall a \in A$, nous avons :

$$g(a) = (g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a)),$$

$$\forall b_i^h \in B^h, \text{ nous avons :}$$

$$g(b_i^h) = (g_1(b_i^h), g_2(b_i^h), \dots, g_n(b_i^h)),$$

avec: h variant de 1 à k et i variant de 1 à L_h .

- Dans la pratique, les scores des prototypes sont généralement donnés sous forme d'intervalle, ainsi pour chaque attribut g_j , on associe à chaque prototype b_i^h l'intervalle $[S_j^1(b_i^h), S_j^2(b_i^h)]$, avec $S_j^2(b_i^h) \geq S_j^1(b_i^h)$.

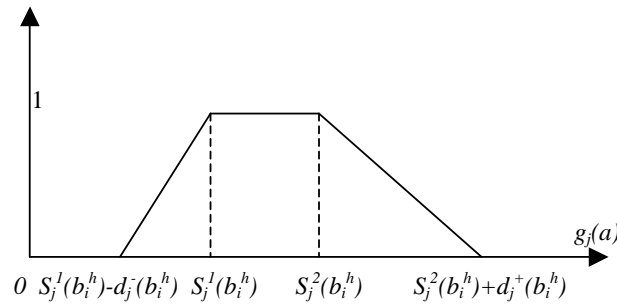


Figure 1. Indice de concordance partiel

- $C_j(a, b_i^h), j=1, \dots, n$ est l'indice de concordance qui représente le degré avec lequel l'attribut g_j est en faveur de la relation d'indifférence "ressemblance" entre l'objet a et le prototype b_i^h . Figure 1 montre comment ces indices sont calculés. Dans cette figure, deux seuils de discrimination ($d_j^+(b_i^h) \geq 0$; $d_j^-(b_i^h) \geq 0$), ont été utilisés afin de prendre en compte l'imprécision des données [4-5].

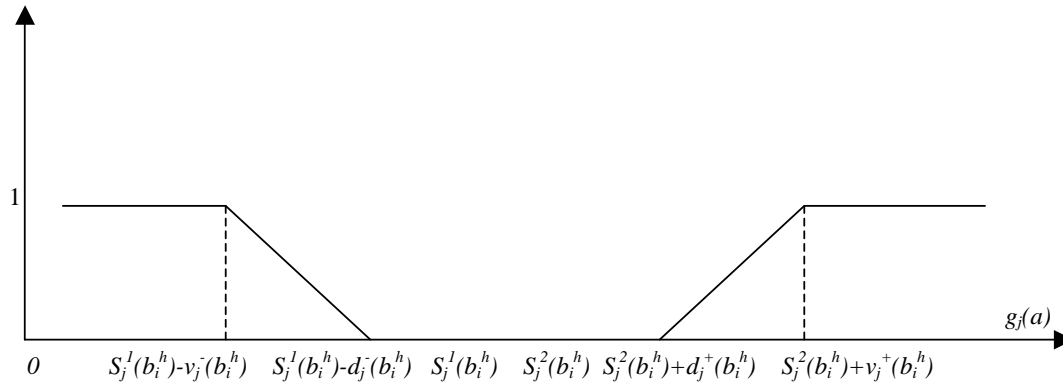


Figure 2. Indice de discordance partiel

- $D_j(a, b_i^h), j=1, \dots, n$ est l'indice de discordance qui représente le degré avec lequel l'attribut g_j est contre la relation d'indifférence "ressemblance" entre l'objet a et le prototype b_i^h . La Figure 2 montre comment ces indices sont calculés. Comme montre la Figure nous avons introduit deux seuils de veto ($v_j^+(b_i^h) \geq 0 ; v_j^-(b_i^h) \geq 0$) afin de définir des valeurs à partir desquels l'objet a est considéré complètement différent du prototype b_i^h [4-5].

$D_I(a, b_i^h)$ est la relation de discordance floue globale pour la proposition "l'objet a est indifférent ou sensiblement équivalent au prototype b_i^h ". Pour calculer l'indice de discordance global D_I , on utilise l'opérateur d'agrégation disjonctif qui prend la valeur 0 dès qu'un indice $D_j, j=1, \dots, n$, prend une valeur 1, alors on aura:

$$D_I(a, b_i^h) = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - D_j(a, b_i^h))^{w_j}$$

Pour plus de détails sur les indices de concordance et de discordance nous renvoyons le lecteur aux travaux de Roy [20], de Perny et Roy [18] et de Perny [17].

Pour affecter un objet a à la classe correspondante, *PROCFTN* procède en cinq étapes :

1. Matrice de performances
2. Relation de préférence floue
3. Fonction du score floue
4. Ensemble de choix des prototypes
5. Décision d'affectation

2.1 Matrice de performances

La matrice de performances est déterminée afin d'évaluer les prototypes des classes à partir d'un ensemble d'attributs. Les lignes de cette matrice représentent les prototypes des classes et les colonnes représentent les attributs. L'intersection entre une ligne et une colonne correspond au degré de ressemblance $R_{jh}^i(a, b_i^h)$ d'un prototype b_i^h à un objet a à affecter selon l'attribut g_j . Pour calculer la valeur de $R_{jh}^i(a, b_i^h)$ on doit déterminer les indices de concordance partiels C_j , de discordance partiels D_j et de discordance global D_I entre l'objet a et le prototype b_i^h . Une fois les

indices sont déterminés on calcule la relation de ressemblance floue en se basant sur les principes suivants :

1. Si l'un des attributs de l'ensemble F met son veto contre l'affirmation "a est indifférent au prototype b_i^h ", alors les relations de ressemblance partielles entre l'objet a et le prototype b_i^h seront nulles. Formellement ;

Si $(\exists j \in \{1, \dots, n\}, D_j(a, b_i^h) = 1)$, Alors $(\forall j = 1, \dots, n, R_{jh}^i(a, b_i^h) = 0)$,
pour $h = 1, \dots, k$ et $i = 1, \dots, L_h$.

2. L'indice de ressemblance prend en considération la dissemblance (i.e., l'indice de discordance global) entre un objet a à affecter et un prototype donné. Ainsi, si l'indice de discordance est très élevé, alors l'indice de ressemblance sera trop faible. Formellement ;

Si $(D_l(a, b_i^h) > C_j(a, b_i^h))$, Alors $R_{jh}^i(a, b_i^h) = C_j(a, b_i^h) \times (1 - D_l(a, b_i^h))$
Sinon $R_{jh}^i(a, b_i^h) = C_j(a, b_i^h)$,

D'après les principes (1) et (2), le degré de ressemblance entre un objet a et un prototype b_i^h selon l'attribut g_j , peut être donné comme suit :

$$R_{jh}^i(a, b_i^h) = \begin{cases} C_j(a, b_i^h) & \text{si } D_l(a, b_i^h) \leq C_j(a, b_i^h), \\ C_j(a, b_i^h) \times (1 - D_l(a, b_i^h)) & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

2.2. Relation de préférence floue entre les prototypes

En utilisant la matrice de performances calculée dans la section précédente, la relation de préférence floue entre les différents prototypes peut être définie de la manière suivante :

Définition 1. Le prototype b_i^h est préféré au prototype b_i^l ($b_i^h \text{ P}^a b_i^l$) si et seulement si la ressemblance entre les objets a et b_i^h est plus forte que la ressemblance entre les objets a et b_i^l sur l'ensemble d'attributs.

La relation de préférence floue P^a est basée sur l'introduction des indices de crédibilité partiels P_j^a , $j=1, \dots, n$. Chaque indice de crédibilité permet de prendre en compte le degré de validité de la proposition : "la ressemblance entre l'objet a à affecter et un prototype donné est plus forte que la ressemblance entre a et un autre prototype selon l'attribut g_j ". L'indice de préférence partiel P_j^a entre les prototypes b_i^h et b_i^l est donné comme suit :

$$\text{P}_j^a(b_i^h, b_i^l) = \max\{R_{jh}^i(a, b_i^h) - R_{jl}^i(a, b_i^l), 0\} \quad (2)$$

A partir de ces indices de préférence par attribut et en tenant compte de l'importance relative de chaque attribut, on détermine pour chacune des paires de prototypes (b_i^h, b_i^l) l'indice de préférence global $\text{P}^a(b_i^h, b_i^l)$.

$$P^a(b_i^h, b_i^l) = \sum_{j=1}^n \{w_j \times P_j^a(b_i^h, b_i^l)\}, h=1, \dots, k; \quad (3)$$

$$l=1, \dots, k; \quad i=1, \dots, L_h; \quad t=1, \dots, L_b$$

où $w_j, j = 1, \dots, n$, sont des coefficients positifs dont la somme est égale à 1 et traduisant l'importance relative des attributs.

2.3. Fonction de score flou

La procédure *PROCFTN* se base sur une fonction de score flou pour choisir les prototypes les plus ressemblants à l'objet a à affecter. Avant de détailler comment *PROCFTN* procède pour déterminer les prototypes les plus ressemblants à l'objet a , nous rappelons une définition très importante.

Définition 2. (Fodor *et al.* [14])

Soient B un ensemble de prototypes et R une relation de préférence floue sur B . Nous appelons *fonction de score* sur B pour une relation P^a , une fonction réelle valuée f définie sur $[0,1]^{2m}$, non décroissante par rapport à ses m premiers arguments, non croissante par rapport à ses m derniers arguments et telle que :

$$\forall i \in \{1, \dots, L_h\} \text{ and } \forall h \in \{1, \dots, p\}$$

$$s(b_i^h, B, P^a) = f(P^a(b_i^h, b_i^1), \dots, P^a(b_i^h, b_{L_p}^p), P^a(b_i^1, b_i^h), \dots, P^a(b_{L_p}^p, b_i^h))$$

où $s(b_i^h, B, P^a)$ est le score du prototype b_i^h dans B selon la relation P^a .

Notons que la fonction de score flou du prototype b_i^h permet de déterminer le degré avec lequel le prototype b_i^h domine les autres prototypes de l'ensemble B . Quelques unes des fonctions de score utilisées dans la littérature sont données ci-dessous

• *Le flux sortant* ([10])

$$s(b_i^h, B, P^a) = \sum_{x \in B} P^a(b_i^h, x) \quad (4)$$

• *Le flux rentrant complémentaire* ([10])

$$s(b_i^h, B, P^a) = \sum_{x \in B} (1 - P^a(x, b_i^h)) \quad (5)$$

• *Le flux net* ([10])

$$s(b_i^h, B, P^a) = \frac{1}{m} \sum_{x \in B} (P^a(b_i^h, x) - P^a(x, b_i^h)) \quad (6)$$

• *Le flux sortant minimum* ([13])

$$s(b_i^h, B, P^a) = \min_{x \in B} P^a(b_i^h, x) \quad (7)$$

• *Le flux rentrant maximum complémentaire* ([13])

$$s(b_i^h, B, P^a) = 1 - \max_{x \in B} P^a(x, b_i^h) \quad (8)$$

• La fonction de score d'Orlovski ([2,13-15])

$$s(b_i^h, B, P^a) = \min_{x \in B} \min (1 - P^a(x, b_i^h) + P^a(b_i^h, x); 1) \quad (9)$$

• La fonction de score de différence min ([9])

$$s(b_i^h, B, P^a) = \min_{x \in B} (P^a(b_i^h, x) - P^a(x, b_i^h)) \quad (10)$$

D'autres types de fonctions de score basées sur les t-normes et les t-conormes ont été proposées par Fodor et Roubens dans [13].

2.4 Choix des prototypes

Nous allons donner dans cette section la fonction de choix flou C_s utilisée pour sélectionner le(s) prototype(s) les plus ressemblants à l'objet a à affecter. La fonction de choix floue est obtenue à partir d'une fonction de score s comme suit :

$$\mu_{C_s(B)}(b_i^h) = s(b_i^h, B, P^a)$$

L'ensemble de choix flou $C_s(B)$ peut être obtenu à partir de l'ensemble flou $\mu_{C_s(B)}(b_i^h)$ et telle que :

$$C_s(B) = \{ b_i^h \in B / \mu_{C_s(B)}(b_i^h) \geq \lambda \}, \text{ avec } \lambda \geq 1/2 \text{ est une valeur de coupe.}$$

Notons que la fonction C_s ne permet pas de définir réellement une fonction de choix dans la mesure où l'ensemble $C_s(B)$ peut être vide. Afin de remédier à cette difficulté, nous définissons une fonction de choix proposée par Orlovski ([2,14-15]) :

$$C_s(B) = \{ a \in X / s(a, X, R) = \max_{x \in X} s(x, X, R) \}, \forall X \subset A$$

Pour plus de détails concernant les fonctions de score à partir d'une relation de préférence floue, le lecteur peut se référer aux travaux : Bouyssou [9], Fodor et Roubens [13], Fodor *et al.* [14].

Vu la caractéristique de la relation P^a qui est une relation cardinale, on peut utiliser les fonctions données par les Eq. (4), (5), (6), (9) ou (10). Nous avons choisi la fonction de score d'Orlovski donnée par l'Eq. (9) car elle semble bien adaptée aux applications que nous avons testé. Dans le cas où la relation de préférence P^a est ordinaire on utilise les fonctions de score données par les Eq. (7) ou (8).

L'ensemble de choix qui est utilisé par *PROCFTN* est donné par :

$$C_s(B) = \{ b_i^h \in B / \mu_{C_s(B)}(b_i^h) = \max_{x \in B} \mu_{C_s(B)}(x) \}$$

L'ensemble $C_s(B)$ contient p ($p \geq 1$) prototypes les plus ressemblants à l'objet a à affecter. L'avantage de la procédure *PROCFTN* est qu'elle détermine le degré de dominance pour les prototypes de l'ensemble B . Plus précisément, $\mu_{C_s(B)}(b_i^h)$ est le degré avec lequel le prototype b_i^h domine les autres prototypes du point de vue de leur ressemblance avec l'objet a à affecter.

2.4 Décision d'affectation

Une fois l'ensemble de choix $C_s(B)$ est déterminé, nous appliquerons la règle d'affectation utilisée par la méthode des k plus proches voisins (k-ppv) [11-12] : en affectant l'objet a à la classe majoritaire parmi les p plus ressemblants prototypes de l'ensemble $C_s(B)$.

3. Exemple d'application

La méthode présentée dans ce papier a été appliquée dans le domaine cytopathologique des leucémies aiguës (LA). Ces dernières sont des hémopathies malignes, caractérisées par une prolifération anarchique des cellules blastiques (cellules immatures) avec ou sans passage dans le sang périphérique [1]. La classification la plus utilisée est celle proposée par FAB (groupe de travail hématologiste Franco-Américano-Britannique). Selon cette classification neuf types de LA peuvent principalement être dégagés : LAM M1, LAM M2, LAM M3, LAM M4, LAM M5, LAM M6, LAL L1, LAL L2 et LAL L3. Les critères de classification ont été regroupés en trois ensembles de paramètres : trente-quatre paramètres médullaires, six paramètres cytochimiques et sept paramètres morphologiques. Chaque cas de LA est défini par quarante-sept paramètres et est identifié selon son groupe cyto-pathologique établi précédemment par l'hématologiste. Pour plus de détails concernant ces données clinique nous renvoyons le lecteur aux références [4-6].

L'ensemble de cas a été divisé en deux sous-ensembles: ensemble d'apprentissage et ensemble de test. L'ensemble d'apprentissage a servi pour déterminer les prototypes des classes. L'ensemble de test a été utilisé pour déterminer les performances de la procédure *PROCFTN*.

Le tableau 1 représente les résultats obtenus sur 83 nouveau cas de LA. Ces résultats ont été comparés à ceux obtenus précédemment par les hématologistes et le taux de classification correcte (incorrecte) a été déterminé pour chaque type de LA. Comme le montre le tableau 1, 96 % de cas ont été bien classés par *PROCFTN* et 4 % de cas ont été mal classés.

Dans l'ensemble ces résultats sont encourageants et montrent que les méthodes basées sur MCDA peuvent être d'une grande utilité pour résoudre certains problèmes de classification médicale.

Par opposition à d'autres méthodes de classification *PROCFTN* offre plusieurs avantages. Le premier avantage est que notre procédure peut combiner les deux types d'apprentissages à savoir l'apprentissage inductif (cas cliniques) et l'apprentissage déductif (ensemble de règles de classification, e.g., critères de classification F.A.B). Ceci facilite la construction des prototypes et l'interprétation des résultats par l'utilisateur. Le deuxième avantage est que cette procédure est explicative dans la mesure où elle est susceptible de donner une argumentation compréhensible de ses résultats au décideur. Le troisième avantage il découle de l'utilisation des seuils de veto et des indices de discordance. Ceci permet de prendre en considération la compensation entre les différents attributs (ou critères) quand ils sont en conflit. De plus, l'avantage principal qu'on peut tirer de cette application est que la procédure développée peut être combinée avec la microscopie assistée par ordinateur pour analyse d'images cellulaires. Ceci pourrait permettre d'automatiser la lecture des frottis médullaires et identifier automatiquement les différents types de LA.

| Type de LA -classes- | Classification correcte (%) | Classification incorrecte (%) |
|-------------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| AML M1 | 100 | 0 |
| AML M2 | 100 | 0 |
| AML M3 | 55.5 | 45.5 |
| AML M4 | 100 | 0 |
| AML M5 | 100 | 0 |
| AML M6 | 100 | 0 |
| ALL L1 | 100 | 0 |
| ALL L2 | 100 | 0 |
| ALL L3 | 100 | 0 |
| Total | 96.4 | 3.6 |

Tableau 1. Résultats de classification

4. Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une nouvelle procédure de classification, qui utilise l'approche de choix flou pour traiter les problèmes de classification. A notre connaissance c'est le premier travail qui a utilisé le principe de choix pour résoudre certains problèmes de classification. Les résultats obtenus par *PROCFTN* sont satisfaisants et montre la capacité de cette procédure à discriminer entre les différents types de LA. Vu les résultats obtenus dans les LA, il serait intéressant d'étendre le champ d'application de la procédure *PROCFTN* à des situations plus complexe où les scores des paramètres des objets à affecter sont représentés par des intervalles flous et non pas par des nombres réels. Il serait aussi intéressant de l'appliquer dans d'autres problèmes pratiques tels que : les problèmes de pannes de machines, de reconnaissance du territoire à partir d'images satellitaires, data mining et les problèmes de classification des étoiles et des galaxies.

Références

- [1] Bain J. B. (1991) *Leukaemia Diagnosis, a guide to the F.A.B classification*. Senior Lecturer in Haematology, Gower Medical Publishing London-New York
- [2] Banerjee A. (1993) Rational choice under fuzzy preferences: The Orlovski choice function, *Fuzzy sets and systems* 54, 295-300.
- [3] Barrett C.R., Pattanaik P.K., Salles M. (1990) On choosing rationally when Preferences are fuzzy, *Fuzzy sets and systems* 2, 197-212.

- [4] Belacel N.(2000) Multicriteria Assignment Method *PROAFTN*: Methodology and medical application”, *European Journal of Operational Research*, June 2000, 125/1:175-183.
- [5] Belacel N. (1999) *Méthodes de Classification Multicritère : Méthodologie et Application à l'aide au Diagnostic Médical*. Thèse de doctorat, Recherche Opérationnelle, Université Libre de Bruxelles.
- [6] Belacel N., Vincke Ph., Scheiff J.M. Boulassel M.R. (2000) Acute Leukemia diagnosis aid using multicriteria fuzzy assignment methodology. To appear in « *Computer Methods and Programs in Biomedicine* ».
- [7] Belacel N., Vincke Ph., Boulassel M.R. (1999) Application of the *PROAFTN* method to assist astrocytic tumor diagnosis using parameters generated by computer-assisted microscope analysis of cell image, *Innovation and Technology in Biology and Medicine*: August 1999, 20(4)5:239-244.
- [8] Bishop CM. (1995) *Neural networks for pattern recognition*. Oxford Clarendon Press.
- [9] Bouyssou D. (1991) A note on the min in favor ranking method for valued preference relations. In: Proc. International Workshop on Multicriteria Decision Making-Methods-Algorithms-Applications, M. Cerny, D. Gluckaufova and D. Loula (Ed.), Czechoslovak 16-25.
- [10] Brans J.P., Vincke Ph. (1985) A preference ranking organization methods, *Management science* 31, 647-656.
- [11] Cover T., Hart P.G. (1967) Nearest neighbour pattern classification, *IEEE Trans. Inf. theory, IT-13*, 21-27.
- [12] Dasarathy BV. (1991) *Nearest Neighbour (NN) norms: NN Pattern Classification Technique*, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA.
- [13] Fodor J., Roubens M. (1994) *Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht,.
- [14] Fodor J., Orlovski S.A., Perny P., Roubens M (1998) The use of Fuzzy Preference Models in Multiple Criteria Choice, Ranking and Sorting. In: *Fuzzy sets in Decision Analysis, Operational Research and Statistics*, Edited by Roman Slowinski, (Dubois D. and Prade H.) Kluwer Academic Publishers, London, 69-101.
- [15] Orlovski S.A. (1978) Decision-making with a fuzzy preference relation, *Fuzzy sets and systems* 1, 155-167.
- [16] Pawlak Z. (1991) *Rough sets: theoretical aspects of reasoning about data*. Kluwer academic Publishers.
- [17] Perny, P. (1998) Multicriteria filtering methods based on concordance and non-discordance principles. *Annals of Operations Research* 80:137-165.
- [18] Perny P., Roy (1992) The use of fuzzy outranking relations in preference modelling, *Fuzzy sets and systems* 49:33-53.
- [19] Quinlan JR (1993) *C4.5: Programs for Machine Learning*. Morgan Kaufmann publishers, San Mateo, California.

- [20] Roy B. (1985) *Méthodologie multicritère d'aide à la décision*, Economica, Paris.
- [21] Vincke Ph.(1989). *L'aide multicritère à la décision*, Ellipses, Paris.
- [22] Weiss SM., Kulikowski CA. (1991) *Computer systems that learn, classification and prediction methods from Statistics, Neural Nets, Machine learning and Expert systems*. San Mateo, California Morgan Kaufmann Publishers.