Mathématique

Table des matières

GUIDE DE LECTURE

Le schéma qui suit offre une représentation dynamique du programme. La lecture des différentes rubriques peut se faire linéairement ou non.

Chapitre 1 : Un programme pour le XXI^e siècle
Chapitre 2 : Domaines généraux de formation
Chapitre 3 : Compétences transversales
Chapitre 4 : Domaines d'apprentissage

Présentation de la discipline

Relations entre la mathématique et les autres éléments du Programme de formation

Contexte pédagogique

Enseignant

Annexes
- Annexe A : Buts de l'activité mathématique
- Annexe B : Exemples de stratégies sollicitées dans l'exercice des compétences
- Annexe C : Pistes d'interprétation des apprentissages
- Annexe D : Coordination des éléments du langage mathématique
- Annexe E : Pistes d'exploration – Première année du cycle
  - Séquence *Culture, société et technique*
  - Séquence *Technico-sciences*
  - Séquence *Sciences naturelles*

Bibliographie

Compétence 1 : Résoudre une situation-problème
- Sens de la compétence
- Composantes
- Attentes de fin de cycle
- Critères d'évaluation
- Développement de la compétence
  - Première année du cycle
  - Deuxième et troisième années du cycle
    - Séquence *Culture, société et technique*
    - Séquence *Technico-sciences*
    - Séquence *Sciences naturelles*

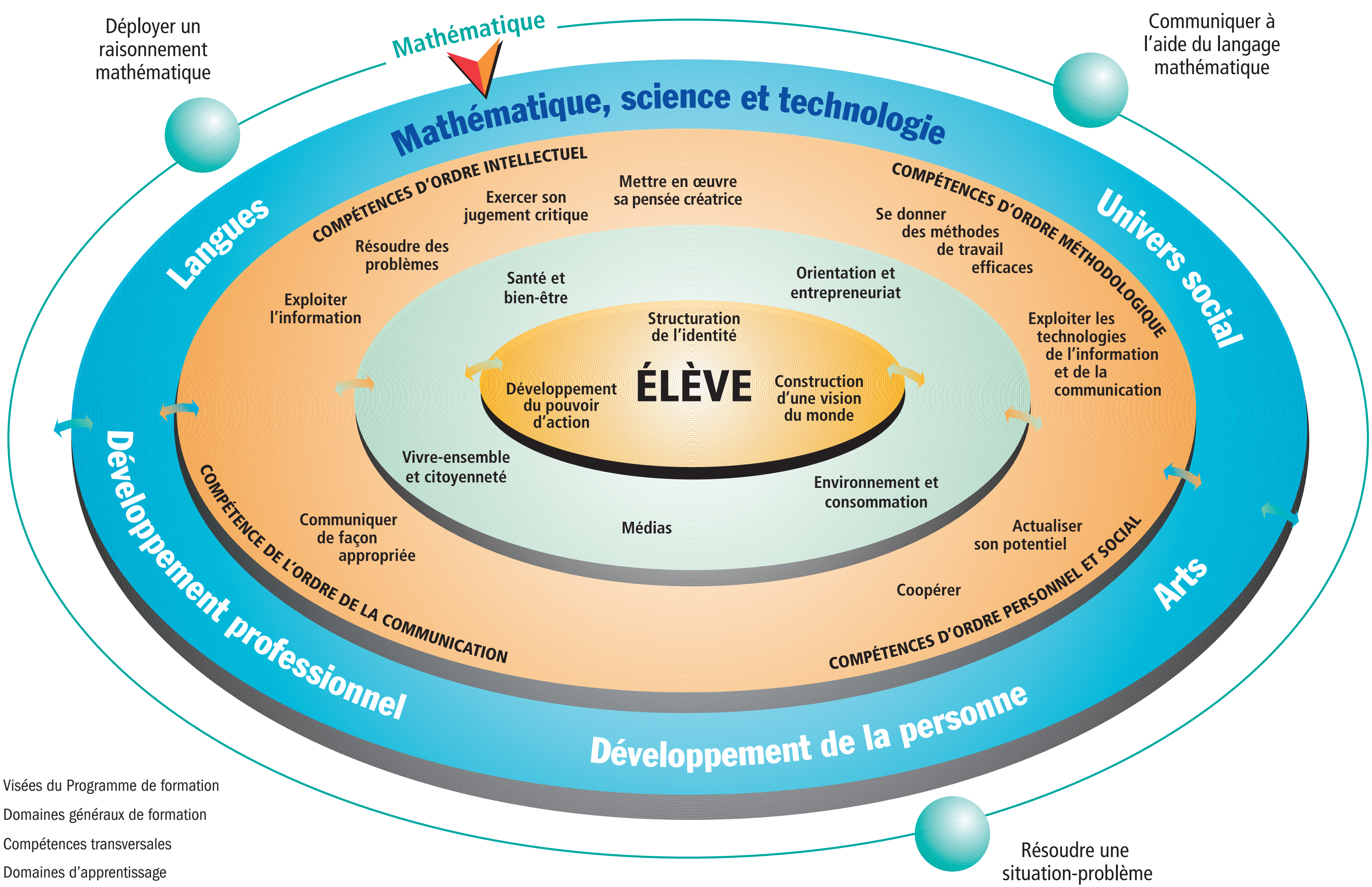
Contenu de formation
- Première année du cycle
- Deuxième et troisième années du cycle
  - Séquence *Culture, société et technique*
  - Séquence *Technico-sciences*
  - Séquence *Sciences naturelles*

Note : Des repères culturels sont présentés dans cette rubrique.

Compétence 3 : Communiquer à l'aide du langage mathématique
- Sens de la compétence
- Composantes
- Attentes de fin de cycle
- Critères d'évaluation
- Développement de la compétence
  - Première année du cycle
  - Deuxième et troisième années du cycle
    - Séquence *Culture, société et technique*
    - Séquence *Technico-sciences*
    - Séquence *Sciences naturelles*

Compétence 2 : Déployer un raisonnement mathématique
- Sens de la compétence
- Composantes
- Attentes de fin de cycle
- Critères d'évaluation
- Développement de la compétence
  - Première année du cycle
  - Deuxième et troisième années du cycle
    - Séquence *Culture, société et technique*
    - Séquence *Technico-sciences*
    - Séquence *Sciences naturelles*

Apport du programme de mathématique au Programme de formation



- Visées du Programme de formation
- Domaines généraux de formation
- Compétences transversales
- Domaines d'apprentissage
- Compétences disciplinaires en mathématique

Programme de formation de l'école québécoise

Présentation de la discipline

La mathématique est l'outil idéal pour traiter les concepts abstraits de toutes sortes; sa puissance en ce domaine est illimitée.
Paul Adrien Maurice Dirac

Science et langage universel, la mathématique concourt de façon importante à la formation intellectuelle, sociale et culturelle de l'individu. Elle offre des clés pour appréhender le réel et permet de dégager des modèles et d'effectuer diverses opérations sur ces modèles. Elle fournit à l'élève des outils qui lui permettent de s'adapter à un monde en évolution, de mettre à profit son intuition, sa créativité et son esprit critique, et de prendre des décisions. Elle l'aide ainsi à structurer son identité, à construire sa vision du monde et à développer son pouvoir d'action. Elle le prépare à devenir un citoyen réfléchi et responsable au sein de la société.

La mathématique concourt de façon importante à la formation intellectuelle, sociale et culturelle de l'individu.

La mathématique est indissociable des activités quotidiennes et des progrès réalisés dans la société. On la retrouve dans tous les domaines : médias, arts, administration, biologie, ingénierie, design, sports, etc. La richesse et la diversité des situations qu'elle permet d'aborder ou à partir desquelles on peut dégager des structures donnent un aperçu des liens qu'elle entretient avec plusieurs aspects de la vie courante. On ne saurait toutefois apprécier cette discipline et en saisir la portée sans acquérir certaines connaissances essentielles dans les divers champs qui la composent. On pourra interpréter des quantités et leurs relations grâce à l'arithmétique et à l'algèbre, l'espace et les figures grâce à la géométrie, et les phénomènes aléatoires grâce aux probabilités et à la statistique.

Le présent programme de mathématique s'inscrit dans la continuité du programme du premier cycle du secondaire. Ainsi, il vise le développement de compétences étroitement liées et de même importance relative :

- Résoudre une situation-problème;
- Déployer un raisonnement mathématique;
- Communiquer à l'aide du langage mathématique.

Bien que ces compétences soient concrètement réunies dans la pensée mathématique, elles se distinguent en ce sens qu'elles en ciblent différents aspects. Cette distinction devrait faciliter la structuration de l'intervention pédagogique, sans toutefois entraîner un traitement cloisonné des éléments propres à chacune des compétences. De plus, la spécificité de la mathématique comme langage et comme outil d'abstraction exige de traiter dans l'abstrait des relations entre les objets ou entre les éléments de situations. Néanmoins, son enseignement au secondaire est plus efficace lorsqu'il prend appui sur des objets concrets ou sur des situations tirées de la réalité.

Le programme de mathématique vise le développement de compétences étroitement liées et de même importance relative.

La résolution de situations-problèmes constitue l'essence même de l'activité mathématique. Dans ce programme, elle est présentée sous deux angles. D'une part, elle est considérée comme un processus, d'où la compétence *Résoudre une situation-problème*. Elle revêt une importance toute particulière du fait que la conceptualisation des objets mathématiques nécessite un raisonnement appliqué à des situations-problèmes. D'autre part, en tant que modalité pédagogique, elle soutient la plupart des démarches d'apprentissage de la discipline.

La compétence *Déployer un raisonnement mathématique* est la pierre angulaire de toute activité mathématique. Raisonner en mathématique implique beaucoup plus que des processus de mise en forme, que la présentation orale ou écrite d'un résultat. L'élève qui déploie un raisonnement mathématique structure sa pensée en intégrant un ensemble de savoirs et leurs interrelations. L'analyse et le traitement de situations de toute nature l'amènent à conjecturer, c'est-à-dire à présumer de la vérité d'une affirmation et à chercher à la valider par l'élaboration d'une argumentation ou d'une preuve. Il développe ainsi son aptitude à se convaincre et à convaincre les autres. Les principaux types de raisonnement exploités sont l'analogie, l'induction et la déduction. Les raisonnements par disjonction de cas ou par contradiction ainsi que la réfutation à l'aide d'un contre-exemple sont également déployés dans plusieurs types de situations.

Le langage étant le véhicule de la pensée, la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique* est essentielle à la compréhension et à la conceptualisation des objets mathématiques. Elle est donc indispensable au développement et à l'exercice des deux autres compétences. Trois objectifs sont poursuivis : s'approprier et consolider des éléments du langage mathématique (le vocabulaire et les différents sens d'un mot connu ainsi que les différents registres de représentation sémiotique[1]); interpréter un message ou en produire un pour expliquer une démarche ou un raisonnement; respecter certaines des exigences de la communication. Ainsi, l'élève devra savoir établir un plan de communication, tenir compte de l'interlocuteur dans le choix des outils mathématiques, choisir un discours ou une forme de rédaction selon l'intention de communication (informer, justifier ou prouver) et s'ouvrir à différents points de vue.

La mathématique fait partie intégrante de notre vie quotidienne et de notre héritage culturel. Les échanges entre la mathématique et les autres domaines du savoir, aussi bien qu'entre les champs mathématiques eux-mêmes, sont une source d'enrichissement et permettent de mieux saisir la portée de cette discipline. Il est donc indispensable que l'élève acquière une culture mathématique afin de comprendre les différents rôles qu'elle joue, de s'engager dans des activités qui y font appel, de suivre son évolution à travers le temps, de découvrir les besoins qu'elle a permis de combler et de connaître les chercheurs passionnés qui ont contribué à son essor.

Un cheminement diversifié

Au deuxième cycle du secondaire, le programme de mathématique offre trois séquences différentes pour répondre aux besoins des élèves : la séquence *Culture, société et technique*, la séquence *Technico-sciences* et la séquence *Sciences naturelles*.

Au cours de la première année du cycle, l'élève complète sa formation de base et choisit la séquence qu'il entamera l'année suivante. Ce choix doit correspondre le mieux possible à ses aspirations, à ses champs d'intérêt et à ses aptitudes. Pour l'éclairer, l'enseignant lui propose des activités mathématiques susceptibles de l'aider à bien saisir les caractéristiques de chacune des séquences (visées, contenu mathématique, tâches et travaux, etc.). Dans des cas particuliers, l'élève dont les aspirations ou les champs d'intérêt ont changé aura la possibilité, à certaines conditions, d'opter pour une autre séquence lorsqu'il entreprendra la dernière année du cycle.

Au cours de la première année du cycle, l'élève complète sa formation de base et choisit la séquence qu'il entamera l'année suivante.

Chacune des trois séquences fait appel à des situations d'apprentissage complexes et signifiantes, dans des contextes concrets ou abstraits. Le recours à la technologie – qui est devenu incontournable dans le quotidien de tout citoyen – y est considéré comme une aide précieuse dans le traitement de situations diverses. En permettant l'exploration, la simulation et la représentation de situations nombreuses, complexes et diversifiées, la technologie favorise autant l'émergence que la compréhension de concepts et de processus mathématiques. Elle augmente l'efficacité de l'élève dans l'accomplissement des tâches qui lui sont proposées.

Au cours de la dernière année du cycle, l'élève est appelé à réaliser une activité personnelle propre à la séquence qu'il aura choisie. Dans tous les cas, cette activité vise à développer chez lui une attitude positive à l'égard de la mathématique, à lui en faire mieux saisir la portée culturelle ou professionnelle, à nourrir sa curiosité et à lui permettre d'exploiter ses compétences mathématiques.

1. Un *registre de représentation sémiotique* est un système de « traces perceptibles » (représentation) qui comporte des règles de conformité, de transformation et de conversion. Les registres de représentation sémiotique en mathématique sont d'ordre linguistique, symbolique, iconique et graphique. Se référer à l'annexe D.

Portrait des séquences

Les séquences préparent l'élève à accéder à différents métiers, professions ou techniques et à mieux s'insérer dans la société. Elles permettent toutes d'entreprendre une formation préuniversitaire. Le développement d'une culture mathématique, le rôle de citoyen actif et les exigences des domaines d'emploi sont des préoccupations communes. Bien que les séquences favorisent toutes l'exploration, l'expérimentation et la simulation, chacune se caractérise par un cheminement et des intentions qui lui sont propres.

Séquence *Culture, société et technique*

La séquence *Culture, société et technique* s'adresse à l'élève qui aime concevoir des objets et des activités, élaborer des projets ou coopérer à leur réalisation. Elle est susceptible d'éveiller chez l'élève un intérêt pour les causes sociales et de développer son esprit d'entreprise. Elle fait davantage appel à la statistique et aux mathématiques discrètes[2] et met l'accent sur des situations auxquelles l'élève devra faire face dans sa vie personnelle et professionnelle. On vise la consolidation des facettes de la mathématique qui l'aideront à devenir un citoyen autonome participant de façon active et raisonnée à la vie en société. Les apprentissages réalisés à l'intérieur de cette séquence permettent ainsi à l'élève d'enrichir et d'approfondir sa formation de base en mathématique. Ils le préparent plus particulièrement à poursuivre ses études dans le domaine des arts, de la communication ou des sciences humaines et sociales.

Séquence *Technico-sciences*

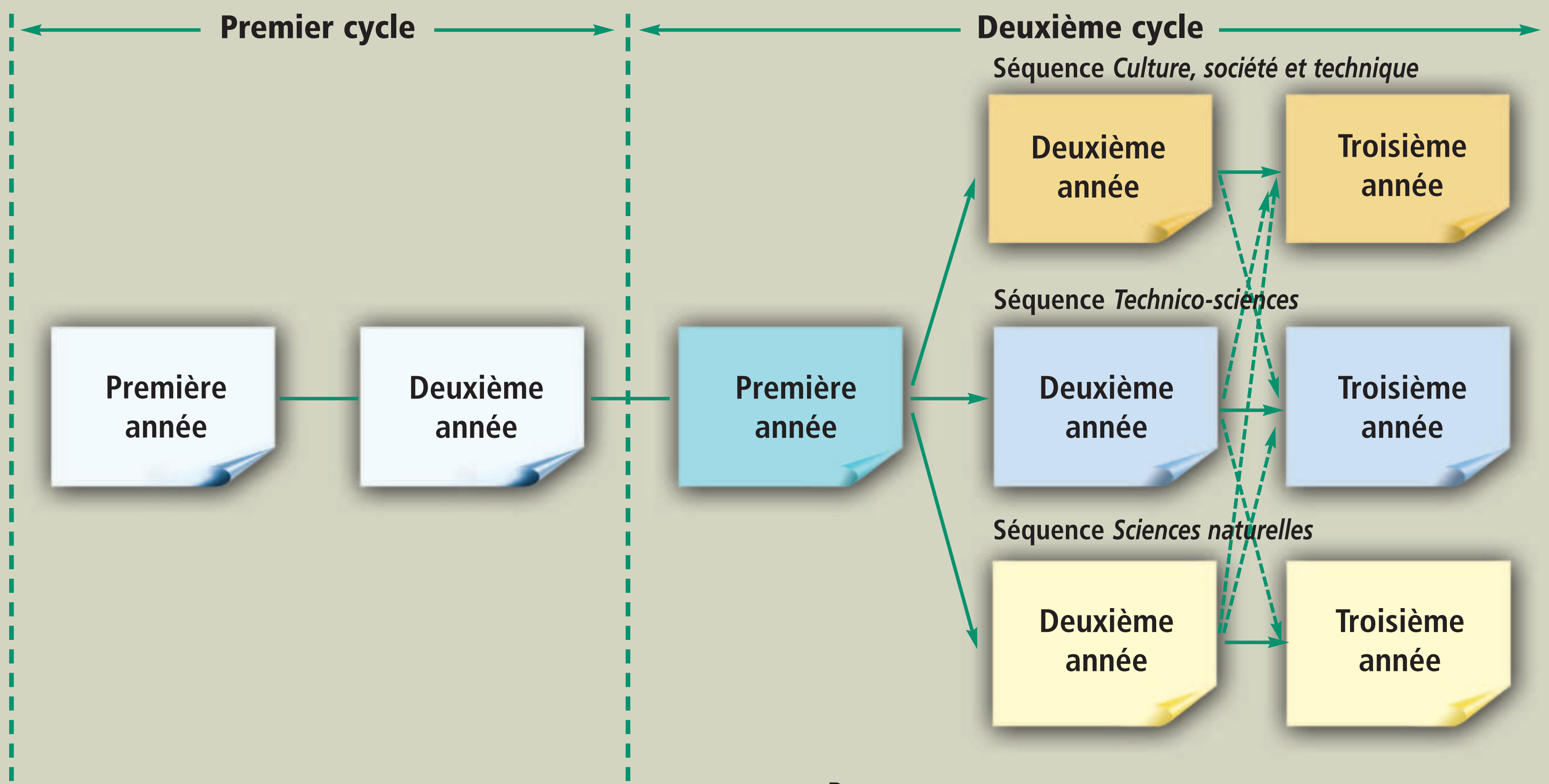
La séquence *Technico-sciences* s'adresse à l'élève désireux d'explorer des situations qui combinent à l'occasion le travail manuel et le travail intellectuel. L'accent est mis sur la réalisation d'études de cas ainsi que sur l'aptitude à repérer des erreurs et des anomalies dans des processus ou dans des solutions, en vue d'établir un diagnostic et d'apporter des correctifs appropriés. On vise également à dégager les concepts et processus mathématiques associés à la conception, au fonctionnement ou à l'utilisation d'instruments liés à certaines techniques. Cette séquence favorise l'exploration de différentes sphères de formation, mais elle vise particulièrement à rendre l'élève apte à s'engager efficacement dans des domaines techniques liés à l'alimentation, la biologie, la physique, l'administration, les arts et la communication graphique.

Séquence *Sciences naturelles*

La séquence *Sciences naturelles* s'adresse à l'élève qui cherche à comprendre l'origine et le fonctionnement de certains phénomènes, à les expliquer et à prendre des décisions dans ces domaines. On amène l'élève à élaborer des preuves ou des démonstrations formelles dans des situations où le besoin d'affirmer une vérité est omniprésent. Cette séquence fait davantage appel à la capacité d'abstraction de l'élève, notamment dans le recours aux propriétés des objets mathématiques au regard de la complexité des manipulations algébriques mises à sa portée. L'accent est mis sur la recherche, l'élaboration et l'analyse de modèles issus d'expériences touchant principalement les domaines scientifiques. L'élève qui choisit cette séquence acquiert des stratégies et une formation intellectuelle qui lui permettent tout particulièrement de poursuivre ses études en sciences de la nature ou de s'orienter éventuellement vers la recherche.

2. Les mathématiques discrètes sont une branche de la mathématique qui étudie principalement les situations mettant en jeu des ensembles finis et dénombrables d'objets.

LA MATHÉMATIQUE AU SECONDAIRE : LE CHEMINEMENT DE L'ÉLÈVE



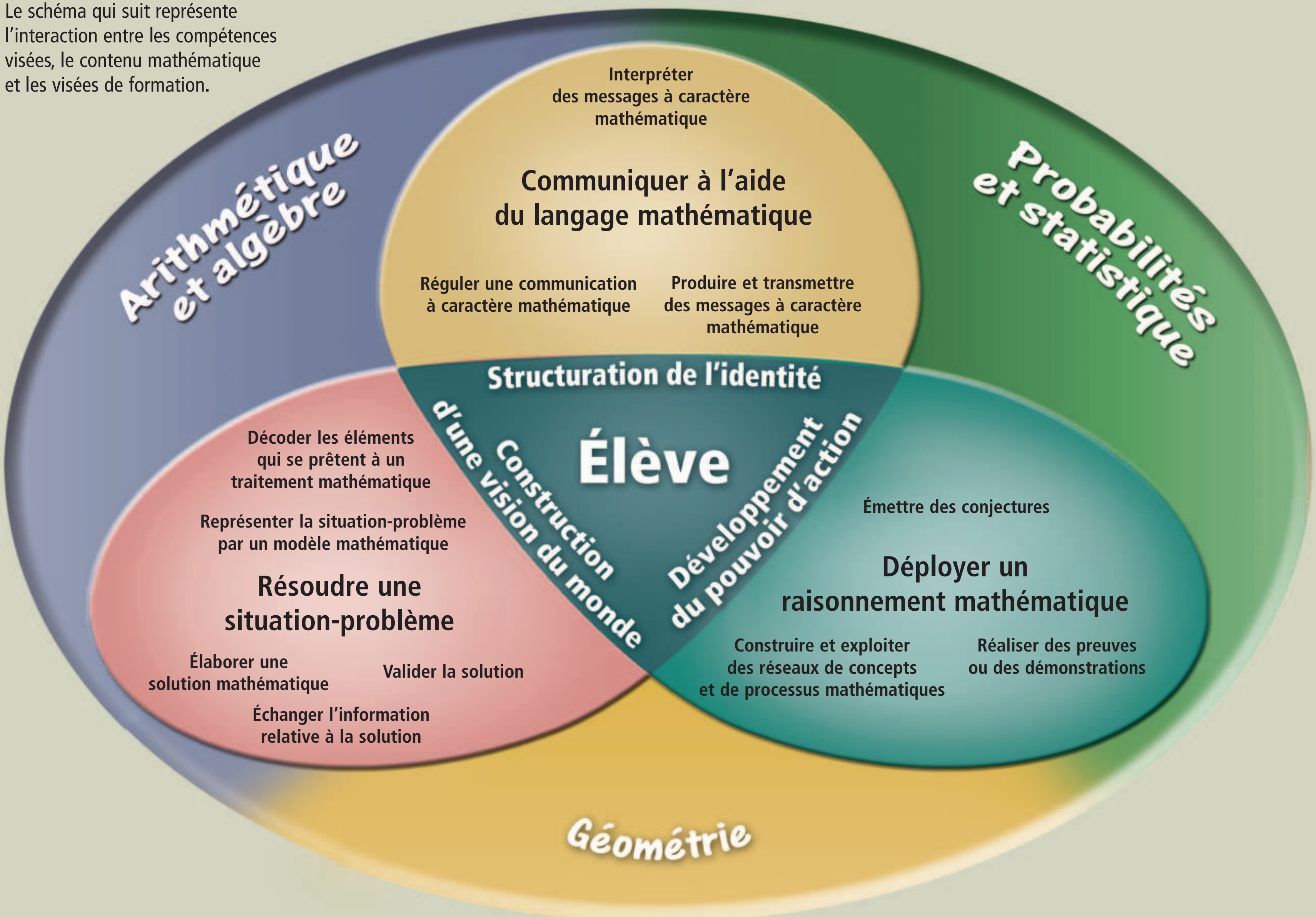
Remarques :

Les changements de séquence entre la deuxième et la troisième année du cycle sont limités à des cas particuliers.

De plus, le passage de la séquence *Culture, société et technique* à la séquence *Sciences naturelles* peut nécessiter une mesure compensatoire, déterminée par l'école, pour combler l'écart entre le nombre d'heures d'apprentissage prévu pour chacune des séquences.

CONTRIBUTION DE L'APPRENTISSAGE DE LA MATHÉMATIQUE À LA FORMATION DE L'ÉLÈVE

Le schéma qui suit représente l'interaction entre les compétences visées, le contenu mathématique et les visées de formation.



Relations entre le programme de mathématique et les autres éléments du Programme de formation

Sans l'aide de la mathématique, poursuivit le sage, les arts ne peuvent progresser et toutes les autres sciences périclitent.
Júlio César de Mello e Souza, alias Malba Tahan

Présente au quotidien sous différentes formes, la mathématique peut être mise à profit dans les éléments constitutifs du Programme de formation : les domaines généraux de formation, les compétences disciplinaires et les compétences transversales. De son côté, l'apprentissage de la mathématique se trouve enrichi par les multiples liens qui peuvent être établis avec ces divers éléments.

Les domaines généraux de formation nomment les grands enjeux contemporains. Par leur manière spécifique d'aborder la réalité, les disciplines scolaires apportent un éclairage particulier sur ces enjeux, supportant ainsi le développement d'une vision du monde élargie.

Relations avec les domaines généraux de formation

Les intentions éducatives et les axes de développement des domaines généraux de formation sont des toiles de fond qui permettent d'élaborer des situations d'apprentissage où pourront se développer les compétences disciplinaires et les compétences transversales. Ils allient les apprentissages scolaires aux préoccupations de l'élève. Grâce à la diversité et à l'omniprésence des champs de la mathématique dans la vie quotidienne, des liens avec chacun de ces domaines peuvent être établis.

Santé et bien-être

Incité à adopter une démarche réflexive dans l'acquisition de saines habitudes de vie, l'élève peut faire appel à la modélisation et au traitement de données pour anticiper les impacts de certaines décisions lorsqu'il observe des phénomènes liés à l'équilibre alimentaire, à la sexualité, à des comportements ou à des habitudes de vie. De même, pour émettre son point de vue et exprimer ses besoins en ce domaine, il peut être amené à exercer la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique.*

Par exemple, en cherchant pourquoi les gras trans sont nocifs pour la santé et comment remédier à ce problème, l'élève recueille des données, les organise et les interprète. Il exprime ensuite son point de vue et formule des recommandations en matière d'alimentation. Il peut établir certains liens de dépendance entre les calories et le cholestérol, entre les matières grasses et les protéines, entre la quantité de lipides et le « mauvais » ou le « bon » cholestérol, et ce, pour plusieurs aliments.

Orientation et entrepreneuriat

Dès la première année du cycle, l'élève est amené à réfléchir à ses goûts, à ses champs d'intérêt et à ses aptitudes, puisque le choix de séquence qu'il fera au terme de cette première année peut déjà l'orienter vers différentes avenues professionnelles. Lorsqu'on lui propose des situations d'apprentissage en rapport avec le marché du travail, il est amené à prendre conscience de ses talents, de ses qualités et de ses aspirations personnelles et professionnelles. De telles situations l'invitent également à parfaire sa connaissance du monde du travail, des rôles sociaux et des exigences de différents métiers ou professions.

Pour développer ses compétences mathématiques, l'élève doit aussi s'approprier diverses stratégies d'ordre affectif, cognitif, métacognitif ou de l'ordre de la gestion de ressources[3], qui sont transférables à tout type de situation, notamment à la réalisation de projets, qu'il apprendra à mener à terme. Il en va de même pour le travail en coopération, qui le prépare à s'intégrer dans le marché du travail, où l'entraide et le travail d'équipe sont devenus des atouts.

3. Il peut s'agir, par exemple, de la gestion du temps, de l'environnement ou des ressources humaines et matérielles.

Ajoutons enfin que l'apprentissage de la mathématique fournit à l'élève des outils qui lui permettront d'explorer diverses avenues professionnelles. Ainsi, ses connaissances en géométrie lui ouvriront des perspectives sur des professions liées à la représentation ou à la construction d'objets. Sa capacité à modéliser et à anticiper, que tous les champs mathématiques contribuent à développer, l'aidera à explorer des sphères d'activité qui exigent des qualités telles que le sens du travail bien fait et l'esprit d'initiative. Les probabilités et la statistique, quant à elles, offrent de nouvelles occasions de découvrir des domaines sociaux ou scientifiques.

Environnement et consommation

La mathématique offre des ressources diverses pour permettre à l'élève de prendre une certaine distance à l'égard du rapport qu'il entretient avec l'environnement et la consommation. Le fait de développer son habileté à généraliser et à établir divers liens entre des variables (ex. lien de cause à effet, lien de dépendance, lien fortuit, etc.) le prépare à mieux saisir l'interdépendance de l'environnement et de l'activité humaine. Le travail qu'il accomplit dans des situations d'apprentissage traitant de finances personnelles ou de plans d'affaires le prédispose à faire des choix éclairés en matière de consommation et d'équilibre budgétaire. De telles situations l'aident aussi à comprendre les répercussions économiques de ses actions ou de ses choix. Enfin, lorsqu'il déploie un raisonnement visant à expliquer ou à valider un comportement ou un phénomène, il lui faut considérer certains aspects sociaux, éthiques ou économiques de l'environnement ou de la consommation.

Si on lui demande, par exemple, de faire une étude sur les sources d'influence liées à l'achat d'une voiture – que ce soit en vue de choisir un concept publicitaire accrocheur, de comparer des offres de location et des offres d'achat ou de se sensibiliser à l'importance du rapport qualité-prix dans le choix d'un véhicule –, il fera appel à son sens spatial et aura recours au traitement de données, à la modélisation et à la mesure. La comparaison des valeurs de dépréciation de certains produits de consommation, l'appréciation de l'efficacité d'un procédé d'assainissement de l'eau ou de gestion des déchets, ou encore l'analyse de l'impact de l'émission de polluants sont d'autres exemples de situations dans lesquelles l'élève utilise ses connaissances mathématiques pour exercer son esprit critique, prendre des décisions ou émettre des recommandations en rapport avec l'environnement ou la consommation.

Médias

Les compétences mathématiques peuvent aider à façonner le sens critique, éthique et esthétique à l'égard des médias. Lorsqu'il analyse et produit des messages dans lesquels il utilise du matériel et des codes de communication médiatiques, l'élève reconnaît et distingue les différentes représentations d'objets mathématiques et juge de leur adéquation. Il s'assure que les informations à caractère mathématique contenues dans les messages sont plausibles. Il met à contribution son sens du nombre, son aptitude à analyser des données et ses habiletés de communication pour détecter les intentions de l'émetteur ainsi que les sources de biais qui peuvent influencer son jugement. Il met à profit sa compétence à déployer un raisonnement mathématique pour jauger l'écart entre les faits et les opinions.

Son sens spatial et sa connaissance des formes, des figures géométriques[4] et des proportions lui servent aussi à se doter de critères pour apprécier des représentations médiatiques du point de vue de l'image et du mouvement et pour porter un jugement sur la qualité esthétique d'un message.

Vivre-ensemble et citoyenneté

Certaines des activités auxquelles l'élève est appelé à participer au sein de sa classe de mathématique le conduisent à découvrir les exigences du processus démocratique. Il doit souvent faire des choix qui l'obligent à considérer différents points de vue ou opinions. Le raisonnement analogique, que la mathématique contribue à développer, lui est alors d'un grand secours, puisqu'il permet d'établir des similitudes entre ces points de vue et qu'il facilite la recherche d'un consensus au sein du groupe. Lorsqu'il valide une conjecture ou résout une situation-problème, l'élève recourt autant à l'argumentation et à la justification pour convaincre qu'au compromis pour mener à bien les tâches dans le respect des ententes et des engagements. Le travail en coopération avec ses pairs lui apprend aussi à respecter certains principes, règles et stratégies associés au travail d'équipe.

4. Au secondaire, une figure géométrique fait référence à la représentation d'un objet géométrique de 0, 1, 2 ou 3 dimensions.

Nombreux sont les exemples de l'apport de la mathématique à ce domaine général de formation. Ainsi, l'élève pourra réinvestir ses connaissances relatives à l'optimisation pour établir tout type de planification où il doit tenir compte de conditions telles que la répartition des tâches, l'organisation du temps, la détermination de la distance ou des coûts impliqués ainsi que du nombre de personnes concernées. Il pourra s'interroger sur la diversité des croyances véhiculées dans la société lorsqu'il analysera des situations à caractère probabiliste. En somme, la mathématique le sensibilise à la nécessité de remettre en question sa propre perception, d'envisager plusieurs possibilités et de se référer à un cadre objectif dans son analyse.

Les compétences mathématiques participent, à divers degrés, au développement des compétences transversales et, réciproquement, celles-ci constituent d'importantes ressources pour l'exercice des compétences mathématiques.

Relations avec les compétences transversales

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait; elles prennent racine dans des contextes d'apprentissage spécifiques, le plus souvent disciplinaires.

Compétences d'ordre intellectuel

Devant une situation se prêtant à un traitement mathématique, l'élève exploite l'information lorsqu'il recueille des données, cerne les éléments pertinents de cette situation, résume des informations, fait une synthèse de ses connaissances ou encore interprète, produit ou valide un message. Ce faisant, il est amené à dégager des liens entre ses acquis et ses découvertes, à discerner l'essentiel de l'accessoire et à juger de la validité de l'information ou d'une solution à partir de certains critères.

La compétence *Résoudre une situation-problème*, depuis longtemps associée à la mathématique, recoupe la compétence transversale *Résoudre des problèmes*. Ce sont des compétences dont les retombées sont convergentes. Elles partagent plusieurs éléments de stratégie et cernent de façon analogue le questionnement et la réflexion. Elles se distinguent par la nature des objets ciblés ou par leur traitement. Les habiletés nécessaires pour gérer un problème concourent à la formation d'un citoyen apte à faire face à la nouveauté, à circonscrire des problématiques et à créer des éléments de solution qui tiennent compte de plusieurs facteurs, contraintes, impacts ou retombées.

Lorsqu'il pose un regard mathématique sur des informations données, l'élève est en position d'exercer son jugement critique. Il analyse une situation, établit une conjecture, réalise une preuve, justifie une solution, un choix ou une décision, juge de l'adéquation de la représentation sémiotique, etc. Il est en mesure de valider ses conjectures en s'appuyant sur des définitions, des théorèmes ou des énoncés déjà admis qui lui permettent de bâtir, le cas échéant, une solide argumentation.

L'élève met aussi en œuvre sa pensée créatrice lorsqu'il exerce ses compétences mathématiques. C'est le cas lorsque, en cherchant à résoudre une situation-problème, il envisage plusieurs solutions, explore divers modèles[5], pistes et stratégies, laisse émerger ses intuitions, accepte le risque et l'inconnu, joue avec les idées, met à l'essai différentes façons de faire, explore de nouvelles stratégies et exprime ses idées sous de nouvelles formes.

Compétences d'ordre méthodologique

L'acquisition de méthodes de travail efficaces, où se conjuguent rigueur et souplesse, sous-tend l'exercice des compétences mathématiques. Qu'il s'agisse de résoudre une situation-problème ou de déployer un raisonnement mathématique, l'élève doit structurer sa pensée et organiser sa démarche. Lorsque vient le moment de présenter sa démarche et d'expliciter son raisonnement, il lui faut recourir à des registres de représentation sémiotique appropriés et respecter les règles de rédaction des modèles de présentation retenus.

En s'appropriant des processus mathématiques et des stratégies, l'élève peut établir des liens entre les méthodes de travail qu'il doit acquérir en mathématique et certains aspects de la compétence transversale. Il importe également qu'il prenne conscience de sa façon personnelle de comprendre et d'apprendre pour adopter des méthodes de travail adaptées à ses propres besoins et à son mode de fonctionnement.

5. En mathématique, un modèle est une représentation concrète, conceptuelle ou opérationnelle d'un fragment ou d'un aspect de la réalité.

L'exercice des compétences mathématiques contribue largement au développement de l'habileté à exploiter les technologies de l'information et de la communication. Historiquement, la mathématique a contribué à l'essor de ces technologies, tant sur le plan théorique que sur le plan technique. Réciproquement, ces dernières facilitent les recherches en mathématique et permettent de les pousser plus loin. Elles aident l'élève à faire des études, à simuler, à modéliser, à émettre des conjectures, à manipuler et à représenter sous différentes formes un grand nombre de données et de figures géométriques.

Compétences d'ordre personnel et social

Pour développer des compétences mathématiques, l'élève est placé dans des contextes qui l'obligent à faire face à la nouveauté, à faire preuve d'autonomie et de confiance en soi tout en reconnaissant l'influence des autres. Chaque fois qu'il s'exprime, fait des choix ou prend des décisions, il interagit avec ses pairs et son enseignant. Que ce soit pour informer, expliquer ou convaincre, il doit confronter ses perceptions avec celles des autres. Il reçoit donc de l'information à laquelle il doit réagir, ce qui l'amène à prendre sa place parmi ses pairs, à s'engager, à juger de la qualité et de la pertinence de ses choix d'actions, à reconnaître les conséquences de ses actions sur ses succès et ses difficultés, à évaluer sa progression et à persévérer pour atteindre les buts qu'il se fixe. Tout cela l'aide à actualiser son potentiel.

Les différentes activités de coopération dans lesquelles l'élève s'engage en mathématique lui permettent de participer à des échanges de points de vue, de partager ses solutions, d'expliquer ses idées et d'argumenter pour défendre son opinion, justifier ses choix et ses actions ou convaincre de l'efficience d'une solution. Il a ainsi l'occasion d'apprendre à coopérer. Il peut être amené, entre autres, à tirer parti des différences qu'il observe pour atteindre un objectif commun, à planifier et réaliser un travail avec d'autres, à gérer des conflits, à évaluer sa contribution et celle de ses pairs, et à adapter son comportement aux personnes et à la tâche.

Compétence de l'ordre de la communication

Lorsque l'élève communique à l'aide du langage mathématique, il interprète, produit ou transmet des messages et il régule sa communication. Cette compétence mathématique est étroitement liée à la compétence transversale *Communiquer de façon appropriée.* L'élève est en effet amené à décoder l'objet d'un message, à définir des intentions, à émettre son point de vue, à confronter ses idées avec celles d'autres personnes, à émettre des conjectures, à expliciter un raisonnement, à présenter des résultats, à discuter de la solution qu'il préconise avec ses pairs, à ajuster sa communication en fonction des réactions du destinataire, à rédiger des preuves, des résumés, des synthèses, etc. Dans toutes ces circonstances, il est appelé à s'exprimer dans un langage mathématique de qualité et à enrichir ses différentes représentations.

Relations avec les autres disciplines

Établir des liens entre la mathématique et les autres disciplines permet d'enrichir et de contextualiser les situations d'apprentissage dans lesquelles l'élève est appelé à développer ses compétences. Les exemples qui suivent, regroupés selon les domaines d'apprentissage, témoignent de la multiplicité des liens entre des savoirs mathématiques et certaines disciplines.

La réalité se laisse rarement cerner selon des logiques disciplinaires tranchées. C'est en reliant les divers champs de connaissance qu'on peut en saisir les multiples facettes.

Langues

Une bonne maîtrise de la langue et l'utilisation de certaines stratégies langagières[6] sont essentielles à l'exercice des compétences mathématiques. Elles permettent de comprendre les éléments d'une situation-problème, d'élaborer une solution et de la communiquer. La langue est par ailleurs nécessaire à la formation de réseaux de concepts et de processus mathématiques ainsi qu'à l'émission et à la validation de conjectures. Enfin, le passage d'un registre de représentation sémiotique à un autre est soutenu par les habiletés langagières de l'élève et, réciproquement, ces dernières permettent d'enrichir les éléments visuels à considérer dans l'organisation graphique et textuelle.

6. Il peut s'agir, par exemple, de stratégies de lecture, d'analyse de mots et de phrases, d'écriture, d'écoute, de prise de parole, de révision, de détection et de correction.

L'apprentissage de la langue d'enseignement comme celui de la langue seconde rejoignent l'apprentissage de la mathématique sur plusieurs plans. Ces disciplines exploitent toutes des situations de communication qui conduisent à différentes formes de production. Elles font appel à des stratégies cognitives et métacognitives de même qu'à des stratégies de l'ordre de la gestion des ressources, principalement au regard de l'interprétation d'informations, de la planification, de la structuration des idées et de l'explicitation d'une démarche. Elles développent le souci de la rigueur dans l'expression, la capacité à argumenter et à analyser selon différents points de vue ainsi que l'aptitude au raisonnement, dont font partie l'analogie, l'induction et la déduction. Elles recourent à des démarches heuristiques dans lesquelles l'émission de conjectures et l'observation de régularités permettent de généraliser, notamment dans la recherche d'une règle. Elles concourent, en somme, à la formation de citoyens capables d'abstraire, d'exercer leur esprit critique et de s'exprimer logiquement.

Science et technologie

La mathématique est étroitement associée à la science et à la technologie d'où originent de nombreuses problématiques qui se prêtent à la formulation de modèles mathématiques. En contrepartie, la modélisation contribue à la compréhension de phénomènes scientifiques et au développement technologique. Le traitement des données observées ou recueillies sur une question d'ordre scientifique ou technologique permet de déployer un raisonnement mathématique. La résolution d'une situation-problème et la recherche de réponses ou de solutions à des problèmes d'ordre scientifique ou technologique font appel à des processus apparentés. Elles nécessitent toutes deux le recours au décodage d'une situation, à la modélisation, à l'élaboration d'une solution et à sa validation. Enfin, l'élève doit mettre à profit sa compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique* dans la représentation, la manipulation et l'interprétation de données.

Univers social

En histoire et éducation à la citoyenneté, lorsque l'élève interroge les réalités sociales dans une perspective historique et les interprète à l'aide de la méthode historique, il a recours au raisonnement mathématique et à son aptitude à communiquer à l'aide du langage mathématique. Il exploite notamment son sens du nombre, son sens spatial, le raisonnement proportionnel ainsi que des outils statistiques pour analyser certaines situations, former son jugement et l'appuyer. L'exploitation de repères culturels à connotation historique peut par ailleurs inciter l'élève à établir des liens entre les deux disciplines. Par exemple, le fait de situer les concepts et processus mathématiques à l'époque où ils ont été développés et de cerner les besoins qu'ils ont pu combler l'amène à prendre conscience des réalités sociales de différentes époques et à saisir la dimension humaine de la construction des savoirs mathématiques.

Arts

L'élève peut recourir à ses savoirs mathématiques lorsqu'il crée ou apprécie des œuvres personnelles, médiatiques, dramatiques, musicales ou chorégraphiques. La dynamique de création et le processus de résolution d'une situation-problème font appel à des procédés similaires, car ils reposent sur la créativité et l'intuition, et demandent une organisation dans le processus de mise en œuvre. L'élève exploite son habileté à communiquer à l'aide du langage mathématique pour nommer ou représenter des figures ou des transformations. Il recourt à son sens spatial dans l'organisation d'images médiatiques ou personnelles et dans la création d'œuvres dramatiques, musicales ou chorégraphiques.

Développement de la personne

En éducation physique et à la santé, lorsqu'il développe la compétence *Adopter un mode de vie sain et actif*, l'élève fait appel au raisonnement proportionnel et met à profit son sens du nombre et son habileté à traiter des données, par exemple pour analyser des situations relatives à sa consommation alimentaire, à la progression de son bilan de santé ou aux résultats d'une activité d'athlétisme.

En éthique et culture religieuse, des notions et des concepts liés à la pensée argumentative s'inscrivent directement dans le déploiement du raisonnement mathématique. En effet, dans le développement de la compétence à dialoguer, l'élève doit notamment distinguer les procédés d'argumentation susceptibles d'entraver le dialogue. Il identifie les types de raisonnement et de jugement. Il sait reconnaître une thèse. Pour élaborer son point de vue, il utilise pertinemment l'argumentation. Cette démarche l'amène à raisonner clairement et à justifier un point de vue. Cette justification converge particulièrement, en mathématique, avec la réalisation de preuves ou de démonstrations. Plus globalement, la réflexion, l'analyse, le questionnement et la justification préconisés comme démarche heuristique en éthique et culture religieuse contribuent à la structuration du raisonnement et à la résolution de situations-problèmes. Certaines thématiques favorisent l'interrelation de ces disciplines. Par exemple, un sujet comme la légalisation de la drogue peut être abordé au regard de ses répercussions sur l'économie et des risques qu'elle entraîne pour la santé. Par ailleurs, des échanges sur la définition du bonheur peuvent s'orienter vers les facteurs potentiellement impliqués dans cette définition et l'importance relative que la population leur accorde. Dans de telles activités, l'élève exploite également son habileté à communiquer lorsqu'il fait part de son interprétation de différentes données ou fait un compte rendu de ses démarches et de ses conclusions.

Exploration de la formation professionnelle, projet personnel d'orientation et projet intégrateur

Nombreuses sont les occasions d'établir des liens entre la mathématique et les disciplines axées sur l'orientation professionnelle. Cela peut se faire par le recours à des situations d'apprentissage inspirées du domaine général de formation *Orientation et entrepreneuriat* et par la prise en compte des préoccupations d'orientation derrière chacune des formations différenciées en mathématique, les trois séquences correspondant à différents champs d'intérêt et domaines d'activité. Cela peut aussi se faire en encourageant les élèves à développer leur autonomie et en les amenant à découvrir comment les stratégies qu'ils acquièrent dans l'exercice de leurs compétences mathématiques peuvent leur être utiles dans d'autres domaines. Soulignons enfin que le projet intégrateur offre à chaque élève une occasion privilégiée de découvrir – à partir d'un projet qui lui est propre – le caractère transversal de la mathématique.

QUELQUES LIENS ENTRE LA MATHÉMATIQUE ET LES AUTRES DISCIPLINES DU PROGRAMME

Le schéma qui suit présente des liens qui peuvent être établis entre les savoirs mathématiques et les autres disciplines.

– Résoudre une situation-problème

– Déployer un raisonnement mathématique

– Communiquer à l'aide du langage mathématique

ARTS

Musique

– Sens du nombre (intervalles, fractions, rapports)
– Transformations géométriques

Arts plastiques

– Raisonnement proportionnel
– Graphes
– Figures géométriques et sens spatial : projections, transformations géométriques, trigonométrie, mesures

Art dramatique

– Raisonnement proportionnel
– Sens spatial : projections
– Graphes : chemin critique

Danse

– Sens du nombre
– Sens spatial et transformations géométriques
– Graphes : chemin critique

– Repères culturels

DÉVELOPPEMENT DE LA PERSONNE

Éducation physique et à la santé

– Sens spatial
– Raisonnement proportionnel
– Traitement de données : mesures de position et de tendance centrale, corrélation, probabilités
– Optimisation
– Graphes

Éthique et culture religieuse

– Sens du nombre et des opérations
– Raisonnement proportionnel
– Traitement de données : corrélation
– Optimisation

– Repères culturels

UNIVERS SOCIAL

Histoire et éducation à la citoyenneté

– Raisonnement proportionnel
– Traitement de données
– Sens spatial : mesure et repérage
– Graphes
– Repères culturels

LANGUE D'ENSEIGNEMENT

– Lecture et écriture d'énoncés et de conjectures
– Compréhension d'une situation-problème
– Recours à différents registres de représentation
– Interprétation et organisation de données qualitatives et quantitatives
– Utilisation de connecteurs et de quantificateurs
– Description, explication, justification, argumentation et réfutation
– Repères culturels

SCIENCE ET TECHNOLOGIE

– Sens du nombre (notation scientifique)
– Raisonnement proportionnel et autres types de raisonnement
– Traitement de données issues d'expériences : lien de dépendance, fonction, modélisation, corrélation, manipulation d'expressions algébriques
– Figures géométriques et mesures (ex. trigonométrie)
– Graphes (ex. représentation de molécules)
– Vecteurs et lieux
– Repères culturels

Contexte pédagogique

Pour apprendre à se servir de ses propres ressources intellectuelles, un être humain doit être régulièrement amené à poser et à résoudre des problèmes, à prendre des décisions, à gérer des situations complexes, à conduire des projets ou des recherches, à piloter des processus à l'issue incertaine. Si l'on veut que chaque élève construise des compétences, c'est à de telles tâches qu'il faut le confronter, non pas une fois de temps en temps, mais chaque semaine, chaque jour, dans toutes sortes de configurations.

Philippe Perrenoud

Plusieurs facteurs influencent la qualité des apprentissages et suggèrent de faire de la classe de mathématique un lieu qui encourage chaque élève à s'engager activement dans ses apprentissages, à mettre à profit sa curiosité, sa créativité, ses habiletés intellectuelles, sa dextérité et son autonomie. Ce lieu doit favoriser le développement de compétences disciplinaires, dans le respect des différences individuelles, et contribuer à la formation d'individus engagés et compétents, capables d'exercer leur jugement critique dans divers contextes.

Un environnement stimulant et une pratique de la différenciation

En tant que spécialiste de la mathématique, l'enseignant joue divers rôles auprès de l'élève : il l'accompagne, le guide, l'encourage et le motive dans la compréhension et la construction des concepts et des processus mathématiques. Il reconnaît ses réussites et l'aide à considérer son potentiel en tant qu'apprenant et à bâtir ainsi son estime de soi. Enfin, il se considère lui-même comme un apprenant et comme un membre à part entière de l'équipe-école, appelé à travailler en collégialité.

Pour susciter chez l'élève autant l'engagement que la persévérance, l'enseignant crée un climat qui permet à chacun de prendre sa place à l'intérieur de la classe. Il différencie ses approches et compose avec les besoins, les champs d'intérêt, les acquis et les rythmes d'apprentissage de ses élèves. Il se préoccupe aussi de leur bien-être affectif et les encourage à bâtir des relations basées sur le respect des idées et des styles d'apprentissage d'autrui. Il les amène graduellement à développer les habiletés et les attitudes essentielles à une bonne coopération, à exercer leur jugement critique et à actualiser leur potentiel.

Puisqu'il vise le développement de compétences, c'est-à-dire d'un savoir-agir en contexte, l'enseignant doit amener l'élève à prendre conscience, d'une part, de la façon dont il construit et mobilise ses savoirs dans diverses situations et, d'autre part, de la possibilité de les réutiliser dans d'autres situations en les adaptant au contexte. Cette capacité de transfert repose notamment sur la métacognition. Ainsi, l'enseignant accompagne les élèves dans la construction de concepts et de processus mathématiques, et il prévoit des moyens de contrôle des activités grâce auxquels ils pourront prendre conscience de ce qu'ils savent, de ce qu'ils font et de l'effet de leurs actions. Par ailleurs, l'enseignant laisse une place à l'erreur, qu'il exploite de façon constructive, c'est-à-dire qu'il apprend aux élèves à tirer profit de leurs erreurs ou des obstacles rencontrés pour les transformer en ressources et progresser.

De plus, l'enseignant mise sur la différenciation pédagogique pour amener l'élève à développer au maximum ses potentialités. Une telle pratique se traduit par des situations d'apprentissage de même que par des approches pédagogiques variées et s'appuie sur une bonne connaissance des élèves. L'enseignant se préoccupe des acquis et des expériences antérieures de ses élèves et il s'efforce d'établir avec eux une relation de confiance. Attentif à leurs besoins, il s'engage dans une analyse réflexive qui lui permet de tenir compte des résultats obtenus au regard de ceux attendus et de s'adapter aux réactions ou à l'absence de réactions de ses élèves. Pour susciter ces réactions, il les place dans des situations qui exigent des justifications ou des réponses à des questions d'approfondissement telles que « Pourquoi? », « Est-ce toujours vrai? » ou encore « Qu'arrive-t-il lorsque…? », et ce, dans tous les champs de la mathématique.

L'enseignant mise sur la différenciation pédagogique pour amener l'élève à développer au maximum ses potentialités.

Voici quelques pistes favorisant une pratique de la différenciation :

– s'inspirer des suggestions des élèves pour concevoir des situations d'apprentissage et d'évaluation qui s'articulent autour d'intentions éducatives;
– offrir aux élèves la possibilité de choisir entre des situations qui font appel aux mêmes concepts et processus mais dont les contextes diffèrent;
– proposer des situations d'apprentissage qui peuvent être exploitées dans différents champs de la mathématique ou à l'aide de différents registres de représentation sémiotique;
– varier les modalités d'organisation de la classe et les approches pédagogiques : activités individuelles ou de coopération, situations-problèmes, exposés magistraux interactifs ou ateliers d'exploration;
– proposer différents types de tâches et de productions afin de tenir compte des styles et des rythmes d'apprentissage des élèves (recherche, journal, affiche, débat, construction, exposé, compte rendu, recours à la technologie, etc.);
– amener les élèves à concevoir eux-mêmes des situations;
– utiliser une variété de moyens et d'outils d'évaluation (autoévaluation, grille d'observation, portfolio, synthèse, exposé, etc.).

Des situations qui optimisent l'apprentissage

Les trois compétences du programme de mathématique sont interdépendantes et se développent de façon synergique dans des situations signifiantes et complexes. Une situation est dite signifiante lorsqu'elle touche l'élève dans ses préoccupations, pique sa curiosité et l'invite à la réflexion. Elle est complexe lorsqu'elle mobilise l'ensemble des composantes d'une compétence, représente un défi intellectuel, suscite un conflit cognitif, favorise la prise de risques et se prête à plus d'une démarche. Une situation à la fois signifiante et complexe encourage donc l'élève à être actif, à mobiliser son bagage expérientiel et à l'enrichir par de nouveaux savoirs mathématiques.

Une situation à la fois signifiante et complexe encourage l'élève à être actif, à mobiliser son bagage expérientiel et à l'enrichir par de nouveaux savoirs mathématiques.

Les situations d'apprentissage et d'évaluation s'articulent autour des préoccupations sous-jacentes à l'activité mathématique[7] : interpréter le réel, généraliser, anticiper, prendre des décisions. Ces préoccupations renvoient aux grandes questions qui ont conduit l'homme à construire la culture et les savoirs au fil du temps. Elles sont donc porteuses de sens et permettent d'exploiter les domaines généraux de formation et de développer des compétences disciplinaires et transversales en mettant en valeur la puissance de la mathématique.

L'élève s'engage activement dans son apprentissage lorsqu'il réfléchit, manipule et explore pour construire ses savoirs ou lorsqu'il participe à des discussions au cours desquelles il émet son point de vue, justifie des choix, compare des résultats et tire des conclusions. Il recourt alors à son sens de l'observation, à son intuition, à sa pensée créatrice, à ses habiletés tant intellectuelles que manuelles et à ses capacités d'écoute et d'expression.

Pour susciter l'intérêt et l'engagement de l'élève, l'enseignant lui proposera des situations-problèmes, des situations d'application ou des situations de communication. Ces situations d'apprentissage peuvent comporter des activités d'exploration, de manipulation, de création artistique, etc.

L'enseignant proposera à l'élève des situations-problèmes, des situations d'application ou des situations de communication.

En tant que modalité pédagogique, la résolution de situations-problèmes est privilégiée en raison de la richesse et de la diversité des apprentissages qu'elle favorise. L'apprentissage par situations-problèmes conduit l'élève à explorer des pistes de solution pour franchir les obstacles que comporte la situation à résoudre : il est appelé à explorer, à construire, à élargir, à approfondir, à appliquer et à intégrer des concepts et des processus liés aux différents champs mathématiques. Il fait ainsi appel à sa créativité et acquiert les habiletés intellectuelles nécessaires au développement de la pensée et de la démarche mathématiques en même temps qu'il s'approprie diverses stratégies d'ordre affectif, cognitif et métacognitif ou de l'ordre de la gestion des ressources. Il a de plus l'occasion de prendre conscience de ses capacités et d'apprendre à respecter le point de vue des autres.

Souvent constituées de problèmes ouverts[8] et se réalisant parfois en laboratoire, les activités d'exploration suscitent des apprentissages riches puisqu'elles procurent à l'élève l'occasion de formuler des conjectures, de faire des simulations et des expérimentations, d'argumenter et de tirer des conclusions.

7. Se référer à l'annexe A : Buts de l'activité mathématique.
8. Problèmes pour lesquels plusieurs solutions sont envisageables selon les aspects choisis pour l'exploration (ex. approches, points de vue, concepts et processus, conditions de réalisation, etc.).

Pour leur part, les créations artistiques et les activités ludiques peuvent également susciter l'intérêt de l'élève en lui permettant de travailler autrement et de faire appel autant à sa créativité qu'à son raisonnement. Des situations de communication, telles que les exposés, les discussions, les débats ou la rédaction d'un journal de bord, d'un rapport de recherche, d'une explication, d'un algorithme, etc., sont également propices au développement des compétences visées par le programme. Enfin, les activités qui permettent d'établir des liens intradisciplinaires ou interdisciplinaires constituent d'autres outils pédagogiques utiles pour exploiter un ensemble de savoirs et favoriser le transfert des apprentissages. Que ce soit en arithmétique, en algèbre, en probabilités, en statistique ou en géométrie, l'élève se questionne, a recours à différents types de raisonnement et construit ses réseaux de concepts et de processus.

Par ailleurs, l'enseignant proposera à l'élève des situations d'apprentissage qui intègrent des contextes liés au marché du travail pour favoriser chez lui l'exploration professionnelle et ainsi l'aider à mieux cerner ses goûts, ses champs d'intérêt et ses aptitudes particulières. Au début du cycle, tous les domaines professionnels sont susceptibles de faire l'objet d'une exploration, de façon à éclairer le choix de l'élève et à l'orienter vers l'une des trois séquences. À partir de la deuxième année du cycle, lorsque l'élève se sera engagé dans une séquence, l'exploration pourra couvrir les domaines professionnels connexes tout en exploitant les domaines généraux de formation. Toute exploration peut être simulée en classe ou réalisée dans la communauté. Par exemple, l'élève qui choisit d'explorer un métier ou une profession en particulier dresse une liste des qualités requises pour l'exercer et les met en rapport avec les compétences qu'il développe. Il s'informe sur les instruments qui s'y rapportent et cerne les concepts mathématiques impliqués dans leur conception, leur fonctionnement ou leur utilisation. Il peut aussi faire une entrevue avec une personne-ressource dans le but de cibler les concepts et processus mathématiques nécessaires à l'exercice d'un métier ou d'une profession. Ces explorations sont des occasions de mettre en valeur la place de la mathématique dans la société. Leur mise en commun est aussi une source d'enrichissement et de stimulation pour l'ensemble de la classe, constituée en communauté d'apprentissage.

Les situations d'apprentissage et d'évaluation peuvent être réalisées individuellement ou en équipe, en classe ou à l'extérieur de l'école, et ce, en fonction des approches pédagogiques utilisées et d'objectifs de développement personnel tels que l'autonomie, la coopération et l'exploitation de méthodes de travail efficaces. Leur objet renvoie à des situations pratiques plus ou moins familières, réelles ou fictives, réalistes ou fantaisistes, ou encore purement mathématiques. Ces situations s'inspirent, entre autres, des domaines généraux de formation, des repères culturels, des éléments du contenu de formation, d'un événement survenu en classe, dans l'école ou dans la société. Suivant les objectifs poursuivis, les situations comportent des données complètes, superflues, implicites ou manquantes. Elles peuvent conduire à un ou plusieurs résultats ou, au contraire, ne mener nulle part.

Des stratégies au service de l'apprentissage

L'enseignant doit s'assurer que l'élève progresse dans le développement de ses compétences. Plusieurs paramètres balisant cette progression interviennent au regard de la complexité des situations d'apprentissage et d'évaluation qui lui sont présentées :

– le degré de familiarité de l'élève avec le contexte;
– l'étendue des concepts et des processus à mobiliser;
– les passages entre des registres de représentation sémiotique;
– la présence de liens intradisciplinaires ou interdisciplinaires;
– le degré d'autonomie exigé de l'élève.

Ces paramètres n'évoluent pas nécessairement de façon linéaire. Des allers-retours sont donc souhaitables entre le simple et le complexe, entre le concret et l'abstrait ou entre le qualitatif et le quantitatif.

Les quatre premiers paramètres mentionnés ci-dessus lient le développement des compétences à la construction de l'« édifice mathématique ». Ils sont explicités sous les rubriques *Développement de la compétence* et *Contenu de formation*. Par ailleurs, le degré d'autonomie de l'élève, ses besoins, sa motivation et sa capacité à prendre conscience de ses apprentissages ainsi qu'à choisir des stratégies adéquates constituent des leviers pour le développement de chacune des compétences et ne sauraient évoluer sans le soutien de l'enseignant.

L'enseignant accompagne l'élève dans la structuration de ses démarches et dans la progression de ses apprentissages. Il l'amène à partager sa façon d'agir avec ses pairs pour enrichir son répertoire de stratégies[9]. Il le guide de manière à ce qu'il soit actif dans sa quête de savoir, qu'il se reconnaisse un certain pouvoir d'action, de gestion et d'évaluation à l'égard de son travail et qu'il mène à terme seul une tâche ou un projet.

L'enseignant guide l'élève vers une plus grande autonomie afin qu'il prenne en charge le savoir qu'il construit. Il l'amène fréquemment à s'interroger sur ce qu'il apprend et sur la manière dont il apprend.

La motivation de l'élève, qui est essentielle à son engagement, à sa participation et à sa persévérance, est soutenue par un ensemble de stratégies d'ordre affectif, cognitif et métacognitif ou de l'ordre de la gestion des ressources. Ces stratégies, qui prennent des teintes particulières en mathématique, doivent être développées à divers degrés tout au long du cycle et pour chacune des compétences. L'enseignant s'assure qu'elles s'intègrent aux processus d'apprentissage des élèves.

Le développement de toute compétence requiert également la maîtrise d'un ensemble de stratégies cognitives. Pour amener l'élève à réussir dans ses activités mathématiques, l'enseignant doit l'aider à gérer ses processus mentaux et lui donner fréquemment l'occasion de s'interroger sur ce qu'il apprend et sur la manière dont il apprend. Le contrôle de soi et de la tâche de même que la régulation des activités cognitives peuvent faire toute la différence entre un élève inquiet et un élève confiant, entre un élève novice et un élève expert, entre un élève compétent et un autre en voie de le devenir. Les interventions de l'enseignant en ce sens s'avèrent primordiales.

Des ressources diversifiées

Nul ne peut nier l'importance de la manipulation dans la construction des concepts mathématiques. Même si l'utilisation fréquente de matériel constitue un soutien important à l'apprentissage de cette discipline au primaire et au premier cycle du secondaire, elle conserve encore son importance à des stades plus avancés. Elle peut favoriser ou faciliter une exploration, inspirer une conjecture ou une intuition.

Selon l'activité visée, l'élève est convié à exploiter différentes ressources, à utiliser notamment du matériel de manipulation et des outils tels que des blocs géométriques, des objets divers, du papier quadrillé ou pointé, des instruments de géométrie, une calculatrice ou des logiciels. Certaines situations l'amènent à se familiariser avec des instruments comme le chronomètre, l'odomètre, l'oscillographe, les capteurs et les sondes, les circuits électriques ou certains outils des domaines de la santé, des arts et de la construction. Il consulte, au besoin, différentes sources d'information dont celles qu'il trouve à la bibliothèque ou sur Internet. Il fait également appel à des personnes, d'abord à son enseignant puis aux autres élèves de la classe et à d'autres ressources tant humaines que matérielles issues de son milieu scolaire ou de sa communauté : sa famille; des acteurs de la communauté dans le domaine de l'emploi, des sports ou des loisirs; les responsables des services de santé, d'orientation, d'information ou des activités parascolaires; etc.

La technologie favorise autant l'émergence que la compréhension de concepts et de processus mathématiques. Elle augmente l'efficacité de l'élève dans l'accomplissement des tâches qui lui sont proposées.

La technologie ne saurait se substituer aux activités intellectuelles, mais elle demeure cependant d'une grande utilité. Elle permet à l'élève de faire des apprentissages en explorant des situations complexes, de manipuler un grand nombre de données, d'employer une diversité de registres de représentation, d'effectuer des simulations ou des calculs qui autrement seraient fastidieux. Il peut ainsi se consacrer à des activités signifiantes, réinvestir ses aptitudes en calcul mental en approximant la valeur à obtenir et approfondir le sens des concepts et des processus mathématiques.

Les logiciels-outils constituent un bon exemple de l'apport de la technologie. Ils favorisent l'exploration et la comparaison de différentes situations, l'observation des variations et des régularités, la modélisation des phénomènes et l'anticipation des résultats. C'est le cas des logiciels de géométrie dynamique, qui permettent à l'élève de construire des figures à partir de leurs définitions et de leurs propriétés, de les explorer et de les manipuler plus facilement et de dégager certaines propriétés. L'utilisation de la calculatrice à affichage graphique ou d'un tableur-grapheur favorise, pour sa part, le développement de la pensée algébrique lorsque l'élève doit modéliser des situations par la construction de formules, d'algorithmes ou de graphiques ou par le passage de l'un à l'autre. En facilitant la manipulation de nombreuses données et la simulation de différentes possibilités, ces outils offrent la possibilité d'analyser une situation et de la généraliser en faisant appel, entre autres, à l'interpolation ou à l'extrapolation.

9. Se référer à l'annexe B : Exemples de stratégies sollicitées dans l'exercice des compétences.

Un choix éclairé de cheminement

Durant la première année du deuxième cycle, l'élève complète sa formation de base en mathématique et choisit la séquence qui lui convient le mieux. Pour l'aider à faire son choix, l'enseignant l'amène à cerner ses centres d'intérêt et ses aspirations, à prendre conscience de ses réactions, de ses attitudes et de ses préférences dans des contextes liés aux différents champs mathématiques et aux visées des cheminements offerts. En ce qui a trait aux aptitudes requises, il considère le niveau de développement des compétences de l'élève ainsi que certains aspects cognitifs et métacognitifs de sa démarche.

L'évaluation, qui fait partie intégrante de la démarche d'enseignement et d'apprentissage, se planifie au moment de la préparation de la situation.

Les fonctions de l'évaluation

Une aide à l'apprentissage

Partie intégrante de la démarche d'enseignement et d'apprentissage, l'évaluation se planifie au moment de la préparation de la situation. Utilisée en cours d'apprentissage, elle fournit à l'enseignant et à l'élève des informations utiles pour ajuster une démarche, des stratégies et des interventions. Effectuée au terme d'une période donnée, elle permet de déterminer le niveau de développement de la compétence chez les élèves et de planifier en conséquence une prochaine séquence d'apprentissage.

Pour aider l'élève à surmonter les obstacles qu'il rencontre, une relation fondée sur l'entraide et la collaboration est essentielle. Une telle relation doit s'étendre à l'évaluation des apprentissages. Le fait d'associer l'élève au processus d'évaluation contribue à le responsabiliser au regard de sa formation et à développer son autonomie. Certains paramètres peuvent être vérifiés par l'élève en collaboration avec l'enseignant, alors que d'autres le seront par l'enseignant avec l'aide de l'élève. Les stratégies affectives, cognitives et métacognitives, qui soutiennent le processus d'apprentissage, sont de la responsabilité de l'élève. Certains moyens tels que l'entrevue, le portfolio ou le journal de bord, qui servent à consigner des renseignements, l'aideront à s'évaluer et à gérer ses progrès. L'enseignant, pour sa part, est responsable d'évaluer le développement des compétences disciplinaires chez l'élève et de l'informer sur l'état de ses apprentissages.

Associer l'élève au processus d'évaluation contribue à le responsabiliser au regard de sa formation et à développer son autonomie.

Une reconnaissance des compétences

Les compétences du programme de mathématique contribuent à parts égales à la formation de l'élève. Elles ont sensiblement la même importance relative et se développent en synergie. Aussi est-il possible d'en observer le déploiement, en tout ou en partie, dans une même situation. Cependant, lorsque vient le moment de juger du développement de chacune d'elles, notamment lors de l'établissement d'un bilan en fin d'année ou de cycle, il est avantageux de placer l'élève dans des situations qui permettent de les cerner isolément.

Les situations-problèmes qui servent à évaluer la compétence *Résoudre une situation-problème* sont celles dont le traitement oblige à faire appel à une combinaison nouvelle de concepts et de processus appris antérieurement. La complexité d'une situation-problème se caractérise notamment par l'étendue des savoirs à mobiliser, le niveau d'abstraction requis, la difficulté des modélisations à réaliser et les liens sollicités entre les champs de la mathématique.

Les situations d'application qui servent à évaluer la compétence *Déployer un raisonnement mathématique* exigent le recours à une combinaison connue de concepts et de processus appris antérieurement. Elles requièrent aussi de l'élève qu'il explicite un raisonnement en se prononçant sur une conjecture émise ou non par lui. Ces situations sont considérées comme simples si elles portent sur un réseau de concepts et de processus. Elles sont jugées complexes notamment si elles font appel à plusieurs réseaux de concepts et de processus.

Les situations de communication mathématique qui servent à évaluer la compétence *Communiquer à l'aide d'un langage mathématique* supposent l'exploitation de registres de représentation sémiotique, de concepts ou de processus mathématiques avec lesquels l'élève s'est familiarisé antérieurement. Elles sont réalisées oralement ou par écrit et leur complexité, au regard des savoirs mathématiques en cause, repose en grande partie sur le passage d'un registre de représentation sémiotique à un autre.

Le schéma présenté ci-après illustre, à partir d'un exemple de situation d'apprentissage et des liens qu'elle permet d'établir entre divers éléments du Programme de formation, les caractéristiques d'un contexte pédagogique favorable au développement de compétences mathématiques.

PORTRAIT D'UNE SITUATION MOBILISANT DES ÉLÉMENTS DU PROGRAMME DE FORMATION

Domaines d'apprentissage
Mathématique, science et technologie
Univers social
Arts
Langues
Développement personnel

Domaines généraux de formation
Orientation et entrepreneuriat
Environnement et consommation
Médias
Vivre-ensemble et citoyenneté
Santé et bien-être

Compétences transversales
D'ordre méthodologique
D'ordre personnel et social
De l'ordre de la communication
D'ordre intellectuel

Compétences mathématiques
Résoudre une situation-problème
Déployer un raisonnement mathématique
Communiquer à l'aide du langage mathématique

INTERPRÉTER LA RÉALITÉ

Situation d'apprentissage

Une activité portant sur la valeur relative des revenus est proposée à l'élève. Elle vise à lui faire prendre conscience de certains aspects sociaux, économiques et éthiques du monde de la consommation. Il est ainsi invité à mettre à profit son aptitude à raisonner en combinant principalement des éléments des pensées algébrique et statistique.

Une étude sur le revenu est alors menée. On analyse le revenu sous différents points de vue : l'âge, le nombre d'années de scolarité, la valeur des biens mobiliers ou immobiliers acquis. Chaque élève représente graphiquement des revenus provenant d'un échantillon représentatif qu'il a recueilli ou non.

La situation exige qu'il fasse appel à ses savoirs mathématiques et qu'il tienne compte de facteurs sociaux (ex. croyances populaires, statut économique de la région, seuil de pauvreté) pour en arriver à émettre des conjectures et à déterminer un modèle fonctionnel pour une population donnée. La recherche de ce modèle global requiert la comparaison des graphiques réalisés et le déploiement d'un raisonnement à la fois analogique et inductif. L'élève est donc amené à établir des liens entre les traitements statistique et algébrique requis dans la situation d'apprentissage. Il peut également comparer le modèle construit avec celui qui provient de Statistique Canada ou d'autres sources. Chaque élève rédige un compte rendu de l'activité.

GÉNÉRALISER

ANTICIPER

PRENDRE DES DÉCISIONS

Contenu de formation
CONCEPTS
Arithmétique
Géométrie
Statistique
Probabilités
Algèbre
PROCESSUS

DIFFÉRENCIATION
TRANSFERT

Contexte pédagogique
Type de situation d'apprentissage
Activité d'exploration
Modalité organisationnelle
Travail individuel et en sous-groupe
Outil d'évaluation
Compte rendu

RESSOURCES
Sites Internet (dont celui de Statistique Canada)
Population ciblée
Documentation (journaux ou revues économiques)
Journal de bord

En rouge : Éléments du Programme de formation susceptibles de présenter des liens avec la situation d'apprentissage

COMPÉTENCE 1 Résoudre une situation-problème

Un expert en résolution de problèmes doit posséder deux qualités incompatibles : une imagination sans borne et un entêtement patient.
Howard W. Eves

Sens de la compétence

Qu'est-ce qui caractérise une situation-problème? En mathématique, une situation-problème doit satisfaire à l'une ou l'autre des conditions suivantes :

- la situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage;
- l'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage;
- le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement.

La résolution de situations-problèmes, qui constitue l'un des fondements de l'activité mathématique, repose sur une démarche heuristique, c'est-à-dire axée sur l'exploration et la découverte. Elle permet de construire des objets mathématiques, de leur donner du sens, de mobiliser des savoirs connus, de développer des stratégies[10] et de mettre en œuvre diverses attitudes liées notamment à la confiance en soi et à l'autonomie. *Résoudre une situation-problème* s'avère une compétence complexe dont l'exercice mobilise le raisonnement et développe l'intuition créatrice. Elle rend ainsi l'élève apte à faire face à la nouveauté et à relever des défis à sa portée.

Une situation-problème soulève un ou plusieurs aspects d'une problématique qui nécessitent d'être résolus à l'aide de savoirs mathématiques.

La résolution d'une situation-problème est un processus dynamique qui nécessite de nombreux allers-retours et fait appel à l'anticipation, au discernement et au jugement critique. Le développement et l'exercice de cette compétence exigent de l'élève qu'il décode les éléments qui se prêtent à un traitement mathématique, qu'il représente la situation-problème par un modèle mathématique, qu'il élabore une solution mathématique, qu'il valide cette solution tout au long du processus et qu'il échange l'information relative à la situation-problème et à la solution proposée. Pour ce faire, il doit s'appuyer sur ses acquis et recourir à son imagination et à sa curiosité.

Le développement et l'exercice de cette compétence sont des occasions d'établir des liens intradisciplinaires et interdisciplinaires. Par exemple, une solution impliquant des concepts statistiques comme la corrélation peut s'apparenter à une autre solution qui présente des concepts algébriques comme le lien de dépendance. Des parallèles peuvent être établis entre la résolution de situations-problèmes, la démarche d'investigation en science et technologie et la dynamique de création du domaine des arts. Chacune de ces démarches amène l'élève à exploiter sa créativité et sa faculté à raisonner, à explorer des pistes de solution, à dégager des modèles et à les valider. De plus, chaque démarche évolue entre la théorie et l'expérience de même qu'entre l'intuition et la mise en œuvre de stratégies.

Les situations-problèmes doivent susciter un besoin de résolution ou un conflit cognitif.

Les situations-problèmes varient selon les buts poursuivis par l'élève et l'enseignant. Dans tous les cas, elles doivent susciter un conflit cognitif ou un besoin de résolution, permettre l'intégration de différents savoirs ou se prêter à l'exploitation de liens qui favorisent le transfert des apprentissages. Elles peuvent faire appel à des habiletés manuelles aussi bien qu'à des habiletés intellectuelles.

Par le questionnement, l'argumentation, la réflexion et la confrontation d'idées avec ses pairs, l'élève poursuit son apprentissage de stratégies cognitives et métacognitives. Il les met à profit au moment où il planifie une démarche de résolution de problèmes, prévoit le résultat d'une action en fonction du but visé, organise et hiérarchise l'information, modifie des stratégies et les applique dans de nouvelles situations. Un retour réflexif sur les stratégies contribue au développement de cette compétence.

La démarche heuristique associée à la résolution d'une situation-problème fait appel à différents types de raisonnement, tels que l'induction et l'analogie,

10. Se référer à l'annexe B : Exemples de stratégies sollicitées dans l'exercice des compétences.

particulièrement pour explorer des pistes de solution, mettre en œuvre des stratégies ou élaborer un modèle. L'élève choisira-t-il pour cela les concepts et les processus mathématiques propres à l'arithmétique, à l'algèbre, aux probabilités, à la statistique ou à la géométrie? Peut-être devra-t-il réviser son choix ou son registre de représentation au moment de l'élaboration de sa solution. La capacité à raisonner de l'élève dans ces questionnements favorise la conceptualisation d'objets mathématiques, l'établissement de liens et l'enrichissement des réseaux de concepts et de processus nécessaires à l'élaboration d'une solution. De plus, l'élève qui résout une situation-problème doit valider sa solution. Il porte un regard critique sur les actions qu'il pose relativement aux données de la situation. Ses aptitudes à réaliser des preuves ou des démonstrations peuvent lui être précieuses pour orienter ce regard.

Lorsqu'il résout une situation-problème, l'élève échange des informations relatives à sa solution et la compare avec celles provenant d'autres sources. Il mobilise sa compétence à communiquer à l'aide du langage mathématique dans ce partage de solutions qui se fait tout au long du processus de résolution et qui permet à l'élève de nourrir sa réflexion, de confirmer ses pistes ou de réorienter sa démarche, et d'enrichir ses savoirs mathématiques. De plus, ses aptitudes en matière de communication lui permettent de dégager des informations pertinentes provenant de ressources matérielles ou humaines et de les adapter selon le contexte et les conditions de réalisation. Par exemple, l'élève peut rechercher de la documentation, réaliser une expérience de laboratoire en équipe, utiliser Internet, faire appel à des ressources ou à des services tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'école.

Le développement de cette compétence au deuxième cycle s'appuie sur les acquis du premier cycle. L'élève est appelé à exercer son habileté à résoudre des situations-problèmes dans de nouveaux contextes, et les situations qui lui sont présentées sont plus élaborées. De nouvelles stratégies s'ajoutent à son répertoire et son aptitude à modéliser est davantage sollicitée.

Par ailleurs, les compétences transversales *Se donner des méthodes de travail efficaces*, *Exploiter l'information* et *Mettre en œuvre sa pensée créatrice* contribuent au développement de la compétence *Résoudre une situation-problème*. Elles aident l'élève à visualiser la tâche à réaliser et à s'en imprégner, à mobiliser des ressources et à explorer différentes possibilités avec confiance.

Voici quelques exemples qui illustrent comment la compétence peut s'exercer dans chaque champ de la mathématique.

- En arithmétique et en algèbre, la résolution d'une situation-problème suppose que l'élève exploite son sens du nombre et des opérations ainsi que les relations entre ces dernières. Sa compréhension d'une situation-problème l'amène à distinguer les données explicites et implicites de celles qui sont inconnues ou manquantes et à illustrer des relations à l'aide de tables de valeurs, d'expressions algébriques ou de représentations graphiques. Il exploite différentes stratégies, comme la recherche de régularités ou le recours à des essais systématiques ou dirigés, lorsqu'il explore des pistes de solution visant à dégager un modèle. Il fait appel aux concepts d'équation, de fonction et de système dans l'élaboration d'une solution où l'abstraction, l'interpolation, l'extrapolation, l'optimisation, la prise de décisions et le choix d'options sont nécessaires pour mener à bien la tâche. Tout au long du processus, l'élève manipule, estime, valide et interprète des données et des expressions numériques en diverses notations, en tenant compte de leur valeur relative selon le contexte.
- En probabilités et en statistique, l'élève fait appel à son sens des données, issues de relevés statistiques ou d'expériences aléatoires, pour repérer et traiter les situations-problèmes qui relèvent de ces champs. Il utilise des diagrammes et des tableaux pour représenter une situation-problème, organiser et analyser des données, faciliter le dénombrement, calculer des probabilités et des mesures statistiques. Il fait appel aux concepts de hasard et d'expérience aléatoire pour choisir un échantillon représentatif d'une population et pour valider ou invalider certaines prédictions et conceptions véhiculées dans la société. Il échange avec ses pairs l'information relative à sa solution en explicitant sa démarche, ses choix de registres, ses décisions, ses recommandations ou ses conclusions. Il cherche, dans les réactions de ses pairs, des pistes qui lui permettent d'évaluer l'efficacité de sa solution ou la fiabilité de l'étude réalisée. Dans toutes les étapes du processus de résolution, il peut recourir à des simulations lorsqu'une expérience est difficilement réalisable. Il exploite également le concept de corrélation pour déterminer la nature et la force d'un lien entre deux variables. Ces simulations et ces études de corrélation sont propices à l'utilisation d'outils technologiques.

– En géométrie, l'élève qui décode une situation-problème fait appel à son sens spatial et à son sens de la mesure pour dégager la tâche à réaliser et explorer des pistes de solution. Il se donne une image mentale des figures qui font partie de la situation-problème. Il représente de diverses façons des objets en deux ou trois dimensions en s'aidant, au besoin, d'instruments ou de logiciels de géométrie. Dans l'élaboration d'une solution où il doit chercher des mesures manquantes de longueurs, d'aires ou de volumes, afin de les optimiser s'il y a lieu, il met à profit des définitions, des propriétés ou des relations en manipulant des expressions numériques et algébriques. Il structure et justifie les étapes de sa démarche à l'aide de propriétés et d'énoncés admis. Il s'assure que le résultat qu'il obtient est plausible d'après le contexte et l'exprime avec l'unité de mesure appropriée. Il profite du moment consacré à l'échange de solutions pour enrichir son réseau de relations et de stratégies.

MATHÉMATIQUE

COMPÉTENCE 1 ET SES COMPOSANTES

RÉSOUDRE une situation-problème

Décoder les éléments qui se prêtent à un traitement mathématique

– Dégager l'information pertinente contenue dans divers registres de représentation sémiotique : linguistique, numérique, symbolique, iconique et graphique

– Cerner et décrire la tâche à réaliser en ciblant la question posée ou en formulant une ou plusieurs questions

– Déterminer les réseaux de concepts et de processus à mobiliser

– Recourir à différentes stratégies de décodage

Représenter la situation-problème par un modèle mathématique

– Recourir à des similitudes entre diverses situations-problèmes

– Associer la situation-problème à un ou des champs mathématiques

– Illustrer le modèle à l'aide de registres de représentation

– Reconnaître les limites d'utilisation des modèles connus

– Explorer des pistes de solution

Échanger l'information relative à la solution

– Tenir compte du contexte, des éléments du langage mathématique et des destinataires

– Expliciter sa solution d'une manière compréhensible et structurée

Valider la solution

– Confronter le résultat obtenu avec le résultat attendu

– Vérifier la solution

– Rectifier la solution, au besoin

– Évaluer, en les comparant, les solutions des pairs ou d'autres sources

– Préciser les raisons pour lesquelles une stratégie ou une solution est inadéquate

Élaborer une solution

– Décrire et estimer, s'il y a lieu, le résultat attendu en tenant compte de la nature des données liées à la situation

– Appliquer des stratégies appropriées en s'appuyant sur des réseaux de concepts et de processus

– Structurer sa démarche

– Justifier les étapes de sa démarche

Attentes de fin de cycle

À la fin du deuxième cycle du secondaire, et ce, pour les trois séquences de formation, l'élève résout des situations-problèmes qui comportent plusieurs étapes. Il sait mettre en œuvre diverses stratégies pour se représenter une situation-problème, élaborer une solution et la valider. Au besoin, il explore différentes pistes de solution et recourt aux réseaux de concepts et de processus propres à un ou plusieurs champs de la mathématique. Il présente une solution structurée qui comprend une démarche et un résultat et dont il est en mesure de justifier et d'expliciter les étapes en utilisant un langage mathématique. Il sait finalement utiliser à bon escient les instruments – logiciels ou autres – nécessaires ou appropriés pour résoudre une situation-problème.

Critères d'évaluation

– Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème
– Mobilisation de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème
– Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème
– Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée

* La solution comprend une démarche et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Note : Il n'est pas toujours possible d'observer des traces explicites de la validation.

Développement de la compétence *Résoudre une situation-problème*

Le développement de cette compétence suppose une progression dans la construction de l'édifice mathématique ainsi que dans la complexité des situations-problèmes proposées. Bien que ce soient les champs mathématiques et les concepts mobilisés qui marquent principalement la progression, plusieurs autres paramètres peuvent caractériser la situation-problème à résoudre.

Au premier cycle du secondaire, l'élève a résolu des situations-problèmes exigeant une démarche à plusieurs étapes. Il a interprété des données et a fait appel à des registres de représentation sémiotique et à des stratégies pour parvenir à une solution. Il a appris à valider et à communiquer sa solution à l'aide du langage mathématique. Il a éveillé son esprit critique en comparant ses solutions avec celles de ses pairs. Il a aussi pris conscience de ses aptitudes et de certaines des attitudes qui caractérisent sa façon d'apprendre.

Les situations-problèmes que l'élève doit résoudre évoluent et lui permettent de réinvestir les savoirs acquis et d'en construire de nouveaux qui font généralement appel à un ou à plusieurs champs de la mathématique.

Au deuxième cycle du secondaire, les situations-problèmes que l'élève doit résoudre évoluent et lui permettent de réinvestir les savoirs acquis au premier cycle. Elles font généralement appel à un ou plusieurs champs de la mathématique. Elles portent sur les buts de l'activité mathématique, tiennent compte de l'objectif de formation propre à la séquence concernée et s'inspirent des domaines généraux de formation.

Lorsque l'enseignant planifie ses interventions pédagogiques pour assurer ou évaluer le développement de la compétence à l'intérieur d'une année ou d'une année à l'autre du cycle, il tient compte d'un certain nombre de paramètres pour élaborer, nuancer la complexité, moduler ou modifier les situations d'apprentissage et d'évaluation qu'il propose aux élèves.

Ces paramètres sont associés à la démarche réflexive de l'élève, aux contextes et aux modalités de réalisation ou aux ressources à mobiliser. Certains d'entre eux sont communs à toutes les situations, quelle que soit la compétence visée :

- le degré de familiarité de l'élève avec le contexte;
- l'étendue des concepts et des processus à mobiliser;
- les passages entre des registres de représentation sémiotique;
- la présence de liens intradisciplinaires ou interdisciplinaires;
- le degré d'autonomie exigé de l'élève dans la réalisation de la tâche.

Plus particulièrement, une situation-problème peut être caractérisée par les paramètres suivants :

- les stratégies (d'ordre affectif, cognitif et métacognitif[11] ou de l'ordre de la gestion des ressources) à mobiliser pour l'élaboration d'un plan de solution, sa réalisation et sa validation;
- le degré de familiarité de l'élève avec la tâche à accomplir ou les ressources humaines et matérielles à mobiliser;
- la quantité de contraintes à respecter et de données ou de variables à traiter;
- le niveau d'abstraction exigé de l'élève pour s'approprier la situation;
- la nature et la forme du résultat attendu ou potentiel;
- la quantité et la nature des étapes à franchir pour élaborer la solution;
- la nature des liens sollicités entre les champs mathématiques ou entre les concepts et processus d'un même champ;
- la spécificité des modèles requis;
- les types de registres de représentation sollicités.

Ces paramètres n'évoluent pas nécessairement de façon linéaire. Des allers-retours entre des situations complexes et des situations simples sont souhaitables pour répondre aux intentions d'apprentissage à chacune des années du cycle.

Les tableaux des pages suivantes présentent un aperçu des éléments de contenu associés aux situations dans lesquelles l'élève développe sa compétence, année après année, selon la séquence qu'il a choisie. Mentionnons que l'ensemble des concepts et des processus mathématiques prescrits pour le développement et l'exercice de la compétence sont répartis annuellement sous la rubrique *Contenu de formation*. Cette rubrique présente également l'esprit qui caractérise chacune des séquences ainsi que certaines particularités des contextes à exploiter.

11. Pour planifier et réaliser progressivement l'instauration et le développement de stratégies métacognitives à l'intérieur du cycle, l'équipe-école peut se référer à l'annexe B.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations-problèmes requièrent de l'élève qu'il dégage des informations pertinentes pouvant être présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table de valeurs. Elles peuvent faire référence à un ou plusieurs champs de la mathématique et elles supposent, pour leur résolution, la manipulation de données et d'expressions numériques ou algébriques sous différentes formes. Elles suscitent la prise en compte de la valeur relative des nombres dans l'interprétation de la tâche à réaliser, dans l'approximation d'un résultat et dans l'élaboration et la validation d'une solution. Elles supposent des changements de registre, au besoin, pour décoder ces informations ou pour représenter des éléments de la solution. Elles font appel au sens du nombre et des opérations ainsi qu'au raisonnement proportionnel dans les stratégies déployées au moment de l'élaboration d'une solution. Elles mettent à profit le sens des expressions algébriques et la connaissance des liens de dépendance dans l'analyse de phénomènes et dans la prise de décisions. Elles donnent l'occasion d'interpoler ou d'extrapoler dans la modélisation à l'aide des fonctions à l'étude. Les situations-problèmes conduisent à la représentation, à l'interprétation et à la comparaison de données probabilistes par le dénombrement de possibilités et par le calcul de probabilités d'événements dans des cas discrets ou continus. Elles exigent l'organisation des données d'un échantillon, recueillies ou non par l'élève, afin de décrire une population et d'en tirer des conclusions. Elles requièrent l'analyse des distributions à l'aide de mesures statistiques appropriées ou peuvent susciter la critique d'une étude déjà réalisée. Les situations-problèmes à caractère géométrique conduisent à la construction ou à la représentation de figures géométriques au moyen de divers procédés. Elles mobilisent le sens spatial ou le sens de la mesure et nécessitent le recours aux différentes relations associées aux figures géométriques et la détermination de mesures manquantes.

Séquence *Culture, société et technique*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, les situations-problèmes concernent différentes facettes de la réalité de l'élève (économiques, sociales, démographiques, techniques, scientifiques, etc.). Elles peuvent faire référence à un ou plusieurs champs de la mathématique et sont orientées vers la prise de décisions. Elles demandent de dégager et d'exploiter des informations pertinentes représentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table de valeurs et supposent l'analyse de différentes possibilités, par exemple dans la planification de certains achats de biens et de services.

Les situations-problèmes font appel notamment au sens du nombre et des opérations ainsi qu'au raisonnement proportionnel pour valider des solutions. En outre, elles sollicitent la résolution de systèmes d'équations linéaires pour comparer et analyser des phénomènes en vue de faire des choix. Elles donnent l'occasion d'interpoler ou d'extrapoler par la modélisation à l'aide de fonctions réelles représentées sous différentes formes. Certaines prises de décisions font appel à des données probabilistes, qui amènent l'élève à dénombrer les possibilités ou à calculer la probabilité d'événements dans des cas discrets ou continus ou encore à calculer l'éventualité d'un gain ou d'une perte à l'aide de l'espérance mathématique. Si l'élève doit décrire une population et tirer des conclusions à son sujet, les situations-problèmes sous-tendent l'organisation de données et l'étude de distributions à un ou deux caractères dans lesquelles la détermination de mesures statistiques (coefficient de corrélation, mesure de tendance centrale, de dispersion ou de position) est sollicitée. D'autres situations requièrent différentes relations associées aux figures géométriques. Elles nécessitent entre autres la recherche de mesures manquantes (longueur, aire, volume) à l'aide de différentes relations métriques ou trigonométriques faisant intervenir des triangles rectangles ou des figures isométriques, semblables ou décomposables.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, les situations-problèmes sont orientées tantôt vers des décisions à prendre à l'aide d'outils mathématiques, tantôt vers l'exploitation de divers procédés pour déterminer l'option qui représente le mieux les préférences d'une population, tantôt vers la planification, l'estimation, l'évaluation et le calcul de différents éléments rattachés notamment à l'aménagement d'espaces ou à la conception d'objets (coût, quantité, espace, revenu, etc.), avec ou sans l'aide de la technologie.

Certaines situations-problèmes conduisent à effectuer des prévisions au moyen de la modélisation à l'aide de fonctions réelles. D'autres mettent à profit, pour leur résolution ou pour la réalisation de modélisations (horaire, chemin optimal, chemin critique, etc.), les concepts et les processus associés aux graphes. Certaines supposent, pour choisir la ou les solutions optimales, le recours à la programmation linéaire. Celles qui font intervenir une planification ou des éléments tels que la longueur, l'aire, le volume ou l'espace résiduel constituent d'autres occasions de recourir à l'optimisation. Par ailleurs, il en existe aussi qui amènent l'élève à prendre en compte le lien de dépendance entre certains événements pour déterminer la probabilité conditionnelle nécessaire à la prise de décisions. Les situations-problèmes à caractère géométrique recourent, au besoin, à du matériel concret ou à l'utilisation d'un logiciel approprié. Elles mobilisent des savoirs géométriques pour concevoir et construire des plans et des objets. Elles nécessitent la détermination de différentes mesures à l'aide de définitions, de propriétés, de formules ou d'énoncés déjà admis dans le cas de triangles quelconques, de figures planes ou de solides isométriques, semblables, décomposables ou équivalents.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations-problèmes requièrent de l'élève qu'il dégage des informations pertinentes pouvant être présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table de valeurs. Elles peuvent faire référence à un ou plusieurs champs de la mathématique et elles supposent, pour leur résolution, la manipulation de données et d'expressions numériques ou algébriques sous différentes formes. Elles suscitent la prise en compte de la valeur relative des nombres dans l'interprétation de la tâche à réaliser, dans l'approximation d'un résultat et dans l'élaboration et la validation d'une solution. Elles supposent des changements de registre, au besoin, pour décoder ces informations ou pour représenter des éléments de la solution. Elles font appel au sens du nombre et des opérations ainsi qu'au raisonnement proportionnel dans les stratégies déployées au moment de l'élaboration d'une solution. Elles mettent à profit le sens des expressions algébriques et la connaissance des liens de dépendance dans l'analyse de phénomènes et dans la prise de décisions. Elles donnent l'occasion d'interpoler ou d'extrapoler dans la modélisation à l'aide des fonctions à l'étude. Les situations-problèmes conduisent à la représentation, à l'interprétation et à la comparaison de données probabilistes par le dénombrement de possibilités et par le calcul de probabilités d'événements dans des cas discrets ou continus. Elles exigent l'organisation des données d'un échantillon, recueillies ou non par l'élève, afin de décrire une population et d'en tirer des conclusions. Elles requièrent l'analyse des distributions à l'aide de mesures statistiques appropriées ou peuvent susciter la critique d'une étude déjà réalisée. Les situations-problèmes à caractère géométrique conduisent à la construction ou à la représentation de figures géométriques au moyen de divers procédés. Elles mobilisent le sens spatial ou le sens de la mesure et nécessitent le recours aux différentes relations associées aux figures géométriques et la détermination de mesures manquantes.

Séquence *Technico-sciences*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, les situations-problèmes proposées doivent pouvoir être représentées à l'aide de modèles propres à chaque champ de la mathématique. Elles portent sur divers aspects du contexte économique qui appellent un choix de biens et de services respectant des objectifs déterminés. Plus particulièrement, elles conduisent à une initiation à l'étude de cas et à la recherche de solutions optimales. Certaines nécessitent la production, l'analyse ou la comparaison des parties d'une soumission qui requiert un traitement mathématique. Elles peuvent faire appel au jugement critique dans l'analyse de plans, d'algorithmes ou de suggestions de solutions afin d'en apprécier l'efficience et, le cas échéant, relever des erreurs ou des anomalies, y apporter des correctifs, proposer des améliorations ou émettre des recommandations. Enfin, lorsque nécessaire, d'autres situations mettent à profit l'utilisation d'instruments appropriés afin d'élaborer une solution en tenant compte du niveau de précision qu'ils permettent d'obtenir dans la validation de la solution.

Des situations conduisent à distinguer différentes familles de fonctions et à les mobiliser pour réaliser une modélisation. Elles peuvent faire appel à la résolution d'équations, d'inéquations ou de systèmes d'équations, et ce, dans tous les champs de la mathématique. Dans les cas où le hasard intervient, la prise de décisions s'appuie sur la probabilité conditionnelle ou l'espérance mathématique. La modification des paramètres d'une situation (règles du jeu, montant de gain, événement, etc.) permet de la rendre équitable ou d'optimiser un montant de gain ou de perte selon certains objectifs. D'autres situations-problèmes font intervenir des distributions statistiques à un ou deux caractères. Une référence aux fonctions réelles permet d'interpoler ou d'extrapoler lorsque les représentations graphiques des caractères étudiés en suggèrent la pertinence. La résolution de certaines situations-problèmes à caractère géométrique, qui nécessite la représentation ou la construction de plans (ou d'objets) respectant certains devis, met à profit le sens spatial et le sens de la mesure. Elles conduisent aussi à modéliser et à rechercher des solutions optimales en recourant aux concepts de droite, de distance et de point de partage.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, la résolution des situations-problèmes enrichit le répertoire de stratégies de l'élève. Elle intègre la démarche relative à l'étude de cas. Ces situations-problèmes peuvent faire appel à des comparaisons, à la proposition de correctifs, de solutions avantageuses ou optimales ou bien à l'émission de recommandations. Elles demandent la formulation de critiques constructives et la prise de décisions éclairées à propos de problématiques issues de divers domaines y compris celui des techniques (graphiques, biologiques, physiques, administratives, etc.). De plus, certaines requièrent une compréhension du fonctionnement ou de l'utilisation de divers instruments qui, jumelée aux aptitudes à traiter des données, conduit à l'emploi de nouveaux instruments.

D'autres situations-problèmes demandent d'exploiter les relations ou les fonctions afin de modéliser, d'interpoler ou d'extrapoler et, lorsque la solution l'exige, des opérations sur les fonctions sont mises à profit. Certaines supposent une combinaison des concepts et processus géométriques et algébriques ou encore font appel, pour leur résolution, à la représentation vectorielle. Il y en a également qui exigent la proposition de solutions avantageuses ou optimales dans lesquelles sont mobilisés la résolution de systèmes d'équations et d'inéquations, la construction d'objets ou de figures, ainsi que les concepts de figures équivalentes, de lieu géométrique, de distance ou de position relative. D'autres, pour déterminer des mesures nécessaires à la solution, conduisent à l'exploitation de relations métriques ou trigonométriques dans le triangle quelconque et dans le cercle. Finalement, d'autres, pour être gérées, mettent en cause les concepts liés aux probabilités et à la statistique acquis au cours des années précédentes.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations-problèmes requièrent de l'élève qu'il dégage des informations pertinentes pouvant être présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table de valeurs. Elles peuvent faire référence à un ou plusieurs champs de la mathématique et elles supposent, pour leur résolution, la manipulation de données et d'expressions numériques ou algébriques sous différentes formes. Elles suscitent la prise en compte de la valeur relative des nombres dans l'interprétation de la tâche à réaliser, dans l'approximation d'un résultat et dans l'élaboration et la validation d'une solution. Elles supposent des changements de registre, au besoin, pour décoder ces informations ou pour représenter des éléments de la solution. Elles font appel au sens du nombre et des opérations ainsi qu'au raisonnement proportionnel dans les stratégies déployées au moment de l'élaboration d'une solution. Elles mettent à profit le sens des expressions algébriques et la connaissance des liens de dépendance dans l'analyse de phénomènes et dans la prise de décisions. Elles donnent l'occasion d'interpoler ou d'extrapoler dans la modélisation à l'aide des fonctions à l'étude. Les situations-problèmes conduisent à la représentation, à l'interprétation et à la comparaison de données probabilistes par le dénombrement de possibilités et par le calcul de probabilités d'événements dans des cas discrets ou continus. Elles exigent l'organisation des données d'un échantillon, recueillies ou non par l'élève, afin de décrire une population et d'en tirer des conclusions. Elles requièrent l'analyse des distributions à l'aide de mesures statistiques appropriées ou peuvent susciter la critique d'une étude déjà réalisée. Les situations-problèmes à caractère géométrique conduisent à la construction ou à la représentation de figures géométriques au moyen de divers procédés. Elles mobilisent le sens spatial ou le sens de la mesure et nécessitent le recours aux différentes relations associées aux figures géométriques et la détermination de mesures manquantes.

Séquence *Sciences naturelles*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, les situations-problèmes couvrent les différents champs de la mathématique. Elles proviennent parfois d'expérimentations, mais elles peuvent aussi être purement mathématiques. Elles permettent de dégager des données représentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table des valeurs et de modéliser dans le but de faire une analyse approfondie, de dégager des régularités, d'interpoler ou d'extrapoler. Plusieurs conduisent l'élève à manifester ses aptitudes à effectuer des manipulations algébriques. Pour en arriver à une ou des solutions, elles demandent de mettre à profit une rigueur mathématique ainsi que des stratégies déductives. De plus, les situations-problèmes comportent des tâches qui amènent l'élève à valider et à rectifier, au besoin, la ou les solutions élaborées.

Certaines situations-problèmes nécessitent d'être représentées à l'aide de la corrélation linéaire dans l'organisation et l'interprétation de données statistiques. Elles demandent une modélisation à l'aide des fonctions polynomiales du premier ou du second degré ou bien de la fonction partie entière. Plusieurs exploitent le sens du nombre et les manipulations algébriques dans la résolution de diverses équations et inéquations ainsi que de systèmes de deux équations à deux variables dont l'une des équations est du deuxième degré. Certaines font appel aux différentes relations associées aux figures géométriques et à la recherche des mesures manquantes à partir de figures isométriques, semblables ou équivalentes ou encore à l'aide de la trigonométrie.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, les situations-problèmes sont surtout liées à divers phénomènes naturels. Elles permettent de dégager un modèle mathématique découlant notamment d'une expérimentation scientifique. Elles conduisent à déterminer et à caractériser les éléments qui les composent, d'en comprendre les causes, les impacts et les retombées. En outre, elles favorisent le transfert des connaissances d'un champ mathématique à un autre mais aussi dans d'autres domaines disciplinaires.

Des situations favorisent l'exploitation des opérations sur les fonctions ainsi que la résolution de systèmes d'équations ou d'inéquations. Par ailleurs, lorsqu'une démarche de résolution nécessite une rectification, les élèves doivent en fournir les raisons. Enfin, des situations-problèmes à caractère géométrique mettent à profit les concepts et les processus associés aux coniques et aux vecteurs afin de représenter et d'analyser différents phénomènes.

COMPÉTENCE 2 Déployer un raisonnement mathématique

De manière schématique, on peut dire que le raisonnement mathématique est l'exercice d'une combinaison de deux facultés, que nous pourrions appeler l'intuition et l'ingéniosité.
Alan Turing

Sens de la compétence

Déployer un raisonnement mathématique est une activité intellectuelle qui se traduit par une manière particulière d'aborder une situation. Elle consiste à émettre des conjectures, à critiquer, à justifier ou à infirmer une proposition en faisant appel à un ensemble organisé de savoirs mathématiques. Lorsqu'il déploie un raisonnement mathématique, l'élève appréhende une situation, oriente son action et structure sa pensée en recourant, entre autres, à des inductions et à des déductions. Cette compétence est essentielle aux diverses activités mathématiques.

Le développement et l'exercice de cette compétence exigent de l'élève qu'il émette des conjectures, qu'il construise et exploite des réseaux de concepts et de processus mathématiques et qu'il les valide en réalisant des preuves ou des démonstrations. Sa pensée chemine entre divers types de raisonnement qui façonnent son esprit critique et qui l'aident à développer son aptitude à conceptualiser et sa volonté de comprendre et de justifier.

Une situation d'application soulève une ou des conjectures (relations, énoncés, opinions, conclusions, etc.), implicites ou explicites, qui nécessitent d'être découvertes, expliquées, généralisées, prouvées ou réfutées à l'aide de savoirs mathématiques.

Le raisonnement mathématique sous-tend une démarche heuristique qui est souvent non explicite; elle se passe dans la tête. Il joue un rôle fondamental dans le développement intellectuel de l'élève, notamment en ce qui a trait à sa capacité d'analyse. Raisonner exige en effet de lui qu'il recherche des régularités, décrive, combine, invente ou visualise. Il s'adonnera d'autant plus volontiers à des situations d'application qu'il éprouvera le besoin de découvrir, de vérifier, d'expliquer, de justifier, de convaincre, de systématiser ou de généraliser. Il exercera d'autant plus activement son raisonnement qu'il voudra dénouer une impasse, qu'il ressentira la nécessité de prouver une conjecture. Il doit également percevoir l'avantage qu'il y a à examiner des informations pour dégager les éléments pertinents fournis par la situation. À cette fin, il puise dans ses réseaux de concepts et de processus et peut recourir à divers types de matériel ou consulter des ouvrages variés, ses pairs ou des personnes-ressources. Cette compétence sollicite en outre les raisonnements propres à chacun des champs mathématiques ainsi que d'autres types de raisonnement plus généraux tels que :

- le raisonnement inductif, qui consiste à généraliser à partir de l'observation de cas particuliers;
- le raisonnement par analogie, qui consiste à comparer divers éléments en s'appuyant sur des ressemblances pour tirer des conclusions;
- le raisonnement déductif constitué d'un enchaînement de propositions, qui permet de tirer des conclusions à partir d'énoncés considérés comme vrais. Il englobe entre autres les raisonnements par contradiction et par disjonction de cas;
- la réfutation à l'aide d'un contre-exemple, qui permet d'invalider la conjecture émise sans statuer sur ce qui est vrai.

Ces raisonnements permettent de dégager des conclusions considérées probables, plausibles ou certaines, selon l'argumentation et les champs de la mathématique concernés dans la validation de la conjecture émise. Il ne s'agit pas ici de demander à l'élève de réaliser des tâches en lui imposant tel ou tel raisonnement spécifique, mais bien de lui présenter des situations dans lesquelles il pourra déployer ces types de raisonnement.

La démarche qui conduit à une conclusion est généralement non linéaire; elle comprend des doutes, des impasses, des contradictions, des retours en arrière, etc. De façon consciente ou non, l'élève navigue entre différents types de raisonnement et modifie sa démarche, au besoin. L'expression orale ou écrite d'une solution constitue la partie la plus accessible de son raisonnement et fournit des traces permettant de l'observer.

La réalisation de preuves demeure une des composantes de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique* à mettre en œuvre dans tous les champs de la discipline. La preuve admet des vérités acceptées par une communauté donnée (ex. classe, population, communauté mathématique, communauté scientifique) et elle tient compte de l'interlocuteur ou du degré de rigueur requis dans l'argumentation. Elle permet de valider des conjectures. Elle implique que l'élève perçoive la distinction entre le raisonnement et la preuve mathématique, qui en est la mise en forme codifiée. La rédaction de la preuve est donc l'étape ultime du processus de validation d'une conjecture. Celle-ci peut être qualifiée d'explication ou de démonstration, selon l'approche choisie par l'élève.

Les deux autres compétences disciplinaires sont essentielles à l'exercice de cette compétence. L'élève met à profit certaines composantes de la compétence *Résoudre une situation-problème* lorsqu'il se prononce sur la véracité d'une conjecture, réalise une preuve, choisit parmi ses connaissances celles qui sont appropriées pour convaincre de l'efficience d'une solution, organise ou structure ses interventions et sa démarche, justifie son point de vue ou sa décision. D'ailleurs, les stratégies inhérentes au décodage d'informations, à la recherche de similitudes ou de distinctions, au choix d'un modèle mathématique, à l'exploration de pistes de solution et à la validation d'une solution contribuent toutes au développement des aptitudes à raisonner de l'élève.

Le déploiement du raisonnement de l'élève constitue par ailleurs une activité complexe qui ne peut être réalisée sans l'apport de la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique*. Raisonnement mathématique et langage, oral ou écrit, sont en effet indissociables. Dans l'expression du raisonnement mathématique, le langage est l'outil par lequel l'élève amorce son raisonnement dans l'appropriation de la situation, au moment du décodage de l'information et de la formulation d'une conjecture. Il est aussi l'objet du raisonnement puisque c'est au moyen du langage que l'élève combine et manipule les concepts mobilisés par la conjecture. Il est enfin son véhicule puisqu'il permet d'exprimer le résultat du raisonnement en obéissant à des critères logiques ou dialogiques[12]. Le raisonnement, plus ou moins approfondi selon le cas, se traduira par des modes de communication adaptés selon que l'élève doive se convaincre lui-même, convaincre une personne étrangère au contexte de production ou encore valider une solution empiriquement ou théoriquement.

Le développement de cette compétence au deuxième cycle s'appuie sur les acquis du premier cycle. Les situations d'apprentissage et les types de raisonnement à déployer y sont toutefois plus élaborés. Les réseaux de concepts et de processus construits par l'élève s'approfondissent et s'élargissent. Son aptitude à expliquer, à justifier et à conjecturer se raffine.

Par ailleurs, l'exercice de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique* suppose que l'élève sache tirer profit de l'information, construire et exprimer une opinion, mobiliser diverses ressources et gérer une communication. Elle fait donc appel à plusieurs compétences transversales – plus particulièrement *Exploiter l'information*, *Exercer son jugement critique* et *Communiquer de façon appropriée* –, tout en contribuant à leur développement.

Voici quelques exemples qui illustrent comment la compétence peut s'exercer dans chaque champ de la mathématique.

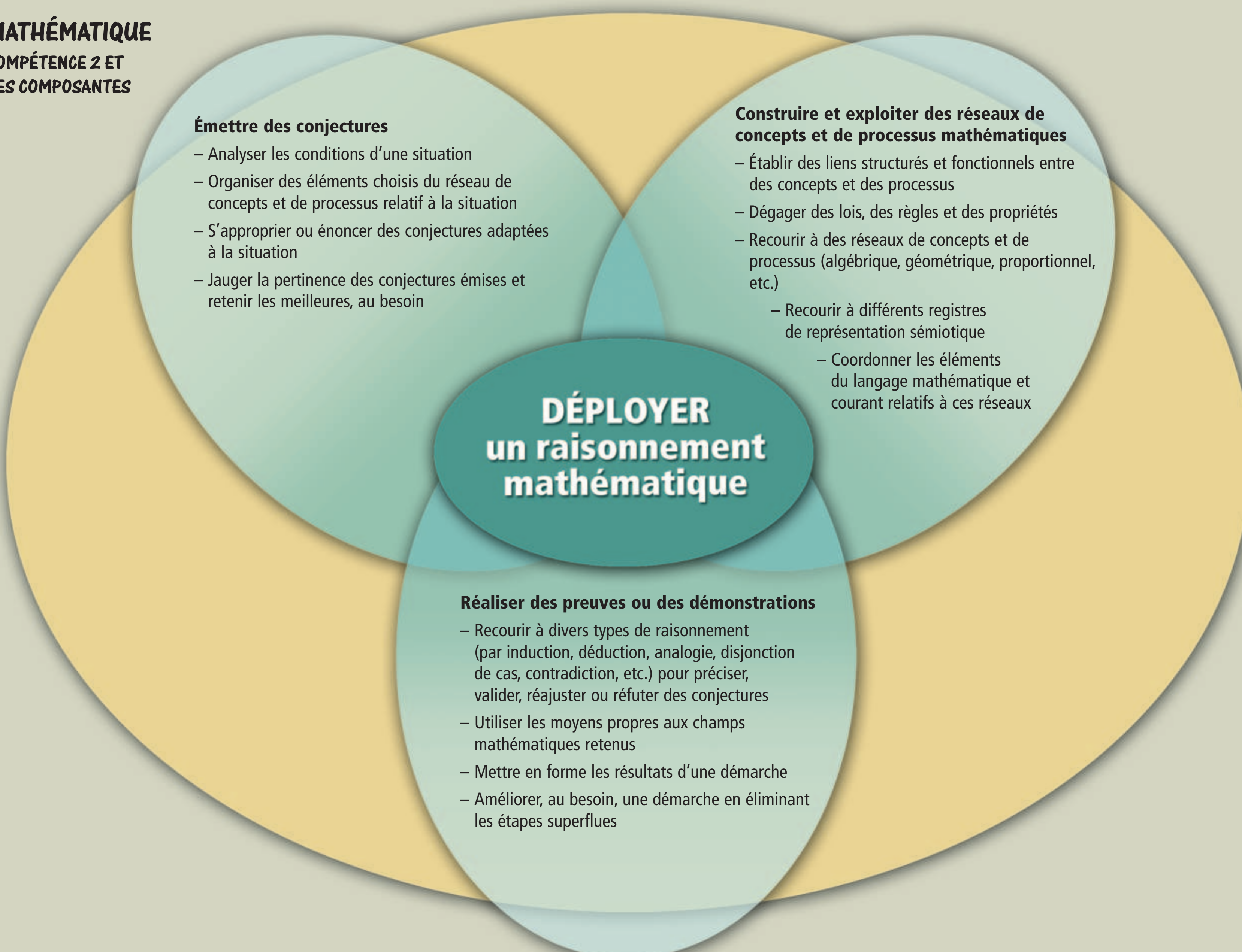
– Dans tous les champs mathématiques, l'élève met à profit son sens du nombre et des opérations pour construire et exploiter ses réseaux de concepts et de processus. Il fait appel à des nombres représentés en diverses notations, dont en intervalles. Il fait intervenir un raisonnement proportionnel pour construire ou interpréter des plans et des figures, convertir des mesures, construire des tableaux statistiques ou réaliser des analyses probabilistes.
– Pour déployer un raisonnement algébrique, l'élève explore et compare différentes possibilités, puis justifie ses choix. Il repère diverses relations et exploite, selon les buts visés, des processus d'interpolation, d'extrapolation ou d'optimisation en s'appuyant sur la compréhension qu'il a des liens de dépendance et des concepts de fonction et de réciproque. Il exploite des procédés algébriques afin de dégager des lois, des règles et des propriétés qui, à leur tour, servent à valider des conjectures, par exemple en démontrant par déduction l'équivalence de deux expressions.

12. Il s'agit de critères reliés au discours, par exemple les critères de rédaction d'une argumentation.

– En probabilités, l'élève poursuit son appropriation du concept de hasard qu'il utilise dans ses raisonnements en considérant l'ensemble des possibilités concernant des cas discrets ou continus. Il s'interroge sur les relations entre des événements : indépendance, équiprobabilité, complémentarité, incompatibilité. Il s'appuie sur différents types de raisonnement lorsqu'il cherche à déterminer la valeur de vérité de certaines conceptions véhiculées dans la société. Il recourt, par exemple, au raisonnement inductif ou déductif lorsqu'il confirme ses conjectures de façon pragmatique par l'expérimentation, la simulation ou l'analyse statistique des données recueillies.
– En statistique, l'élève raisonne à partir de données dont il distingue le caractère qualitatif ou quantitatif. Il chemine en explorant différents types de raisonnement lorsqu'il élabore ou analyse un questionnaire, choisit un échantillon et traite les données recueillies. Ces actions impliquent l'organisation de données, le choix du moyen le plus approprié pour les représenter, leur interprétation à l'aide de différentes mesures (de tendance centrale, de dispersion et de position) et la validation des conclusions qu'il en tire. Il compare des distributions pour analyser certaines conditions ou pour faire des choix. Dans le cas de distributions à deux caractères, il interprète la corrélation et est en mesure d'interpoler ou d'extrapoler à l'aide d'une droite de régression. Il exerce enfin son jugement critique lorsqu'il se prononce qualitativement et quantitativement sur l'existence ou non d'un lien de dépendance ou de causalité.
– En géométrie, l'élève déploie un raisonnement lorsqu'il dégage les caractéristiques des figures, met en évidence leurs propriétés et y effectue des opérations. Il recourt à différents types de raisonnement mathématique lorsqu'il construit des figures, compare ou calcule des mesures, notamment à l'aide d'expressions algébriques. Il déduit des propriétés ou des mesures manquantes dans différents contextes en utilisant des définitions et des énoncés déjà admis. Dans certains cas, il a recours à une preuve indirecte pour conclure à l'existence d'une propriété.

MATHÉMATIQUE

COMPÉTENCE 2 ET SES COMPOSANTES



Attentes de fin de cycle

À la fin du deuxième cycle du secondaire, dans les trois séquences de formation, l'élève fait appel aux différents modes de pensée propres à chaque champ de la mathématique afin de traiter une situation ou un phénomène. Il émet des conjectures, met à profit les concepts et les processus appropriés, et les confirme ou les réfute à l'aide de différents types de raisonnement. De plus, il les valide en appuyant chaque étape de sa preuve sur des concepts, des processus, des règles ou des énoncés déjà admis, qu'il exprime de façon structurée.

Critères d'évaluation

- Formulation d'une conjecture appropriée à la situation
- Application correcte des concepts et des processus appropriés à la situation
- Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation
- Structuration adéquate des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation*
- Justification congruente des étapes d'une preuve ou d'une démonstration adaptée à la situation*

*Selon l'année ou la séquence de formation.

Développement de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique*

Lorsqu'il déploie un raisonnement mathématique, l'élève dégage des lois et des propriétés en observant des régularités et les met en relation avec des concepts et des processus qui lui serviront à justifier des actions. Au fur et à mesure que le besoin de convaincre ou de prouver se fait sentir, il élabore plusieurs étapes pour conduire son raisonnement. Il apprend à mieux l'expliciter et le structurer et à raffiner son argumentation. L'idée de preuve évolue ainsi graduellement vers la construction d'une démonstration davantage rigoureuse selon la séquence considérée.

Au premier cycle du secondaire, l'élève a développé son aptitude à questionner et à émettre des conjectures à partir de situations variées. Il a appris à les valider en faisant appel à ses réseaux de concepts et de processus ainsi qu'aux types de raisonnement propres aux différents champs mathématiques, en justifiant ses étapes, en s'appuyant sur des énoncés et des définitions ou en recherchant des contre-exemples. Il a également été initié à quelques règles élémentaires du raisonnement déductif et a appris à distinguer les propriétés vérifiées expérimentalement et celles établies par déduction.

Au deuxième cycle, l'élève poursuit le développement de son raisonnement et de son jugement critique. Il doit faire face à différentes situations qui mobilisent des concepts de plus en plus complexes et qui lui demandent de préciser ses idées et de présenter des arguments afin de construire son opinion, de comparer, de faire des choix, d'orienter son action pour prendre des décisions, les appliquer et les évaluer. Il continue de se construire une représentation mentale et opérationnelle de réseaux de concepts et de processus. Il réinvestit et approfondit ceux qu'il maîtrise déjà et en construit de nouveaux. Il apprend à généraliser et à tirer des conclusions au regard de concepts et de leurs relations. Pour ce faire, il navigue entre les modes de pensée arithmétique, algébrique, probabiliste, statistique et géométrique et il les combine au besoin.

L'élève traite de situations signifiantes, inspirées entre autres des domaines généraux de formation. Ces situations lui donnent l'occasion de gérer des données aussi bien implicites qu'explicites, de distinguer l'essentiel de l'accessoire et de dégager les conditions nécessaires ou suffisantes ou les conditions à la fois nécessaires et suffisantes. Il fait appel à certains connecteurs logiques : *et*, *ou*, *si… alors*, *si et seulement si*, *non*, etc. Il émet des conjectures et les valide en recourant, selon le contexte, à différents types de preuve (preuve pragmatique ou intellectuelle, directe ou indirecte) et en mettant en œuvre divers raisonnements. Il apprend ainsi à penser, tout en prenant conscience des démarches qui lui permettent de construire des savoirs et en s'imprégnant de la structure du raisonnement qu'il déploie. Il est amené à abstraire en se référant notamment au concret et à des situations comportant des éléments généralisables. Il ordonne ses connaissances et ses idées avec un souci constant de cohérence et de clarté. Graduellement, il améliore son esprit d'analyse et de synthèse.

L'élève apprend à penser, tout en prenant conscience des démarches qui lui permettent de construire des savoirs et en s'imprégnant de la structure du raisonnement qu'il déploie.

Lorsque l'enseignant planifie ses interventions pédagogiques pour assurer ou évaluer le développement de la compétence à l'intérieur d'une année ou d'une année à l'autre du cycle, il tient compte d'un certain nombre de paramètres pour élaborer, nuancer la complexité, moduler ou modifier les situations d'apprentissage et d'évaluation qu'il propose aux élèves.

Ces paramètres sont associés à la démarche réflexive de l'élève, aux contextes et aux modalités de réalisation ou aux ressources à mobiliser. Certains d'entre eux sont communs à toutes les situations, quelle que soit la compétence visée :

– le degré de familiarité de l'élève avec le contexte;
– l'étendue des concepts et des processus à mobiliser;
– les passages entre des registres de représentation sémiotique;
– la présence de liens intradisciplinaires ou interdisciplinaires;
– le degré d'autonomie exigé de l'élève dans la réalisation de la tâche.

Plus particulièrement, une situation d'application peut être caractérisée par les paramètres suivants :

- les stratégies (d'ordre affectif, cognitif et métacognitif[13] ou de l'ordre de la gestion de ressources) à mobiliser dans le déploiement du raisonnement;
- le degré de familiarité de l'élève avec les types de raisonnement qu'il doit déployer;
- l'étendue des données (explicites, implicites ou manquantes) à partir desquelles l'élève doit dégager celles qui sont essentielles, nécessaires ou suffisantes et gérer ses activités;
- la portée de la conjecture émise ou à émettre;
- le type de preuve sollicité;
- la quantité et la nature des étapes à franchir pour parvenir à une validation, à une conclusion ou à la prise d'une décision;
- l'ampleur des explications ou des justifications requises pour répondre aux intentions de la production demandée;
- la nature des liens ou relations sollicités entre les divers champs de la mathématique ou entre les différents réseaux de concepts propres à un champ spécifique;
- le niveau d'abstraction exigé par la représentation mentale et opérationnelle des concepts mobilisés et par les passages entre les différents registres de représentation sémiotique.

Ces paramètres n'évoluent pas nécessairement de façon linéaire. Des allers-retours entre des situations complexes et des situations simples sont souhaitables pour répondre aux intentions d'apprentissage de chacune des années du cycle.

13. Pour planifier et réaliser progressivement l'instauration et le développement de stratégies métacognitives à l'intérieur du cycle, l'équipe-école peut se référer à l'annexe B.

Les tableaux des pages qui suivent présentent un aperçu des éléments de contenu associés aux situations dans lesquelles l'élève développe sa compétence, année après année, selon la séquence qu'il a choisie. Mentionnons que l'ensemble des concepts et des processus mathématiques prescrits pour le développement et l'exercice de la compétence sont répartis annuellement sous la rubrique *Contenu de formation*. Cette rubrique présente également l'esprit qui caractérise chacune des séquences ainsi que certaines particularités des contextes à exploiter.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations d'application font appel au déploiement de différents types de raisonnement qui s'appuient sur des concepts et des processus propres à chaque champ de la mathématique pour illustrer, expliquer, justifier ou convaincre. Elles requièrent aussi l'utilisation, au besoin, d'exemples ou de contre-exemples pour analyser des conjectures. Elles permettent à l'élève de dégager les principales étapes de sa démarche de raisonnement. Un bon nombre de ces situations font appel au sens du nombre et des opérations de même qu'au raisonnement proportionnel pour accroître l'efficience des types de raisonnement propres aux autres champs mathématiques. Certaines situations concrètes nécessitent le recours aux expressions algébriques et aux liens de dépendance afin de les analyser, d'interpoler ou d'extrapoler. D'autres encore font appel à la comparaison de mesures pour qualifier et quantifier des probabilités et, selon le cas, mettent à profit des probabilités fréquentielles ou théoriques pour anticiper et valider des résultats. Les situations qui requièrent la réalisation, la comparaison ou la critique de certaines études sollicitent le déploiement d'un raisonnement propre à la statistique. Elles permettent donc d'analyser des données et de justifier des conclusions en les appuyant sur des outils pertinents tels que les mesures statistiques et les représentations graphiques. Certaines d'entre elles peuvent en outre exploiter des réseaux de concepts et de processus géométriques pour déduire des mesures manquantes ou pour valider des conjectures. Finalement, l'ensemble des situations permet d'illustrer des raisonnements à l'aide de diverses représentations (représentation verbale, symbolique, graphique, table de valeurs, dessin), selon le contexte et le champ mathématique sollicité. Elles mettent à profit une démarche inductive ou un court enchaînement de pas de déduction dans un processus de preuve.

Séquence *Culture, société et technique*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, les situations d'application qui nécessitent le déploiement d'un raisonnement mobilisent des stratégies, des concepts et des processus propres à chaque champ mathématique et requièrent l'analyse de conjectures, notamment par l'examen d'exemples. La validation de conjectures s'appuie sur différents types de raisonnement qui sont mis en œuvre à l'aide de preuves directes ou indirectes, tandis que la réfutation de conjectures se fait à l'aide de contre-exemples. Les situations font appel à l'interprétation, la prédiction, l'interpolation, l'extrapolation, l'émission de conclusions, la prise de décisions, la présentation d'arguments ou la détermination de mesures, et ce, en tenant compte de différentes contraintes, le cas échéant. Elles se prêtent à une analyse par la comparaison de diagrammes et de graphiques. De plus, l'ajout d'informations peut donner lieu à de nouvelles interprétations.

Les situations d'application conduisent l'élève à appuyer son raisonnement sur des données présentées à l'aide des registres verbal, algébrique, graphique, tabulaire. Ces données, provenant de différentes sources, peuvent être interprétées par des expressions algébriques, par l'estimation d'une droite de régression ou par des calculs se rattachant aux concepts de probabilité, de chance et d'espérance mathématique; elles peuvent découler de mesures statistiques et de diagrammes de distribution à un ou deux caractères portant sur une population ou encore provenir de l'examen de figures géométriques par la mise à profit des définitions, des propriétés et des représentations qui leur sont associées. Afin de prendre une décision éclairée, l'interprétation et l'évaluation de conjectures soulevées à partir de situations réalistes font appel entre autres au sens du nombre et des opérations, au raisonnement proportionnel de même qu'au sens des données probabilistes et statistiques. La décision peut aussi être basée sur l'analyse de différentes sources de biais ou de l'effet de la modification de certains éléments ou sur le calcul d'autres mesures pertinentes. Certaines situations requièrent finalement la validation de certaines conjectures par de courtes déductions s'appuyant notamment sur des savoirs géométriques. Elles exigent la justification des choix et des étapes de la démarche.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, les situations d'application proposées mettent à profit différents modes de pensée mathématique afin de justifier, de prouver, de convaincre, de déduire, de réfuter ou de tirer des conclusions. Elles suscitent l'émission de conjectures relatives à différentes données ainsi qu'à la meilleure façon de les représenter et de les optimiser. Par exemple, l'analyse de données peut avoir pour but de traduire le mieux possible les préférences ou les choix d'une population ou d'un échantillon, de maximiser un rendement ou de minimiser des pertes. Elles conduisent à prendre des décisions en tenant compte de différentes contraintes économiques ou de contraintes en matière d'espace ou de temps. Certaines situations demandent, pour être représentées et modélisées ou pour que des conjectures soient émises et validées, d'illustrer un raisonnement par l'exploitation du registre de représentation le plus approprié. Elles exigent l'organisation des justifications et des solutions. Elles requièrent de comparer, d'évaluer, de critiquer des choix ou des démarches et de réaliser des preuves, le cas échéant.

Les situations favorisent la formulation et l'analyse de conjectures concernant, entre autres, l'optimisation et font appel à un ou plusieurs champs mathématiques. Elles demandent la justification de la démarche amenant à déterminer soit une solution optimale, soit les raisons qui entraînent le rejet d'une conjecture. Elles peuvent solliciter l'explicitation des effets possibles qu'entraîne la modification de certaines contraintes. La généralisation de situations, l'évaluation de tendances et l'extrapolation font appel notamment à la pensée algébrique. Certaines situations exploitent les concepts d'espérance mathématique et de probabilité conditionnelle dans le but de faire des choix éclairés. D'autres exploitent différents outils statistiques afin de tirer des conclusions ou de critiquer une étude statistique en tenant compte de différents facteurs. Enfin, d'autres, qui font appel au raisonnement géométrique, demandent parfois de déterminer la façon de représenter une figure géométrique ou un objet. Elles conduisent également à déduire différentes mesures en appuyant le raisonnement sur des définitions de même que sur des énoncés déjà admis, et ce, en ayant recours à divers outils géométriques.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations d'application font appel au déploiement de différents types de raisonnement qui s'appuient sur des concepts et des processus propres à chaque champ de la mathématique pour illustrer, expliquer, justifier ou convaincre. Elles requièrent aussi l'utilisation, au besoin, d'exemples ou de contre-exemples pour analyser des conjectures. Elles permettent à l'élève de dégager les principales étapes de sa démarche de raisonnement. Un bon nombre de ces situations font appel au sens du nombre et des opérations de même qu'au raisonnement proportionnel pour accroître l'efficience des types de raisonnement propres aux autres champs mathématiques. Certaines situations concrètes nécessitent le recours aux expressions algébriques et aux liens de dépendance afin de les analyser, d'interpoler ou d'extrapoler. D'autres encore font appel à la comparaison de mesures pour qualifier et quantifier des probabilités et, selon le cas, mettent à profit des probabilités fréquentielles ou théoriques pour anticiper et valider des résultats. Les situations qui requièrent la réalisation, la comparaison ou la critique de certaines études sollicitent le déploiement d'un raisonnement propre à la statistique. Elles permettent donc d'analyser des données et de justifier des conclusions en les appuyant sur des outils pertinents tels que les mesures statistiques et les représentations graphiques. Certaines d'entre elles peuvent en outre exploiter des réseaux de concepts et de processus géométriques pour déduire des mesures manquantes ou pour valider des conjectures. Finalement, l'ensemble des situations permet d'illustrer des raisonnements à l'aide de diverses représentations (représentation verbale, symbolique, graphique, table de valeurs, dessin), selon le contexte et le champ mathématique sollicité. Elles mettent à profit une démarche inductive ou un court enchaînement de pas de déduction dans un processus de preuve.

Séquence *Technico-sciences*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, diverses situations d'application permettent à l'élève de manifester sa compréhension d'un concept ou d'un processus. Elles offrent la possibilité de recourir à plusieurs types de raisonnement en tissant au besoin des liens entre les différents champs de la mathématique. Elles suscitent diverses opérations mentales issues de la comparaison, de l'exploration, de l'expérimentation ou de la simulation. Ces opérations conduisent à établir des conjectures, à interpréter, à conclure ou à réaliser des preuves. Plusieurs contextes sollicitent une maîtrise des concepts et des processus permettant de déployer un raisonnement afin de comparer et commenter des solutions, de repérer des erreurs et des anomalies, et de proposer des modifications selon les objectifs poursuivis. Les situations proposées favorisent la formulation d'explications ou de justifications structurées de manière à mettre en évidence le cheminement conduisant aux conclusions présentées. D'autres situations proposent de dégager et d'analyser la structure du raisonnement déployé dans une démarche faite par autrui.

Plusieurs situations offrent des contextes incitant à modéliser et à décider des actions à entreprendre. Qu'il s'agisse de données issues d'expérimentations ou de données déduites d'informations tirées d'un contexte, elles offrent l'occasion de déterminer la nature du lien unissant ces données et d'établir les caractéristiques de différentes familles de fonctions. Elles permettent d'interpréter et d'exploiter certains paramètres et d'anticiper l'impact d'une modification de leur valeur. Certaines situations font appel à la manipulation d'expressions numériques et algébriques ainsi qu'à l'exploitation des concepts d'égalité ou d'inégalité afin d'interpoler, d'extrapoler ou d'optimiser. D'autres incitent à la reconnaissance de la relation de dépendance d'événements dans l'exploitation du concept de probabilité conditionnelle ou font appel au concept d'espérance mathématique pour valider des conjectures où interviennent le concept d'équité ou l'optimisation de gains ou de pertes. De plus, certaines amènent l'élève à justifier des choix ou des conclusions dans la conduite d'une étude statistique ou l'invitent à se prononcer sur sa représentativité ou sa fiabilité. D'autres, enfin, visent l'exploitation de concepts de géométrie, dans un plan euclidien ou cartésien, afin de déduire des mesures ou de proposer des solutions optimales.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, les situations d'application proposées mettent à profit divers modèles mathématiques et des stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter un obstacle. Elles offrent la possibilité de déployer un raisonnement déductif structuré et de se familiariser avec la forme codifiée que requiert la démonstration. Elles font naître le besoin d'une argumentation appuyée d'illustrations, d'explications ou de justifications. Elles font appel à différents types de preuve et sollicitent divers types de raisonnement, dont la disjonction de cas. Ce dernier type de raisonnement est notamment sollicité par l'analyse ou la réalisation d'étude de cas ou par la mise en œuvre d'un processus de généralisation menant à la validation d'une conjecture. Elles permettent d'observer des cas particuliers issus de la réalité et d'en généraliser des éléments. Enfin, l'expérimentation de certaines situations conduit l'élève à analyser des données en vue de dégager les conditions nécessaires et suffisantes pour tirer une conclusion, à prendre des décisions et à déterminer la meilleure façon de procéder, d'optimiser ou de réguler.

Certaines situations exigent, pour leur analyse, de s'inspirer d'un modèle fonctionnel de référence. C'est en y adjoignant des paramètres, un domaine et un codomaine appropriés que ce modèle est adapté au contexte. À des fins d'analyse et de prise de décisions, elles exigent parfois que des équations ou des inéquations subissent des transformations ou soient organisées en système, ou qu'elles fassent appel au concept d'opérations sur les fonctions, et ce, avec l'aide d'instruments ou de la technologie, si nécessaire. Certaines autres conduisent à l'illustration d'un raisonnement à l'aide d'un plan euclidien ou cartésien afin de déterminer des mesures, d'optimiser des distances, de construire des lieux géométriques, de représenter les positions relatives de figures ou de justifier des recommandations. D'autres, enfin, renvoient au concept de vecteur, à la représentation dans un plan cartésien et aux concepts géométriques dans la validation de conjectures.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations d'application font appel au déploiement de différents types de raisonnement qui s'appuient sur des concepts et des processus propres à chaque champ de la mathématique pour illustrer, expliquer, justifier ou convaincre. Elles requièrent aussi l'utilisation, au besoin, d'exemples ou de contre-exemples pour analyser des conjectures. Elles permettent à l'élève de dégager les principales étapes de sa démarche de raisonnement. Un bon nombre de ces situations font appel au sens du nombre et des opérations de même qu'au raisonnement proportionnel pour accroître l'efficience des types de raisonnement propres aux autres champs mathématiques. Certaines situations concrètes nécessitent le recours aux expressions algébriques et aux liens de dépendance afin de les analyser, d'interpoler ou d'extrapoler. D'autres encore font appel à la comparaison de mesures pour qualifier et quantifier des probabilités et, selon le cas, mettent à profit des probabilités fréquentielles ou théoriques pour anticiper et valider des résultats. Les situations qui requièrent la réalisation, la comparaison ou la critique de certaines études sollicitent le déploiement d'un raisonnement propre à la statistique. Elles permettent donc d'analyser des données et de justifier des conclusions en les appuyant sur des outils pertinents tels que les mesures statistiques et les représentations graphiques. Certaines d'entre elles peuvent en outre exploiter des réseaux de concepts et de processus géométriques pour déduire des mesures manquantes ou pour valider des conjectures. Finalement, l'ensemble des situations permet d'illustrer des raisonnements à l'aide de diverses représentations (représentation verbale, symbolique, graphique, table de valeurs, dessin), selon le contexte et le champ mathématique sollicité. Elles mettent à profit une démarche inductive ou un court enchaînement de pas de déduction dans un processus de preuve.

Séquence *Sciences naturelles*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, les situations d'application proposées permettent l'établissement de liens structurés et fonctionnels entre des concepts et des processus des différents champs de la mathématique. Elles peuvent être réelles, réalistes ou purement mathématiques et requièrent que le raisonnement soit déployé d'une façon approfondie et articulée aussi bien dans l'émission que dans la validation d'une conjecture. Elles demandent une organisation cohérente, complète et efficiente des étapes qui permettent de dégager la structure du raisonnement. Elles mettent à profit les raisonnements analogique, inductif et déductif en exploitant des connaissances en algèbre, en géométrie, en probabilités et en statistique.

Des situations amènent l'élève à réaliser des preuves formelles en mettant à profit différents savoirs, notamment des propriétés et des manipulations d'expressions algébriques. Certaines permettent d'analyser un modèle en déterminant et en interprétant la valeur des paramètres. Celles qui font appel au concept de corrélation font émerger un raisonnement qui, soutenu par une compréhension des liens de dépendance et une capacité d'abstraction, permet de reconnaître une relation de cause à effet. D'autres sollicitent les raisonnements proportionnel et géométrique afin d'exploiter différentes relations métriques et trigonométriques dans le triangle. Certaines conduisent à déduire des mesures manquantes dans des figures géométriques, issues ou non de similitudes, pour valider ou réfuter une conjecture. Plusieurs incitent à s'appuyer sur des définitions, des propriétés, des relations et des théorèmes pour prouver d'autres conjectures. Il y en a d'autres, finalement, où il est possible de dégager la structure du raisonnement déployé dans une démarche faite par autrui, de l'analyser, de la critiquer et de la reformuler en d'autres mots.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, les situations d'application proposées favorisent le recours à divers types de raisonnement, à l'exploitation de réseaux de concepts et de processus ainsi que de leurs interrelations dans les différents champs mathématiques. Ces concepts et processus sont mobilisés afin de prédire, de simuler, d'émettre et de valider des conjectures. Ces situations permettent de dégager des tendances ou des régularités, de généraliser, d'interpoler ou d'extrapoler. Elles incitent à témoigner d'un raisonnement, notamment par des démonstrations qui mettent en évidence une démarche déductive.

Des situations incitent à construire des modèles à partir d'informations transposées en systèmes d'équations ou d'inéquations afin de valider ou d'invalider des conjectures. Certaines situations nécessitent l'utilisation d'une ou de plusieurs fonctions réelles pour être modélisées. D'autres font appel à la manipulation de nombres réels (radicaux, exposants, logarithmes), à l'exploitation des lois qui leur sont propres ou aux différentes propriétés algébriques et trigonométriques pour démontrer l'identité d'une expression ou pour transformer, développer ou réduire des expressions en des expressions équivalentes. Finalement, d'autres requièrent la combinaison des raisonnements géométrique et algébrique mobilisant les concepts de conique et de vecteur.

COMPÉTENCE 3 Communiquer à l'aide du langage mathématique

On a trop vite dit que la mathématique était un simple langage qui exprimait, à sa manière, des faits d'observation. Ce langage est, plus que tout autre, inséparable de la pensée. On ne peut parler des mathématiques sans comprendre les mathématiques.

Gaston Bachelard

Sens de la compétence

Communiquer à l'aide du langage mathématique, c'est s'approprier des éléments spécifiques qui le composent et les coordonner de façon adéquate pour interpréter, produire et transmettre des messages. Outre l'attention portée aux qualités habituellement recherchées dans des messages, telles que la clarté et la concision, le développement de cette compétence suscite chez l'élève une préoccupation à l'égard de la précision et de la rigueur.

L'exercice de cette compétence offre à l'élève une occasion d'approfondir sa compréhension des concepts et des processus mathématiques et de consolider ses apprentissages puisqu'il lui faut clarifier sa pensée, précisément à travers l'expression qu'il cherche à en faire. Pour développer cette compétence, l'élève est donc amené à effectuer un ensemble d'actions regroupées selon diverses composantes opérant en synergie : interpréter, produire et transmettre des messages à caractère mathématique; et réguler une communication à caractère mathématique.

Pour s'approprier des objets mathématiques, s'en construire une image mentale et lui donner du sens, l'élève peut faire appel, implicitement ou explicitement, à des registres de représentation sémiotique.

La mise en œuvre de cette compétence repose notamment sur l'appropriation et la coordination des éléments du langage propre à la discipline, qui renvoient pour la plupart à des objets abstraits. Les concepts mathématiques n'existent pas concrètement. Par exemple, le cercle est un objet mathématique qui idéalise une forme présente dans la nature et que l'on peut représenter de façon verbale, graphique ou symbolique. Pour s'approprier ces objets, s'en construire une image mentale et lui donner du sens, l'élève peut faire appel, implicitement ou explicitement, à des registres de représentation sémiotique.

Le langage mathématique est complexe, car il est composé de différents langages, dont le langage courant. Depuis le primaire, l'élève se familiarise avec les éléments de ce langage que sont les termes, les symboles, les figures, les représentations graphiques et les notations. Ces registres de représentation sémiotique peuvent être classés de différentes façons. En général, on trouve le registre verbal, le registre des figures, le registre graphique, le registre tabulaire (table de valeurs) et le registre symbolique. Il importe que l'élève soit en mesure de choisir les registres appropriés à la situation et de gérer ces registres, c'est-à-dire d'en respecter les règles conventionnelles et syntaxiques, d'en dégager les informations spécifiques et d'effectuer des traitements à l'intérieur de chacun. Par exemple, lorsqu'il résout une équation à l'aide de transformations sur celle-ci, il demeure dans le registre symbolique. De plus, par différentes activités, l'élève doit développer son habileté à passer avec aisance d'un registre à un autre, par exemple du registre verbal au registre symbolique et vice versa. Certaines conversions, telles que le passage du registre graphique au registre symbolique ou le passage du registre symbolique au registre verbal, ne s'opèrent pas directement ou spontanément. Puisque ces conversions nécessitent une activité mentale complexe, une attention particulière doit leur être portée.

Le langage mathématique est complexe, car il est composé de différents langages. L'élève développe son habileté à passer avec aisance d'un registre à un autre.

En plus de développer ses habiletés langagières, l'élève prend conscience des distinctions[14] à établir entre les différentes significations des mots utilisés dans la langue courante, dans d'autres disciplines et en mathématique. Mentionnons aussi la compréhension des rôles des quantificateurs (ex. *tous*, *certains*, *quelques*, *au plus*) et des connecteurs logiques (ex. *et*, *ou*, *si… alors*, *si et seulement si*, *non*). Étant donné que plusieurs définitions de termes et de symboles se précisent à mesure que progressent les apprentissages, il importe de leur accorder une attention particulière afin de s'assurer que l'élève en comprenne le sens, en perçoive l'utilité et ressente le besoin d'y recourir.

14. Se référer à l'annexe D : Coordination des éléments du langage mathématique.

Lorsque l'élève prend connaissance d'une situation, transmise oralement ou par écrit, la complexité du vocabulaire ou de la phrase peut faire obstacle à sa compréhension. À l'aide de certaines stratégies de lecture ou d'écoute, analogues à celles utilisées dans sa langue d'enseignement, il reconnaît l'objet du message, clarifie certains termes, cerne la tâche à accomplir et dégage les données pertinentes relativement à la production envisagée.

Qu'il résolve des équations, exploite plusieurs représentations, rédige les étapes d'un algorithme, valide une conjecture, formule un problème ou une définition, ou qu'il présente, oralement ou par écrit, une démarche, l'élève communique à l'aide du langage mathématique. Il exploite à cette fin différentes formes de discours : descriptif, explicatif, argumentatif ou démonstratif. Il *décrit*, entre autres, lorsqu'il fait part de ses observations. Il *explique* lorsqu'il donne des exemples, reformule un énoncé, explicite des liens, fait une énumération ou illustre ses propos. Il *argumente* lorsqu'il prend position ou qu'il veut persuader les autres du bien-fondé de sa démarche ou de la validité de ses choix. Ces arguments relèvent de l'ordre de la vérité, de l'opinion ou du jugement de valeur. Par contre, lorsque l'élève cherche à répondre à des questions comme « Est-ce vrai? » ou « Pourquoi est-ce vrai? », il cherche à *démontrer* la vérité d'une conjecture. Les arguments alors utilisés reposent sur des énoncés déjà admis ou validés, à partir desquels il structure et enchaîne les étapes de son raisonnement.

L'élève exploite différentes formes de discours : descriptif, explicatif, argumentatif ou démonstratif.

Il importe que les situations de communication proposées à l'élève suscitent le besoin d'une communication rigoureuse à l'intérieur de laquelle le codage, les formulations, les règles et les conventions mathématiques prennent leur sens. Puisqu'elle permet de réagir dans l'action et d'agir sur l'action, la communication orale devrait se situer au premier plan. Cependant, la communication écrite offre aussi de nombreux avantages. En effet, le recours à des activités d'écriture diversifiées contribue au développement de fonctions cognitives qui interviennent, par exemple, dans l'imitation d'un modèle, la transformation de la pensée, la mémorisation, l'analyse et le contrôle des actions menées. Ainsi, lorsque l'élève rédige des preuves, certaines règles de rédaction lui permettent de mieux structurer sa démarche et d'expliciter plus clairement le raisonnement déployé. Lorsqu'il rédige une synthèse de ses savoirs, il détermine pour lui-même ce qu'il importe de retenir. Lorsqu'il valide ses écrits en interagissant avec les autres, il est amené à les considérer d'un autre point de vue et, parfois, à les modifier.

La communication est profitable à tous ceux qui participent aux discussions, ne serait-ce qu'en raison de l'enrichissement mutuel qui résulte de l'échange d'information. Cependant, elle est doublement avantageuse pour l'émetteur. En effet, l'obligation de préciser à son interlocuteur ce qu'il saisit d'une situation ou d'un concept mathématique lui permet d'améliorer et d'approfondir la compréhension qu'il en a.

Une situation de communication soulève le besoin de gérer des messages à l'aide de savoirs mathématiques, et ce, dans un contexte où l'objet du message, l'intention de communication et l'interlocuteur ciblé jouent un rôle signifiant.

Cette compétence est étroitement liée à la conceptualisation et à l'explicitation des connaissances, des processus et des démarches. Elle se développe aussi en interaction avec les deux autres compétences de la discipline. En effet, lorsque l'élève gère une situation de communication à caractère mathématique, il lui faut structurer et nuancer ses idées. Ce faisant, il met à profit des stratégies et des aptitudes acquises dans des activités exigeant l'explicitation d'un raisonnement ou d'une démarche. Ces activités contribuent au développement de ses habiletés langagières. De même, lorsqu'il exprime sa conceptualisation des objets mathématiques à ses pairs ou à son enseignant, il améliore ses talents de communicateur. Par ailleurs, lorsqu'il choisit un discours approprié à son intention de communication et à l'interlocuteur visé, il s'inspire des stratégies qu'il a développées pour argumenter, pour justifier ou pour tenter de convaincre son interlocuteur de la valeur de vérité d'une conjecture. De plus, chaque fois qu'il interagit avec ses pairs et son enseignant, il apprend à communiquer, à porter un regard réflexif sur ses propres actions ainsi qu'à émettre des critiques constructives sur les productions de ses pairs.

Le développement de cette compétence au deuxième cycle du secondaire s'appuie sur les acquis du cycle précédent; les situations de communication sont toutefois plus élaborées qu'au premier cycle. Le langage mathématique de l'élève s'enrichit et son habileté à passer d'un registre de représentation à un autre évolue. Il devient apte à interpréter ou à transmettre des messages selon l'intention de communication, et ce, dans des contextes où le besoin d'une communication rigoureuse se fait sentir.

Par ailleurs, les compétences transversales, plus particulièrement *Exploiter l'information*, *Se donner des méthodes de travail efficaces* et *Communiquer de façon appropriée*, renforcent chez l'élève la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique*. Elles lui permettent de s'approprier l'information, de visualiser la tâche à réaliser, d'exploiter divers modes de communication et de réguler sa communication.

Voici quelques exemples qui illustrent comment la compétence peut s'exercer dans chaque champ de la mathématique.

- En arithmétique et en algèbre, l'élève communique à l'aide du langage mathématique lorsqu'il interprète ou produit des expressions symboliques (équations, inéquations, systèmes ou fonctions) servant à modéliser des relations entre des quantités. Il représente les relations qui existent entre les éléments d'une situation à l'aide du langage courant, du symbolisme, d'un graphique ou d'une table de valeurs. Il expose et justifie son point de vue et ses choix lorsqu'il prend une décision ou qu'il explicite l'effet de la modification de certaines données sur le modèle à l'étude. Enfin, il s'appuie dans sa communication sur son sens du nombre, de la variable et des opérations et il choisit les éléments mathématiques, les unités ainsi que les notations appropriés au message qu'il veut transmettre.
- En probabilités et en statistique, l'élève est en situation de communication lorsqu'il effectue un dénombrement et qu'il calcule une probabilité à l'aide d'une représentation. Lorsqu'il organise, représente, analyse et interprète des données, il met en valeur certaines informations en choisissant des registres de représentation pertinents. Il représente la situation à l'aide de schémas ou de diagrammes, rédige un questionnaire et présente ses résultats. Il explicite, selon le contexte et le type de données, ses choix d'échantillons, de registres graphiques et de mesures statistiques (tendance centrale, position, dispersion et degré de dépendance). Il argumente ou formule des justifications qui rendent compte des décisions prises ainsi que des conclusions tirées.
- En géométrie, l'élève communique lorsqu'il construit une figure géométrique ou qu'il décrit, interprète ou explicite les données et les hypothèses d'un problème. Par exemple, il décrit les propriétés d'une figure ou représente une figure tridimensionnelle en deux dimensions en la reproduisant selon des points de vue particuliers. Il code une figure à l'aide de la notation conventionnelle ou la décode pour en dégager des informations. Il explique et justifie les étapes de son raisonnement, notamment au moment de la rédaction d'une preuve. Il fait appel aux définitions, aux propriétés ainsi qu'aux énoncés déjà admis pour rendre son discours clair et cohérent. Dans la recherche de mesures manquantes, il communique lorsqu'il met en évidence des relations de congruence ou de similitude, exploite des relations métriques, utilise des unités de mesure adéquates ou encore produit ou interprète des formules.

MATHÉMATIQUE

COMPÉTENCE 3 ET SES COMPOSANTES

COMMUNIQUER à l'aide du langage mathématique

Interpréter des messages à caractère mathématique

- Reconnaître l'objet du message
- Distinguer le sens des termes utilisés dans la vie courante de leur sens en mathématique
- Associer des images, des objets ou des concepts à des termes et symboles mathématiques
- Transposer des informations à l'aide d'un autre registre de représentation sémiotique
- Questionner ou consulter pour améliorer sa compréhension d'un message
- Partager ou confronter sa compréhension du message en émettant son point de vue
- Faire une synthèse

Réguler une communication à caractère mathématique

- S'assurer du respect des règles et des conventions propres au langage mathématique
- Discuter de la pertinence des concepts, des processus et des registres de représentation sémiotique choisis selon l'objet et l'intention du message
- Juger de la pertinence des moyens employés au regard de la compréhension de l'interlocuteur
- Adapter le message selon les réactions et les interrogations de l'interlocuteur lors de sa diffusion et le clarifier, au besoin

Produire et transmettre des messages à caractère mathématique

- Définir l'objet et l'intention du message (informer, convaincre, etc.)
- Choisir le type de discours (descriptif, explicatif, argumentatif, etc.) et les registres de représentation sémiotique selon l'interlocuteur et l'intention de communication
- Consulter, au besoin, différentes sources d'information
- Organiser ses idées et établir un plan de communication
- Exprimer ses idées avec le langage courant et le langage mathématique appropriés au message conformément aux règles et aux conventions

Attentes de fin de cycle

À la fin du deuxième cycle du secondaire, et ce, pour les trois séquences de formation, l'élève est en mesure de produire et de transmettre des messages oraux ou écrits. Ces messages sont sans ambiguïté, cohérents et adaptés à la situation et à l'interlocuteur. L'élève sait également interpréter et analyser un message à caractère mathématique, le critiquer et l'améliorer selon les exigences de la situation. Il exploite ses aptitudes à déchiffrer, à décrire, à traduire, à transposer, à représenter et à schématiser pour répondre à l'objet et à l'intention du message. Dans tous les cas, il utilise de façon appropriée le langage mathématique en faisant appel à différents registres de représentation sémiotique pour manifester sa compréhension d'un concept ou d'un message.

Critères d'évaluation

- Transposition juste d'un concept ou d'un processus mathématique à l'aide d'un autre registre de représentation sémiotique
- Interprétation juste d'un message à caractère mathématique comportant au moins deux registres de représentation sémiotique
- Production d'un message approprié au contexte de communication
- Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles ainsi qu'aux conventions propres à la mathématique

Développement de la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique*

Pour communiquer à l'aide du langage mathématique, l'élève doit constamment faire appel à différents registres de représentation sémiotique. À mesure qu'il progresse dans ses apprentissages, il développe son habileté à en utiliser plusieurs au cours d'une même activité, ce qui le rend apte à choisir ceux qui permettent de mieux dégager l'information voulue.

Au premier cycle, l'élève a interprété et produit des messages oraux ou écrits en ayant recours à plusieurs registres de représentation. Il a raffiné ses choix de termes et de symboles mathématiques. Il a tiré profit d'informations provenant de plusieurs sources. Lors d'échanges avec ses pairs, il a analysé des points de vue et réajusté son message au besoin. Il a fait appel à des justifications ou à des arguments pour bien se faire comprendre ou pour convaincre et persuader. Il a élaboré des solutions en explicitant sa démarche.

Les éléments du langage mathématique qui entrent en jeu dans le développement et l'exercice de cette compétence sont liés au contenu de formation de chacun des champs de la mathématique.

Au deuxième cycle, les registres de représentation sémiotique exploités précédemment s'enrichissent et les passages entre les différents registres prennent de l'ampleur, la connaissance de tous devenant possible et souhaitable. Les éléments du langage mathématique qui entrent en jeu dans le développement et l'exercice de cette compétence sont liés au contenu de formation de chacun des champs de la mathématique. Ce développement prend son sens dans les tâches de communication proposées. L'élève est appelé par exemple à discuter d'une question d'ordre mathématique, à critiquer une décision ou un algorithme, à exprimer ses conceptions, à dépeindre sa vision d'une situation et à présenter sa démarche et ses stratégies de résolution de problème. Il doit tenir compte du contexte dans lequel il transmet son message, qu'il lui faut adapter au médium utilisé et à l'interlocuteur. Il développe ainsi ses habiletés d'observation et d'écoute, d'expression et de transmission, d'appropriation et d'intégration.

Qu'il s'agisse de construire sa compréhension d'un message à caractère mathématique ou d'en produire un lui-même – preuve, synthèse, présentation d'une solution, rapport d'expérimentation, résultat d'une recherche, journal de bord, exposé oral, débat, compte rendu, projet –, l'élève fait appel aux stratégies appropriées et met à profit sa connaissance de différents types de discours et de registres de représentation sémiotique.

Lorsque l'enseignant planifie ses interventions pédagogiques pour assurer ou évaluer le développement de la compétence à l'intérieur d'une année ou d'une année à l'autre du cycle, il tient compte d'un certain nombre de paramètres pour élaborer, nuancer la complexité, moduler ou modifier les situations d'apprentissage et d'évaluation qu'il propose aux élèves.

Ces paramètres sont associés à la démarche réflexive de l'élève, aux contextes et aux modalités de réalisation ou aux ressources à mobiliser. Certains d'entre eux sont communs à toutes les situations, quelle que soit la compétence visée :

– le degré de familiarité de l'élève avec le contexte;
– l'étendue des concepts et des processus à mobiliser;
– les passages entre des registres de représentation sémiotique;
– la présence de liens intradisciplinaires ou interdisciplinaires;
– le degré d'autonomie exigé de l'élève dans la réalisation de la tâche.

Plus particulièrement, une situation de communication peut être caractérisée par les paramètres suivants :

– les stratégies (d'ordre affectif, cognitif et métacognitif[15] ou de l'ordre de la gestion de ressources) à mobiliser dans l'émission du message;
– le type de production requise (rapport d'expérimentation, démonstration, formulation d'une situation, etc.);
– la qualité attendue des phrases ou du texte à produire;
– le degré de familiarité de l'élève avec l'interlocuteur ou le public visé;
– l'intention de communication (décrire, informer, expliquer, convaincre) à véhiculer dans le message;
– le type de discours requis pour la production du message (selon le contexte et l'intention de communication);
– la quantité et la nature des étapes à franchir pour réaliser la communication, l'organiser et la structurer;
– la forme et la présentation des informations à explorer, à décoder et à interpréter;
– la terminologie, le symbolisme et les concepts utilisés dans la formulation de la situation;
– l'étendue des règles de conformité, de transformation ou de conversion mobilisées dans les registres de représentation que comporte la situation.

Ces paramètres n'évoluent pas nécessairement de façon linéaire. Des allers-retours entre des situations complexes et des situations simples sont souhaitables pour répondre aux intentions d'apprentissage de chacune des années du cycle.

Les tableaux des pages suivantes présentent un aperçu des éléments de contenu associés aux situations dans lesquelles l'élève développe sa compétence, année après année, selon la séquence qu'il a choisie. Mentionnons que l'ensemble des concepts et des processus mathématiques prescrits pour le développement et l'exercice de la compétence sont répartis annuellement sous la rubrique *Contenu de formation*. Cette rubrique présente également l'esprit qui caractérise chacune des séquences ainsi que certaines particularités des contextes à exploiter.

15. Pour planifier et réaliser progressivement l'instauration et le développement de stratégies métacognitives à l'intérieur du cycle, l'équipe-école peut se référer à l'annexe B.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations de communication proposées mènent à la rédaction d'une description, d'une explication ou d'une justification. Elles demandent des traitements dans un même registre de représentation sémiotique. Elles peuvent nécessiter la transformation d'une expression numérique ou algébrique en une expression équivalente, ou encore le passage d'un diagramme à un autre. Elles admettent des conversions d'un registre à un autre lorsqu'il s'agit de généraliser, de dégager des informations supplémentaires, de soutenir une explication ou une justification. Elles peuvent requérir l'analyse de diagrammes, de graphiques ou de tables de valeurs pour dégager des informations spécifiques et présenter les conclusions qui en sont tirées. Certaines exploitent des nombres écrits en différentes notations en tenant compte des unités, lorsque cela est pertinent. Des situations font appel à la transposition d'une description orale ou écrite soit à l'aide d'un graphique, soit à l'aide d'une ou de plusieurs expressions algébriques. Réciproquement, elles peuvent demander une description élaborée à partir d'une représentation graphique ou d'une table de valeurs. Lorsqu'un dénombrement ou un calcul de probabilités est requis, les situations favorisent la représentation à l'aide d'un diagramme approprié (ex. schémas, tableaux, arbres). Elles exploitent également l'interprétation de différentes mesures statistiques ainsi que des informations tirées de dessins et de constructions géométriques. De plus, elles peuvent demander que soit conçue une représentation en deux dimensions de figures tridimensionnelles à l'aide d'une projection. Afin de décrire et d'interpréter des contextes liés à des figures géométriques ou au concept de similitude, elles font appel au sens spatial et au sens de la mesure et de la proportionnalité. Lorsqu'elles sont à caractère géométrique, elles mettent à profit des définitions, des propriétés et des énoncés déjà admis. Finalement, elles peuvent exiger l'explication des choix de diagrammes, de procédés et de solutions.

Séquence *Culture, société et technique*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, les situations de communication visent la rédaction d'une description, d'une explication, d'un algorithme ou d'une preuve. Elles favorisent l'analyse de graphiques, de diagrammes ou de tables de valeurs qui illustrent des contextes afin de dégager des informations spécifiques et de présenter les conclusions qui ont été tirées.

Des situations impliquent la transposition d'une description faite oralement ou par écrit à l'aide d'une ou de plusieurs expressions algébriques (équation, inéquation, système d'équations linéaires ou fonction). Elles comportent l'utilisation de nombres écrits en différentes notations en tenant compte des unités, lorsque cela est pertinent. Elles peuvent exiger une description à partir d'une représentation graphique ou d'une table de valeurs. Elles peuvent nécessiter la représentation à l'aide de différents registres, notamment lorsqu'un dénombrement ou un calcul de probabilités à l'aide d'un diagramme est exigé. Dans certains cas, elles demandent à l'élève de rédiger un questionnaire avant de procéder à une collecte de données ou de réaliser un relevé statistique. Dans d'autres cas, elles lui permettent de dégager et d'interpréter différentes mesures recueillies par lui ou par d'autres, ou encore des informations tirées de dessins et de constructions géométriques. Dans les contextes liés à la géométrie, les situations entraînent le décodage de données inscrites sur une figure géométrique ou la construction d'un objet à partir d'une représentation en deux dimensions. Elles font aussi appel au sens spatial ainsi qu'au sens de la mesure et de la proportionnalité pour la description et l'interprétation de figures géométriques et le traitement de contextes qui exploitent la similitude ou la trigonométrie.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, les situations de communication peuvent avoir pour objet la présentation d'une planification, la rédaction d'algorithmes, de preuves ou de rapports. Elles mènent à l'exploitation des ressources disponibles pour présenter ou dégager des informations, établir des comparaisons, tirer des conclusions et justifier des choix. Elles demandent que le message soit organisé, qu'il prenne en compte différents facteurs et que la présentation en soit soignée et appuyée par des arguments. Elles permettent d'exploiter différentes formes de représentation : schématique, symbolique, graphique ou encore à l'aide d'une table de valeurs ou d'un graphe. Elles donnent aussi l'occasion à l'élève de mettre à profit différents registres de représentation sémiotique ainsi que des choix de graphiques et de procédés pour expliquer des solutions.

Des situations permettent de traduire différentes contraintes sous la forme d'un système d'inéquations, de le transposer graphiquement pour illustrer la situation et d'expliquer le choix d'une solution. Elles conduisent aussi à déterminer, à discuter et à expliquer les sources de biais qui peuvent influencer la présentation de relevés statistiques. Elles font appel à diverses représentations telles que les diagrammes de Venn ou les arbres dans les contextes nécessitant la détermination d'une probabilité conditionnelle. Elles permettent également de dégager des informations à partir d'un texte, d'une table de valeurs, d'un graphe, d'une figure, d'un objet ou d'une représentation en deux dimensions. De plus, elles peuvent mener au tracé d'un plan ou à la construction d'une figure géométrique ou d'un objet en mettant à profit divers procédés.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations de communication proposées mènent à la rédaction d'une description, d'une explication ou d'une justification. Elles demandent des traitements dans un même registre de représentation sémiotique. Elles peuvent nécessiter la transformation d'une expression numérique ou algébrique en une expression équivalente, ou encore le passage d'un diagramme à un autre. Elles admettent des conversions d'un registre à un autre lorsqu'il s'agit de généraliser, de dégager des informations supplémentaires, de soutenir une explication ou une justification. Elles peuvent requérir l'analyse de diagrammes, de graphiques ou de tables de valeurs pour dégager des informations spécifiques et présenter les conclusions qui en sont tirées. Certaines exploitent des nombres écrits en différentes notations en tenant compte des unités, lorsque cela est pertinent. Des situations font appel à la transposition d'une description orale ou écrite soit à l'aide d'un graphique, soit à l'aide d'une ou de plusieurs expressions algébriques. Réciproquement, elles peuvent demander une description élaborée à partir d'une représentation graphique ou d'une table de valeurs. Lorsqu'un dénombrement ou un calcul de probabilités est requis, les situations favorisent la représentation à l'aide d'un diagramme approprié (ex. schémas, tableaux, arbres). Elles exploitent également l'interprétation de différentes mesures statistiques ainsi que des informations tirées de dessins et de constructions géométriques. De plus, elles peuvent demander que soit conçue une représentation en deux dimensions de figures tridimensionnelles à l'aide d'une projection. Afin de décrire et d'interpréter des contextes liés à des figures géométriques ou au concept de similitude, elles font appel au sens spatial et au sens de la mesure et de la proportionnalité. Lorsqu'elles sont à caractère géométrique, elles mettent à profit des définitions, des propriétés et des énoncés déjà admis. Finalement, elles peuvent exiger l'explication des choix de diagrammes, de procédés et de solutions.

Séquence *Technico-sciences*

Deuxième année du cycle

Les situations de communication auxquelles on fait appel au cours de la deuxième année du cycle permettent de transmettre, oralement ou par écrit, une information, une description, une explication ou une argumentation. Elles commandent la rédaction d'une activité, d'un plan de communication ou d'un compte rendu de la démarche associée à une expérimentation (rapport d'expérimentation ou de laboratoire, journal de bord, etc.). Elles exigent la présentation d'une soumission ou d'une courte preuve structurée dans laquelle les observations, les liens et les justifications sont clairement exprimés. Elles conduisent à l'interprétation d'informations à partir de représentations d'objets, de constructions géométriques, de plans, d'algorithmes ou de solutions. Elles invitent l'élève à faire part de ses observations, à exprimer un point de vue, à partager des opinions, à proposer des correctifs ou encore à formuler des recommandations. Elles nécessitent des choix de registres de représentation appropriés aux champs de la mathématique exploités ainsi que des transpositions d'un registre à un autre pour illustrer, décrire, comparer, informer ou expliquer. De plus, elles obligent parfois l'élève à reformuler en ses mots des démarches, des raisonnements ou des algorithmes provenant d'une source extérieure.

Les situations proposées favorisent le recours à diverses représentations pour interpréter, produire et transmettre des messages : arbres, diagrammes ou graphiques, tables de valeurs ou tableaux, mots ou expressions algébriques, schémas ou figures, etc. Le diagramme de Venn associé à la probabilité conditionnelle et le nuage de points en statistique ajoutent de la richesse aux registres de représentation graphique mobilisés. Certaines situations proposées mènent à la transmission de messages à l'aide de divers symboles, notations, unités, connecteurs logiques, quantificateurs ou expressions littérales dans le respect des règles et des conventions du langage mathématique.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, les situations de communication comportent, outre les types de production de l'année précédente, des études de cas, des synthèses, des preuves ou des démonstrations et des exposés. Elles exigent que l'objet et l'intention des messages émis ou reçus soient ciblés par l'apprenant. Elles permettent le choix d'un médium, d'un type de discours et de registres de représentation adaptés à l'interlocuteur et à l'intention du message. Elles peuvent, dans certains cas, nécessiter le passage d'un registre à l'autre. Elles contribuent au développement d'un large éventail de stratégies de communication permettant, entre autres, de réguler la transmission d'un message selon les réactions spécifiques de l'interlocuteur ou pour tenir compte d'exigences nouvelles. Elles offrent l'occasion de s'approprier un langage qui combine de façon pertinente des termes courants, mathématiques, techniques et scientifiques.

Pour enrichir la diversité et la qualité des messages produits, les situations proposées favorisent l'exploitation de nouvelles représentations faisant appel aux modèles fonctionnels, aux systèmes d'inéquations, aux lieux et aux transformations géométriques ainsi qu'aux vecteurs et aux figures équivalentes. Elles permettent de décrire, symboliser, coder, décoder, expliquer ou illustrer des informations tirées de figures géométriques, de plans, de graphiques, de tables de valeurs, d'objets, etc. Elles exigent de combiner, au besoin, différents registres de représentation pour produire un message, et de respecter les notations, les règles et les conventions du langage mathématique.

Première année du cycle

Au cours de la première année du cycle, les situations de communication proposées mènent à la rédaction d'une description, d'une explication ou d'une justification. Elles demandent des traitements dans un même registre de représentation sémiotique. Elles peuvent nécessiter la transformation d'une expression numérique ou algébrique en une expression équivalente, ou encore le passage d'un diagramme à un autre. Elles admettent des conversions d'un registre à un autre lorsqu'il s'agit de généraliser, de dégager des informations supplémentaires, de soutenir une explication ou une justification. Elles peuvent requérir l'analyse de diagrammes, de graphiques ou de tables de valeurs pour dégager des informations spécifiques et présenter les conclusions qui en sont tirées. Certaines exploitent des nombres écrits en différentes notations en tenant compte des unités, lorsque cela est pertinent. Des situations font appel à la transposition d'une description orale ou écrite soit à l'aide d'un graphique, soit à l'aide d'une ou de plusieurs expressions algébriques. Réciproquement, elles peuvent demander une description élaborée à partir d'une représentation graphique ou d'une table de valeurs. Lorsqu'un dénombrement ou un calcul de probabilités est requis, les situations favorisent la représentation à l'aide d'un diagramme approprié (ex. schémas, tableaux, arbres). Elles exploitent également l'interprétation de différentes mesures statistiques ainsi que des informations tirées de dessins et de constructions géométriques. De plus, elles peuvent demander que soit conçue une représentation en deux dimensions de figures tridimensionnelles à l'aide d'une projection. Afin de décrire et d'interpréter des contextes liés à des figures géométriques ou au concept de similitude, elles font appel au sens spatial et au sens de la mesure et de la proportionnalité. Lorsqu'elles sont à caractère géométrique, elles mettent à profit des définitions, des propriétés et des énoncés déjà admis. Finalement, elles peuvent exiger l'explication des choix de diagrammes, de procédés et de solutions.

Séquence *Sciences naturelles*

Deuxième année du cycle

Au cours de la deuxième année du cycle, les situations de communication mobilisent des réseaux de concepts et de processus dans chacun des champs de la mathématique pour présenter ou représenter, justifier ou convaincre, informer ou s'informer. Qu'elles permettent de présenter la validation de conjectures, l'explicitation de démarches ou de considérations concernant des résultats provenant d'expérimentations ou d'autres contextes, elles invitent l'élève à s'exprimer à l'aide du langage mathématique d'une façon structurée dans le respect des particularités des différents registres de représentation sémiotique, et à mettre à profit des qualités de communicateur.

Certaines situations appellent un traitement de données dans un même registre de représentation, notamment dans l'écriture de règles des fonctions du second degré sous une forme canonique, générale ou factorisée, alors que d'autres favorisent la transposition d'un registre à un autre. Celles qui concernent des systèmes d'équations et d'inéquations requièrent la description et l'interprétation d'informations. La production de certains messages à caractère statistique suppose le recours au concept de corrélation linéaire. Certaines, enfin, sont organisées autour de relations métriques ou trigonométriques afin de permettre la description du lien qui existe entre différentes mesures à l'intérieur d'une figure.

Troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, les situations de communication aident à développer des aptitudes pour l'interprétation de messages à caractère mathématique tirés de contextes qui sont liés particulièrement aux domaines scientifiques, mais aussi de contextes purement mathématiques. Elles comportent des tâches qui incitent l'élève à expliciter des démarches, à rendre compte d'un raisonnement ou à rédiger des démonstrations. Elles exigent la production de messages structurés de même que le choix d'une représentation appropriée pour que le message soit compris par l'interlocuteur. Plusieurs d'entre elles font appel à des stratégies qui permettent de décoder des informations, de convertir des données dans un autre registre de représentation sémiotique et d'interpréter un message. Certaines demandent une adaptation du message pour répondre aux intentions de communication.

L'exploitation de différents registres de représentation sémiotique consolide les éléments d'un message à caractère mathématique. Ainsi, certaines situations commandent des représentations à l'aide de fonctions réelles et permettent de dégager des informations destinées à être interprétées de façon critique et articulée. Elles sollicitent notamment des représentations contenant des expressions algébriques, trigonométriques, exponentielles ou logarithmiques. D'autres permettent d'interpréter et de construire des tableaux et des diagrammes pour soutenir une explication. Plusieurs exigent des transpositions de représentations sémiotiques en mettant à profit des concepts géométriques.

Contenu de formation

Il fut un temps où toutes les parties de cette matière étaient dissociées, quand l'algèbre, la géométrie et l'arithmétique vivaient séparément ou entretenaient de froides relations limitées à se réclamer occasionnellement l'une de l'autre, mais ce temps est maintenant terminé; elles se sont rassemblées et deviennent de plus en plus intimement unies par mille nouveaux liens; nous pouvons envisager avec confiance le moment où elles ne formeront qu'un seul corps et qu'une seule âme.
James Joseph Sylvester

L'éventail des situations d'apprentissage qui sera proposé à l'élève l'amènera à porter un regard éclairé, critique et esthétique sur le monde.

Le contenu de formation du programme de mathématique du deuxième cycle du secondaire a été établi en fonction de plusieurs considérations. Ainsi, toujours dans le but de répondre aux besoins de formation de l'élève, il rejoint les fins de l'activité mathématique; il favorise le développement de la pensée mathématique et des compétences tant disciplinaires que transversales; et il se prête à l'exploitation des domaines généraux de formation en respectant l'esprit de chacune des séquences. Par ailleurs, le contenu de formation de ce programme, jumelé aux objectifs relatifs à l'appropriation d'une culture mathématique, au recours au questionnement et à l'identification des champs d'intérêt personnels et professionnels de l'élève, devrait favoriser la réalisation d'apprentissages signifiants et amener l'élève à porter un regard éclairé, critique et esthétique sur le monde.

L'aptitude à transférer des concepts et des processus dans diverses situations témoigne de la maîtrise qu'en a l'élève. La préoccupation à l'égard de cette aptitude joue un rôle déterminant dans le développement des compétences.

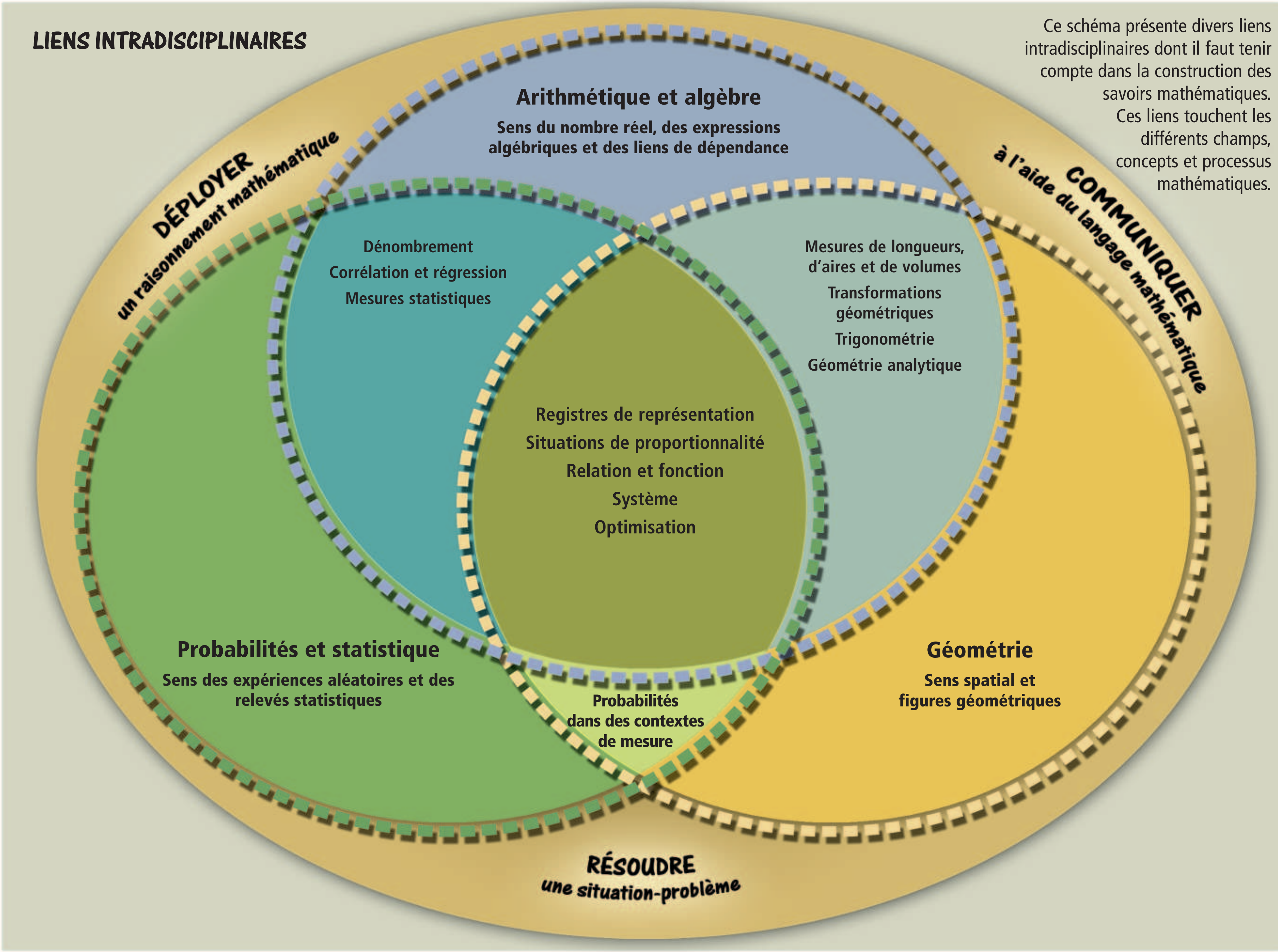
Il existe un lien étroit entre les compétences et les éléments du contenu disciplinaire. L'aptitude à transférer des concepts et des processus dans diverses situations témoigne en effet de la maîtrise qu'en a l'élève. La préoccupation à l'égard de cette aptitude joue donc un rôle déterminant dans le développement des compétences *Résoudre une situation-problème*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

Le contenu prescrit du deuxième cycle du secondaire en ce qui concerne la mathématique regroupe un ensemble de ressources essentielles pour l'exercice et le développement des compétences associées à cette discipline. Des *concepts* et des *processus* liés à chacun des champs mathématiques sont d'abord présentés. Les concepts sont les objets mathématiques à l'étude, et les processus sont les actions qui permettent de les construire, de les développer et de les exploiter. Seuls les nouveaux concepts et processus devant être introduits chaque année apparaissent dans les tableaux ci-après. Cependant, il va de soi que les apprentissages ne sauraient se limiter à ces nouveaux concepts et processus, car l'exploitation des acquis antérieurs s'avère incontournable.

Les tableaux sont accompagnés d'*éléments de méthode* qui permettent de cerner l'étendue et les visées de ces concepts et de ces processus. La présentation du contenu de formation suggère, d'une part, un cheminement linéaire en raison de l'enchaînement des préalables et, d'autre part, un réseau de liens entre les différents champs de la mathématique et entre ces champs et les autres disciplines. Cette interdépendance et cet enrichissement mutuel font que la compréhension des objets d'un champ contribue à celle des objets d'un autre champ, tout en invitant à aborder les éléments de contenu de manière symbiotique. Quant au langage mathématique, il fait appel à des termes, à des notations, à des symboles et à différents registres de représentation sémiotique qu'il importe de maîtriser, notamment pour l'exercice de la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

La rubrique *Repères culturels* présente, pour sa part, diverses suggestions pour amener l'élève à situer les concepts mathématiques dans leur contexte historique et social et à cerner les problématiques qui ont présidé à leur développement. Ils s'articulent autour des concepts et des processus propres à chaque séquence et illustrent les visées particulières de chacune d'elles. La mise à profit de ces repères permet à l'élève de mieux apprécier l'importance de la mathématique dans la vie quotidienne et les besoins qu'elle comble dans la société. L'élève constate également que les mathématiciens ont contribué au développement de la mathématique et des autres disciplines.

Le contenu de formation du programme de mathématique du deuxième cycle du secondaire comporte cinq sections. La première section offre une vue d'ensemble des concepts abordés dans chaque champ mathématique et un aperçu de leur évolution sur les trois années du cycle en tenant compte des différences entre les trois séquences de formation. La deuxième section est consacrée à la première année du cycle : on y présente les concepts, processus et éléments de méthode prescrits pour cette année ainsi que les repères culturels s'y rattachant. Les trois autres sections, une pour chacune des trois séquences du programme, sont consacrées aux deux autres années du cycle. On y trouvera, comme dans la deuxième section, les concepts, processus et éléments de méthode prescrits pour chacune de ces deux années, suivis de repères culturels pertinents.


LIENS INTRADISCIPLINAIRES
Ce schéma présente divers liens intradisciplinaires dont il faut tenir compte dans la construction des savoirs mathématiques. Ces liens touchent les différents champs, concepts et processus mathématiques.
DÉPLOYER un raisonnement mathématique
COMMUNIQUER à l'aide du langage mathématique
RÉSOUDRE une situation-problème
Arithmétique et algèbre
Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance
Dénombrement
Corrélation et régression
Mesures statistiques
Mesures de longueurs, d'aires et de volumes
Transformations géométriques
Trigonométrie
Géométrie analytique
Registres de représentation
Situations de proportionnalité
Relation et fonction
Système
Optimisation
Probabilités et statistique
Sens des expériences aléatoires et des relevés statistiques
Probabilités dans des contextes de mesure
Géométrie
Sens spatial et figures géométriques

Les tableaux qui suivent présentent, pour chaque champ mathématique, les concepts introduits à chacune des années du cycle.

ÉVOLUTION DES PRINCIPAUX CONCEPTS LIÉS À L'ARITHMÉTIQUE ET À L'ALGÈBRE AU 2e CYCLE

Au cours de sa formation, l'élève développe différents types de pensée. Il passe de la pensée arithmétique à la pensée algébrique. Par exemple, le statut du signe d'égalité évolue, dans son esprit, de l'annonce d'un résultat vers la relation d'équivalence. Il approfondit ainsi son sens du nombre, des opérations et de la proportionnalité, et il développe son habileté à modéliser des situations. Les contextes qui lui sont proposés sont sources d'images mentales permettant le développement de ces divers sens. Au fil des années, il améliore aussi sa capacité à évoquer une situation en faisant appel à plusieurs registres de représentation. Par exemple, les fonctions peuvent être représentées graphiquement ou sous forme de tableau ou de règle, et chacune de ces représentations est porteuse d'un point de vue qui lui est propre, complémentaire ou équivalente aux autres.

<table>
<tr><th colspan="4">DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE</th></tr>
<tr><td>1re année</td><td colspan="3">Nombres réels : rationnels et irrationnels; cube et racine cubique
Relation d'inégalité

Relation, fonction et réciproque
– Variable dépendante et variable indépendante
– Fonction polynomiale de degré 0 ou 1 et système d'équations du 1er degré à deux variables de la forme $y = ax + b$, fonction rationnelle de la forme $f(x) = \frac{k}{x}$ ou $xy = k$</td></tr>
<tr><td></td><td>Séquence Culture, société et technique</td><td>Séquence Technico-sciences</td><td>Séquence Sciences naturelles</td></tr>
<tr><td>2e année</td><td>Expression algébrique
– Inéquation du 1er degré à deux variables

Relation, fonction et réciproque
– Fonction réelle : polynomiale de degré inférieur à 3, exponentielle, périodique, en escalier, définie par parties

Système
– Système d'équations du 1er degré à deux variables</td><td>Expressions arithmétique et algébrique
– Nombres réels : radicaux, puissances de base 2 et 10
– Inéquation du 1er degré à deux variables

Relation, fonction et réciproque
– Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme canonique), exponentielle, partie entière, périodique, en escalier, définie par parties
– Paramètre

Système
– Système d'équations du 1er degré à deux variables</td><td>Expression algébrique
– Identité algébrique, équation et inéquation du 2e degré à une variable

Fonction réelle
– Fonction en escalier (partie entière); polynomiale de degré 2 (formes canonique, générale et factorisée)
– Paramètre

Système
– Système d'équations du 1er degré à deux variables
– Système composé d'une équation du 1er degré et d'une équation du 2e degré à deux variables</td></tr>
<tr><td>3e année</td><td>Système
– Système d'inéquations du 1er degré à deux variables</td><td>Relation, fonction et réciproque
– Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme générale), rationnelle, sinusoïdale (ainsi que les fonctions introduites l'année précédente)
– Paramètre
– Opérations sur les fonctions

Système
– Système d'inéquations du 1er degré à deux variables
– Système d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels</td><td>Expressions arithmétique et algébrique
– Nombres réels : valeur absolue, radicaux, exposants et logarithmes

Relation, fonction et réciproque
– Fonction réelle : valeur absolue, racine carrée, rationnelle, exponentielle, logarithmique, sinusoïdale, tangente, définie par parties
– Opérations sur les fonctions

Système
– Système d'inéquations du 1er degré à deux variables
– Système d'équations du 2e degré (en relation avec les coniques)</td></tr>
</table>

ÉVOLUTION DES PRINCIPAUX CONCEPTS LIÉS AUX PROBABILITÉS ET À LA STATISTIQUE AU 2e CYCLE

Au cours de sa formation, l'élève développe sa pensée probabiliste et statistique. En ce qui concerne la compréhension des probabilités, il passe d'un raisonnement subjectif, souvent arbitraire, à un raisonnement basé sur différents calculs. Il s'approprie des outils pour traiter des données recueillies, en tirer des informations et exercer son jugement critique afin de découvrir d'éventuelles sources de biais. La statistique descriptive offre à l'élève une diversité de concepts lui permettant de s'initier aux inférences. À la fin du secondaire, il est conscient de la variabilité de l'échantillon ainsi que des limites et des contraintes associées à l'échantillonnage d'une population.

<table>
<tr><th colspan="4">DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE</th></tr>
<tr><td>1re année</td><td colspan="3">– Variable aléatoire discrète et variable aléatoire continue

Distribution à un caractère
– Méthode d'échantillonnage : stratifié, par grappes
– Représentation graphique : histogramme et diagramme de quartiles
– Mesures de tendance centrale : mode, médiane, moyenne pondérée
– Mesure de dispersion : étendue des quarts</td></tr>
<tr><td></td><td>Séquence Culture, société et technique</td><td>Séquence Technico-sciences</td><td>Séquence Sciences naturelles</td></tr>
<tr><td>2e année</td><td>– Probabilité subjective

– Équité : chance, espérance mathématique

Distribution à un caractère
– Mesure de position : rang centile
– Mesure de dispersion : écart moyen

Distribution à deux caractères
– Corrélation linéaire : coefficient de corrélation et droite de régression</td><td>– Probabilité conditionnelle

– Équité : chance, espérance mathématique

Distribution à un caractère
– Mesures de dispersion : écart moyen, écart type

Distribution à deux caractères
– Corrélation linéaire et autre : coefficient de corrélation, droite de régression et courbes apparentées aux modèles fonctionnels à l'étude</td><td>Distribution à deux caractères
– Corrélation linéaire : coefficient de corrélation et droite de régression</td></tr>
<tr><td>3e année</td><td>– Probabilité conditionnelle</td><td></td><td></td></tr>
</table>

ÉVOLUTION DES PRINCIPAUX CONCEPTS LIÉS À LA GÉOMÉTRIE ET AUX GRAPHES AU 2e CYCLE

Au cours de sa formation, l'élève passe d'une géométrie intuitive, basée sur l'observation, à une géométrie déductive. C'est par les constructions et leur explicitation qu'il découvre les propriétés des figures. Petit à petit, il se dégage de la prise de mesures comme base de ses raisonnements pour recourir plutôt à la déduction. En s'appuyant sur des données, des hypothèses de départ ou des propriétés admises, il démontre des conjectures non évidentes qui servent, à leur tour, à en prouver de nouvelles.

<table>
<tr><th colspan="4">DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE</th></tr>
<tr><td>1re année</td><td colspan="3">Solides
– Développement, projection et perspective

Mesure
– Volume; unités de volume du SI; relations entre elles</td></tr>
<tr><td></td><td>Séquence Culture, société et technique</td><td>Séquence Technico-sciences</td><td>Séquence Sciences naturelles</td></tr>
<tr><td>2e année</td><td>Géométrie analytique
– Accroissement : distance, pente, point de partage
– Droite et demi-plan : droites parallèles et perpendiculaires

Mesure
– Relations dans le triangle : sinus, cosinus, tangente, loi des sinus et formule de Héron</td><td>Géométrie analytique
– Distance entre deux points
– Coordonnées d'un point de partage
– Droite : équation, pente, droites parallèles et perpendiculaires, médiatrices

Mesure
– Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle</td><td>Figures équivalentes

Géométrie analytique
– Droite et distance entre deux points

Mesure
– Relations métriques et trigonométriques dans le triangle (sinus, cosinus, tangente, lois des sinus et des cosinus)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3e année</td><td>Figures équivalentes</td><td>Figures équivalentes

Géométrie analytique
– Lieu géométrique, position relative : lieux plans et coniques
– Cercle trigonométrique
– Vecteur (résultante et projection)

Mesure
– Relations métriques dans le cercle et trigonométriques dans le triangle : lois des sinus et des cosinus</td><td>Géométrie analytique
– Cercle trigonométrique et identité trigonométrique
– Vecteur
– Conique :
• parabole
• cercle, ellipse et hyperbole centrés à l'origine</td></tr>
<tr><td>Graphe
– Degré, distance, chaîne, cycle
– Graphe : orienté, valué (pondéré)</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Arithmétique et algèbre

L'algèbre traduit l'importance relative des facteurs en langage courant. Elle est essentiellement un langage écrit servant à illustrer dans ses structures écrites les motifs qu'elle a pour fonction de communiquer. Le motif que forment les symboles sur le papier est un cas particulier du motif qui doit être communiqué à la pensée. La méthode algébrique est le meilleur moyen dont nous disposions pour exprimer la nécessité, puisqu'elle réduit le hasard au caractère fantomatique de la variable réelle.

Alfred North Whitehead

Au premier cycle du secondaire, l'élève développe son sens du nombre et des opérations sur les nombres en notation décimale, fractionnaire et exponentielle (exposant entier) et sur la racine carrée. Il effectue le passage d'une notation à une autre selon le contexte. Il dégage les relations entre les opérations ainsi que leurs propriétés. Il respecte les priorités dans des chaînes d'opérations contenant au plus deux niveaux de parenthèses. Il effectue, mentalement ou par écrit, des opérations avec des nombres en notation décimale et fractionnaire. Il met à profit les opérations inverses et connaît des caractères de divisibilité. Il repère des nombres sur la droite numérique.

L'élève s'initie également au sens de la proportionnalité, qui représente un concept central et unificateur au premier cycle du secondaire. Il reconnaît et représente des situations de proportionnalité sous différentes formes : forme verbale, table de valeurs, graphique, règle. Il s'approprie les concepts qui y sont associés, notamment le rapport, la proportion, le taux et le coefficient de proportionnalité. Il développe différentes stratégies multiplicatives et additives pour gérer des situations où intervient la proportionnalité (ex. retour à l'unité, facteur de changement, coefficient de proportionnalité, procédé additif). Par l'étude de telles situations, il amorce la compréhension des liens de dépendance.

En algèbre, l'élève du premier cycle développe aussi son sens des expressions algébriques avec lesquelles il effectue des additions et des soustractions. Il multiplie et divise ces expressions par une constante, multiplie des monômes de degré 1 et divise des monômes par une constante. Il pose et résout des équations du premier degré à une inconnue de la forme $ax + b = cx + d$ et valide la solution obtenue par substitution. Il construit des expressions algébriques à partir de différentes situations. Il évalue numériquement une expression algébrique et produit des expressions équivalentes. Il représente globalement une situation à l'aide d'un graphique.

Au deuxième cycle du secondaire, l'élève active et approfondit des concepts et des processus qu'il a acquis au cours du premier cycle. Ces concepts et ces processus servent de tremplin à de nouveaux apprentissages et lui permettent d'établir des liens entre diverses situations qui sont plus élaborées qu'au premier cycle. Ainsi, les concepts associés aux diverses notations (fractionnaire, décimale, exponentielle, pourcentage), à la règle des signes, aux opérations, au raisonnement proportionnel, aux expressions algébriques et au sens de l'égalité sont réinvestis. Les processus liés aux écritures équivalentes, au passage d'une représentation à une autre, à l'évaluation numérique d'une expression et à l'observation de régularités sont également mobilisés et consolidés durant le cycle.

Pour compléter sa formation de base, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance

Concepts

– Nombres réels : rationnels et irrationnels
- Cube et racine cubique

– Relation d'inégalité

– Relation, fonction et réciproque
- Variable dépendante et variable indépendante
- Fonction polynomiale de degré 0 ou 1
  - Système de deux équations du premier degré à deux variables (de la forme $y = ax + b$)
- Fonction rationnelle de la forme $f(x) = \frac{k}{x}$ ou $xy = k$, $k \in \mathbb{Q}_+$

Processus

– Manipulation d'expressions numériques et algébriques
- Utilisation de la notation scientifique dans des situations appropriées
- Calcul en contexte avec des exposants entiers (base rationnelle) et des exposants fractionnaires
- Développement et factorisation
  - Addition et soustraction d'expressions algébriques
  - Multiplication d'expressions algébriques de degré 0, 1 ou 2
  - Division d'expressions algébriques par un monôme
    - ■ Mise en évidence simple
- Résolution d'équations et d'inéquations du premier degré à une variable
  - Validation et interprétation de la solution

– Analyse de situations
- Observation, interprétation, description et représentation de différentes situations concrètes
  - Modélisation d'une situation à l'aide d'une fonction polynomiale de degré 0 ou 1, ou d'une fonction rationnelle : verbalement, algébriquement, graphiquement et à l'aide d'une table de valeurs
    - ■ Représentation d'une expérimentation à l'aide d'un nuage de points
  - Représentation et interprétation de la réciproque
  - Détermination d'une variable dépendante et d'une variable indépendante d'après le contexte
  - Observation de régularités
  - Description des propriétés d'une fonction en contexte
  - Recherche de la règle, interpolation ou extrapolation
  - Comparaison de situations
    - ■ Résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de tables de valeurs, graphiquement ou algébriquement (par comparaison), et ce, avec ou sans le soutien de la technologie
- Interprétation des résultats

Note : Au premier cycle, l'élève n'a pas fait l'étude systématique des ensembles de nombres. Le programme visait essentiellement l'étude des nombres écrits en notation décimale ou fractionnaire. Au cours de la première année du deuxième cycle, l'élève est à même de faire la distinction entre les nombres rationnels et les nombres irrationnels et de représenter divers sous-ensembles de nombres réels.

Dans la manipulation d'expressions numériques, il est amené à déduire les lois des exposants.

Il apprend à faire des liens entre la notation exponentielle et les radicaux ($9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9}$, $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8}$).

Les coefficients et les termes constants des expressions algébriques s'écrivent en notation décimale ou fractionnaire. Par exemple, il n'est pas indiqué de transformer en notation décimale les nombres ayant un développement décimal périodique, ni les nombres avec lesquels il est plus facile de travailler en notation fractionnaire. De même, le radical est conservé s'il n'est pas pertinent de le transformer.

L'élève est initié à la description des propriétés d'une fonction : domaine, image, croissance, décroissance, extrémums, signe et coordonnées à l'origine. Il les dégage de façon non formelle, et ce, toujours en relation avec le contexte. La recherche de la règle qui traduit une situation pouvant être transposée par une fonction polynomiale de degré 0 ou 1 (fonction affine) ou rationnelle peut se faire, selon le cas, à partir d'un couple de valeurs et du taux de variation ou à partir de deux couples de valeurs. Cette règle est dégagée directement du contexte, d'une table de valeurs, d'un graphique ou d'une autre règle. De plus, l'élève réalise que, dans certains cas, on relie les couples de données discrètes issues d'une situation afin de dégager un modèle.

Éléments de méthode

L'apprentissage de l'arithmétique se fait de concert avec celui des autres champs de la mathématique qui offrent différents contextes pour le développement du sens du nombre et des opérations. Ainsi, les intervalles, soit des ensembles discrets ou continus de nombres, entrent en jeu dans le regroupement et l'interprétation de données probabilistes ou statistiques, dans l'analyse de situations mettant à profit les concepts de fonction et de système ainsi que dans la description et l'interprétation d'ensembles-solutions d'inéquations. La géométrie offre, de son côté, un support visuel pour la détermination de l'ordre de grandeur des nombres par leur repérage sur la droite ou pour leur approximation par des encadrements successifs ou d'autres procédés. De plus, la notation scientifique facilite la lecture et l'écriture de petits et de grands nombres. En outre, elle favorise l'appropriation de préfixes tels que *nano, micro, méga* ou *giga* et permet, le cas échéant, d'indiquer le nombre de chiffres significatifs d'un nombre donné. L'élève analyse également l'effet produit par des opérations effectuées sur les deux membres d'une inégalité. La compréhension de la relation d'inégalité élargit et renforce celle de la relation d'égalité. Elle permet d'établir des liens entre le langage courant et le langage mathématique (*au plus, au moins, autant,* etc.). L'élève a l'occasion d'associer la signification des connecteurs logiques *et* et *ou* avec les opérations de l'intersection et de l'union, notamment dans l'exploration des ensembles de nombres, dans l'étude de l'une des variables de la fonction ou dans les contextes comportant des contraintes à respecter.

L'algèbre offre, pour sa part, un outil de généralisation qui permet, à partir de l'observation de régularités, de représenter des liens de dépendance entre des quantités. Le concept de réciproque permet de distinguer, entre autres, les concepts de relation et de fonction. L'interprétation et la représentation d'une situation conduisent parfois à la production de modèles réciproques selon le choix de la variable indépendante. Pour la fonction polynomiale du 1er degré et la fonction rationnelle, l'élève est amené à comparer les règles, les graphiques et la description verbale du lien de dépendance qui découlent de chacune d'elles. L'étude des fonctions constitue un aspect important du processus de modélisation. La représentation graphique d'une expérimentation amène l'élève à constater que les données recueillies ne forment pas toujours une courbe qui correspond exactement à un modèle mathématique, en raison notamment d'erreurs de manipulation ou de mesure ou encore en raison du degré de précision de l'instrument utilisé. Lors d'expérimentations se rapportant à la fonction polynomiale de degré 1 ou rationnelle, il associe la courbe la mieux ajustée au nuage de points obtenu et effectue des interpolations ou des extrapolations. De plus, il analyse des situations où le taux de variation est différent selon l'intervalle considéré, ce qui lui permet d'établir des liens avec le diagramme à ligne brisée. Certaines situations l'amènent à considérer simultanément plusieurs fonctions qui se traduisent à l'aide de systèmes d'équations linéaires. L'analyse du comportement d'une situation de part et d'autre du point d'intersection, s'il existe, oriente le choix d'une solution avantageuse, la proposition de modifications ou la formulation d'une nouvelle piste de solution. L'élève détermine la solution d'un système d'équations graphiquement, à l'aide d'une table de valeurs, ou algébriquement, en mettant à profit la résolution d'équations se ramenant à la forme $ax + b = cx + d$.

Les expressions algébriques qui s'ajoutent aux registres de représentation sémiotique de l'élève lui offrent la possibilité d'observer des situations selon des points de vue différents mais complémentaires. Dès la première année du cycle, il apprend à passer d'un registre de représentation à un autre sans restriction. Il se réfère au contexte, aux propriétés et aux priorités des opérations afin de donner du sens aux expressions et aux manipulations algébriques. Ces apprentissages lui fournissent le moyen de démontrer l'équivalence d'expressions. Par ailleurs, la mathématisation de situations sous forme d'expressions algébriques de même que l'anticipation de résultats ou la détermination de la valeur d'une expression contribuent au développement du sens du nombre et des opérations.

Le recours aux outils technologiques facilite une exploration et un examen plus détaillés de ces relations et permet d'en donner une description et une explication plus complètes. Plusieurs explorations peuvent être menées pour favoriser le développement de la pensée algébrique. À cet égard, des pistes d'exploration susceptibles d'amener l'élève à conjecturer sont suggérées à l'annexe E.

Probabilités et statistique

Probabilités

Il faut voir les probabilités comme la mesure de grandeurs physiques : elles ne sont jamais connues avec exactitude, mais toujours avec une certaine approximation.

Émile Borel

Au premier cycle du secondaire, l'élève réalise des expériences aléatoires à une ou plusieurs étapes (avec ou sans remise, avec ou sans ordre). Il se familiarise avec le concept d'événement et en explore les différents types : événements certains, probables, improbables, élémentaires, complémentaires, compatibles, incompatibles, dépendants et indépendants. Il fait usage de différents registres de représentation (arbre, réseau, grille, etc.) pour dénombrer des possibilités. Il calcule la probabilité d'un événement et compare des probabilités théoriques ou fréquentielles. Il développe sa pensée probabiliste par l'émission et la validation de conjectures. Il analyse des situations de probabilité à partir desquelles il est amené à faire des prédictions ou à prendre des décisions.

Au deuxième cycle du secondaire, l'élève active et approfondit des concepts et des processus qu'il a acquis au cours du premier cycle. Ces concepts et ces processus servent de tremplin à de nouveaux apprentissages ou de liens entre diverses situations, qui sont par ailleurs plus élaborées qu'au premier cycle. Ainsi, les concepts associés aux expériences aléatoires à une ou plusieurs étapes, ainsi que les concepts d'événement et de probabilité théorique ou fréquentielle sont réinvestis. Les processus liés au dénombrement et au calcul de probabilités sont également mobilisés et consolidés durant le cycle.

Pour compléter sa formation de base, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens des données issues d'expériences aléatoires	
Concepts	**Processus**
– Variable aléatoire discrète et variable aléatoire continue	– Interprétation et prise de décisions concernant des données probabilistes • Dénombrement et calcul de probabilités dans des situations variées, y compris des contextes de mesure - Représentation d'événements à l'aide de tableaux, d'arbres, de diagrammes ou de figures géométriques

Éléments de méthode

Le développement d'une pensée probabiliste passe par l'attribution d'une probabilité (par une approche fréquentielle ou théorique) à un ou plusieurs événements. Il est utile pour cela d'amener l'élève à représenter une situation de diverses façons. Les registres de représentation propres à ce champ constituent à la fois des outils de compréhension et de communication[16]. Les situations explorées peuvent faire intervenir des permutations, des arrangements ou des combinaisons[17] et permettre à l'élève de déployer son raisonnement à l'aide de tableaux ou de représentations graphiques, sans toutefois nécessiter le recours à des formules de dénombrement. Elles lui donnent l'occasion de distinguer les principes multiplicatif et additif associés aux connecteurs logiques (*et*, *ou*) lors d'un dénombrement ou d'un calcul de probabilités. Certaines situations comportent des événements dont l'univers des possibles est continu. Dans les cas où des unités de temps, de longueur, d'aire ou de volume entrent en jeu, la probabilité correspond à un rapport de mesure faisant appel notamment à des savoirs géométriques dans un contexte probabiliste.

Le raisonnement probabiliste contribue parfois à révéler le caractère erroné de perceptions ou de conceptions véhiculées par la société au regard des probabilités associées à certains événements. Il arrive ainsi que des conceptions concernant la représentativité, la disponibilité, l'équiprobabilité et la confusion entre probabilité et proportion soulèvent des questionnements intéressants qui offrent à l'élève l'occasion d'émettre des conjectures et de les valider. À cet égard, des pistes d'exploration susceptibles d'amener l'élève à conjecturer sont suggérées à l'annexe E.

16. Se référer à l'annexe D.
17. L'introduction du vocabulaire (permutation, arrangement, combinaison) est facultative pour la première année du cycle.

Statistique

[…] la statistique n'est pas une branche de la mathématique; elle exige des habiletés et une application du jugement qui ne sont pas l'apanage de celle-ci. En revanche, la zone d'intersection entre les deux disciplines est vaste : la théorie de la statistique relève d'une mathématique sérieuse et la plupart des progrès fondamentaux, même en statistique appliquée, sont le fait de mathématiciens comme R. A. Fisher.

Sir John Kingman

Au premier cycle du secondaire, l'élève développe sa compréhension de la statistique par des études réalisées à l'aide de sondages et de recensements. Il choisit des échantillons représentatifs en s'aidant d'une méthode aléatoire simple ou systématique. Il est attentif aux sources de biais pouvant influencer les résultats obtenus. Il caractérise des données, les interprète et les représente à l'aide d'un registre de représentation approprié : tableau; diagramme circulaire, à bandes ou à ligne brisée. Il s'appuie sur des mesures (moyenne et étendue) pour dégager de l'information. Il analyse des résultats, compare des distributions et formule des conclusions.

Au deuxième cycle du secondaire, l'élève active et approfondit des concepts et des processus qu'il a acquis au cours du premier cycle. Ces concepts et ces processus servent de tremplin à de nouveaux apprentissages et lui permettent d'établir des liens entre diverses situations, qui sont par ailleurs plus élaborées qu'au premier cycle. Ainsi, les concepts de population, d'échantillon et de source de biais sont réinvestis. Les processus liés à l'analyse de données statistiques, tels que la construction et l'interprétation de tableaux et de diagrammes ainsi que le calcul de la moyenne et de l'étendue, sont également mobilisés et consolidés durant le cycle.

Pour compléter sa formation de base, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

<table>
<tr><th colspan="2">Sens des données tirées de relevés statistiques</th></tr>
<tr><th>Concepts</th><th>Processus</th></tr>
<tr><td>– Distribution à un caractère
• Méthodes d'échantillonnage : stratifié, par grappes
• Représentations graphiques : histogramme et diagramme de quartiles
• Mesures de tendance centrale : mode, médiane et moyenne pondérée
• Mesure de dispersion : étendue des quarts (y compris l'étendue interquartile)</td><td>– Analyse à l'aide d'outils appropriés et prise de décisions portant sur des situations qui comportent une distribution à un caractère
• Organisation et choix d'outils permettant de recueillir et d'interpréter des données ou d'en rendre compte
- Construction de tableaux de distribution : tableau à données condensées et tableau à données groupées en classes
- Construction et représentation graphique : histogramme et diagramme de quartiles
- Calcul de mesures de tendance centrale et de dispersion
• Comparaison de distributions
• Critique d'une collecte de données, de la représentation utilisée ou des résultats obtenus</td></tr>
<tr><td colspan="2">Note : Dans les représentations comportant des données groupées en classes, une estimation de la médiane est donnée par le milieu de la classe médiane.</td></tr>
</table>

Éléments de méthode

La statistique permet d'établir plusieurs liens pertinents avec les autres champs mathématiques ainsi qu'avec d'autres disciplines et les domaines généraux de formation. S'approprier des concepts statistiques peut aussi contribuer au développement de certaines compétences transversales, particulièrement celle qui consiste à exercer son jugement critique. Grâce aux concepts propres à la statistique, l'élève peut, par exemple, tirer des conclusions ou prendre des décisions éclairées à partir des résultats d'un relevé statistique. Les données recueillies, qu'elles soient discrètes ou continues, sont représentées au moyen de différents outils (tableaux, diagrammes, mesures) qui permettent de synthétiser des informations sur une population donnée.

La statistique offre également la possibilité de comparer différentes situations et de porter un regard critique sur des études réalisées à partir d'échantillons. Lorsqu'il fait l'analyse d'une situation et en tire des conclusions, l'élève a l'occasion de prendre conscience de l'influence que peuvent avoir sur les résultats et leur interprétation des facteurs tels que la formulation des questions, le choix et la taille de l'échantillon, l'attitude du sondeur, les erreurs de mesure, la non-réponse ou la présentation de l'étude. Il justifie le choix des mesures de tendance centrale ou de dispersion utilisées dans l'analyse de distributions ou dans la comparaison des populations auxquelles elles font référence. Par exemple, la médiane est plus appropriée que la moyenne pour représenter une distribution comportant une ou plusieurs données aberrantes. De plus, certaines situations peuvent amener l'élève à émettre des conjectures au regard de l'effet produit sur la valeur des mesures de tendance centrale soit par l'addition d'une constante à toutes les données de la distribution, soit par la soustraction d'une constante de toutes ces données, soit par la multiplication ou la division de toutes ces données par une constante, soit par l'ajout ou le retrait d'une donnée, aberrante ou non.

Le choix de diagrammes s'élargit et évolue. Les diagrammes introduits précédemment représentaient des données ou des rapports établis entre l'effectif d'un caractère et le nombre total de données. Contrairement aux autres diagrammes, le diagramme de quartiles représente des statistiques plutôt que les données initiales d'une situation. Il permet à l'élève de visualiser la distribution ainsi que de dégager et approfondir les concepts d'étendue et de dispersion, jetant ainsi les bases de l'étude ultérieure de l'écart moyen, de la variance et de l'écart type. De plus, intégrant dans une même représentation une mesure de tendance centrale (la médiane) et des mesures de dispersion (écart interquartile, étendue), il facilite et appuie la comparaison entre distributions.

Géométrie

S'ils veulent par exemple louer la beauté d'une femme ou de tout être vivant, ils la décrivent à l'aide de cercles, de parallélogrammes, d'ellipses et autres termes de la géométrie […].
Jonathan Swift

Au premier cycle du secondaire, le développement du sens spatial se poursuit chez l'élève, qui élargit son réseau de concepts et de processus relatifs aux figures géométriques. Il s'approprie différents concepts concernant les figures planes (polygone et disque) : les segments et les droites remarquables (bissectrice, médiatrice, médiane, hauteur, rayon, diamètre, corde), les arcs et les angles au centre. Il identifie des angles d'après leurs relations : opposés par le sommet, adjacents, alternes-internes, alternes-externes, correspondants, complémentaires et supplémentaires.

L'élève du premier cycle reconnaît différents polyèdres convexes et sait représenter leur développement. Il identifie les différents solides qui constituent un solide décomposable. Il estime et détermine plusieurs mesures d'angles, de longueurs et d'aires en s'exprimant avec l'unité de mesure appropriée. Il construit les formules nécessaires au calcul de ces mesures et anticipe l'effet de la modification d'un paramètre dans une formule. À partir des constructions et des transformations qu'il réalise, il dégage des propriétés et des invariants. Il raffine sa compréhension des concepts d'isométrie et de similitude, ce qui lui permet de développer son sens spatial, de justifier sa démarche et de s'initier au raisonnement déductif. Il s'appuie sur des définitions et des propriétés pour déterminer des mesures manquantes.

Au deuxième cycle du secondaire, l'élève active et approfondit des concepts et des processus qu'il a acquis au cours du premier cycle. Ces concepts et ces processus servent de tremplin à de nouveaux apprentissages et lui permettent d'établir des liens entre diverses situations, qui sont par ailleurs plus élaborées qu'au premier cycle. Les concepts de figures planes, de solides et de figures isométriques et semblables sont réinvestis. Les processus liés à la recherche de mesures d'angles, de longueurs (segment, périmètre et circonférence) et d'aires sont également mobilisés et consolidés durant le cycle.

Pour compléter sa formation de base, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens spatial et figures géométriques	
Concepts	**Processus**
– Solides • Développement, projection et perspective • Mesure - Volume - Unité de mesure pour les volumes - Relations entre les unités de volume du système international, y compris les mesures de capacité	– Analyse de situations mettant à profit des propriétés des figures • Description et construction d'objets • Représentation dans le plan de figures à trois dimensions à l'aide de différents procédés • Recherche de mesures manquantes - Longueurs ▪ Côtés d'un triangle rectangle (relation de Pythagore) ▪ Segments provenant d'une isométrie, d'une similitude, d'une figure plane ou d'un solide - Aires ▪ Sphère, aire latérale ou totale de cônes droits et de figures décomposables ▪ Figures issues d'une similitude - Volumes ▪ Solides décomposables en prismes droits, en cylindres droits, en pyramides droites, en cônes droits, en boules ▪ Solides issus d'une similitude - Choix approprié d'une unité de mesure ▪ Conversions entre diverses unités de mesure (longueur, aire, volume, capacité)

Éléments de méthode

La visualisation, la manipulation et la représentation de différents objets contribuent au développement du sens spatial chez l'élève. La représentation en deux dimensions de figures à trois dimensions et, réciproquement, la construction de solides à partir de représentations à deux dimensions lui permettent d'explorer plusieurs procédés tels que le développement d'un solide, les projections orthogonales avec les différentes vues, les projections parallèles (perspectives cavalière[18] et axonométrique) ou les projections centrales (à un ou deux points de fuite). Toutes ces représentations sont des outils de communication qui permettent d'interpréter la réalité et qui apportent des informations spécifiques. L'élève détermine la meilleure façon de représenter en deux dimensions un modèle en trois dimensions. Il prend conscience aussi qu'une représentation en deux dimensions peut l'amener à construire des solides différents. Les activités d'exploration et de manipulation qu'il effectue contribuent à l'appropriation du concept de mesure, à la construction de formules relatives au volume, à la consolidation du concept d'aire ainsi qu'à l'exploitation de liens entre des concepts géométriques et algébriques. De plus, l'élève est amené à distinguer les concepts de volume et de capacité et à mettre à profit le raisonnement proportionnel pour effectuer diverses conversions.

Le développement de la pensée géométrique peut être consolidé par l'utilisation de logiciels ou d'autres instruments (assemblage de cubes, lampe dans l'étude des ombres, papier pointé ou quadrillé, maquettes, plans d'assemblage, etc.) qui favorisent la construction de figures bidimensionnelles ou tridimensionnelles, l'exploration de leurs propriétés ainsi que le développement d'habiletés manuelles. L'élève met en œuvre ses aptitudes pour interpréter des plans ou des devis et pour reconnaître des perspectives utilisées, notamment, dans les œuvres d'art ou les bandes dessinées ainsi que dans les activités où il doit décoder ou créer des illusions d'optique ou des figures dites impossibles. Pour appuyer le développement du raisonnement géométrique, des pistes d'exploration permettant d'amener l'élève à conjecturer sont suggérées à l'annexe E.

18. Dans la construction d'une représentation en perspective cavalière, les arêtes fuyantes à 30° ou à 45° sont privilégiées. D'autres mesures peuvent être utilisées, selon le contexte.

Repères culturels

La culture mathématique est universelle et elle intervient au quotidien dans l'interprétation et l'appréciation de la réalité tout comme dans la prise de décisions. Elle rend l'individu apte à s'engager dans de multiples domaines de l'activité humaine et lui permet d'en saisir l'apport. Son évolution au fil du temps ainsi que la création de certains instruments sont directement ou indirectement liées à des besoins ressentis dans la société.

La mathématique possède une histoire riche, et de nombreux mathématiciens, scientifiques, artistes et philosophes ont contribué à son essor. Dans les activités associées à l'histoire de la mathématique, l'élève pourra remarquer que des concepts et des processus sont souvent attribués à un mathématicien en particulier alors qu'ils sont en réalité le fruit du travail de plusieurs mathématiciens, hommes et femmes, de différentes époques (ex. relation de Pythagore déjà connue à l'époque des Babyloniens). En cherchant leur apport au développement de la mathématique, il pourra prendre conscience, entre autres choses, du fait que plusieurs femmes ont eu des difficultés à se faire accepter dans la communauté mathématique[19]. En s'interrogeant sur l'origine de certains mots, il ajoutera du sens aux concepts et aux processus et découvrira que des chercheurs de plusieurs nations ont contribué à l'essor de la mathématique. La dimension épistémologique doit donc être présente dans les apprentissages et ouvrir des perspectives sur le passé, le présent et l'avenir.

Arithmétique et algèbre

Le compositeur ouvre la porte de la cage qui enferme l'arithmétique;
le dessinateur rend à la géométrie sa liberté.
Jean Cocteau

Le développement de la mathématique est caractérisé par l'influence et l'apport de différentes civilisations et cultures. Mentionnons, à titre d'exemple, la contribution des Indiens et des Arabes au développement de la mathématique en Occident tant en ce qui a trait à la numération ou à l'algèbre qu'à la trigonométrie. L'étude de ces différents apports permet de voir et de comprendre un peu mieux la construction progressive de l'ensemble des nombres réels : l'introduction révolutionnaire du zéro, l'acceptation difficile des nombres négatifs, la crise suscitée par l'incommensurabilité de $\sqrt{2}$.

Le raisonnement proportionnel est fréquemment sollicité dans la vie quotidienne et dans différents métiers des domaines de la construction, des arts, de la santé, du tourisme, de l'administration, etc. Il a également été exploité par de nombreux mathématiciens à travers les âges (ex. Thalès, Eudoxe, les Pythagoriciens, Euler) pour expliquer ou représenter des phénomènes touchant aussi le domaine des arts (ex. harmonie en musique, esthétique en architecture).

La problématique de l'infini a alimenté les réflexions à toutes les époques. Une discussion sur le concept d'infini permettra à l'élève de réfléchir sur l'infiniment petit ou l'infiniment grand à partir, par exemple, des suites ou des intervalles.

Lorsque l'élève aborde l'algèbre, il peut en explorer les origines en s'intéressant aux règles générales élaborées par les mathématiciens arabes dans leurs recherches pour résoudre des problèmes. En effet, les travaux d'Al-Khawarizmi, au IX^e^ siècle, qui portent sur le système de numération décimale et sur la résolution d'équations du premier et du second degré, sont parmi ceux qui ont contribué à la construction de nos processus algébriques actuels. Le concept de fonction a fait son apparition autour des années 1700. C'est avec le souci d'interpréter la réalité, en particulier dans l'étude du mouvement et dans le calcul du temps, que l'idée de fonctionnalité s'est implantée dans notre société. L'élève pourra remarquer des liens unissant le concept de fonction aux domaines de la musique, de la balistique, de la navigation, de la cartographie ou de l'astronomie.

Les différentes notations établies par certains mathématiciens permettent aujourd'hui de manipuler des expressions plus efficacement. Dans son appropriation du langage mathématique, l'élève découvrira que le symbolisme a mis plusieurs siècles à s'uniformiser. Diophante a été l'un des premiers à utiliser des symboles. Cependant, ce n'est qu'à partir du XV^e^ siècle que l'on a tenté véritablement de créer des symboles et de les normaliser, non sans peine. La contribution de François Viète dans ce domaine est considérable. Par ailleurs, l'élève pourra observer l'omniprésence de différents types de symboles (sigles, logos, mots tronqués, lettres, chiffres, etc.) et leur influence dans la vie quotidienne.

19. Certaines ont même dû se faire passer pour des hommes pour que leurs travaux soient considérés. Sophie Germain alias Antoine-Auguste Le Blanc en est un exemple.

Probabilités et statistique

L'art de la conjecture, ou art stochastique, se définit comme l'art d'évaluer aussi précisément que possible la probabilité d'événements de manière à pouvoir toujours établir nos jugements et nos actions sur ce qui paraît être le mieux, le plus approprié, le plus certain, le plus sage : la sagesse du philosophe et la prudence de l'homme d'État n'ont pas d'autre objet.
Jacob Bernoulli

De nos jours, aucune science ne saurait progresser sans recourir, entre autres, aux probabilités et à la statistique. En explorant ces champs, l'élève réalisera qu'il s'agit de sciences qui traitent avec exactitude ou approximation des incertitudes. Relativement jeunes comparativement à la géométrie ou à l'algèbre, ces sciences doivent leur apparition et leur développement au besoin de comprendre des phénomènes, de valider des observations ou des intuitions et d'anticiper un résultat dans un futur plus ou moins rapproché. Elles occupent donc une place prépondérante dans notre société, car elles aident à la prise de décisions dans de nombreux domaines.

Notre vie quotidienne est truffée de données qualitatives et quantitatives (graphiques, taux, pourcentages, moyennes, prédictions, etc.), et ce, dans divers domaines : santé, emploi, finance, sport, etc. Aussi les situations d'apprentissage permettant à l'élève d'exploiter ces champs mathématiques peuvent-elles être facilement tirées de son environnement immédiat. Il découvrira, par exemple, que des données probabilistes et statistiques sont fréquemment utilisées dans les médias. Qu'il s'agisse de statistiques individuelles dans les sports, de comparaisons économiques ou d'autres informations, il lui sera possible de dégager les registres de représentation les plus courants et de les classifier selon différents critères.

En probabilités, une question revient parfois : « Le hasard existe-t-il? » De cette question peut naître un débat en classe permettant de s'assurer d'une compréhension commune du concept. En s'intéressant aux origines du mot *hasard*[20], l'élève découvrira que ce concept existe depuis longtemps, même si le développement du calcul des probabilités n'a pris véritablement son essor qu'au XVIIe siècle avec Pascal, Fermat et les frères Bernoulli. Au XVIIIe siècle, le comte de Buffon jetait les bases des probabilités dans des contextes géométriques par son étude du jeu du Franc-Carreau.

L'homme, à travers les âges, a recueilli des données et effectué des recensements, que ce soit pour dresser un inventaire ou pour évaluer et connaître sa richesse ou sa puissance relative. Cependant, le besoin de développer des outils statistiques pour extrapoler à partir d'un segment de la population remonte au XVIIe siècle. La statistique a été développée à l'aide d'observations faites sur des données démographiques concernant, entre autres, la santé publique (ex. les travaux de Florence Nightingale au XXe siècle). L'élève comprendra que le traitement de données a permis de dégager des informations liées à l'augmentation de l'espérance de vie des humains et qu'actuellement la statistique est sollicitée dans la prise de décisions sur le plan politique, gouvernemental, économique, environnemental, etc. Un citoyen initié à l'interprétation de relevés statistiques peut s'enrichir d'une foule de renseignements en un seul coup d'œil.

Géométrie

Et puisque la géométrie est le fondement approprié de toute peinture, j'ai décidé d'en enseigner les rudiments et les principes à tous les jeunes gens passionnés d'art…
Albrecht Dürer

La géométrie est présente dans des situations très diverses dont l'élève pourra dégager des objets faisant appel aux figures géométriques, à leurs transformations et à leurs propriétés. Par exemple, il observera des figures géométriques à l'intérieur de structures et de trajectoires. Il analysera les transformations géométriques exploitées dans différentes manifestations artistiques comme dans les pavages (ex. courtepointes, gravures de Maurits Cornelis Escher), les tissages, l'art islamique et les œuvres musicales (ex. canons, œuvres de Jean-Sébastien Bach).

20. Le terme « hasard » provient de l'arabe. Il désigne à la fois la fleur et le dé, car des motifs de fleurs apparaissaient jadis sur les dés.

De tout temps, l'homme a tenté de représenter le monde. L'étude de la perspective lui a apporté un élément de solution. Elle est exploitée dans de nombreux domaines : géographie[21], médias, infographie, design, ingénierie, architecture, photographie, cinéma, théâtre, peinture, etc. À la Renaissance, l'introduction de la perspective a révolutionné le domaine des arts. Ici, l'élève remarquera que ce sont les artistes qui ont influencé les mathématiciens. Il pourra également s'intéresser aux techniques et aux instruments élaborés par Desargues, Dürer et Léonard de Vinci. Différentes branches de la géométrie ont été développées à cette époque : la géométrie projective (Desargues), la géométrie analytique (Descartes) et, plus tard, la géométrie descriptive[22] (Monge). De plus, l'élève se sensibilisera à l'explosion des connaissances que la Renaissance a apportée dans d'autres domaines de l'activité humaine.

En développant son sens spatial et son sens de la mesure, l'élève pourra découvrir qu'Archimède a mené plusieurs travaux sur l'aire et le volume (ex. le problème des couronnes résolu par preuve indirecte). Par ailleurs, il sera à même de visualiser, développer ou construire les treize solides archimédiens conçus à partir des cinq solides platoniciens : tétraèdre, hexaèdre (cube), octaèdre, dodécaèdre, icosaèdre. Il apprendra que cinq des solides archimédiens sont obtenus en sectionnant les solides platoniciens et que Platon associait l'univers au dodécaèdre et les quatre éléments – le feu, la terre, l'eau et l'air – aux autres solides. Plus tard, Kepler a tenté de représenter les distances relatives entre les planètes en inscrivant les solides platoniciens dans des sphères concentriques avant d'en arriver aux trajectoires elliptiques. Par ailleurs, l'élève pourra exploiter le tangram et les polyominos dont les pentominos dans leur version bidimensionnelle ou tridimensionnelle.

L'élève pourra également découvrir que le théorème attribué à Pythagore a été démontré de nombreuses façons, soit par Euclide, par les Chinois, par les Arabes, par le président américain Garfield, etc. Le fait de comparer quelques-unes de ces démonstrations renforce l'idée que plus d'une solution est possible pour résoudre un problème et incite à explorer plus d'une piste au moment de valider une conjecture.

21. Par exemple, les projections orthogonales cotées nous donnent les courbes de niveau, et la projection de Mercator nous donne une représentation du monde.
22. Elle est utilisée principalement par des concepteurs, dont les architectes et les ingénieurs.

Séquence *Culture, société et technique*

La mathématique ne connaît pas de frontières raciales ou géographiques; pour la mathématique, le monde de la culture ne forme qu'un seul pays.
David Hilbert

Sont ici présentés des *concepts* et des *processus* mathématiques liés à l'arithmétique, à l'algèbre, aux probabilités, à la statistique, à la géométrie et aux graphes qui constituent les objets d'enseignement et d'apprentissage propres à la séquence et auxquels s'ajoutent des *éléments de méthode* et des *repères culturels*. De plus, à l'annexe E sont rassemblées des pistes d'exploration qui permettent à l'élève d'observer des propriétés, d'émettre des conjectures et de les valider ou les exploiter dans l'exercice de ses compétences.

Comme son nom le suggère, la séquence *Culture, société et technique* vise à développer chez l'élève une culture mathématique[23] pour qu'il apprécie les liens entre la mathématique et les autres pans de la culture ainsi que sa contribution à l'évolution de la société. Elle lui procure des outils qui l'aident à accroître sa capacité d'analyse, à envisager différentes possibilités, à prendre des décisions éclairées, à étayer ses raisonnements, à prendre position au regard de différents enjeux. Elle lui permet de parfaire sa formation de base et de poursuivre le développement de sa formation citoyenne. Elle le rend apte à s'intégrer dans la société et le prépare à poursuivre soit des études supérieures dans différentes sphères d'activité ou des études dans les domaines de la formation professionnelle et de nombreuses techniques.

Outre la poursuite du développement de ses compétences mathématiques et l'appropriation de nouveaux concepts et processus, l'élève engagé dans cette séquence approfondit sa compréhension des concepts construits antérieurement. Aussi importe-t-il de lui permettre d'exploiter ses connaissances antérieures et d'aborder les éléments de contenu de façon à mettre à profit leur enrichissement mutuel. Un accent est mis sur la consolidation et l'intégration des savoirs dans des activités variées : manipulations, explorations, simulations, jeux, recherches, présentations, débats, analyses d'articles de journaux ou de publicités, rencontres avec des personnes-ressources, visites de la ville, de la région, de musées, de centres d'interprétation ou d'entreprises, etc. Placé dans des situations qui le conduisent à interpréter la réalité, à généraliser, à anticiper et à prendre des décisions, l'élève a l'occasion de mettre en œuvre ou de développer son aptitude à observer, à concevoir, à gérer, à optimiser, à faire des choix, à convaincre, etc. Les activités qui lui sont proposées sont généralement concrètes et pratiques. Toutefois, le passage du concret à l'abstrait et l'application des objets mathématiques à des situations concrètes amèneront l'élève à voir leur efficience et à poser un regard mathématique sur diverses situations. De plus, l'élève met à profit la technologie pour représenter ou traiter un grand nombre de données et faciliter les calculs fastidieux.

L'élève exploite ses compétences et ses savoirs mathématiques dans divers contextes liés aux domaines généraux de formation. Il est amené à poser un regard critique, éthique et esthétique sur le monde qui l'entoure. Il s'intéresse aux contextes social, économique, artistique, technique ou, à l'occasion, scientifique dans lesquels il sera placé autant dans sa vie personnelle que sa vie professionnelle. Par exemple :

– santé et bien-être : habitudes de vie, alimentation, fonctionnement du corps humain, soins de santé, activités physiques et sports;
– consommation : finances personnelles, contraintes liées à la production, coûts liés à la consommation, design, publicité;

23. On retient la définition de « culture mathématique » donnée par l'Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE) dans le cadre du Programme for International Student Assessment (PISA), *Mesurer les connaissances et compétences des élèves. Un nouveau cadre d'évaluation* : « La culture mathématique (mathematical literacy) est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre les divers rôles joués par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie présente et future en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi. » (p. 54)

- environnement : aménagement (organisation, plan, structure), gestion des ressources, biodiversité, pollution, croissance ou décroissance de population;
- orientation et entrepreneuriat : conception, planification, organisation, étude de marché;
- médias : présentation d'information, comparaison de présentations sur un même sujet, appréciation ou création de différentes œuvres artistiques et médiatiques;
- vivre-ensemble et citoyenneté : choix social (procédures de vote), équité et justice, diversité culturelle, sondage d'opinion, etc.

Ces exemples sont propices à la mobilisation du raisonnement proportionnel, du sens du nombre et des liens de dépendance ainsi qu'à l'exploitation des modèles probabilistes, des outils statistiques, des processus associés aux graphes et du sens spatial et de la mesure.

De plus, les repères culturels suggérés dans cette séquence présentent des aspects historiques et sociaux dans lesquels s'inscrit l'évolution de la mathématique. Ils offrent également des exemples de contextes qu'il est possible d'exploiter pour amener l'élève à construire ses concepts et processus.

Qu'elles soient réelles, réalistes, fantaisistes ou purement mathématiques, les situations proposées de concert avec les savoirs mathématiques mobilisés conduisent l'élève à développer un éventail d'outils pour observer des phénomènes, se questionner, exercer son esprit critique, faire appel à son intuition et à sa pensée créatrice. Il évolue alors à travers différents contextes où son sens de l'observation et sa capacité d'analyse sont sollicités pour dégager des informations, choisir un mode de pensée ou un modèle mathématique, émettre des conjectures, mobiliser des stratégies ou envisager différentes possibilités. De plus, il est incité à justifier les étapes de son raisonnement ou de sa démarche en s'appuyant sur des arguments mathématiques ou des opinions fondées.

À la première année de la séquence, l'accent est mis sur l'analyse de situations et le traitement de données. L'élève observe ces données, les représente, les interprète et les analyse à l'aide de ses outils mathématiques afin de les généraliser, de porter un jugement, de tirer des conclusions ou de prendre des décisions. À la deuxième année, il consolide ses savoirs et les exploite afin notamment d'exercer son jugement critique, d'anticiper des résultats et d'optimiser des situations. À la fin du cycle, il est en mesure d'expliquer, de décrire, d'argumenter, de déduire et de justifier. Il s'initie aux rudiments de l'enchaînement des étapes d'un raisonnement déductif sans que l'accent soit mis sur la démonstration dite formelle. Enfin, au cours de cette dernière année, l'élève est convié à mobiliser l'ensemble de ses savoirs mathématiques, sa créativité et ses habiletés dans une activité synthèse d'envergure. Une présentation de cette activité est faite à la section suivante.

L'élève engagé dans cette séquence dispose de plusieurs occasions de s'ouvrir sur le monde. Elle lui offre une formation qui le sensibilise à de nombreuses attitudes et aptitudes fortement sollicitées dans notre société. Il développe ainsi des compétences qui le prédisposeront à œuvrer efficacement dans un monde en évolution et à agir en citoyen avisé.

Activité visant la synthèse des apprentissages mathématiques au cours de la troisième année du cycle

Au cours de la troisième année du cycle, l'élève engagé dans la séquence *Culture, société et technique* a l'occasion d'intégrer de façon particulière ses savoirs mathématiques en mettant à profit sa pensée créatrice, son jugement critique et son entrepreneuriat dans le cadre d'une activité synthèse qui, au besoin, pourra être mise en branle dès le début de la troisième année. Cette activité a pour objectif d'amener l'élève à apprécier l'omniprésence de la mathématique, à prendre conscience de l'apport des compétences mathématiques dans la réalisation de différentes tâches, à faire preuve de persévérance et d'autonomie. Elle doit donc faire appel à toutes les compétences et à tous les champs de la mathématique. Une dizaine d'heures en classe sont prévues dans le programme pour la réalisation de cette activité.

Pendant cette dernière année d'apprentissages liés à cette séquence, l'élève interprète des situations issues de la réalité, généralise, anticipe et prend des décisions en mettant à profit différents processus d'optimisation. En arithmétique et en algèbre, il cherche la solution la plus avantageuse ou la solution optimale.

Activité visant la synthèse des apprentissages mathématiques au cours de la troisième année du cycle (*Suite*)

Le calcul des probabilités et la détermination de l'espérance mathématique l'aident à évaluer des risques et à faire des choix. Les outils statistiques lui permettent de traiter des données et de tirer des conclusions. De plus, le développement du sens spatial et des savoirs géométriques l'aide à déterminer des mesures et à optimiser certaines situations de conception.

Exemples

Pour un budget réel ou fictif, l'élève peut être invité soit à concevoir un objet ou un produit, soit à contribuer à l'organisation d'un événement d'envergure ou autre (ex. bal, voyage, spectacle, exposition) en considérant, selon le besoin, des actions telles que les suivantes :

- Planifier et organiser les tâches à réaliser
- Établir des plans, des devis et une maquette
- Élaborer un budget
- Optimiser la forme et l'emballage
- Déterminer une clientèle cible
- Soumettre quelques prototypes à une étude de marché
- Établir des prédictions et anticiper
- Définir les contraintes de production et de mise en marché
- Établir un plan d'affaires
- Comparer des sources de financement
- Créer un réseau de distribution
- Soumettre des rapports de production, d'étude de marché, etc.
- Faire une promotion
- Produire un bilan

Suggestions de production

La production peut prendre plusieurs formes selon les objectifs poursuivis. Cependant, dans tous les cas, la démarche de réalisation de l'activité doit être explicitée.

- Tenue d'un journal de bord « mathématique » présentant la mise en œuvre des savoirs mathématiques dans la réalisation de l'activité synthèse, remise d'un rapport ou d'un bilan, etc.

Note : L'enseignant peut proposer diverses façons de présenter les résultats de l'activité : devant la classe, au cours d'une exposition ou en entrevue individuelle.

Manifestations attendues au regard des compétences

À l'intérieur de son activité synthèse, l'élève met à profit son aptitude à résoudre des situations-problèmes, ses savoirs mathématiques liés aux champs mathématiques ainsi que ses aptitudes à représenter, à modéliser et à optimiser. Il fait preuve de persévérance et d'autonomie dans la réalisation de cette activité. Il exploite différentes stratégies pour la planifier, l'organiser, l'élaborer ainsi que pour gérer les différentes ressources nécessaires à sa réalisation.

L'élève fait appel à diverses stratégies et à différents raisonnements mathématiques à toutes les étapes de l'activité. Il met en évidence son raisonnement en présentant les savoirs en jeu et les liens établis, en émettant des conjectures et, finalement, en justifiant ses choix concernant les étapes qu'il a suivies et les conclusions qu'il en a tirées.

L'élève témoigne de son aptitude à communiquer à l'aide du langage mathématique en mettant à profit ses savoirs liés aux différents champs de la discipline. Il recourt à différents moyens et stratégies pour présenter, adapter, gérer et organiser sa communication. Il représente les informations en exploitant les registres de représentation sémiotique les plus appropriés. Par exemple, il présente un rapport dans lequel il décrit les éléments constitutifs de son activité synthèse de même que les concepts et les processus sollicités, en explique les étapes et formule ses conclusions.

Évaluation

L'évaluation de l'activité peut être réalisée par l'enseignant, par l'élève, par ses pairs ou par toutes ces personnes. Par ailleurs, l'enseignant peut s'inspirer des critères énoncés dans le programme pour établir ceux qui conviennent à l'activité. Ces critères doivent toutefois être connus de l'élève. L'appréciation de l'activité sera considérée dans l'évaluation d'une ou de plusieurs compétences, selon le cas.

Arithmétique et algèbre

Les interrelations entre l'algèbre et la géométrie deviennent plus intelligibles par l'usage des coordonnées.
René Descartes

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance	
Concepts de la 2e année du cycle	**Processus**
– Expression algébrique • Inéquation du premier degré à deux variables – Relation, fonction et réciproque • Fonction réelle : polynomiale de degré inférieur à 3, exponentielle, périodique, en escalier, définie par parties – Système • Système d'équations du premier degré à deux variables	– Analyse de situations liées à des contextes économiques (ex. finances personnelles), sociaux, techniques ou scientifiques, ou encore à la vie quotidienne • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation graphique à l'aide de fonctions réelles • Modélisation d'une situation - Représentation d'une situation à l'aide d'une table de valeurs, algébriquement dans certains cas et graphiquement avec ou sans soutien technologique - Description des propriétés des fonctions réelles à l'aide d'une représentation graphique : domaine, image (codomaine), croissance, décroissance, extrémums, signe, coordonnées à l'origine • Comparaison de représentations graphiques • Interpolation et extrapolation de données liées à la situation, notamment à l'aide d'un graphique ou de la technologie (tableur ou calculatrice à affichage graphique) • Résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables • Prise de décisions au besoin, selon le contexte
Concepts de la 3e année du cycle	**Processus**
– Système • Système d'inéquations du premier degré à deux variables - Polygone de contraintes - Fonction à optimiser (fonction *objectif* ou *économique*)	– Analyse, optimisation d'une situation et prise de décisions à l'aide de la programmation linéaire • Représentation d'une situation à l'aide d'un système d'inéquations du premier degré à deux variables • Reconnaissance et définition de la fonction à optimiser • Représentation graphique de la situation à optimiser à l'aide d'un polygone de contraintes fermé ou non • Calcul des coordonnées des sommets de la région-solution à partir des systèmes d'équations associés à la situation • Détermination, à partir d'un ensemble de possibilités, de la ou des meilleures solutions pour une situation donnée • Validation et interprétation de la solution selon le contexte • Modification des conditions de la situation pour la rendre plus efficiente, au besoin

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance (*Suite*)
Note : Dans les situations où l'élève doit déterminer la valeur de l'exposant, il utilise un graphique, une table de valeurs ou la technologie. Dans le cas des fonctions réelles, l'élève différencie, reconnaît et analyse différentes familles de fonctions. On lui présente des situations qui font appel à des fonctions réelles se ramenant aux règles suivantes : fonction quadratique $f(x) = ax^2$, fonction exponentielle $f(x) = ab^x$ où $a \neq 0$ et $b > 0$. Pour les autres fonctions, on peut le confronter à des règles dont il est en mesure de calculer des valeurs, de représenter graphiquement et d'analyser les propriétés, mais sans que la représentation algébrique de la situation ne soit exigée. Dans le cas de situations concernant les finances personnelles, différents aspects peuvent être pris en compte : – les types de revenus, tels que les types de rémunérations, de salaires, de commissions, de contrats et de pourboires; – les différents impôts et taxes, tels que l'impôt sur le revenu, l'impôt foncier et les retenues fiscales; – les types de financement, tels que les options d'achat, le prêt personnel, l'hypothèque et les frais de financement; – les coûts de certains services, tels que le téléphone ou l'électricité.

Éléments de méthode

À l'intérieur de la séquence *Culture, société et technique*, les concepts et processus arithmétiques et algébriques acquis antérieurement servent de tremplin aux nouveaux apprentissages et permettent d'établir divers liens. Les concepts associés aux nombres réels, aux expressions équivalentes, à la relation d'inégalité, à la fonction et au système ainsi que les processus liés au raisonnement proportionnel et aux manipulations numériques et algébriques sont mobilisés et approfondis. Des situations soumises à l'élève assurent leur consolidation et leur intégration. De plus, les situations présentées introduisent de nouveaux concepts et processus qui lui permettront de développer sa pensée algébrique et ses compétences mathématiques. Il est appelé à traiter des données, dégager l'information voulue, déterminer des modèles, analyser des situations et prendre des décisions judicieuses basées sur des arguments mathématiques.

Deuxième année du cycle

Dans le cadre de cette séquence, l'accent est mis sur la représentation, l'analyse et l'interprétation de situations pouvant être traduites sous forme de fonctions. L'élève met à profit différents registres de représentation sémiotique pour analyser une situation donnée. Il étudie des fonctions réelles afin de pouvoir caractériser les différents types de liens de dépendance qui existent entre deux quantités. De plus, l'utilisation des outils technologiques lui permet d'explorer, d'examiner, de décrire et d'expliquer des relations entre des variables. Il explore des situations pour lesquelles les liens ne sont pas nécessairement linéaires comme dans le cas des modèles exponentiel, rationnel, quadratique ou en escalier. Il observe des régularités et il distingue entre la croissance linéaire (progression arithmétique) et la croissance exponentielle (progression géométrique), par exemple dans des situations qui concernent la croissance d'une population. Placé devant des situations où il doit considérer simultanément plusieurs fonctions ou options, il apprend à les traduire au moyen de systèmes d'équations linéaires qu'il peut résoudre de différentes façons : algébriquement par la méthode de son choix (comparaison, substitution ou réduction), graphiquement ou à l'aide d'une table de valeurs. Il est possible que ces situations soient sans solution ou qu'elles comportent une ou plusieurs solutions ou encore une infinité de solutions. L'élève dégage les caractéristiques de ces différents systèmes tant au point de vue des paramètres que sur le plan graphique.

Les réalités économiques ayant trait aux finances personnelles (coûts liés à la consommation, revenus, impôts), aux taux de change, à la dépréciation ou à l'augmentation de la valeur de certains biens offrent à l'élève l'occasion de réinvestir son sens du nombre, de recourir au raisonnement proportionnel, de développer sa pensée algébrique, d'approfondir les registres de représentation et d'accentuer sa maîtrise des modèles fonctionnels (linéaire, exponentiel, en escalier, défini par parties). Dans les situations qui lui sont présentées, il doit être en mesure d'extrapoler, de prendre des décisions en fonction du modèle choisi et de différents facteurs (ex. influence de la période de traitement et du taux d'intérêt), et enfin, de justifier ses choix.

Troisième année du cycle

Dans la dernière année du cycle, l'élève met à profit un ensemble de concepts et de processus issus des différents champs mathématiques. Il fait appel à ses habiletés à transposer une situation à l'aide d'équations ou d'inéquations et à manipuler des expressions algébriques. Il représente le système associé dans le plan cartésien en recourant à la géométrie analytique. Dans le cas de situations à optimiser, il détermine les valeurs des variables de décision dans la fonction qui optimise (minimise ou maximise) une situation soumise à un ensemble de contraintes. Pour faciliter sa prise de décisions, il construit un modèle à l'aide de la programmation linéaire. Il traduit les différentes contraintes à l'aide d'un système d'inéquations à deux variables et définit algébriquement la fonction à optimiser. Il représente graphiquement la situation, ce qui lui permet d'observer le polygone de contraintes ou la région-solution. Pour déterminer les coordonnées des sommets, il mobilise ses savoirs algébriques en relation avec la résolution de systèmes d'équations.

Au cours de cette dernière année, l'élève est invité à réinvestir ses savoirs arithmétiques et algébriques dans différentes situations et plus particulièrement dans la réalisation de son activité synthèse.

Probabilités

[…] dans le petit nombre de choses que nous pouvons savoir avec certitude […], les principaux moyens de parvenir à la vérité […] se fondent sur les probabilités.
Pierre Simon de Laplace

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens des données issues d'expériences aléatoires	
Concepts de la 2e année du cycle	**Processus**
– Probabilité subjective – Équité • Chance • Espérance mathématique	– Analyse et prise de décisions concernant des données probabilistes • Distinction entre probabilité théorique, probabilité fréquentielle et probabilité subjective • Distinction entre probabilité et chance • Approximation et prédiction de résultats • Calcul et interprétation de l'espérance mathématique
Concepts de la 3e année du cycle	**Processus**
– Probabilité conditionnelle	– Analyse et prise de décisions concernant des données probabilistes • Distinction entre des événements mutuellement exclusifs, non mutuellement exclusifs, indépendants et dépendants • Représentation d'événements à l'aide, notamment, de tableaux, d'arbres ou de diagrammes de Venn • Calcul d'une probabilité conditionnelle • Interprétation du résultat – Prise de décisions concernant des contextes de choix social • Dénombrement et énumération des possibilités • Comparaison et interprétation de différentes procédures de vote
Note : Dans les cas de dénombrement, l'introduction de la notation factorielle est facultative. Elle simplifie l'écriture de certaines opérations. L'usage de la technologie s'avère ici un outil efficace. L'élève devrait être en mesure de dénombrer les situations faisant appel aux arrangements et aux combinaisons à l'aide d'une représentation graphique. La recherche et l'utilisation des formules de dénombrement ne sont pas au programme de cette séquence. Dans le cas de l'agrégation (mise en commun) des préférences, les situations se limitent à quatre « candidats » tout au plus. L'élève compare et analyse notamment la règle de la majorité, la règle de la pluralité, la méthode de Borda, le principe de Condorcet, le vote par assentiment et le vote par élimination. Se référer à l'annexe E.	

Éléments de méthode

À l'intérieur de la séquence *Culture, société et technique*, les concepts et processus associés aux probabilités acquis antérieurement servent de tremplin aux nouveaux apprentissages et permettent d'établir divers liens. Les concepts de variable aléatoire (discrète et continue), d'univers des possibles, de probabilité et d'événement ainsi que les processus liés au dénombrement et au calcul de probabilités sont mobilisés et approfondis dans les situations soumises à l'élève, assurant ainsi leur consolidation et leur intégration. De plus, les situations présentées, les concepts introduits ainsi que les processus qui leur sont associés permettront à l'élève d'exploiter ses compétences et de développer sa pensée probabiliste. Il les exploite afin de traiter des données issues d'expériences aléatoires, de déterminer des modèles, d'analyser des situations, de développer son sens critique à l'égard des affirmations qui lui sont proposées, de formuler des prédictions et de prendre des décisions judicieuses basées sur des arguments mathématiques.

Deuxième année du cycle

Dans cette séquence, l'élève consolide ses acquis et approfondit ses savoirs en ce qui concerne les probabilités en réalisant, entre autres, des expérimentations. Il représente une situation par un modèle qui s'approche de la situation réelle et analyse les données recueillies comme s'il s'agissait de données réelles. Il peut réaliser des simulations avec ou sans l'apport de la technologie. Dans les messages et les discours, il distingue les probabilités subjectives[24] des probabilités théoriques ou fréquentielles. Il interprète et distingue différents rapports : la probabilité d'un événement et les *chances pour* ou les *chances contre*. Il recourt au concept d'espérance mathématique afin de déterminer si un jeu est équitable ou pour juger de l'éventualité d'un gain ou d'une perte. Grâce à une telle analyse, il peut modifier certains paramètres afin de rendre la situation équitable ou d'optimiser un gain ou une perte en fonction des objectifs.

Troisième année du cycle

Dans le calcul des probabilités d'événements composés, l'élève est placé devant des situations comportant une restriction sur l'univers des résultats possibles. Il construit le concept de probabilité conditionnelle lorsqu'il cherche à calculer la probabilité qu'un événement se réalise sachant qu'un autre s'est déjà produit. Il importe qu'il cerne bien la situation et qu'il utilise une représentation qui lui permettra de l'interpréter correctement en déterminant la dépendance des événements. Il apprend également à faire la distinction entre des événements incompatibles et des événements indépendants. Les différentes situations rencontrées lui permettent de s'approprier et d'exploiter le langage ensembliste. Il se réfère aux diagrammes de Venn, aux arbres ou aux schémas comme à des outils de compréhension et de communication. Il crée des liens avec quelques connecteurs logiques dont *et* et *ou*. Il est amené à anticiper des résultats, à commenter des comportements ou des croyances et à prendre des décisions, qu'il explique ou justifie à l'aide des différents concepts probabilistes afin de développer son esprit critique.

Des modèles mathématiques sont employés aussi dans des situations sociales, politiques et économiques. Outre les modèles assurant une répartition équitable[25] des catégories de membres au sein d'organismes représentatifs, d'autres modèles ou procédures de vote favorisent une mise en commun (agrégation) des préférences individuelles et éclairent les choix à faire pour satisfaire le plus grand nombre. En exploitant son sens du nombre et son sens des opérations, en recourant au dénombrement et au raisonnement proportionnel, en faisant usage des pourcentages et de la moyenne pondérée, l'élève sera encouragé à comparer les différents modèles et à analyser les difficultés qu'ils présentent de même que les paradoxes qu'ils soulèvent.

De plus, à la dernière année du cycle, l'élève exploite ses savoirs liés aux probabilités dans la réalisation de son activité synthèse.

24. On utilise la probabilité subjective dans les cas où il est impossible de calculer la probabilité théorique ou fréquentielle. On fait alors appel au jugement, à la perception ou à l'expérience. Par exemple, la météo fait appel à des évaluations subjectives de probabilité.
25. Il peut s'agir, par exemple, de la constitution d'un conseil étudiant représentatif des élèves de toutes les classes, de la répartition des sièges dans différents parlements, du partage ou de l'allocation de biens et de ressources dans un héritage.

Statistique

La statistique est le seul outil permettant d'effectuer une percée dans le formidable enchevêtrement de difficultés qui barre le passage à ceux qui sont en quête de la connaissance de l'Homme.
Sir Francis Galton

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens des données tirées de relevés statistiques	
Concepts de la 2e année du cycle	**Processus**
– Distribution à un caractère • Mesure de position : rang centile • Mesure de dispersion : écart moyen – Distribution à deux caractères • Corrélation linéaire - Coefficient de corrélation - Droite de régression	– Analyse à l'aide d'outils appropriés et prise de décisions concernant des situations qui comportent une distribution à un ou deux caractères • Organisation et choix de certains outils permettant de recueillir des données issues d'une population ou d'un échantillon ou d'en rendre compte - Construction de tableaux de distribution dont ceux à deux caractères - Représentations graphiques : diagramme à tige et à feuilles, nuage de points - Calcul de mesures de dispersion et de position - Approximation et interprétation du coefficient de corrélation - Représentation de la droite de régression à l'aide d'une règle ou d'un graphique - Interpolation ou extrapolation à l'aide de la droite de régression
Note : Dans l'analyse et l'interprétation d'une distribution, la compréhension de l'écart moyen doit primer et non les calculs. Dans l'étude de la corrélation, l'analyse et la communication doivent primer et non les calculs. Le coefficient de corrélation est approximé au moyen d'une méthode graphique (méthode du rectangle englobant les données) et, si la valeur est nécessaire, elle est déterminée au moyen de la technologie. Selon la situation, l'élève peut être amené à observer que certains modèles de corrélation ne sont pas linéaires.	

Éléments de méthode

À l'intérieur de la séquence *Culture, société et technique*, les concepts et processus associés à la statistique acquis antérieurement servent de tremplin aux nouveaux apprentissages et permettent d'établir divers liens. Les concepts de population et d'échantillon de même que les processus associés à la collecte et au traitement de données (méthodes d'échantillonnage, diagrammes et mesures statistiques) sont mobilisés et approfondis. Des situations soumises à l'élève en permettent la consolidation et l'intégration. De plus, les situations présentées introduisent de nouveaux concepts et processus grâce auxquels il peut poursuivre le développement de sa pensée statistique et de ses compétences mathématiques. Il les exploite afin de traiter des données tirées de relevés statistiques, de poser des questions pertinentes, de déterminer des modèles, de communiquer une analyse, de développer son sens critique, de formuler des prédictions et de prendre des décisions judicieuses basées sur des arguments mathématiques.

Deuxième année du cycle

Dans cette séquence, l'élève poursuit son apprentissage de la statistique descriptive et apprend à faire intuitivement quelques inférences. À l'instar des probabilités, la statistique est un outil qui contribue à la prise de décisions. Pour répondre à des questions d'ordre pratique ou social, l'élève recueille des données, les organise, les représente et détermine différentes mesures. Il choisit le diagramme qui convient le mieux à la distribution et aux informations qu'il veut représenter. Il vérifie si la distribution contient des données aberrantes (ou extrêmes) susceptibles d'influencer certaines mesures et ses conclusions. Il est aussi attentif aux biais qui pourraient, tout au long du processus, nuire à la fiabilité de l'étude. Il les relève et les corrige, s'il y a lieu. Pour analyser et comparer des distributions, il observe leur forme et utilise les mesures de tendance centrale et de dispersion appropriées[26]. Il dégage les avantages et les limites des différentes mesures de dispersion : étendue, étendue interquartile, écart moyen.

Précédemment, pour développer le sens des liens de dépendance, l'élève a entrepris de façon implicite et expérimentale l'étude de distributions statistiques à deux caractères par l'introduction du nuage de points et de l'estimation de la droite de régression. L'analyse du nuage de points permet non seulement de se renseigner sur la corrélation entre les variables, mais aussi de la caractériser. Ce diagramme est représenté à partir d'un tableau de distribution à deux caractères présentant les résultats tirés d'un relevé fourni ou d'une expérience réalisée. L'élève apprend à interpréter qualitativement la corrélation : positive ou négative, nulle, forte ou faible, parfaite ou imparfaite. Il évalue approximativement le coefficient de corrélation à l'aide d'une méthode graphique et calcule, au besoin, sa valeur à l'aide de la technologie. L'analyse et l'interprétation des situations sont importantes. L'élève est sensibilisé au fait que même si la corrélation est forte, cela ne signifie pas nécessairement qu'il existe un lien de causalité. En effet, cette relation apparente peut être aussi fortuite ou liée à un troisième facteur.

Dans le cas de la corrélation linéaire, l'élève trace la droite la mieux ajustée en tenant compte des données aberrantes (ou extrêmes), détermine la règle de cette droite et fait des extrapolations. Il est amené à prendre conscience que la fiabilité de l'interpolation ou de l'extrapolation dépend du degré de dépendance entre les deux caractères. Pour tracer cette droite ou déterminer son équation, il peut réinvestir les concepts de médiane ou de moyenne selon qu'il effectue son ajustement à l'aide des méthodes de la droite médiane-médiane ou de la droite de Mayer[27]. Il peut aussi utiliser la technologie. L'étude de la méthode des moindres carrés n'est toutefois pas au programme de cette séquence.

Troisième année du cycle

À la dernière année du cycle, l'élève réinvestit ses savoirs liés à la statistique dans différentes situations et plus particulièrement dans la réalisation de son activité synthèse.

26. Pour caractériser une distribution, on utilise habituellement deux mesures statistiques : une mesure de tendance centrale et une mesure de dispersion. Le couple le plus utilisé est celui formé de la moyenne et de l'écart type, mais on utilise aussi la médiane et l'intervalle interquartile dans le cas où la distribution est asymétrique. Dans la séquence *Culture, société et technique*, l'écart type n'est pas au programme. L'élève analyse la distribution à l'aide de l'écart moyen.
27. La méthode de la droite médiane-médiane consiste à partager les données en trois groupes (les premier et troisième groupes doivent avoir le même nombre de données), à calculer les médianes de chacun des groupes et à tracer la droite qui passe par le point moyen de ces trois médianes et qui est parallèle à la droite qui passe par les première et troisième médianes. Pour construire la droite de Mayer, on partage les données en deux groupes et on calcule les coordonnées des points moyens pour chaque groupe. On trace la droite qui passe par ces deux points.

Géométrie et graphes

Ubi materia, ibi geometria
Où est la matière est aussi la géométrie.
Johannes Kepler

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens spatial et figures géométriques	
Concepts de la 2e année du cycle	**Processus**
– Géométrie analytique • Accroissement : distance, pente, point de partage • Droite et demi-plan - Droites parallèles et perpendiculaires – Mesure • Relations dans le triangle : sinus, cosinus, tangente, loi des sinus, formule de Héron	– Analyse de situations • Modélisation et représentation d'une situation à l'aide d'une droite ou d'un demi-plan graphiquement ou algébriquement • Recherche de mesures manquantes ou de positions mettant à profit des propriétés de figures ou des relations métriques ou trigonométriques - Angles d'un triangle - Longueurs ▪ Côté d'un triangle rectangle, hauteur relative à l'hypoténuse ▪ Côté d'un triangle ▪ Segment situé dans un plan cartésien ou distance entre deux points - Aires ▪ Triangles et quadrilatères - Coordonnées de points
Concepts de la 3e année du cycle	**Processus**
– Figures équivalentes	– Analyse de situations • Observation de transformations géométriques dans le plan cartésien - Représentation graphique et interprétation d'une règle • Recherche de mesures manquantes : positions, angles, longueurs, aires, volumes, mettant à profit des figures isométriques, semblables ou équivalentes ainsi que des propriétés des figures, des transformations géométriques et des relations métriques ou trigonométriques • Optimisation dans différents contextes tels que la conception d'objets et les situations économiques - Comparaison et calcul de distances - Choix de la figure appropriée pour respecter les contraintes données

Note : L'équation de la droite sous la forme symétrique et la loi des cosinus ne sont pas au programme de la séquence *Culture, société et technique*.
Les transformations géométriques observées ou représentées sont notamment la translation, l'homothétie centrée à l'origine, la réflexion par rapport à l'axe des abscisses et à l'axe des ordonnées ainsi que la dilatation ou la contraction. La rotation centrée à l'origine dont l'angle de rotation est un multiple de 90° est facultative.

Éléments de méthode

À l'intérieur de la séquence *Culture société et technique*, les concepts et processus associés à la mesure et à la géométrie acquis antérieurement servent de tremplin aux nouveaux apprentissages et permettent d'établir divers liens. Les concepts associés aux figures planes, aux solides, aux isométries, aux similitudes et aux projections ainsi que les processus liés à la représentation ou à la construction de figures ou encore à la détermination et à la déduction de mesures manquantes sont mobilisés et approfondis. Des situations soumises à l'élève permettent d'en assurer la consolidation et l'intégration. De plus, les situations présentées introduisent de nouveaux concepts et processus grâce auxquels il peut poursuivre le développement de sa pensée géométrique et de ses compétences mathématiques. Il les exploite à plusieurs fins : traiter des données; gérer diverses situations (associées à la consommation, à l'aménagement, à l'analyse d'œuvres d'art ou de structures, à la conception, à la construction, à l'arpentage, à l'optimisation ou à l'utilisation d'instruments) qui font à appel à son sens pratique, critique et esthétique; déterminer des modèles et des mesures; analyser des situations; et prendre des décisions judicieuses basées sur des arguments mathématiques.

Deuxième année du cycle

En s'appuyant sur ses acquis, l'élève est en mesure, par l'exploration, d'établir les conditions minimales pour obtenir des triangles isométriques et semblables. Il met à profit ces propriétés en vue de déterminer des mesures manquantes. En mobilisant les raisonnements proportionnel et géométrique à l'aide, notamment, de la relation de Pythagore et des propriétés des triangles semblables, l'élève déduit différentes mesures dans le triangle. En abaissant la hauteur issue de l'angle droit d'un triangle rectangle, il reconnaît les triangles semblables et établit des proportions. Il déduit ainsi des relations métriques dans le triangle rectangle. De plus, à partir de triangles semblables, il est amené à s'approprier les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle. Selon les informations fournies, il peut calculer la hauteur d'un triangle à l'aide du rapport sinus et, par extension, déterminer son aire; il peut aussi faire appel à la loi des sinus ou appliquer la formule de Héron.

La géométrie analytique fait le pont entre la géométrie et l'algèbre. Elle permet à l'élève d'intégrer à ses savoirs le concept d'accroissement pour calculer entre autres la distance entre deux points, la pente et les coordonnées d'un point de partage. Il détermine ainsi l'équation d'une droite à l'aide de la pente et d'un point ou à l'aide de deux points. Il explore la position relative de deux droites dans le plan et dégage des régularités. Il exploite le raisonnement proportionnel et le concept d'accroissement pour établir les coordonnées qui partagent un segment dans un rapport donné. Il les détermine en additionnant respectivement à chacune des coordonnées du point de départ la fraction de l'accroissement horizontal et vertical.

Les pistes d'exploration que l'on trouve en annexe sont indiquées à titre d'exemples de conjectures que l'élève pourrait être amené à émettre à la suite de l'exploration de familles de figures. On peut les lui proposer pour qu'il exerce son raisonnement dans un contexte géométrique. Les propriétés étudiées, sans pour autant que l'élève les ait démontrées, doivent constituer des conclusions qu'il est amené à établir à partir d'activités d'exploration qui sollicitent, entre autres, son sens spatial ainsi que sa connaissance des propriétés des transformations géométriques. Ces énoncés l'aident à justifier sa démarche lorsqu'il résout une situation-problème ou lorsqu'il déploie un raisonnement mathématique. Afin de l'amener à mieux maîtriser le raisonnement déductif, on lui montre, à partir de situations adaptées à cette séquence, comment déduire certaines propriétés à l'aide d'un raisonnement organisé qui s'appuie sur des définitions ou d'autres propriétés déjà établies.

Troisième année du cycle

Au cours de la dernière année du cycle, l'élève utilise ses savoirs géométriques pour concevoir et représenter des objets. Il observe et analyse quelques transformations géométriques dans le plan cartésien. Il découvre les règles qui permettent d'associer un point initial à son image. Il trace l'image d'une figure à partir d'une règle ou en prédit l'effet. Il peut définir une règle pour créer une transformation. Il approfondit ainsi les concepts d'isométrie, de similitude et de fonction, perçoit la façon dont les images sont programmées dans les animations en infographie et peut réaliser différentes transformations à partir des figures qu'il a créées.

L'élève utilise le concept de figures équivalentes[28] pour rechercher certaines mesures. Il en dégage les principales propriétés et établit des liens entre les aires totales et les volumes des solides. Il compare des figures équivalentes et détermine celle qui convient le mieux pour respecter certaines conditions (ex. maximiser ou minimiser l'espace). Par exemple, dans des situations d'optimisation, il évalue quelle est la forme la plus économique d'un contenant ou d'un emballage pour un volume donné, en tenant compte de conditions telles que la facilité de rangement. Il peut calculer le rapport entre le volume et l'aire totale et observer un lien entre la valeur du rapport et la forme la plus économique. Il analyse et interprète des situations faisant appel à des instruments de mesure, à des emballages, à la photographie, aux lampes et aux ombres, etc. Il est ainsi en mesure de mettre à profit ses savoirs géométriques dans différentes situations et plus particulièrement dans la réalisation de son activité synthèse.

28. On entend par *figures planes équivalentes* des figures de même aire et par *solides équivalents* des solides de même volume.

Sens des données représentées à l’aide de graphes	
Concepts de la 3e année du cycle	**Processus**
– Graphe • Degré, distance, chaîne et cycle • Graphe : orienté, valué (pondéré)	– Analyse, optimisation et prise de décisions concernant des situations qui mettent à profit le concept de graphe • Représentation et modélisation d’une situation à l’aide d’un graphe orienté ou non, coloré ou non, valué (pondéré) ou non (y compris les arbres) • Comparaison de différents graphes • Recherche de chaînes ou de cycles eulériens et hamiltoniens, d’un chemin critique, de la chaîne la plus courte, d’un arbre de valeurs minimales ou maximales ou encore du nombre chromatique
Note : La terminologie concernant les graphes est introduite au fur et à mesure qu’ils apparaissent à l’intérieur des situations. Il ne s’agit pas de mémoriser un ensemble de définitions. Les propriétés sont également introduites à l’occasion de situations d’exploration. Certaines propriétés peuvent être démontrées, au besoin, par la mise à profit des propriétés des nombres. Quelques propriétés des graphes sont présentées à l’annexe E.	

Éléments de méthode

Troisième année du cycle

Les graphes sont des concepts à la fois simples et puissants qui constituent une ressource importante dans le développement et l’exercice des compétences mathématiques. Ils représentent les relations entre les éléments d’une structure et, en y recourant, l’élève apprend à modéliser des situations auxquelles il doit faire face dans sa vie quotidienne ou dans lesquelles il sera placé au cours de sa vie future. L’introduction à la théorie des graphes lui permet de raisonner autrement. Pour représenter une situation à l’aide d’un graphe, il doit choisir les éléments qui seront associés aux sommets et ceux qui seront associés aux arêtes. Les situations peuvent être en relation avec des planifications, des réseaux de communication ou de distribution, des circuits, des incompatibilités, des localisations, des stratégies, etc. L’élève exploite différents types de graphes selon la situation : graphes orientés ou non, colorés ou non, valués (pondérés) ou non, y compris les arbres. Pour optimiser certaines situations, il fait appel au chemin critique, à la coloration d’un graphe, aux arbres de valeurs minimales ou à la recherche de la chaîne la plus courte. Par exemple, il peut émettre des conjectures concernant le nombre minimal de couleurs, mettre à profit différents types de raisonnement pour valider ses conjectures et ainsi établir la distinction entre condition nécessaire et condition suffisante. Il élabore des algorithmes personnels et les compare avec des algorithmes simples tel que l’algorithme de Dijkstra pour la chaîne la plus courte. De plus, il peut représenter ou construire, à l’aide de graphes, des labyrinthes ou des jeux à stratégie gagnante[29]. Dans ce dernier cas, une analyse à rebours, fondée sur une représentation du résultat final du jeu à l’aide d’un graphe lui permet de déterminer quelles positions sont susceptibles de conduire à une victoire.

L’élève peut mettre à profit ses savoirs liés aux graphes dans le cadre de son activité synthèse.

29. On entend par *jeux à stratégie gagnante* les jeux à deux adversaires où chacun joue à tour de rôle et qui n’admettent pas d’égalité, par exemple le jeu de Nim (jeu des allumettes) et ses variantes ou la course à 20.

Repères culturels

Dans la plupart des sciences, une génération détruit ce que la précédente a édifié; ce que l'un a établi, l'autre le démantèle. Les mathématiques sont la seule discipline où chaque génération ajoute un étage à l'édifice ancien.
Hermann Hankel

Le développement de compétences et l'appropriation des concepts et des processus propres aux différents champs de la mathématique bénéficient d'un contact avec la culture qui lui est propre. Les connaissances mathématiques, même les plus élémentaires, appartiennent à cette culture. Elles servent à exprimer la structure logique des choses et des phénomènes et sont de ce fait un instrument du sens critique. Ainsi, la culture mathématique rend l'élève apte à s'engager dans diverses activités, peu importe le domaine, et lui permet de saisir l'apport et l'omniprésence de la mathématique et de comprendre que les savoirs mathématiques sont le fruit de longs travaux menés par des chercheurs passionnés par cette discipline, qu'ils soient mathématiciens, philosophes, physiciens, artistes ou autres. La dimension épistémologique doit donc être présente dans les apprentissages en ouvrant des perspectives sur le passé, le présent et l'avenir.

Les repères culturels de la séquence *Culture, société et technique* proposent des objets d'étude qui permettent à l'élève d'apprécier la présence de la mathématique dans sa vie quotidienne, sa place dans l'évolution de l'humanité et la contribution de différents chercheurs et penseurs au développement de cette discipline. Si la construction de l'édifice mathématique a été marquée par l'influence et l'apport de différentes civilisations et cultures[30], l'élève constatera toutefois que plusieurs concepts mathématiques de cette séquence sont relativement récents, ne datant pas tous de l'Antiquité. La mathématique est une science qui évolue sans cesse, et ce, quelle que soit la sphère de l'activité humaine où on la retrouve.

30. Par exemple, le triangle de Pascal était connu des Chinois trois siècles auparavant.
31. L'élève observe que le vocabulaire utilisé provient de domaines divers. Par exemple, le terme « programmation » est issu du langage militaire.

Arithmétique et algèbre

À l'instar du peintre ou du poète, le mathématicien est créateur de formes. Et si les formes qu'il crée sont durables, c'est qu'elles sont faites d'idées.
Godfrey Harold Hardy

Le raisonnement proportionnel est fréquemment utilisé au quotidien et dans différents métiers des domaines de la construction, des arts, de la santé, du tourisme, de l'administration, etc. L'observation du lien de dépendance entre deux quantités a contribué au développement du concept de fonction exploité dans des domaines tels que la navigation, l'astronomie ou la balistique. L'élève aura l'occasion de découvrir son importance et d'apprécier la contribution de différents mathématiciens, tels qu'Oresme, Descartes et Fermat, au développement de ce concept et à celui de la géométrie analytique. Plus tard, Thomas Malthus a analysé les progressions arithmétique et géométrique dans ses travaux sur la croissance des populations et des ressources alimentaires disponibles. Dans le même esprit, l'élève sera appelé à observer différents phénomènes de croissance et de décroissance sur le plan démographique, financier ou autre, à établir des comparaisons entre eux ou à prendre des décisions à leur sujet.

Certains modèles ont su répondre à différents besoins et accompagner la prise de décisions. La recherche opérationnelle aide des décideurs à faire des choix. La programmation[31] linéaire est un des modèles les plus utilisés. C'est à partir des travaux de Leonid Kantorovich et de T. J. Koopmans sur la programmation linéaire que George Dantzig a mis au point la « méthode du simplexe » pour résoudre des problèmes d'approvisionnement pendant la Seconde Guerre mondiale. En plus du lien qui peut être établi avec des événements historiques contemporains, l'élève découvrira des domaines où l'on utilise la recherche opérationnelle tels que l'économie, la gestion, l'agriculture, l'informatique ou l'environnement.

En ce qui a trait aux différents instruments, l'élève pourra suivre l'évolution des machines à calculer et des systèmes informatiques, de Pascal à Babbage ou Turing. D'un point de vue ludique, il apprendra que les carrés magiques ont fasciné les mathématiciens de toutes les époques, qu'ils soient chinois, arabes ou occidentaux. Il pourra chercher une solution à des carrés magiques en respectant des contraintes et en exploitant, entre autres, son sens du nombre et des opérations.

Probabilités et statistique

Les sondages doivent servir le processus de la décision démocratique, et non avoir la prétention de la dominer.
Harold Wilson

Pour devenir un citoyen capable de dégager de l'information, de travailler de façon efficace et de construire sa vision du monde, il importe que l'élève développe son habileté à traiter et à analyser des données. La vie quotidienne est truffée d'informations qui présentent des données qualitatives et quantitatives : graphiques, taux, pourcentages, prédictions, moyennes, etc. Ces données touchent une multitude de domaines : famille, population, emploi, santé, finance, sport, biométrie, psychométrie, etc. Les probabilités et la statistique occupent donc une place prépondérante dans notre société et leurs outils aident à la prise de décisions dans de nombreuses sphères. La statistique a connu un essor particulier lorsqu'on a voulu étoffer les observations faites sur des données démographiques concernant, entre autres, la santé publique. Les concepts de régression et de corrélation ont été élaborés par Galton alors qu'il travaillait sur des mesures morphologiques. Par les informations qu'ils ont permis de dégager, les nombreux travaux d'analyse de données ont grandement contribué à augmenter l'espérance de vie des humains.

Le calcul des probabilités est issu des jeux de hasard. De tout temps, les humains ont joué à lancer des objets (ex. des osselets) soit pour s'amuser, soit pour prédire des événements ou connaître la volonté des dieux. Cependant, ce n'est qu'au XVII^e siècle que le calcul des probabilités, l'analyse combinatoire et l'espérance mathématique ont été développés notamment par Huygens, Pascal, Fermat et les frères Bernoulli. L'élève prendra conscience que ces mathématiciens avaient des intérêts variés et ont, pour cette raison, travaillé sur d'autres sujets. Par exemple, les travaux de Huygens sur les courbes ont permis d'améliorer la fabrication des engrenages. Pascal a aussi fait des travaux sur la pression atmosphérique. Une unité porte d'ailleurs son nom.

Sur le plan littéraire et ludique, les écrivains et les artistes (ex. les Indiens du III^e siècle avant Jésus-Christ) se sont servis de la combinatoire pour créer des œuvres. Raymond Queneau a ainsi écrit et conçu *Cent mille milliards de poèmes*. En choisissant un procédé de son choix, l'élève pourra relever le défi de la création en faisant appel aux concepts de dénombrement et de combinatoire.

Tout au long de sa vie, l'élève est amené à faire des choix. Des domaines généraux de formation, en particulier *Environnement et consommation*, *Médias* et *Vivre-ensemble et citoyenneté* se prêtent bien à la conception de situations où l'agrégation (mise en commun) des préférences individuelles est sollicitée. Plusieurs questions peuvent être soulevées. Quelle méthode est la plus juste? Quelle est la plus représentative des vœux de la majorité? Est-ce qu'on peut influencer des résultats? L'élève découvrira que ces méthodes sont employées dès qu'un choix est à faire, par exemple lors d'élections ou de classements (ex. dans différents sports comme le baseball ou la course automobile). On lui fera découvrir des chercheurs polyvalents tels que Borda, Condorcet ou Arrow, qui ont essayé d'élaborer des méthodes qui permettent de cerner la volonté d'une collectivité.

Les situations où il faut dégager le concept de hasard, interpréter des probabilités ou comprendre des statistiques sont nombreuses et variées. L'élève sera invité à déterminer les domaines où les probabilités et la statistique aident à la prise de décisions, permettent d'évaluer des risques, de faire des études de marché ou d'effectuer des simulations, des expériences et des contrôles de qualité. Les activités d'apprentissage en mathématique peuvent être l'occasion d'une sensibilisation à l'origine et à l'évolution de l'analyse des expériences aléatoires, du calcul des probabilités et du développement de la statistique. Elles peuvent aussi susciter un intérêt à l'endroit de mathématiciens et amener à démystifier certaines conceptions, dont celles liées aux jeux de hasard.

Géométrie et graphes

L'inspiration est tout aussi nécessaire à la géométrie qu'à la poésie.
Aleksandr Sergeyevich Pushkin

Les figures géométriques sont omniprésentes dans l'environnement. Œuvres d'art, objets, tissus, papiers peints, constructions, structures et trajectoires constituent autant de lieux où en retrouver trace. Il en émerge toujours de nouvelles, issues tant de leurs transformations que de l'exploitation de leurs propriétés. Toutes les cultures connaissent des modes d'expression où elles tiennent une place prépondérante. C'est notamment le cas des arts. L'observation, le développement du sens spatial et esthétique ainsi que l'analyse des transformations géométriques et des symétries peuvent se faire en travaillant les rosaces (ex. enjoliveurs), les motifs en spirale (suite de Fibonacci et nombre d'or), les frises, les pavages, les dallages et les cristaux (cristallographie). Différents motifs (1D, 2D ou 3D) ou des kaléidoscopes pourront être créés.

L'élève pourra dégager certaines propriétés d'instruments de mesure utilisés pour le dessin, la navigation, la géodésie ou l'observation en astronomie. Il pourra apprécier l'apport à la résolution de problèmes bien réels de plusieurs instruments du passé ou d'aujourd'hui tels que la balance, l'odomètre, le système de positionnement mondial (GPS), la boussole, le sextant ou le quadrant. Par ailleurs, le matériel de l'arpenteur, la technique du miroir et des ombres, le pantographe, le compas des proportions, les bâtons de Jacob et de Gerbert peuvent contribuer au développement du concept de similitude chez l'élève. Plusieurs mathématiciens, tels qu'Archimède, Héron d'Alexandrie, Galilée et Léonard de Vinci, ont conçu des machines, des outils ou des instruments de mesure qui, dans certains cas, sont encore utilisés à notre époque. Dans une perspective plus contemporaine, l'élève pourra se familiariser avec les logiciels dédiés à la conception assistée par ordinateur ou s'intéresser à la façon dont les représentations et les animations en trois dimensions sont réalisées informatiquement, à l'aide des transformations géométriques, de la triangulation[32] et de la trigonométrie.

La géométrie et la perspective sont exploitées dans de multiples domaines : géographie[33], médias, infographie, design, ingénierie, architecture, photographie, cinéma, théâtre, etc. Des branches de la géométrie ont été développées pour répondre à des questions et à des besoins. En plus des géométries euclidienne, descriptive, projective et analytique, les géométries sphérique et hyperbolique[34] ont émergé en réaction au cinquième postulat d'Euclide. Une des branches les plus récentes est la géométrie fractale, qui modélise, entre autres, différents phénomènes naturels tels que les phénomènes atmosphériques, les formes florales ou les reliefs géographiques. Elle est exploitée dans les arts et utilisée en imagerie numérique. L'élève pourra observer la propriété d'autosimilarité[35] dans la nature : fougère, arbre, chou-fleur, etc. Il pourra tenter de créer, par l'utilisation de la récursivité, des objets fractals en s'inspirant de la courbe de Von Koch, du triangle de Sierpinski ou autre.

C'est en tentant de résoudre certains problèmes, dont celui des ponts de la ville de Königsberg, qu'Euler a jeté les bases de la théorie des graphes. Cette théorie est utilisée autant dans les différents champs de la mathématique (ex. arbre en probabilités, représentation d'un polyèdre convexe [graphe planaire]) que dans des domaines tels que les sciences sociales, la chimie, la biologie et l'informatique. Elle permet de résoudre des problèmes de planification de tâches, de gestion d'horaires ou d'inventaires, de transport, de réseaux routiers ou de réseaux de communication, d'interaction, de circuits électriques ou autres, etc.

D'un point de vue ludique, des relations peuvent être établies entre des labyrinthes célèbres et les graphes, entre le triangle de Pascal et le triangle de Sierpinski. Finalement, au regard du concept de symétrie, l'élève pourra observer des palindromes dans les nombres mais aussi en littérature, par exemple dans l'œuvre de Georges Perec.

32. Par exemple, les systèmes d'imagerie informatisés utilisent un nuage de points pour reconstruire une surface à l'aide de la triangulation de Delaunay et des diagrammes de Voronoï.
33. Par exemple, les projections orthogonales cotées nous donnent les courbes de niveau, et la projection de Mercator nous donne une représentation du monde.
34. On trouve des illustrations de cette dernière géométrie non euclidienne dans certaines œuvres de M. C. Escher, inspirées des travaux de H. S. M. Coxeter de l'Université de Toronto (ex. *Limite circulaire III*).
35. On entend par autosimilarité qu'une partie est une reproduction de l'ensemble.

Séquence *Technico-sciences*

Il n'est pas de branche de la mathématique, si abstraite soit-elle, qui ne puisse un jour s'appliquer à des phénomènes du monde réel.
Nikolay Lobachevsky

Sont ici présentés les concepts et processus ainsi que les éléments de méthode de la séquence *Technico-sciences*. Ces éléments sont regroupés sous les champs de l'arithmétique et de l'algèbre, des probabilités et de la statistique de même que de la géométrie. Il importe d'aborder les éléments de contenu de chaque champ de manière à mettre en valeur leur enrichissement mutuel. La rubrique *Repères culturels* complète la section. Elle présente des suggestions d'activités qui permettent à l'élève de situer les concepts mathématiques dans un contexte historique et social, de cerner les besoins qu'ils comblent de même que les problématiques qui ont suscité le développement de certains processus. Le recours aux repères culturels ou aux contextes historiques lui offre la possibilité d'apprécier la place de la mathématique dans la vie quotidienne et professionnelle ainsi que l'apport de nombreuses personnes au développement de cette discipline. Finalement, l'annexe E présente des suggestions d'énoncés, de situations ou d'instruments pour aider l'élève à explorer et à conjecturer.

Au début du deuxième cycle, une place importante a été consacrée à l'exploration pour aider l'élève à choisir la séquence qui convenait le mieux à ses aptitudes et à ses champs d'intérêt. L'élève poursuit cette exploration à l'intérieur de la séquence *Technico-sciences* de manière à mieux en percevoir les caractéristiques, à recourir à des habiletés manuelles et intellectuelles associées notamment aux instruments entourant le monde des techniques et à tisser ainsi des liens entre la mathématique et les différentes sphères d'activité du marché du travail. Il importe par ailleurs de créer des situations d'apprentissage qui l'amènent à découvrir les différents rôles[36] joués par la mathématique. Certaines d'entre elles contribuent au développement d'aptitudes sollicitées dans les techniques et favorisent l'exploitation de contextes en relation avec les domaines de la biologie, de la physique, de la chimie, des sciences humaines ou administratives, de l'agroalimentaire, des arts ou des communications graphiques.

L'élève poursuit le développement de ses compétences de diverses façons : il compare ses solutions avec celles de ses pairs, considère plusieurs points de vue et exerce son jugement critique lors de la validation d'une solution ou d'une conjecture; il recherche les causes d'un problème ainsi que les erreurs ou les anomalies présentes dans des solutions, des algorithmes ou des plans d'assemblage (architecture, aménagement paysager, etc.) et il émet des recommandations en vue de corriger ou de rendre plus efficientes les actions réalisées. Cela prend tout son sens notamment dans les études de cas[37] qui nécessitent l'intégration et la mise en pratique de savoirs mathématiques.

Ces études permettent d'examiner un ensemble de cas possibles ou probables dans une situation donnée ou de faire intervenir un raisonnement par disjonction de cas. Elles soulèvent diverses problématiques issues, entre autres, de la gestion d'entreprise ou de la gestion financière, du domaine des sciences ou de la technologie. Elles se rattachent à la recherche opérationnelle, à la production de soumissions ou à un processus de généralisation à partir de l'observation de cas particuliers. Les contextes traités sont variés. Ils peuvent, par exemple, faire intervenir :

- une approche statistique dans le traitement d'accidents chimiques;
- une optimisation impliquant des figures ou la description de lieux géométriques dans une soumission architecturale;

36. Se référer à l'annexe A : Buts de l'activité mathématique.
37. Un cas cerne un aspect critique de la réalité, un facteur. L'étude de cas aborde une problématique en analysant certains facteurs qui composent ou déterminent un thème donné. La comparaison de cas portant sur un même thème amène donc à considérer différents aspects critiques et conduit à une prise de décisions éclairée sur la problématique. Les études de cas favorisent, entre autres, le recours à la démarche expérimentale. Elles donnent l'occasion d'observer, de manipuler ou de formuler des conjectures et de les vérifier. Enfin, elles contribuent au développement et à l'intégration des compétences mathématiques et transversales.

– les systèmes d'inéquations dans un projet de recherche opérationnelle;
– les concepts de relation et de fonction dans l'établissement d'actions prioritaires visant à enrayer la propagation de certains virus;
– la production d'algorithmes visant soit la conception ou l'utilisation d'instruments, soit la construction de certains dessins ou objets.

En outre, un des buts de cette séquence est de sensibiliser l'élève à différentes considérations économiques. Placé dans des situations ayant trait à l'économie, autant en entreprise que dans sa vie personnelle, il apprend à donner un sens à la gestion financière et se familiarise avec des processus de base en administration. Les types de revenus et de placements, le financement, les bilans, les budgets et les soumissions respectant différentes contraintes sont autant d'outils d'interprétation et de planification qu'il est possible d'exploiter à cette fin. La dépréciation ou l'augmentation de la valeur de certains biens, le revenu brut et le revenu net sont aussi des thèmes qui sensibilisent l'élève à des choix de société, à la gestion de biens matériels et aux préoccupations financières d'un citoyen.

Les actions liées à des processus de *modélisation*, de *régulation*, de *validation* et de *prise de décisions* occupent une place importante dans cette séquence. L'élève développe son esprit critique en validant un modèle dont il détermine les limites. Il exploite différents types de preuves et il alterne entre le rapport d'expérimentation et la démonstration. Il prend conscience de la rigueur qui découle des règles et des conventions régissant la production de l'un comme de l'autre. Il apprend à cerner les étapes principales d'un raisonnement, à considérer différents aspects ou points de vue et à les mettre en évidence dans ses communications.

Plusieurs autres actions ou réalisations peuvent contribuer à dessiner le profil de l'élève et à caractériser ses apprentissages. Ainsi, il peut former un comité dont le mandat est d'organiser une exposition qui vise à faire connaître des techniques, machines ou instruments ayant un lien avec les mathématiques. Il peut gérer un concours de dessins dont le but premier est de mettre en relation les fonctions et les figures géométriques. Des activités peuvent également s'articuler autour d'invités spéciaux, de visites dans divers établissements, du visionnement d'un film, de la construction de maquettes, etc.

Au cours de la dernière année du cycle, l'élève ne fait pas que mobiliser les concepts et processus nouvellement introduits, il mobilise l'ensemble de ses savoirs dans le traitement des situations qu'il rencontre. Ainsi, même si seulement quelques fonctions réelles sont nouvellement introduites au cours de la dernière année, l'élève est incité à recourir à toutes les fonctions à l'étude depuis le début du secondaire. Dans le même esprit, les concepts de distance et de relation métrique sont indissociables des réalisations de la dernière année de la séquence. De plus, les éléments de contenu des champs de la mathématique étant abordés de façon symbiotique, les connaissances de l'élève en ce qui concerne les probabilités et la statistique sont activées à plusieurs occasions, et ce, même si aucun nouveau concept n'est introduit.

Durant sa dernière année, l'élève apprend également à utiliser des matrices. Elles sont l'occasion pour lui d'étendre et de consolider ses savoirs mathématiques. C'est dans la gestion de situations signifiantes comportant des opérations sur les matrices qu'il pourra prendre conscience de l'efficience de ce registre dans le traitement de données.

De plus, cette dernière année offre à l'élève la possibilité de réaliser une activité d'exploration d'envergure dans laquelle une recherche et une analyse d'informations impliquant la mathématique sont destinées à répondre à ses besoins et à enrichir son portfolio. Pour certains élèves, cette activité favorisera le renforcement des concepts et des processus du cycle, tandis que, pour d'autres, elle conduira à l'exploration de nouveaux concepts non prescrits au secondaire. Étant susceptible d'enrichir la mémoire collective, le fruit de l'ensemble des activités réalisées peut être conservé à la bibliothèque de l'école, diffusé sur un site Internet ou publié dans une revue scolaire. Des suggestions de thèmes pouvant guider l'élève dans la réalisation de son activité d'exploration ainsi que les manifestations attendues au regard des trois compétences sont présentées ci-après.

L'élève engagé dans cette séquence est régulièrement invité à réfléchir sur ses démarches, à explorer différents points de vue, à agir dans le respect des contraintes d'une situation ou à agir sur celles-ci afin d'obtenir un résultat particulier. Il est encouragé à développer des attitudes et des aptitudes fortement sollicitées sur le marché du travail, particulièrement dans le domaine des techniques (instrumentées ou non). L'élève s'outille pour être en mesure de faire face aux changements, de gérer des situations complexes, de faire preuve de créativité, de coopérer de façon constructive, assumant ainsi son rôle de citoyen responsable et réfléchi.

Activité d'exploration au cours de la troisième année du cycle

Durant la troisième année du cycle, l'élève a l'occasion d'explorer la portée culturelle ou professionnelle de la mathématique à l'intérieur d'une activité qui peut être proposée à n'importe quel moment de l'année. Il importe qu'il puisse choisir cette activité et qu'il s'implique dans une démarche où l'autonomie, l'initiative et la créativité sont des facteurs de valorisation. Le sujet traité et la démarche d'apprentissage qu'il entreprend doivent satisfaire sa curiosité, correspondre à ses champs d'intérêt et répondre à ses besoins. En plus d'offrir de l'information sur les particularités du sujet exploré et sur les concepts et processus en cause, le compte rendu de sa démarche doit mettre en valeur les relations entre les actions menées et les compétences mathématiques sollicitées. S'il y a lieu, l'enseignant qui le désire peut également proposer des activités particulières dans lesquelles son expertise personnelle peut être mise à profit. Une quinzaine d'heures en classe sont prévues dans le programme pour la réalisation de cette activité.

La liste non exhaustive qui suit peut aider l'élève à faire un choix d'activité lui permettant de découvrir la portée de la mathématique.

Instruments et techniques

- Construction de machines ou d'instruments, recherche sur des instruments actuels ou du passé : pantographe, trisecteur, perspectographe de Dürer, mesolabon, traceur de courbes, pluviomètre, oscilloscope, sismographe, etc.
- Réalisation d'un dessin assisté par ordinateur ou représentation d'une sphère en deux dimensions (carte du monde)

Domaines d'application

Exploration par domaine

- Travaux en relation avec l'architecture
- Travaux en relation avec le domaine de l'administration : comptabilité (tenue de livres, amortissement, prix de revient); comparaison entre la location et l'achat de biens mobiliers ou immobiliers; marketing; actuariat; nombre e
- Analyse sociale des impacts et des répercussions des jeux de hasard : point de vue du gouvernement (financement) et du consommateur (risques et émotions, analyse de croyances)

Exploration par concept mathématique

- Transformations géométriques (manufacturiers de vêtements, architectes, décorateurs, designers, etc.), rotation dans le plan cartésien, coordonnées polaires (rôle en programmation)
- Cote Z, cote R, corrélation logistique, différentes courbes (de niveau, de répartition, de tendance, d'efficience, d'influence, en cloche, en S, de régression, logistique, curtique, etc.)
- Systèmes de numération : systèmes binaire (code à barres sur les produits), hexadécimal et sexagésimal; nombres complexes

Autres

Recherche historique, résumé de lectures, analyse de concepts, etc.

- Identités trigonométriques, factorisation de trinômes du second degré, fonctions splines, lien entre les paramètres d'une équation et la rotation, systèmes d'équations à plusieurs inconnues, etc.
- Dénombrement et probabilités dans des situations où interviennent des permutations, des arrangements ou des combinaisons (construction de formules); distribution de probabilités (aire sous la courbe); loi binomiale, loi normale, etc.
- Géométries sphérique, hyperbolique et fractale

Suggestions de production

La production peut prendre plusieurs formes selon les objectifs poursuivis. Cependant, dans tous les cas, la démarche de réalisation de l'activité doit être explicitée.

- Article de journal, document de portfolio, diaporama, maquette, dessin, toile, etc.

L'enseignant peut proposer diverses modalités de présentation des résultats de l'activité à la classe, à des élèves d'un autre niveau ou à d'autres organismes de la communauté, en entrevue individuelle ou au cours d'une exposition, etc.

Activité d'exploration au cours de la troisième année du cycle (*Suite*)	
Manifestations attendues au regard des compétences	**Évaluation**
Dans la réalisation de son activité d'exploration, l'élève est en mesure de reconnaître les actions ou stratégies qu'il met en œuvre et de les associer à la compétence *Résoudre une situation-problème* ou à certaines de ses composantes, selon l'activité. Il est également capable de structurer son raisonnement de manière à mettre en évidence les conjectures émises et validées (ou invalidées) et d'établir des liens avec la compétence *Déployer un raisonnement mathématique*. Il dégage les concepts et processus mobilisés dans l'activité et manifeste sa compréhension de ceux qui ont déjà fait l'objet d'un apprentissage. L'élève est en mesure finalement de rédiger un compte rendu adapté au type de production choisi. Il y présente ses résultats, décrit sa démarche, compare les visées initiales de l'activité avec les résultats obtenus, en commente l'écart et met en évidence les actions menées au regard de la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique*. Il est en mesure de recourir à une terminologie adaptée au contexte de l'activité et à l'interlocuteur visé. Lorsque l'exploration mène à la découverte de concepts et de processus mathématiques non prescrits dans ce programme, leur maîtrise n'est pas requise pour la reconnaissance des compétences.	L'évaluation de l'activité peut être réalisée par l'enseignant, par l'élève, par ses pairs ou par toutes ces personnes. Par ailleurs, l'enseignant peut s'inspirer des critères énoncés dans le programme pour établir ceux qui conviennent à l'activité. Ces critères doivent toutefois être connus de l'élève. L'appréciation de l'activité sera considérée dans l'évaluation d'une ou de plusieurs compétences, selon le cas.

Arithmétique et algèbre

Rendez tout aussi simple que possible, mais pas plus.
Albert Einstein

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance	
Concepts de la 2e année du cycle	**Processus**
– Expressions arithmétique et algébrique • Nombres réels - Radicaux (racine n^e) - Puissances de base 2 et 10 (changement de base) • Inéquation du premier degré à deux variables – Relation, fonction et réciproque • Fonction réelle : polynomiale du second degré, exponentielle, partie entière (du plus grand entier non supérieur à x) - Fonction périodique, définie par parties ou en escalier • Paramètre – Système • Système d'équations du premier degré à deux variables	– Manipulation d'expressions numériques et algébriques • Écriture d'un nombre à l'aide de radicaux ou d'exposants rationnels • Écriture de tout nombre dans une même base et écriture d'un nombre dans différentes bases - Construction et interprétation de tables de valeurs de nombres rationnels positifs écrits en base 2 et 10 • Développement et factorisation - Mise en évidence double • Représentation graphique d'inéquations du premier degré à deux variables et validation de la région-solution – Analyse de situations • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation graphique de situations concrètes • Modélisation d'une situation à l'aide de registres de représentation : verbalement, algébriquement, graphiquement et à l'aide d'une table de valeurs - Description des propriétés d'une fonction - Interprétation des paramètres - Interprétation et représentation graphique de la réciproque de la fonction du second degré, de la fonction exponentielle et de la fonction partie entière • Résolution d'équations et d'inéquations exponentielles et du second degré • Comparaison de situations et distinction de familles de fonctions • Résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables
Note : Dans les situations où l'élève doit déterminer la valeur approximative d'un exposant (logarithme), il utilise un graphique, une table de valeurs (base 2 ou 10) ou la calculatrice. Pour déterminer cette valeur, il manipule les expressions et les transpose dans une même base (base 10, pour la calculatrice) de manière à rendre les exposants comparables. Il s'aide, au besoin, de quelques équivalences comme $a^b = c \Leftrightarrow \log_a c = b$, $\log_a c = \dfrac{\log c}{\log a}$.	

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance (*Suite*)

Dans l'analyse de différentes situations ou expériences, l'élève dégage des informations telles que le lien de dépendance, les accroissements, le domaine et l'image, la croissance ou la décroissance, le signe, les extrémums, des valeurs remarquables dont le ou les zéros et les coordonnées à l'origine.

En ce qui concerne les fonctions réelles prescrites, la recherche de la règle se fait lorsqu'il est possible de traduire la situation à l'aide des fonctions suivantes : $f(x) = ax^2$ ou $f(x) = a(bx)^2$, $f(x) = ac^{bx}$, $f(x) = a[bx]$, où $c > 0$. Cette recherche s'effectue à partir de données déduites d'un contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique. L'interprétation des paramètres présents dans ces écritures se fait à l'aide du contexte, de la table de valeurs et du graphique. De plus, le changement d'échelle et le lien entre la modification de la valeur d'un paramètre et la transformation géométrique qui lui est associée sont introduits.

Pour les fonctions *périodiques*, *définies par parties* et *en escalier*, la représentation graphique en relation avec le contexte est privilégiée même si, dans certains cas, le registre symbolique pourrait être utilisé.

Le concept d'inéquation à deux variables renforce le sens de l'équation pour l'interprétation dans un plan cartésien.

Dans la recherche d'expressions équivalentes, l'élève est amené à construire le processus de mise en évidence double à l'aide de la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction.

Concepts de la 3e année du cycle

- Relation, fonction et réciproque
  - Fonction réelle : sinusoïdale, polynomiale du second degré (forme générale), rationnelle (forme canonique et forme $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ où $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ et $cx + d \neq 0$
  - Paramètre
  - Opération sur les fonctions
- Système
  - Système d'inéquations du premier degré à deux variables
  - Système d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels

Processus

- Manipulation d'expressions algébriques :
  - Division de binômes du premier degré
  - Correspondance des paramètres dans la forme canonique et la forme générale au regard de la fonction du second degré
- Analyse de situations faisant appel à des fonctions réelles (du deuxième cycle)
  - Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de situations concrètes dans divers registres de représentation
  - Rôle des paramètres dans tous les registres de représentation (contexte, table de valeurs, règle et graphique)
  - Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques du premier degré à une variable réelle impliquant une expression contenant soit un sinus, soit un cosinus
  - Résolution graphique de situations impliquant des systèmes d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels
- Optimisation de situations se représentant par un système d'inéquations du premier degré à deux variables
  - Représentation et interprétation des contraintes et de la fonction à optimiser
  - Détermination et interprétation de la région-solution (fermée ou non) et des sommets
  - Analyse et interprétation d'une solution optimale selon le contexte
  - Modification des conditions ou de l'objectif pour rendre la situation plus efficiente

Note : Dans l'étude des fonctions réelles (celles des deux années de la séquence), le lien entre la modification de la valeur des paramètres et les transformations géométriques est complété par l'ajout des paramètres associés à la translation. L'élève peut cependant positionner les axes ou la courbe de façon à faciliter l'analyse d'une situation.

La fonction polynomiale du second degré a été introduite et est reconduite dans sa forme canonique. Le passage à la forme générale nécessite le développement de l'expression canonique et permet l'établissement d'une correspondance entre les paramètres. Pour le passage de la forme générale à la forme canonique, l'élève fait référence aux correspondances établies.

Il est possible d'introduire les fonctions sinusoïdales à l'aide d'angles exprimés en degrés.

Les concepts d'arc sinus et d'arc cosinus sont principalement abordés à titre d'opérations réciproques au regard de la résolution d'équations ou d'inéquations. Il en est de même pour les concepts de racine carrée et de logarithme introduits les années précédentes.

Éléments de méthode

Dans la séquence *Technico-sciences*, le développement des compétences en mathématique nécessite le recours régulier à des concepts algébriques. La syntaxe et les règles propres à l'algèbre sont introduites graduellement en établissant la rigueur essentielle au développement de la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique*. L'élève découvre l'efficacité des manipulations algébriques et du concept de fonction dans la gestion de situations. La compréhension de comportements ou de phénomènes lui permet de prendre des décisions. Le recours aux instruments et à la technologie s'avère efficace pour l'atteinte des objectifs poursuivis dans l'analyse de situations faisant appel à des fonctions et stimule du même coup l'exploration du domaine des techniques.

Graduellement, l'élève développe son esprit d'analyse et son habileté à synthétiser une situation qu'il se représente en y observant certaines quantités et en les transposant dans un graphique ou une table de valeurs. Il détermine les propriétés des fonctions à partir de leur représentation dans différents registres et construit des liens qui permettent le passage entre ces registres. Il caractérise différents types de liens de dépendance. Il compare différents modèles et dégage des particularités telles que le type d'accroissement ou certains points remarquables. Ainsi, il reconnaît et distingue les familles de fonctions au programme et leur associe des situations correspondantes. Il explique les raisons qui font qu'un domaine continu peut être utilisé pour représenter certains phénomènes dont le domaine est discret. Dans son apprentissage des fonctions, l'élève analyse progressivement le rôle des paramètres d'une équation et l'effet de la modification de leur valeur sur la représentation graphique, la table de valeurs et les données du contexte initial. Il recourt à ses connaissances des fonctions pour analyser des données statistiques ou expérimentales, pour comparer ou commenter des résultats ou des prévisions, ou pour émettre des recommandations.

La géométrie analytique contribue à l'établissement de liens intradisciplinaires. Les éléments de géométrie à favoriser dans cette approche sont regroupés dans la section *Géométrie*.

Deuxième année du cycle

L'élève donne du sens aux manipulations de nombres écrits sous forme exponentielle ou radicale en exploitant les propriétés des exposants. Grâce à la connaissance des liens entre les différentes formes d'écriture, il passe de l'une à l'autre lorsqu'il exerce l'ensemble de ses compétences. Les processus entourant les changements de base requis dans la résolution d'équations ou d'inéquations exponentielles s'avèrent indispensables lorsque 10 n'est pas la base initiale. Il importe de bien comprendre ces processus pour utiliser de façon adéquate la technologie et exercer son jugement critique au regard des résultats obtenus.

Les situations incitent au questionnement sur le choix d'un modèle approprié pour en construire une représentation. Par exemple, un tarif téléphonique interurbain à la minute se représente-t-il par une fonction en escalier, une fonction du premier degré ou une fonction définie par parties? L'analyse de situations à l'aide de fonctions périodiques, définie par parties ou en escalier, est abordée en relation avec des situations concrètes. Dans sa compréhension du rôle des paramètres, l'élève décrit algébriquement une fonction du second degré à l'aide de l'un ou l'autre des paramètres (paramètre a ou b) à l'étude et établit une relation entre les deux équations obtenues. Par ailleurs, bien que la fonction racine carrée et la fonction logarithmique soient représentées graphiquement, les concepts qui leur sont associés sont principalement abordés à titre d'opérations réciproques dans la résolution d'équations et d'inéquations du second degré ou exponentielles reliées aux situations exploitées. Les opérations sur les fonctions peuvent être abordées à titre intuitif, au besoin. Par exemple, le produit d'une fonction par un nombre réel peut aider à conceptualiser un changement d'échelle.

La résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables se fait algébriquement, graphiquement ou à l'aide d'une table de valeurs. L'élève se familiarise avec un répertoire de méthodes (comparaison, substitution, réduction) qui lui permet de résoudre algébriquement un système. Cette résolution de systèmes d'équations intervient dans plusieurs champs de la mathématique. L'élève y fait appel lorsqu'il recherche aussi bien des mesures en géométrie que des données manquantes en probabilités et en statistique.

Troisième année du cycle

Dans cette dernière année du cycle, l'élève consolide et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques du deuxième cycle. Il interprète les paramètres dans divers registres, et ce, pour toutes les fonctions à l'étude au deuxième cycle. Plusieurs situations se modélisant par une fonction périodique peuvent être interprétées graphiquement[38]. Cependant, seul le modèle sinusoïdal est analysé dans tous les registres. Les opérations sur les fonctions sont abordées à l'aide de situations concrètes. Ainsi, en plus d'intégrer à ses savoirs la forme générale et la forme factorisée de la fonction du second degré, l'élève découvre que cette dernière ($h(x)$) peut s'obtenir par le produit ou l'addition de deux fonctions ($f(x)$ et $g(x)$)[39]. Il est aussi amené à constater que la fonction rationnelle peut s'obtenir par le quotient de deux fonctions polynomiales. Par ailleurs, introduite dans les deux premières années du cycle, l'analyse de situations où le taux de variation change selon l'intervalle considéré se poursuit à l'aide de plusieurs modèles fonctionnels qui interviennent dans la description du comportement de deux variables dans un intervalle donné.

L'optimisation de situations impliquant la résolution de systèmes d'inéquations du premier degré sollicite un raisonnement rigoureux. L'interprétation de la région-solution et des sommets, avec ou sans l'aide de la représentation graphique de la fonction à optimiser, permet à l'élève d'illustrer le raisonnement utilisé pour convaincre de la solution optimale à dégager. La détermination des coordonnées d'un point d'intersection peut se faire algébriquement, à l'aide de matrices ou par approximation à partir du graphique. Lorsque ces coordonnées sont approximées, l'élève détermine, selon le contexte, si le résultat est plausible et si le degré de précision est acceptable. Le cas échéant, l'élève analyse la situation de manière à déterminer la solution la plus avantageuse, à proposer des modifications, à émettre une nouvelle piste de solution ou des recommandations pour la rendre plus efficiente. Il est ainsi amené à agir en fonction des contraintes d'une situation ou de l'objectif poursuivi dans le but de l'améliorer. La résolution de systèmes d'inéquations peut faire intervenir plusieurs contextes permettant l'intradisciplinarité. L'élève peut gérer un contexte probabiliste dans lequel les possibilités font appel à un domaine continu. Il peut mettre à profit ses connaissances des figures équivalentes dans le choix d'une solution optimale. La résolution de systèmes d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels peut se faire par interprétation graphique avec ou sans l'aide de la technologie. Dans tous les cas, l'expression d'une solution est formulée au regard du contexte et de l'interlocuteur.

38. L'élève peut approfondir les concepts de période ou d'opérations sur des fonctions, notamment à partir des graphiques qu'affichent plusieurs instruments (moniteurs) dans les domaines de la santé et des médias.
39. Exemples : produit de deux fonctions : $f(x) = a_1x + b_1$ et $g(x) = a_2x + b_2$; addition de deux fonctions; $f(x) = ax^2$ et $g(x) = c$; $f(x) = ax^2$ et $g(x) = bx + c$; $f(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1$ et $g(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2$, où $a_i \neq 0$.

Probabilités et statistique

La théorie de la probabilité comme discipline mathématique peut et doit être élaborée à partir d'axiomes, tout comme la géométrie et l'algèbre.
Andrei Kolmogorov

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

<table>
<tr><th colspan="2">Sens des données issues d'expériences aléatoires et de relevés statistiques</th></tr>
<tr><th>Concepts de la 2e année du cycle</th><th>Processus</th></tr>
<tr><td>
– Probabilité conditionnelle

– Équité
• Chance
• Espérance mathématique

– Distribution à un caractère
• Mesures de dispersion : écart moyen, écart type

– Distribution à deux caractères
• Corrélation linéaire et autre
- Coefficient de corrélation
- Droite de régression et courbes apparentées aux modèles fonctionnels à l'étude
</td><td>
– Interprétation et prise de décisions concernant des données probabilistes
• Représentation et calcul d'une probabilité conditionnelle
- Distinction entre événements mutuellement exclusifs ou non, événements indépendants et événements dépendants
• Détermination des chances pour ou des chances contre
• Calcul et interprétation de l'espérance mathématique
• Modification de la valeur de paramètres ou de conditions dans la situation pour la rendre équitable
• Modification de la valeur de paramètres ou de conditions pour optimiser un montant de gain ou de perte selon certains objectifs

– Analyse et prise de décisions concernant des données statistiques qui portent sur des distributions à un ou deux caractères
• Organisation et choix d'outils appropriés permettant de rendre compte de données
- Construction et interprétation de tableaux de distribution à un ou deux caractères
- Représentations graphiques : diagrammes et nuage de points
- Calcul et interprétation de mesures de dispersion
- Interpolation et extrapolation à l'aide du modèle fonctionnel le mieux ajusté à une situation
▪ Interprétation et description du lien unissant deux variables
▪ Appréciation qualitative d'une corrélation (fort, moyen, faible, nulle) et appréciation quantitative dans le cas d'une corrélation linéaire
‣ Approximation du coefficient de corrélation linéaire
• Comparaison de distributions
• Description et critique d'une étude statistique

– Calcul de probabilités à partir de relevés statistiques et réciproquement

– Anticipation (prédiction, prévision) et interprétation de tendances et de résultats probabilistes ou statistiques
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Note : Il est possible d'approximer le coefficient de corrélation linéaire par une méthode graphique (méthode du rectangle ou de l'ellipse englobant les données). La détermination de la valeur du coefficient de corrélation pour l'ensemble des modèles se fait à l'aide de la technologie.</td></tr>
</table>

Éléments de méthode

Dans la séquence *Technico-sciences*, l'analyse de situations probabilistes et statistiques contribue fortement au développement de compétences et à l'exercice du jugement critique. L'élève y anticipe des résultats, commente des comportements et prend des décisions qu'il explique ou justifie à l'aide de concepts statistiques ou probabilistes. En analysant mathématiquement des tendances ou des croyances qui influencent le comportement de certains citoyens, il porte un jugement plus éclairé sur les actions posées et établit un diagnostic sur l'effet probable de ces actions. En outre, dans cette séquence, il prend conscience que la probabilité subjective établit un lien entre les probabilités et la statistique, qu'une étude statistique sert d'appui pour la formulation de prévisions ou de prédictions, que le fait pour un individu d'appartenir à une classe de référence ne prouve pas qu'une probabilité s'applique à lui.

Plus particulièrement, le recours au concept de corrélation (linéaire ou autre) pour déterminer le modèle fonctionnel le mieux ajusté à une situation s'avère pertinent pour les deux années de la séquence. À la dernière année, les équations des modèles explorés contiennent plus de paramètres qu'à la première année (voir la section *Algèbre* pour plus de détails). Les contextes probabilistes peuvent, pour leur part, être mis à profit dans la résolution de systèmes d'inéquations, dans une extrapolation, une recommandation ou la validation d'une conjecture.

Deuxième année du cycle

Probabilités

L'élève poursuit le développement de sa pensée probabiliste en y intégrant le concept de probabilité conditionnelle. Ainsi, en établissant la probabilité qu'un événement se produise sachant qu'un autre s'est déjà produit, il recourt au concept d'événements dépendants, au diagramme de Venn ou au diagramme en arbre pour déployer son raisonnement. Les situations explorées ne doivent pas nécessiter l'utilisation de formules, mais permettre le raisonnement et favoriser une représentation à l'aide de différents registres. La notation factorielle est utilisée pour simplifier l'écriture de certaines opérations et pour faire un usage efficient de la calculatrice.

Dans son exploration de la notion d'équité, l'élève est amené à distinguer les concepts de hasard, de chance et de probabilité. L'analyse des règles de certains jeux lui permet de déterminer les *chances pour* ou les *chances contre* d'un joueur et de modifier au besoin ces règles pour rendre la situation équitable ou plus favorable à l'un des joueurs. Le concept de moyenne pondérée évolue vers celui d'espérance mathématique, à l'aide duquel l'élève prend des décisions. Dans l'analyse de situations, y compris les jeux de hasard, il modifie les paramètres de l'équation pour rendre le jeu équitable ou pour optimiser un montant de gain ou de perte selon certains objectifs.

Statistique

Les concepts et les processus de cette année du cycle concernent l'analyse et la communication d'informations relativement à un ensemble de données, recueillies ou non par l'élève, dans le but de convaincre de la fiabilité d'une étude statistique ou d'une expérience réalisée, ou de justifier des prévisions ou des recommandations. Ils favorisent le questionnement et la discussion entourant le comment et le pourquoi d'une étude pour en commenter les résultats. Pour quelles raisons a-t-on fait cette étude? Que voulait-on démontrer? L'échantillon est-il généralisable pour la population? Que veut dire une marge d'erreur de 3 %, 19 fois sur 20? Pourquoi affirme-t-on qu'il est possible de faire dire ce que l'on veut à des statistiques? Quelles sont les données qui permettraient de répondre à certaines questions? Une étude statistique peut-elle prouver une conjecture? Quel est le lien entre la démarche statistique, la démarche expérimentale en science et le processus de modélisation en mathématique?

Dans le développement de sa pensée statistique, l'élève renforce le concept de mesure de dispersion dans l'étude d'une distribution à un caractère à l'aide de l'écart moyen et de l'écart type. Le sens de la mesure, la compréhension des algorithmes de calcul de l'écart moyen et de l'écart type lui permettent de faire un usage réfléchi de la technologie pour en déterminer les valeurs.

L'élève entreprend également l'étude de distributions statistiques à deux caractères qu'il représente par un tableau à double entrée ou par un nuage de points[40]. Lorsqu'il étudie la nature du lien unissant les variables d'une corrélation, il est conscient qu'il n'y a pas de lien de dépendance *a priori*, qu'une relation peut être fortuite ou dépendre d'un troisième facteur. L'étude lui permet parfois de discuter de la causalité ou de la dépendance des variables étudiées. Dans ces cas, l'élève estime l'équation de la droite de régression et le coefficient de corrélation linéaire à l'aide d'une méthode appropriée ou à l'aide de la technologie. Pour les autres modèles de corrélation, bien qu'il soit possible d'approximer les coefficients de corrélation et de rechercher la règle de la fonction à l'aide de différentes méthodes, l'appréciation qualitative du coefficient de corrélation et le recours à la technologie sont à privilégier pour orienter le choix du modèle fonctionnel le mieux ajusté à une situation et le valider.

40. Le concept de nuage de points a été introduit à la première année du cycle dans la représentation de situations issues d'expérimentations afin de développer le sens des liens de dépendance.

Géométrie

Les géomètres en sont encore à explorer ces nouvelles merveilles, en partie pour découvrir leur application possible à la cosmologie et à d'autres domaines de la science, mais surtout pour la joie pure de passer de l'autre côté du miroir, là où les droites, les plans, les triangles, les cercles et les sphères familiers se comportent de manière étrange mais déterminée avec précision.

H. S. M. Coxeter

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens spatial et figures géométriques	
Concepts de la 2e année du cycle	**Processus**
– Géométrie analytique • Distance entre deux points • Coordonnées d'un point de partage • Droite - Équation d'une droite - Pente - Droites perpendiculaires et parallèles, médiatrices – Mesure • Relations métriques et trigonométriques (sinus, cosinus, tangente) dans le triangle rectangle	– Analyse de situations • Modélisation, optimisation et prise de décisions dans des situations faisant appel à des droites, au concept de distance et au point de partage (plans euclidien et cartésien) • Recherche de mesures manquantes mettant à profit des propriétés de figures et des relations - Longueurs ▪ Segment issu de diverses figures ▪ Côté d'un triangle ▪ Hauteur issue de l'angle droit d'un triangle rectangle, projection orthogonale des cathètes sur l'hypoténuse - Aires de triangles à partir de la mesure d'un angle et deux côtés ou à partir de la mesure de deux angles et un côté - Angles d'un triangle
Concepts de la 3e année du cycle	**Processus**
– Figures équivalentes (aire, volume, capacité) – Géométrie analytique • Lieu géométrique et position relative - Lieux plans et coniques • Cercle trigonométrique - Radian, longueur d'arc • Vecteur - Résultante, projection, opération	– Analyse de situations • Description, représentation et construction de lieux géométriques avec ou sans soutien technologique • Définition et représentation d'une transformation géométrique à l'aide d'une règle algébrique ou d'une matrice • Modélisation et optimisation de situations faisant appel aux concepts de vecteur, de distance, de lieu géométrique, de mesure ou de figures équivalentes

Sens spatial et figures géométriques (*Suite*)	
– Mesure • Relations trigonométriques dans le triangle (loi des sinus et des cosinus) • Relations métriques dans le cercle	• Recherche de mesures manquantes mettant à profit des propriétés de figures et des relations - Longueur, aire, volume ou capacité provenant de figures équivalentes - Segment, corde, arc ou angle dans le triangle ou le disque
Note : L'élève recourt également au plan euclidien pour construire les concepts de distance entre deux points, de lieu, de position relative et de vecteur. Les lieux plans sont des lieux géométriques faisant intervenir uniquement des droites ou des cercles. En géométrie analytique, l'élève peut positionner les axes ou la figure de façon à faciliter l'analyse d'une situation. L'équation de la droite sous la forme symétrique est facultative. On entend par *vecteur* un vecteur géométrique ou libre. Les opérations sur les vecteurs sont limitées à l'addition et à la soustraction de vecteurs, à la multiplication d'un vecteur par un scalaire et au produit scalaire de deux vecteurs, et elles s'effectuent en contexte.	

Éléments de méthode

L'élève inscrit à la séquence *Technico-sciences* a l'occasion de poursuivre le développement de son sens spatial et d'élargir son réseau de concepts et de processus à l'égard des figures géométriques. Les explorations effectuées le conduisent à développer l'ensemble de ses compétences mathématiques. L'approche empirique est tout autant sollicitée que l'approche formelle (preuve intellectuelle) pour dégager des propriétés de figures ainsi que pour justifier ou valider des vérités anticipées. Lorsqu'il valide des conjectures, l'élève est placé devant des situations qui font appel au besoin de prouver; les théorèmes de base lui servent d'outils pour ce faire.

Les occasions sont nombreuses de lier les champs de l'algèbre et de la géométrie, en exploitant par exemple les concepts de lieu géométrique et de vecteur. Les transformations géométriques sont également présentes dans plusieurs activités, notamment dans l'analyse de l'effet de la modification des valeurs des paramètres dans l'étude des fonctions, la description d'un lieu géométrique, la construction de l'image d'une figure à partir d'une matrice de transformation, etc. De plus, le recours à la réflexion permet la représentation graphique de la réciproque d'une fonction ou la détermination de la distance minimale faisant intervenir deux points et une droite.

Deuxième année du cycle

En géométrie analytique, l'étude que fait l'élève des concepts de droite, de distance et de point de partage lui permet d'analyser des situations faisant intervenir des calculs de distances, de périmètres ou d'aires. Certaines situations suscitent chez lui le besoin de démontrer, par exemple, qu'une droite donnée est bel et bien le lieu de points correspondant à la médiatrice d'un segment donné. D'autres nécessitent la détermination de la position relative de deux droites l'une par rapport à l'autre, ou bien d'un angle d'élévation à partir d'un taux de variation ou d'une pente donnée, ou encore font intervenir la construction de la distance d'un point à une droite ou à un segment. L'élève choisit, parmi les formes générale ou canonique de l'équation d'une droite, celle qu'il juge appropriée pour résoudre un problème.

À l'aide du concept de similitude introduit les années précédentes, l'élève dégage les conditions minimales pour obtenir des figures isométriques ou semblables. Il fait appel au raisonnement proportionnel lorsqu'il exploite des relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle ou dans des triangles qu'il décompose en triangles rectangles.

Troisième année du cycle

L'élève élargit son réseau de concepts aux figures équivalentes, aux relations métriques dans le cercle et à la trigonométrie dans le triangle. Si l'étude du cercle trigonométrique introduit, d'une part, le concept de fonction sinusoïdale, elle soutient, d'autre part, l'établissement d'une correspondance entre les radians et les degrés ainsi que le calcul des longueurs d'arc dans l'une ou l'autre de ces unités. Le concept de vecteur et sa représentation géométrique favorisent la prise de décisions et l'établissement de liens avec divers domaines des sciences. Ainsi, dans la recherche de la résultante, l'élève établit un lien avec une composée de translations, le triangle et le parallélogramme. Dans les situations faisant intervenir la projection orthogonale d'un vecteur, les relations trigonométriques sont mises à contribution.

Comme pour l'étude des vecteurs, l'étude des positions relatives de deux cercles de même que la construction du segment représentant la distance d'un point à un cercle ou à une ellipse favorisent le transfert du concept de distance à d'autres situations. Les concepts de lieu et de position relative ont été introduits selon une approche intuitive l'année précédente au cours de l'étude de la géométrie analytique de la droite. L'élève poursuit la construction de ce concept en cherchant, par l'exploration ou l'observation, la figure correspondant à la description d'un lieu et, réciproquement, il décrit le lieu correspondant à une figure donnée. L'accent est mis sur la description d'un lieu géométrique de façon à mettre en évidence les conditions nécessaires et suffisantes pour le comprendre et en tirer profit. Ainsi, lorsqu'il décrit un lieu, l'élève en effectue d'abord une traduction directe à l'aide du concept de distance[41]. Il recourt ensuite à son sens des expressions algébriques ainsi qu'aux manipulations qui lui sont familières pour modifier cette expression sans en perdre le sens. Il émet et valide des conjectures sur un lieu, c'est-à-dire sur la position possible d'un ensemble de points qui répond à des conditions précises. Il construit des lieux en mobilisant des propriétés et en imaginant des mécanismes ou des procédures pour les tracer. Il modifie des lieux ou figures à l'aide de transformations géométriques. La construction du concept de lieu géométrique implique donc l'exploration de plusieurs lieux différents, mais aussi la reconnaissance d'un même lieu engendré selon des procédés différents[42]. L'étude de ce concept est propice à l'établissement de liens avec le domaine de la science et les domaines de la formation professionnelle et technique.

Les situations faisant appel à la modélisation et à l'optimisation amènent l'élève à utiliser ses savoirs dans des contextes signifiants. Dans la conception d'objets où il doit respecter certains devis ou contraintes, il est ainsi conduit, par des procédés concrets ou non, à minimiser ou maximiser des surfaces, des espaces ou des masses.

41. Par exemple, l'expression initiale décrivant directement le lieu d'un cercle défini comme l'ensemble des points (p_i) situés à égale distance d'un point fixe (p) peut correspondre à $d(p_1, p) = d(p_2, p) = d(p_3, p)$; $d(p_i, p) = r$.
42. Par exemple, l'ellipse se décrit comme le lieu des points dont la somme des distances à deux points fixes est constante ou comme un cercle ayant subi une ou des transformations géométriques.

Repères culturels

J'espère que la postérité me sera clémente, non seulement pour ce que j'aurai expliqué mais également pour ce que j'aurai décidé de ne pas considérer, pour laisser à d'autres le plaisir de la découverte.
René Descartes

La mathématique est une composante fondamentale de la culture, en particulier par ses modes d'expression et ses représentations. Dans cette séquence, la culture mathématique s'intègre au développement des compétences et à l'appropriation de concepts et de processus propres aux différents champs de la mathématique. Les repères culturels présentés ici sont porteurs d'une dimension épistémologique ouvrant des perspectives sur le passé, le présent et l'avenir. Ils suggèrent quelques pistes offrant à l'élève qui s'interroge sur le pourquoi d'un concept le moyen d'en retracer l'évolution et d'en cerner les applications actuelles. Il découvrira que les concepts qu'il acquiert et utilise ont parfois suscité de nombreux litiges avant d'être acceptés, et qu'ils sont souvent issus de joutes intellectuelles entre philosophes ou savants de toute époque. De plus, en posant un regard étymologique sur certains termes, il pourra approfondir les concepts qu'ils désignent et leur conférer plus de sens.

Arithmétique et algèbre

Dans son apprentissage de l'algèbre, l'élève pourra, par exemple, associer le concept de fonction périodique aux problèmes de la détermination du cycle de la Lune et du Soleil (durée d'ensoleillement) ainsi qu'à ceux du mouvement des marées, qui ont marqué l'époque de la Renaissance. Par ailleurs, les opérations sur les fonctions trouveront des applications dans le traitement de signaux (ondes, fréquences), dans le domaine économique, en informatique, en imagerie médicale (résonance nucléaire), etc. L'élève pourra se questionner sur les liens possibles à faire avec la composition de fonctions et les fractales. Lorsqu'il détermine un domaine approprié, discret ou continu, pour représenter une situation, l'élève pourrait être amené à comparer ses interrogations à celles soulevées par les paradoxes de Zénon d'Élée.

La résolution de systèmes d'équations à deux inconnues est par ailleurs l'occasion d'apprendre qu'il y a plus de dix-huit siècles, Diophante d'Alexandrie travaillait avec un nombre d'inconnues pouvant aller jusqu'à dix. L'élève pourrait être amené à s'interroger, par exemple, sur le nombre d'équations requis pour résoudre un système de n inconnues.

Au cours de son apprentissage des systèmes d'inéquations, l'élève découvrira, dans la recherche opérationnelle, des idées de stratégies pour le traitement de situations pratiques impliquant la prise de décisions et le recours à un raisonnement rigoureux. Des domaines d'application, tels que l'économie, la gestion, l'agriculture, l'informatique et l'environnement, sont susceptibles de l'intéresser. Par ailleurs, la programmation linéaire permet, grâce à la modélisation, de tirer des conclusions optimales. Son utilisation dans l'industrie touche les horaires, la répartition, les conventions collectives, la construction de routes (flot des voitures), la production de vêtements, etc. L'élève pourra constater que les origines de ce modèle sont plutôt récentes. Leonid Kantorovich et T. J. Koopmans ont réalisé des travaux portant sur la résolution de problèmes économiques. Inspiré par ces travaux, le russe Georges Dantzig a développé la méthode du simplexe pour résoudre des problèmes d'approvisionnement de l'armée pendant la Seconde Guerre mondiale.

Dans le développement de ses compétences mathématiques, l'élève pourra constater que l'utilisation de plusieurs instruments ou machines nécessite le recours à des registres de représentation graphique, que leur conception fait appel à la modélisation, que le raisonnement mathématique est lié à leur fabrication, etc. D'une part, l'étude de l'évolution d'instruments aux origines anciennes est susceptible de soulever son intérêt et, d'autre part, le constat de la multitude d'instruments actuels les plus divers (le sphygmomanomètre pour la mesure de la tension artérielle, le radar, l'oscillographe, le multimètre, etc.) devrait favoriser l'établissement de liens avec les professions ou les techniques instrumentées du domaine des sciences. De plus, l'élève pourra découvrir que la quête de précision dans l'établissement de mesures a traversé toutes les époques.

Probabilités et statistique

En probabilités, l'appropriation des concepts d'équité, de chance et d'espérance mathématique est une occasion de parler de la théorie des jeux qui allient le calcul de probabilités et les stratégies, et est fortement utilisée en économie. En développant son jugement critique sur les jeux de hasard, l'élève est sensibilisé aux aspects négatifs de la pratique de ces jeux dans la société.

Le traitement de données concernant l'hygiène publique ou l'efficacité des médicaments a grandement contribué à augmenter l'espérance de vie humaine. En découvrant que la statistique, reconnue comme science autour du XVIIIe siècle, a révolutionné la manière de faire dans le domaine de la médecine, l'élève pourra mieux comprendre la nature du lien qui unit la statistique et la preuve. Le besoin de convaincre d'une possibilité à l'aide de la statistique, pour démontrer par exemple qu'un vaccin est efficace, a conduit au calcul de la marge d'erreur et à l'établissement d'intervalles de décisions, outils indispensables dans bien des domaines. La météorologie, une science en pleine évolution qui repose sur une panoplie d'instruments de mesure et qui se distingue par le caractère incertain de ses prévisions basées sur la combinaison d'une myriade de données, offre un terrain des plus propices à la conjecture.

Géométrie

Pour soutenir l'élève dans l'organisation de ses savoirs et dans la structuration de ses démarches, pourquoi ne pas évoquer ceux qui ont jadis été confrontés aux mêmes problèmes? Si l'on parle aujourd'hui de géométrie euclidienne, c'est en l'honneur d'un mathématicien grec qui a construit un ensemble organisé d'éléments géométriques. Dans le déploiement du raisonnement déductif, l'élève devra s'initier à l'élaboration de démonstrations. Il pourra apprendre à cette occasion que le raisonnement déductif constituait pour Aristote le moyen privilégié d'accès au savoir et, pour Galilée et Descartes, l'occasion de produire une explication mathématique de phénomènes physiques.

L'élève pourra aussi, par exemple, exercer son sens spatial en décrivant les anomalies dans des figures dites impossibles (ex. M. C. Escher) ou dans des plans d'assemblage qui ne conduisent pas toujours à la formation de l'objet désiré. En développant son sens de la mesure, il pourra apprécier l'apport de plusieurs instruments du passé et d'aujourd'hui tels que l'odomètre, le système GPS, la boussole, le sextant ou le quadrant dans la résolution de nombreux problèmes. Par ailleurs, le matériel de l'arpenteur, les instruments de navigation et d'astronomie, la technique du miroir et des ombres, le pantographe, le compas des proportions, les bâtons de Jacob et de Gerbert pourront contribuer au développement du concept de similitude ou favoriser l'établissement de liens avec le domaine des sciences. En informatique, l'élève pourra découvrir, entre autres, que la représentation visuelle sur écran fait appel à la trigonométrie et que l'animation dans la construction de jeux vidéo nécessite des transformations géométriques.

L'élève aborde le volet de la géométrie analytique durant ce cycle. La combinaison du lieu (géométrie) et de l'équation (algèbre) facilite la comparaison d'objets mathématiques. En algébrisant des propriétés issues de figures géométriques, l'élève pourra être amené à établir le parallèle entre son activité et celle qui a conduit René Descartes à poser les fondements de cette synthèse particulièrement féconde dans l'histoire des mathématiques. Puisque l'astronomie est une science où sont réunies algèbre et trigonométrie et que la robotique, la mécanique, l'automobile et la description en 3D sont, pour leur part, des domaines où se marient des collections de lieux et l'algèbre, tous ces domaines constituent des supports à la formation à privilégier, car ils sont susceptibles de soulever l'intérêt et la curiosité de l'élève. Dans ses recherches de lieux faisant intervenir les coniques, l'élève pourrait être informé des travaux de Kepler sur la modélisation de la trajectoire elliptique des planètes et du fait que Kepler y avait associé une équation. Newton en démontrera toutefois l'imprécision, l'attraction entre planètes déformant quelque peu l'ellipse de leurs trajectoires respectives, en les éloignant de la forme théorique.

Dans sa recherche de solutions efficientes, l'élève s'approprie un registre de représentation particulier – les matrices – qui connaît de multiples champs d'application susceptibles de lui ouvrir des horizons professionnels jusque-là ignorés. On peut donner comme exemples les situations où l'on doit résoudre des problèmes liés à l'infographie dans lesquels des transformations géométriques sont mobilisées. Par ailleurs, dans les situations faisant appel à l'optimisation de la forme d'une figure ou de ses mesures (longueur, aire, volume ou capacité), selon certains devis de fabrication, l'élève pourra exploiter le concept de figures équivalentes en déployant un raisonnement déductif sur des solides profilés à l'aide du principe de Cavalieri.

En outre, les géométries sphérique et hyperbolique, bien que non prescrites par le programme, peuvent intéresser l'élève. La géométrie fractale, notamment exploitée en art et en imagerie numérique, ouvre sur le passionnant exercice de modélisation de phénomènes atmosphériques, de formes florales ou de reliefs géographiques.

Dans le développement de sa compétence à communiquer, l'élève découvrira, en émettant différents points de vue ou opinions, que la mathématique et la philosophie ont très longtemps été associées et qu'il y a un plaisir et un bénéfice à philosopher sur la mathématique.

Séquence *Sciences naturelles*

Le trait le plus essentiellement caractéristique de la mathématique est, à mon avis, cette relation singulière avec les sciences de la nature ou, plus généralement, la science qui interprète l'expérience à un niveau supérieur à la description pure.

John von Neumann

Sont ici présentés les *concepts* et les *processus* ainsi que les *éléments de méthode* exploités dans cette séquence. Ces éléments sont regroupés sous les champs de l'arithmétique et de l'algèbre, des probabilités et de la statistique, et de la géométrie. La rubrique *Repères culturels* complète la section. Elle présente des suggestions permettant de situer les apprentissages dans un contexte historique et social et de les lier aux sciences. Finalement, des pistes d'exploration permettant à l'élève de conjecturer sont présentées à l'annexe E.

Dans la séquence *Sciences naturelles*, l'élève poursuit le développement de ses compétences, exploite et approfondit ses connaissances antérieures et s'approprie de nouveaux réseaux de concepts et de processus. Sa capacité d'abstraction l'amène à établir de multiples liens entre les différents champs mathématiques, notamment entre l'algèbre et la géométrie. Il manie davantage, de façon formelle, le symbolisme, les règles et les conventions dans ses productions et il est amené à réaliser des démonstrations.

Dans cette séquence, un accent particulier est mis sur le processus de modélisation. La détermination d'un modèle mathématique qui traduit une réalité rend l'élève habile à jongler avec plusieurs types de liens de dépendance, des figures géométriques et des processus statistiques. L'élève analyse une situation, un phénomène ou un comportement. Il en dégage des régularités ou des tendances, il interpole, extrapole et généralise des éléments. Ces explorations se traduisent parfois par des simulations. Elles conduisent également à l'établissement de liens entre des concepts statistiques et algébriques. Ainsi, l'élève découvre toute la richesse que peut apporter la mathématique dans l'interprétation de la réalité, la généralisation, l'anticipation et la prise de décisions.

Les situations proposées aux élèves font appel à leurs savoirs mathématiques ainsi qu'à ceux issus d'autres domaines d'apprentissage. Ils se trouvent placés devant des contextes purement mathématiques, tout en continuant de traiter des situations concrètes, particulièrement de nature scientifique.

Les situations d'apprentissage concernant le domaine de la science sont privilégiées, car elles permettent de développer des méthodes liées à la recherche et à l'investigation scientifique. Ces situations sont variées. Elles peuvent faire intervenir divers éléments :

- des contextes biologiques ou économiques, avec la fonction exponentielle, tels que la multiplication de cellules, les épidémies ou l'étude de différents taux et de périodes de financement;
- des phénomènes cycliques, avec des fonctions périodiques, tels que les marées, les saisons, des données physiologiques, des mécanismes engendrant des mouvements, les variations de position d'une personne ou d'un pendule en mouvement;
- des contextes démographiques ou biologiques impliquant l'estimation, les simulations et la statistique, comme la détermination de la quantité de poissons d'une étendue d'eau pour une période donnée;

– des contextes associés à la physique avec les concepts de pente, de distance, de vitesse et de vecteur. Par exemple :
  - l'analyse de situations où interviennent des déplacements successifs, des forces ou des vitesses;
  - la détermination de la vitesse par l'analyse de la pente d'un graphique représentant la distance en fonction du temps;
  - la déduction de la distance parcourue par le calcul de l'aire sous la courbe;
  - la comparaison de la pente de la sécante à une courbe et de la vitesse moyenne d'un mobile sur un intervalle.

D'autres concepts mathématiques sont exploités et peuvent être observés dans plusieurs domaines d'activité tels que l'arpentage, la topographie, la géodésie, la biologie, la biométrie, l'optique, la mécanique, l'électricité, la chimie, la météorologie ou l'informatique.

De plus, des activités mathématiques ayant un lien avec la science peuvent être réalisées par l'élève afin de caractériser cette séquence et de mettre en valeur le rôle ou l'apport de la mathématique dans la société. L'élève peut organiser des expositions, interviewer un physicien ou un mathématicien, faire des visites dans des centres pharmaceutiques, météorologiques ou de robotique, etc. Des élèves peuvent également créer un comité d'entraide mathématique pour parrainer des élèves plus jeunes. Ces activités permettent à l'élève de développer une attitude positive à l'égard de la mathématique, de mieux comprendre les différents concepts qu'elle sous-tend et de s'engager d'une manière différente dans ses apprentissages.

L'apprentissage est également soutenu par la technologie. Son utilisation stimule le raisonnement chez l'élève en piquant sa curiosité et en suscitant la formulation de diverses conjectures. Le caractère visuel de ces outils l'aide à construire une image mentale des situations présentées. Certains logiciels qualifiés de dynamiques lui permettent d'observer ce qui se produit lorsque les valeurs de certains paramètres sont modifiées. Ces différents outils lui offrent la possibilité de générer diverses conjectures qui suscitent à leur tour d'autres questions et mettent progressivement en place un processus d'exploration qui permettra de soutenir la mise en forme d'une preuve.

Au cours de la dernière année du cycle, l'élève a l'occasion, à l'intérieur d'une activité d'approfondissement d'envergure, d'exploiter ses compétences et de mettre à profit les concepts et les processus qu'il a appris. Par ailleurs, afin de mieux répondre aux besoins de certains élèves, il est possible que cette activité thématique fasse parfois appel à un contenu non prescrit. Des suggestions de thèmes pouvant guider l'élève dans le choix et l'élaboration de son activité d'approfondissement sont présentées ci-après.

L'élève dispose de maintes occasions d'exploiter les domaines généraux de formation, de raffiner ses méthodes de travail, de s'intéresser aux procédés de recherche, de discuter de science et de développer des compétences mathématiques et transversales dans des situations signifiantes. Principal agent de sa formation, il fait preuve d'autonomie dans ses réalisations. Cette séquence lui offre donc une formation intellectuelle qui le prépare à agir avec efficience dans un monde en évolution.

Activité d'approfondissement au cours de la troisième année du cycle

L'élève engagé dans la séquence *Sciences naturelles* a l'occasion d'approfondir ses savoirs mathématiques en mettant à profit sa pensée créatrice, son jugement critique et son aptitude à exploiter l'information dans le cadre d'une activité d'approfondissement qui, au besoin, peut s'amorcer dès le début de l'année.

Cette activité a pour objectif d'amener l'élève à approfondir davantage certains concepts mathématiques, à reconnaître la présence de la mathématique, à apprécier son apport dans plusieurs domaines d'activité, à prendre conscience de l'apport des compétences mathématiques dans la réalisation de différentes tâches ainsi qu'à faire preuve de persévérance et d'autonomie. Cette activité vise donc la mobilisation des compétences mathématiques dans un contexte signifiant pour l'élève. Le temps prévu dans le programme pour la réalisation de cette activité d'approfondissement représente une quinzaine d'heures de classe.

Sans être exhaustive, la liste qui suit peut aider l'élève à sélectionner un thème susceptible de guider son choix de carrière et de lui permettre de faire des apprentissages signifiants. Certains thèmes se prêtent à l'exploitation de concepts sollicités en sciences administratives ou en sciences appliquées.

- Réalisation d'un dessin assisté par ordinateur, coordonnées polaires et rôle en programmation, vecteurs dans l'espace
- Travaux en relation avec l'architecture, l'astronomie et les différents types de géométrie (euclidienne, sphérique, etc.)
- Relations métriques dans le cercle
- Histoire de la trigonométrie : rapports trigonométriques et cercle trigonométrique (sécante, cosécante, cotangente)
- Nombres complexes, fractales et fonctions itérées complexes
- Résolution d'équations contenant plusieurs inconnues, matrices
- Probabilité conditionnelle, espérance mathématique
- Aires de régions délimitées par une conique
- Surfaces de révolution : paraboloïde, ellipsoïde et hyperboloïde
- Dénombrement et probabilités dans des situations où interviennent des permutations, des arrangements ou des combinaisons
  - Construction et utilisation de formules
- Distribution de probabilités : loi binomiale, loi normale, loi de Poisson, loi géométrique, loi hypergéométrique
  - Représentation graphique d'une distribution; aire sous la courbe; utilisation de tables de distribution de probabilités; test d'hypothèses (H_0, H_1), estimation de paramètres, niveau de confiance, intervalle de confiance
- Mathématiques financières : méthodes comptables
- Suite géométrique : annuités, intérêts composés et résolution de situations issues du domaine financier

Suggestions de production

La production peut prendre plusieurs formes selon les objectifs poursuivis. Cependant, dans tous les cas, la démarche de réalisation de l'activité doit être explicitée.

- Rapport de recherche
- Affiche synthèse
- Autres

L'enseignant peut proposer diverses façons de présenter les résultats de l'activité : devant la classe, au cours d'une exposition ou en entrevue individuelle.

Activité d'approfondissement au cours de la troisième année du cycle (*Suite*)

Manifestations attendues au regard des compétences

Dans le cadre de son activité d'approfondissement, l'élève résout une situation-problème en mettant en action toutes les composantes de la compétence. Il s'agit d'une occasion privilégiée pour tirer profit de ses champs d'intérêt et de ses aptitudes. Cette activité peut faire appel à des savoirs mathématiques non prescrits que l'élève analyse systématiquement en décodant et en modélisant les éléments qui se prêtent à un traitement mathématique. La multiplicité des liens entre les champs mathématiques peut aussi contribuer à la richesse de l'activité tout en permettant d'approfondir les concepts et processus prescrits.

L'élève déploie son raisonnement mathématique en mettant particulièrement en évidence sa construction de réseaux de concepts et de processus. Il organise les nouveaux objets mathématiques qui viennent s'ajouter à ses connaissances. Il émet des conjectures, propose des justifications et établit des liens entre différents concepts tout au long de son activité. Sa démarche d'approfondissement est structurée et clairement explicitée.

L'élève communique à l'aide du langage mathématique tant dans l'élaboration de l'activité (lectures, interprétation, synthèse) que dans sa production finale (rapport, exposé, affiche, article, kiosque). Dans la gamme des représentations sémiotiques dont il dispose, il choisit celles qui sont pertinentes pour adapter son message aux réactions et aux interrogations de l'interlocuteur visé.

Évaluation

L'évaluation de l'activité peut être réalisée par l'enseignant, par l'élève, par ses pairs ou par toutes ces personnes. L'enseignant peut s'inspirer des critères énoncés dans le programme pour établir ceux qui conviennent à l'activité. Ces critères doivent toutefois être connus de l'élève. L'appréciation de l'activité sera considérée dans l'évaluation d'une ou de plusieurs compétences, selon le cas.

Arithmétique et algèbre

La mathématique est la reine des sciences, et la théorie des nombres est la reine des mathématiques.
Friedrich Gauss

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance

Concepts de la 2e année du cycle	Processus
– Expression algébrique • Identité algébrique (du second degré) • Équation et inéquation du second degré à une variable – Fonction réelle • Fonction en escalier - Fonction partie entière (du plus grand entier non supérieur à *x*) • Fonction polynomiale de degré 2 • Paramètre – Système • Système d'équations du premier degré à deux variables • Système composé d'une équation du premier degré et d'une équation du second degré à deux variables	– Manipulation d'expressions algébriques • Multiplication d'expressions algébriques • Division de polynômes (avec ou sans reste) • Factorisation de polynômes • Développement, réduction ou substitution d'expressions à l'aide d'identités algébriques remarquables • Résolution d'équations et d'inéquations du premier et du second degré à une ou deux variables, selon le contexte : algébriquement ou graphiquement - Validation et interprétation de la solution – Analyse de situations • Observation, interprétation et description de différentes situations • Représentation d'une situation à l'aide d'une fonction réelle : verbalement, algébriquement, graphiquement et à l'aide d'une table de valeurs - Observation de régularités - Description des propriétés de la fonction - Interprétation des paramètres - Recherche de la règle d'une fonction réelle - Passage d'une forme d'écriture à une autre pour la fonction polynomiale de degré 2 : forme générale, forme canonique et forme factorisée - Interpolation et extrapolation • Interprétation des résultats • Comparaison de situations - Résolution de systèmes d'équations à l'aide d'une table de valeurs, graphiquement ou algébriquement - Interprétation de la ou des solutions, selon le contexte - Choix d'une solution avantageuse

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance (*Suite*)

Note : Dans l'analyse de différentes situations, l'élève dégage des informations telles que le lien de dépendance, les accroissements, le domaine et l'image, la croissance ou la décroissance, le signe, les extrémums, des valeurs remarquables dont le ou les zéros et les coordonnées à l'origine.

La détermination de la règle d'une fonction polynomiale de degré 2 se fait à partir du sommet et d'un autre point ou encore à partir des zéros et d'un autre point.

Le concept d'inéquation à deux variables renforce le sens de l'équation pour l'interprétation dans un plan cartésien.

Concepts de la 3e année du cycle

- Expressions arithmétique et algébrique
  - Nombres réels : valeur absolue, radicaux, exposants et logarithmes
- Relation, fonction et réciproque
  - Fonction réelle : valeur absolue, racine carrée, rationnelle, exponentielle, logarithmique, sinusoïdale, tangente
    - définie par parties
  - Opérations sur les fonctions
- Système
  - Système d'inéquations du premier degré à deux variables
  - Système d'équations du second degré (en relation avec les coniques)

Processus

- Manipulation d'expressions arithmétiques et algébriques en mettant à profit les propriétés des radicaux, des exposants, des logarithmes et des valeurs absolues
  - Résolution d'équations et d'inéquations à une variable : valeur absolue, racine carrée, rationnelle, exponentielle, logarithmique, trigonométrique
- Analyse de situations
  - Observation, interprétation et description de différentes situations
    - Modélisation de situations et représentation graphique à l'aide d'un nuage de points
      - Recherche du type de lien de dépendance, interpolation et extrapolation à l'aide de la courbe la mieux ajustée, avec ou sans soutien technologique
  - Représentation d'une situation à l'aide d'une fonction réelle : verbalement, algébriquement, graphiquement et à l'aide d'une table de valeurs
    - Recherche de la règle d'une fonction ou de sa réciproque, selon le contexte
    - Description des propriétés d'une fonction
- Optimisation d'une situation en tenant compte de différentes contraintes
  - Représentation à l'aide d'un système d'équations ou d'inéquations
  - Résolution du système d'équations ou d'inéquations : algébriquement ou graphiquement
    - Représentation et interprétation de l'ensemble-solution
  - Choix d'une ou de plusieurs solutions optimales
  - Analyse et interprétation de la ou des solutions, selon le contexte

Note : Le réinvestissement des propriétés des exposants, entiers et rationnels, amène l'élève

– à poursuivre le développement des lois des exposants : $a^m \times a^n = a^{m+n}$, $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $(ab)^m = a^m b^m$, $\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{a^m}{b^m}\right)$

– à déduire les différentes propriétés des radicaux : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$, $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$, $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

– à déduire, à l'aide des liens entre les exposants et les logarithmes, les équivalences suivantes : $a^b = c \Leftrightarrow \log_a c = b$, $\log_a c^n = n \log_a c$, $\log_a c = \frac{\ln c}{\ln a} = \frac{\log c}{\log a}$

Dans l'étude des fonctions exponentielle et logarithmique, les bases 2, 10 et e sont à privilégier.

Les fonctions en escalier sont ici considérées comme des cas particuliers de la fonction définie par parties.

Le concept de réciproque est principalement associé aux fonctions rationnelle, exponentielle, logarithmique et racine carrée.

Éléments de méthode

Dans cette séquence, c'est à partir de situations concrètes que l'élève est amené à modéliser, à forger sa capacité d'abstraction et à transférer ses apprentissages dans de nouvelles situations, concrètes ou non. La maîtrise des manipulations d'expressions algébriques soutient son appropriation du processus de modélisation, sous-jacent à l'analyse de situations. Cette maîtrise contribue également à la résolution de systèmes d'équations ainsi qu'à la démonstration de l'identité d'expressions algébriques. Pour résoudre des équations ou des inéquations au moment de l'exercice de ses compétences, l'élève fait notamment appel aux concepts géométriques ou à la réduction de différentes expressions algébriques.

Deuxième année du cycle

L'analyse de certaines situations, y compris les expériences, à l'aide de fonctions réelles telles que les fonctions polynomiales de degré inférieur à 3 ou les fonctions en escalier, sollicite chez l'élève l'exploitation d'outils statistiques (nuage de points et corrélation linéaire) de même que l'étude et l'interprétation de certaines réalités comme les contextes économiques ou les phénomènes physiques liés à l'étude des trajectoires. L'élève détermine si une situation est représentée par une fonction constante, du premier degré, partie entière ou du second degré. À partir de la règle de la fonction ou du graphique associé, il est en mesure d'interpoler et d'extrapoler. De plus, les fonctions en escalier lui offrent la possibilité d'approfondir son sens du nombre réel et son raisonnement, en particulier lorsqu'il représente et compare les fonctions *du plus grand entier*, *troncature*, *arrondi* ainsi que la fonction *partie fractionnaire*.

Dans cette étude, pour dégager les paramètres des fonctions retenues, l'écriture sous la forme canonique est privilégiée : $f(x) = a\left[b(x-h)\right] + k$ et $f(x) = a(x-h)^2 + k$. Pour donner du sens aux paramètres, l'élève analyse leur rôle dans la règle de la fonction, leur effet sur les graphiques (transformation de la fonction de base) ainsi que leurs liens avec les données initiales de la situation. Les observations et les manipulations peuvent être réalisées avec ou sans outils technologiques, selon l'intention pédagogique poursuivie. Le recours à la technologie permet de cibler plus rapidement un modèle et de mettre l'accent sur son analyse et sa justification plutôt que sur la manipulation algébrique.

Troisième année du cycle

L'élève explore plusieurs situations pouvant être traduites par une fonction périodique. Dans l'analyse plus particulière des fonctions trigonométriques, l'étude du cercle trigonométrique est mise à profit pour les contextualiser. Ce cercle permet à l'élève de visualiser la périodicité des fonctions trigonométriques et les lignes trigonométriques, de dégager des propriétés et de démontrer certaines identités. Le recours aux fonctions définies par parties rend par ailleurs possible l'analyse de diverses situations, comme la rémunération pendant et après les heures régulières de travail (salaire et demi, salaire double). Une règle est déterminée et définie sur chaque intervalle de domaine. Le concept de continuité intervient alors et permet d'interpréter le changement du taux de variation.

Les opérations sur les fonctions sont abordées dans des contextes signifiants, notamment l'impôt total à payer (addition) ou le calcul des taxes de vente (composition). L'étude de ces opérations ne doit pas être une fin en soi, mais elle doit permettre l'analyse et la modélisation de situations.

Les concepts d'infini et de continuité permettent à l'élève de donner du sens aux asymptotes des fonctions et réciproquement. La définition du concept de limite est introduite de façon intuitive (sans faire appel au symbolisme) afin de favoriser la compréhension de certaines situations. L'étude des fonctions rationnelles, tangentes, exponentielles ou logarithmiques est également propice à des discussions sur ces concepts.

Par ailleurs, lorsqu'il cherche la solution optimale d'une situation comportant un ensemble de contraintes, l'élève recourt à la programmation linéaire. Il traduit les différentes contraintes à l'aide d'un système d'inéquations à deux variables et définit, à l'aide d'une équation, la fonction à optimiser. Il représente graphiquement la situation et observe le polygone de contraintes. Pour choisir une solution optimale, il détermine, graphiquement ou algébriquement, les coordonnées des sommets. Il justifie son choix et l'interprète par rapport au contexte.

Probabilités et statistique

Il est remarquable qu'une science d'abord consacrée à l'étude des aléas soit devenue l'objet le plus important du savoir humain.
Pierre-Simon de Laplace

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens des données tirées de relevés statistiques	
Concepts de la 2e année du cycle	**Processus**
– Distribution à deux caractères • Corrélation linéaire - Coefficient de corrélation - Droite de régression	– Organisation et analyse d'une distribution de données à deux caractères • Représentation à l'aide d'un nuage de points • Appréciation qualitative et quantitative d'une corrélation - Représentation et détermination de l'équation de la droite de régression - Approximation du coefficient de corrélation linéaire avec ou sans soutien technologique - Interprétation du coefficient de corrélation linéaire

Éléments de méthode

Dans le développement de sa pensée statistique, l'élève de la séquence *Sciences naturelles* réinvestit le concept de dispersion dans l'étude de distributions à deux caractères, qu'il représente par un tableau à double entrée ou un nuage de points. L'analyse du nuage de points lui permet de décrire et de caractériser qualitativement la corrélation observée (parfaite, forte, faible, nulle, positive, négative). Il prend conscience que des erreurs de manipulation ou de mesure influencent les résultats des expériences réalisées. Ainsi, les graphiques générés ne représentent pas toujours des courbes « parfaites ». C'est à partir de l'analyse de diverses situations ou expériences liées au développement de ses compétences que l'élève prend conscience qu'un modèle mathématique, par exemple une fonction, peut être associé à un nuage de points.

Deuxième année du cycle

Pour la corrélation linéaire, l'élève est amené à définir le concept et à l'utiliser afin de vérifier le degré de relation qui existe entre deux quantités. Il approxime le coefficient de corrélation par une méthode graphique ou à l'aide d'outils technologiques. À l'aide de différentes méthodes, il détermine la règle qui correspond à la droite la mieux ajustée pour décrire le lien observé, interpoler ou extrapoler. Il se sensibilise au fait que même si la corrélation est forte, cela ne signifie pas nécessairement qu'il existe un lien de causalité. En effet, une relation constatée entre deux données peut être fortuite ou liée à un troisième facteur, ou encore correspondre à un lien de cause à effet.

L'élève déploie son raisonnement mathématique en extrapolant à partir d'une analyse statistique. Il peut se servir des données statistiques portant, par exemple, sur certaines performances sportives et anticiper différents résultats.

Géométrie

Vous qui voulez étudier de grandes et merveilleuses choses et qui sondez le mouvement des étoiles, vous devez lire ces théorèmes sur les triangles. La connaissance de ces idées vous ouvrira les portes de l'astronomie et de certains problèmes géométriques.
Regiomontanus

Dans la continuité de la première année du cycle, l'élève construit et s'approprie les concepts et processus suivants :

Sens spatial et figures géométriques	
Concepts de la 2e année du cycle	**Processus**
– Figures équivalentes – Géométrie analytique • Droite et distance entre deux points – Mesure • Relations métriques et trigonométriques dans le triangle : sinus, cosinus, tangente, lois des sinus et des cosinus	– Analyse de situations • Recherche de mesures manquantes à l'aide du concept de distance, des propriétés des figures isométriques, semblables ou équivalentes - Angles de triangles ou de figures se décomposant en triangles - Longueurs ▪ Segments issus d'une isométrie ou d'une similitude ▪ Côté d'un triangle ▪ Hauteur relative à l'hypoténuse, projection orthogonale des cathètes sur l'hypoténuse - Aires et volumes de figures
Concepts de la 3e année du cycle	**Processus**
– Géométrie analytique • Cercle trigonométrique - Identité trigonométrique • Vecteur • Conique - Parabole - Cercle, ellipse et hyperbole, centrés à l'origine	– Manipulation d'expressions trigonométriques • Développement, réduction ou substitution d'expressions à l'aide d'identités trigonométriques – Analyse de situations faisant appel aux concepts d'isométrie, de similitude, de transformation géométrique, de conique et de vecteur • Recherche de mesures manquantes • Opérations sur les vecteurs - Addition et soustraction de vecteurs - Multiplication d'un vecteur par un scalaire - Produit scalaire • Description à l'aide d'une figure, d'un vecteur ou d'une règle • Description des éléments d'une conique : rayon, axes, directrice, sommets, foyers, asymptotes, régions • Recherche de la règle (sous forme canonique) d'une conique, de sa région intérieure ou extérieure • Détermination de coordonnées de points d'intersection entre une droite et une conique ou encore une parabole et une autre conique
Note : L'élève prouve, algébriquement ou géométriquement, l'identité d'expressions trigonométriques simples à l'aide des définitions (tangente, sécante, cosécante, cotangente), des identités pythagoriciennes, des propriétés de périodicité et de symétrie ainsi que des formules de somme ou de différence de deux angles. La formule de Héron pourrait être introduite afin de calculer l'aire d'un triangle scalène. On entend par *vecteur* un vecteur géométrique ou libre.	

Éléments de méthode

Dans cette séquence, les propriétés à l'étude doivent idéalement pouvoir émerger comme conclusions des activités d'exploration soumises à l'élève. Ces propriétés l'aident à justifier ses démarches lorsqu'il exerce ses compétences mathématiques. Ainsi, il déduit certaines propriétés à l'aide d'un raisonnement organisé à partir de définitions, de relations ou de propriétés déjà établies tout en introduisant la rigueur souhaitée.

Deuxième année du cycle

En géométrie analytique, le calcul de la distance entre deux points intervient dans l'analyse de situations faisant appel à des fonctions ou à des figures géométriques. L'étude de la droite se fait conjointement à celle des systèmes d'équations du premier degré. À cette occasion, une attention particulière est portée aux différentes formes d'équation de la droite (canonique, générale et symétrique) ainsi qu'aux positions relatives des droites (sécantes, parallèles – distinctes, disjointes et confondues – et perpendiculaires).

Par l'exploration et la déduction, l'élève détermine les conditions minimales pour obtenir des triangles isométriques ou semblables. Il met à profit ces propriétés pour déduire des mesures manquantes. En recourant aux raisonnements proportionnel et géométrique ainsi qu'à ses connaissances des triangles semblables, il découvre les différentes relations métriques dans le triangle rectangle.

Le cercle trigonométrique est mis à contribution pour introduire les apprentissages relatifs à la trigonométrie du triangle rectangle. De concert avec la relation de Pythagore, la détermination des coordonnées de certains points (servant à former des angles de 30°, de 45° et de 60°) permet d'établir certaines valeurs trigonométriques remarquables. Les concepts d'homothétie et de similitude des triangles complètent les apprentissages de ces relations trigonométriques. Cette approche permet à l'élève d'expliquer la présence de valeurs négatives dans les rapports trigonométriques ou la présence de rapports de même valeur pour deux angles différents.

Diverses pistes d'exploration sont susceptibles de susciter la curiosité de l'élève. L'idée sous-jacente est de l'amener à émettre des conjectures tout en explorant des familles de figures et, ainsi, à exercer son raisonnement dans un contexte géométrique. Il peut découvrir, par exemple, que la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle reste constante malgré qu'on déplace, parallèlement à la base, le sommet commun aux deux triangles ainsi formés, et ce, pour tout type de triangle. Plusieurs autres pistes d'exploration permettant à l'élève d'exercer son habileté à conjecturer sont suggérées à l'annexe E.

Troisième année du cycle

L'élève enrichit ses liens entre la géométrie et l'algèbre, entre autres par l'utilisation d'identités trigonométriques et par l'étude des coniques. Dans le cadre de la trigonométrie, il exploite sa compréhension de la relation d'équivalence et des manipulations d'expressions algébriques pour démontrer l'identité d'expressions trigonométriques et résoudre des équations trigonométriques. Par ailleurs, l'étude des coniques amène l'élève à découvrir d'autres applications, notamment en ce qui a trait aux systèmes de télécommunication. Elle permet ainsi d'approfondir et d'appliquer divers concepts ou processus comme l'optimisation, le calcul algébrique ou les relations. L'élève observe les coniques à partir de la section d'un cône ou de diverses manipulations (pliage, jeu d'ombres, construction). Il relève des régularités et cherche à définir les différentes coniques. Il en détermine les équations et en décrit chacune des régions en faisant appel à la relation d'inégalité. Il détermine les coordonnées de points d'intersection et différentes mesures à l'aide de manipulations algébriques en recourant, lorsque cela est nécessaire, à un changement de variable.

Le concept de vecteur s'inscrit dans la continuité de l'étude de la linéarité entreprise au cycle précédent. Il permet d'aborder d'une nouvelle façon certaines situations faisant appel à la géométrie et d'y lier diverses notions, telles la proportionnalité, les fonctions linéaires (et affines), les équations du premier degré et les transformations géométriques associées au déplacement. L'élève peut alors établir un parallèle entre les propriétés des nombres réels et celles des vecteurs. Lorsqu'il effectue des opérations sur les vecteurs, il recourt, entre autres, à la relation de Chasles. Selon les situations présentées, l'élève peut également établir et effectuer diverses combinaisons linéaires ou encore déterminer les coordonnées d'un point de partage à l'aide du produit d'un vecteur par un scalaire. L'étude du vecteur se fait autant dans le plan euclidien que cartésien.

Par ailleurs, la technologie peut permettre à l'élève de visualiser l'intersection de coniques ou d'observer, par exemple, des courbes de la forme $y^2 = x^3 + ax + b$ qui possèdent des propriétés arithmétiques très spéciales, susceptibles d'être exploitées en cryptographie.

Repères culturels

Mais si les mathématiques ont si bonne réputation, c'est aussi parce qu'elles offrent aux sciences naturelles – sciences exactes – une certaine sécurité qu'elles n'auraient pas autrement.
Albert Einstein

La mathématique fait partie du patrimoine de l'humanité et a évolué au cours des âges. Les repères culturels évoqués ici en témoignent. Ils constituent autant de pistes permettant d'intégrer la dimension culturelle à l'intérieur de la séquence *Sciences naturelles*. Les liens entre la mathématique et la science sont nombreux et ces disciplines se sont côtoyées à toutes les époques. Certes, les avancées mathématiques ont permis de résoudre bien des problèmes et de répondre à divers besoins sociaux. Mais elles ont aussi souvent devancé les applications concrètes et leurs utilisations dans des sphères d'activités scientifiques ou autres. Les grands penseurs de jadis combinaient généralement plusieurs disciplines : philosophie, mathématique, science, arts, etc. De nos jours, les chercheurs doivent plutôt se spécialiser, mais les disciplines demeurent toujours liées. Les pages qui suivent présentent des illustrations autant de la dimension historique que de la dimension contemporaine de l'apport des différents champs mathématiques à la sphère culturelle.

Arithmétique et algèbre

Divers domaines permettent à l'élève d'observer et de manipuler des nombres en différentes notations. La notation exponentielle, par exemple, est fortement utilisée en informatique, notamment pour représenter et repérer les milliards d'adresses des usagers d'Internet. Cette représentation s'avère incontournable en cryptographie pour assurer la sécurité des transmissions et des transactions. La démographie et la géographie exploitent également la notation exponentielle, utilisée dans différents modèles de croissance, dont celui qui fait appel à la progression géométrique.

Dans le domaine de l'économie et de la consommation, les activités faisant appel aux pourcentages, aux exposants ainsi qu'aux grands nombres permettront à l'élève d'apprécier l'apport de la mathématique dans son quotidien. Il pourra, par exemple, analyser la composition des codes à barres apparaissant sur les emballages. Basé sur le système binaire et déchiffré à l'aide d'un lecteur optique, ce code, devenu pratiquement indispensable, a révolutionné l'industrie. Grâce à son utilisation, les acheteurs peuvent effectuer et payer leurs commandes plus rapidement et les inventaires sont mis à jour automatiquement.

Un nombre croissant d'objets, d'outils et de techniques utilisés quotidiennement doivent leur existence et leur efficacité à la mathématique. Par exemple, les développements récents concernant les prévisions météorologiques, le traitement numérique des images, la fusion des données relatives à la surveillance aérienne et spatiale, le contrôle du transport ferroviaire, l'optimisation des réseaux de téléphonie cellulaire, la gestion hydroélectrique d'une centrale ou d'une région ont tous en commun la modélisation.

L'algèbre contribue aussi au processus de modélisation et au développement de l'abstraction. Par exemple, l'élève pourra confronter avec ses pairs sa compréhension de concepts abstraits, tel l'infini, et en retracer l'évolution à travers l'histoire de l'humanité. Les Grecs de l'Antiquité avaient des difficultés à distinguer les notions d'infini et de continu de celles de fini et de discret. Les paradoxes de Zénon d'Élée peuvent servir de point de départ à une discussion sur le sujet. On peut considérer, entre autres, le paradoxe de la flèche qui évoque le concept de vitesse instantanée en soulevant la question suivante : quelle valeur faut-il donner au rapport de la distance parcourue par intervalle de temps ($\Delta x/\Delta t$) lorsque celui-ci (Δt) devient très petit? Le malaise soulevé par cette division provient du fait que la valeur du dénominateur devient éventuellement nulle. Depuis l'apparition des méthodes infinitésimales au XVII[e] siècle, développées notamment par Leibniz et Newton, la notion de limite permet de traiter ce genre de problème, la vitesse instantanée étant la limite de ce rapport lorsque Δt tend vers zéro.

Les équations permettent aussi d'effectuer des calculs qui éclairent la prise de décisions. Elles sont utilisées dans des domaines variés tels que la recherche opérationnelle, la communication, les jeux de simulation, la conception d'un manège pour un parc d'amusement (calcul du moment d'inertie, de la distance de freinage ou de l'accélération centripète), etc.

Par exemple, grâce à certaines formules, on peut calculer la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques ou déterminer l'aire des panneaux d'un satellite. Dans l'exercice de leur profession, les contrôleurs aériens doivent rendre disponible un espace à tout avion qui traverse dans leur zone. Ils utilisent notamment la relation $d = vt$, qui leur permet de faire modifier la vitesse d'un avion ou d'ajuster l'espace de leur corridor aérien afin de s'assurer que tous les avions pourront se poser sans problème. Des équations comme celles des coniques permettent de décrire différents phénomènes associés aux trajectoires (chute des corps, orbites gravitationnelles, etc.).

La recherche opérationnelle fournit des outils pour améliorer l'efficacité dans des domaines aussi variés que l'agriculture, l'environnement, l'ingénierie, l'informatique, la logistique, la médecine, les télécommunications, les transports ou l'économie. Les stratégies d'optimisation trouvent des applications dans les services publics et privés, par exemple dans la préparation des horaires de travail (jour, soir, nuit) ou dans l'organisation des transports. Dans le cas des véhicules prioritaires, ceux-ci sont positionnés à des endroits stratégiques afin de limiter le temps de réponse aux appels d'urgence couvrant le territoire de façon optimale. L'élève pourra réaliser l'importance de la programmation et des processus d'optimisation dans l'élaboration de solutions qui répondent aux besoins et respectent des contraintes.

Probabilités et statistique

Il est important que l'élève puisse se servir efficacement d'outils statistiques et qu'il soit en mesure d'utiliser des modèles probabilistes pour interpréter des phénomènes aléatoires et des résultats issus d'expériences ou de sondages. Les probabilités et la statistique font en effet de plus en plus partie de notre vie quotidienne. Elles sont employées dans diverses sphères d'activité telles que l'économie, les assurances, la biologie et la médecine. En physique, la théorie des probabilités s'avère indispensable à la modélisation de plusieurs phénomènes complexes (théorie des gaz, mouvement brownien, etc.).

En recherche expérimentale, les concepts probabilistes servent à élaborer des modèles et des simulations, tandis que les processus statistiques sont utilisés pour la collecte et la représentation des données, l'interprétation des résultats, la prise en compte des erreurs (mesure, échantillonnage) et la formulation de prédictions. L'espérance mathématique, la corrélation, la probabilité conditionnelle, la loi des grands nombres et la loi normale constituent autant de concepts que l'élève pourra exploiter dans la réalisation de ses activités. Par exemple, la corrélation permet de définir des modèles et d'établir des liens entre des variables.

Plusieurs chercheurs, tels que Pascal, Fermat, Huygens, Galton, Bernoulli, Gauss, Laplace, Poisson, De Moivre, Quételet et Komolgorov, ont contribué par leurs nombreux travaux à développer la théorie des probabilités et la statistique. L'élève pourra apprécier l'importance et l'apport de ces concepts et processus mathématiques dans le contexte des activités scientifiques qui lui seront proposées.

Géométrie

La géométrie a une riche histoire. Les penseurs grecs de l'Antiquité étaient avant tout des géomètres. Ils ont travaillé à partir d'objets abstraits et ont organisé la géométrie de façon déductive. L'élève qui apprivoise l'abstraction et qui étudie les principes de la déduction pourra considérer avec intérêt l'évolution de la pensée de ces mathématiciens dont la contribution est considérable.

Thalès de Milet est reconnu comme le fondateur de la géométrie grecque. L'importance d'Euclide ne peut non plus être passée sous silence. Son ouvrage synthèse, *Les Éléments*, a marqué des générations de philosophes et de mathématiciens. Dans leur sillage, d'autres penseurs comme Apollonius, Archimède, Ptolémée, Héron et Diophante ont enrichi les connaissances de la période classique sur la géométrie et la trigonométrie en établissant des liens avec d'autres disciplines comme la mécanique et l'astronomie.

Pendant des siècles, la trigonométrie a été associée presque exclusivement à l'astronomie. Hipparque et Ptolémée ont établi des tables de nombres permettant de faciliter et d'effectuer divers calculs. Ces tables renfermaient des longueurs de segments (cordes et demi-cordes) pour différents angles à l'intérieur d'un cercle. Les Arabes les ont précisées davantage et les ont utilisées notamment pour des raisons d'ordre religieux. Ce n'est qu'à la fin du XVIe siècle que la trigonométrie a été exploitée dans des domaines extérieurs à l'astronomie, entre autres pour résoudre des problèmes liés au mesurage et à l'arpentage. C'est à cette époque que sinus, cosinus et tangente ont été définis en termes de rapport entre les côtés du triangle rectangle. En approfondissant l'histoire de la trigonométrie, l'élève observera que de nombreux astronomes et mathématiciens de cultures différentes ont contribué à son essor. Il découvrira qu'elle a permis de répondre à des problèmes liés au géocentrisme ou à diverses considérations religieuses et, plus tard, de faciliter certains calculs en physique par la définition d'une nouvelle unité de mesure, le radian.

Pour aider l'élève à déployer son raisonnement, l'enseignant pourra faire référence à Platon et à Aristote, qui ont tous deux exercé une influence considérable sur la pensée occidentale. C'est à l'époque de Platon que sont apparus les premiers éléments de géométrie. Puis Aristote, l'un des fondateurs de la logique, a codifié les lois du raisonnement et en a fait un instrument de pensée capable de produire ses propres normes. Dans la Grèce antique, la mathématique et la philosophie étaient très liées. Afin de sensibiliser l'élève aux grandes interrogations qui ont marqué les débuts des mathématiques, l'enseignant pourrait lui soumettre des situations apparentées aux problèmes classiques tels que la duplication du cube – problème légendaire selon Eutocius, où Apollon aurait ordonné qu'on double un des autels de son sanctuaire –, la trisection de l'angle (partager en trois un angle donné) et la quadrature du cercle (avec une règle non graduée et un compas, construire un cercle et un carré de même aire). Les problèmes de géométrie ont donc occupé dès les débuts une place déterminante dans l'histoire et l'évolution de la mathématique.

René Descartes, qui est à l'origine de la géométrie analytique, a aussi réalisé des recherches sur l'optique et la météorologie. Il concevait le monde à l'image de la géométrie, croyait qu'il se conformait à des lois mathématiques simples et que tout pouvait être mathématisé. Galilée, tout comme Descartes, croyait que la science devait être conçue sur le modèle de la mathématique, reposer sur des axiomes et procéder de façon déductive vers l'identification de propriétés ou la formulation de nouvelles propositions.

Aristote avait émis le même avis quelque vingt siècles auparavant lorsque, dans *Organon*, il avait écrit : « Savoir, c'est connaître par le moyen de la démonstration. » Le grand philosophe distinguait notamment les définitions des axiomes et des hypothèses, etc. Posséder le savoir ne consistait donc plus seulement à le contempler comme le préconisait Platon, mais à produire une explication en obéissant à certaines règles logiques.

Les concepts de volume et de solide sont mis à contribution dans de nombreux domaines, dont ceux qui font appel à la planification comme le transport, le stockage et la gestion des inventaires. Lorsqu'il fait l'étude plus particulière des figures équivalentes, l'élève pourra être amené à développer sa capacité à abstraire en explorant le principe de Cavalieri, à partir duquel il est possible de dégager des applications concrètes. L'étude des symétries et des formes trouve aussi des applications en chimie, dans la compréhension de la structure des molécules et des cristaux. Les architectes, pour leur part, ont recours aux concepts géométriques pour élaborer leurs plans.

Les vecteurs offrent à l'élève une autre façon d'appréhender le réel. Ils servent notamment à représenter des forces ou des trajectoires, et on en retrouve des applications dans tout ce qui implique un mouvement, par exemple dans le domaine de l'aviation. Les contrôleurs aériens les utilisent ainsi pour visualiser en trois dimensions le déplacement des avions qui passent à l'intérieur de leur zone. Les ingénieurs qui fabriquent des structures ou des engins comme des hélicoptères les utilisent constamment pour représenter les forces qui interagissent sur ces objets.

L'élève pourra donc constater que, d'époque en époque, la géométrie a évolué au gré des besoins des humains et que la connaissance de certaines étapes de cette évolution est utile pour interpréter la réalité présente. Aujourd'hui, plusieurs éléments peuvent être numérisés : les images, le son, les photographies, les communications, etc. Grâce à la compression numérique, nous pouvons transmettre des informations plus rapidement. Qu'en sera-t-il demain?

ANNEXE A – BUTS DE L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE

INTERPRÉTER LA RÉALITÉ

pour analyser, comprendre et porter un regard critique et éclairé sur le monde qui nous entoure

C'est dans une interaction réflexive avec son environnement que l'individu se forme une image mentale, se forge un jugement et développe son sens esthétique. L'interprétation du réel le rend habile à juger de la pertinence des informations qu'il reçoit, à gérer les influences diverses qui l'entourent et à se sentir en confiance dans les actions qu'il pose.

La mathématique est un outil privilégié pour construire l'interprétation du réel. Pour comprendre et décrire l'environnement physique, on utilise des ressources relatives au sens spatial telles que la représentation, la position et le mouvement, l'ordre de grandeur, le repérage, les échelles et la mesure. L'analyse d'informations, de comportements et de phénomènes prend un sens dans le traitement de données par le truchement de l'observation, la modélisation, la corrélation, les liens de dépendance, les graphes, les probabilités et la statistique de même que le raisonnement proportionnel.

ANTICIPER

pour prévoir ou espérer des résultats ou des comportements et visualiser un produit fini avant sa réalisation

C'est avec son intuition, son expérience, sa capacité à comparer et à généraliser des situations que l'individu peut efficacement anticiper le fruit de sa démarche. L'anticipation permet de planifier, de visualiser des impacts et des retombées, d'orienter les actions à entreprendre, et cela, tout au long du processus accompagnant le traitement d'une situation donnée.

La mathématique contribue au développement de cette aptitude par l'entremise de l'approximation d'un résultat provenant d'opérations, d'un agrandissement ou d'une réduction ou d'une combinaison de mouvements dans l'espace. La comparaison de modèles, de résultats théoriques et expérimentaux, l'optimisation dans la planification et l'organisation, la logique et le raisonnement déductif offrent également la possibilité de développer cette aptitude tout en guidant la personne dans l'évaluation des facteurs à considérer dans la tâche qui lui incombe.

GÉNÉRALISER

pour raisonner du particulier au général, passer du concret à l'abstrait et favoriser l'efficacité

C'est en observant et en raisonnant que l'individu dégage des structures, des modèles et des analogies qu'il réinvestit, développe ou modifie pour les rendre efficients dans d'autres situations ou pour anticiper des résultats de travaux à venir. La généralisation permet de devenir autonome dans la prise de décisions et dans le choix des actions à privilégier pour atteindre des objectifs.

La mathématique permet d'observer et de dégager des régularités, des tendances ou des lois aussi bien par l'analyse de suites numériques, de données, de procédures algorithmiques ou de relations entre des variables que par le calcul de mesures. De plus, elle permet d'élaborer des preuves et des démonstrations. Elle sollicite également les raisonnements inductif et déductif, qui sont intimement liés à l'aptitude à généraliser une situation.

PRENDRE DES DÉCISIONS

pour conclure sur l'issue d'une problématique, agir relativement à une problématique ou faire évoluer des enjeux

C'est en considérant ou en établissant des priorités, en jaugeant plusieurs facteurs et en anticipant les retombées possibles inhérentes à une situation qu'on en arrive à décider des actions à entreprendre. La prise de décisions, qui est un mécanisme complexe, permet de se persuader que l'action choisie est optimale et ainsi de matérialiser, d'expliquer ou de défendre cette décision avec conviction. Elle permet d'acquérir une indépendance intellectuelle et favorise le leadership.

La mathématique possède plusieurs composantes qui soutiennent la prise de décisions. L'individu développe ses habiletés à manipuler et à interpréter des données, à les comparer et à établir des relations entre elles en utilisant divers modes de représentation, schémas ou modèles. Il compare des démarches et recherche une solution optimale qui respecte les contraintes d'une situation. Dans les champs des probabilités et de la statistique, les concepts de chance et de hasard ainsi que l'expérimentation se cumulent pour renforcer la décision à prendre et pour évaluer le risque ou la marge d'erreur issus des conjectures émises, s'il y a lieu.

ANNEXE B – EXEMPLES DE STRATÉGIES SOLLICITÉES DANS L'EXERCICE DES COMPÉTENCES

Il importe d'amener l'élève à développer son autonomie, à élaborer des stratégies et à transférer ses acquis. Pour ce faire, on l'amène à réfléchir et à se questionner sur les concepts et les processus en jeu ainsi que sur les actions posées. L'élève recourt notamment à des grilles d'autoévaluation ou de coévaluation et bénéficie de rétroactions et de commentaires constructifs. Les stratégies cognitives et métacognitives accompagnent le développement et l'exercice des compétences mathématiques; elles sont intégrées au processus d'apprentissage. Bien que ces stratégies se construisent en interaction tout au long du cycle, il est possible de mettre l'accent sur certaines d'entre elles, selon la situation et l'intention poursuivie. On s'assure ainsi de leur appropriation et de leur intégration dans le répertoire personnel de l'élève. Les stratégies affectives et les stratégies de gestion des ressources sont également propices à l'exercice de l'autonomie. Elles favorisent l'émergence d'attitudes positives qui permettent de mener une tâche à terme et d'en tirer satisfaction.

Stratégies d'apprentissage	
Stratégies affectives	Se récompenser; se parler de façon positive; contrôler son anxiété; garder sa concentration; établir et maintenir sa motivation; persister; attribuer la réussite à des facteurs internes et modifiables; accepter de prendre des risques; etc.
Stratégies cognitives et méta-cognitives	**Stratégies de prise de conscience de son activité mentale :** expliquer son raisonnement; décrire sa démarche; reconnaître ses lacunes; cerner les apprentissages réalisés; définir les conditions d'utilisation d'une démarche et son efficacité; connaître son propre style d'apprentissage; etc. **Stratégies de planification :** se donner un aperçu du travail à faire; estimer le temps nécessaire; établir des buts; activer les connaissances antérieures; se donner des intentions de lecture; dégager des informations pertinentes explicites ou implicites; cerner la tâche à réaliser; faire une analyse de la tâche; dresser un plan de travail; diviser un problème en sous-problèmes; simplifier le problème; exemplifier; etc. **Stratégies de discrimination :** trouver pourquoi un exemple donné n'est pas un exemple du concept; comparer un exemple et un contre-exemple et trouver les différences entre eux; distinguer le sens des termes du langage courant et du langage mathématique et confronter sa compréhension de ces termes; chercher des contre-exemples; juger de la pertinence de données qualitatives ou quantitatives; etc. **Stratégies d'organisation :** réorganiser une liste de mots; structurer ses idées; écrire les idées importantes; énumérer, regrouper, classifier, réorganiser ou comparer des données; déterminer les réseaux de concepts à mobiliser; utiliser des listes, des schémas ou du matériel concret; recourir à différents registres de représentation sémiotique (verbal, symbolique, graphique, tabulaire); etc. **Stratégies d'élaboration :** utiliser des moyens mnémoniques (mots-clés); se créer une image mentale; reformuler ou réécrire en ses propres mots (paraphraser); traduire à l'aide d'équations, d'inéquations ou de systèmes; résumer; faire une analogie; se référer à un problème analogue déjà résolu; établir des liens; se représenter la situation mentalement ou par écrit; procéder par essais systématiques ou dirigés; travailler à rebours; dégager de nouvelles données à partir de données connues; utiliser un autre point de vue ou une autre stratégie (ex. champ mathématique, modèle, processus ou registre); expérimenter différentes façons de transmettre un message à caractère mathématique; surmonter un obstacle dans sa démarche en attribuant une valeur approximative à une donnée; etc.

Stratégies d'apprentissage (*Suite*)	
Stratégies cognitives et méta-cognitives (*Suite*)	**Stratégies de contrôle :** s'autoévaluer; faire de l'autorenforcement; concentrer son attention; évaluer l'efficacité de la stratégie choisie; faire des retours sur son travail; vérifier sa solution à l'aide d'exemples ou par un raisonnement; etc. **Stratégies de régulation :** ajuster sa vitesse de lecture; relire pour mieux comprendre; revoir les étapes passées; sauter une étape pour y revenir plus tard; modifier la stratégie choisie, au besoin; faire des ajustements; estimer le résultat attendu; évaluer la cohérence d'une nouvelle information par rapport aux autres; comparer et confronter ses réflexions, ses démarches et ses résultats avec ceux de son enseignant ou de ses pairs; etc. **Stratégies de généralisation :** trouver pourquoi un exemple donné est un exemple du concept; comparer deux exemples et trouver les ressemblances entre eux; inventer des exemples; classer des exemples selon les concepts; simuler la situation; rechercher des régularités; modéliser la situation; construire des formules; intrapoler et extrapoler; etc. **Stratégies de répétition :** répéter plusieurs fois; ombrer; souligner; encadrer; prendre des notes de façon sélective; recopier; faire des listes; etc. **Stratégies d'automatisation :** trouver un modèle de solution et le suivre étape par étape; faire une liste des étapes à suivre; exécuter de petites étapes à la fois ou le processus en entier; appliquer des algorithmes personnels ou conventionnels; comparer sa démarche à celle d'un expert; etc.
Stratégies de gestion des ressources	**Déterminer les ressources disponibles :** déterminer le matériel, les documents à consulter, les ressources humaines accessibles, les moments où l'élève peut interroger l'enseignant ou ses pairs, etc. **Gérer son temps efficacement :** planifier des périodes de travail à l'avance ou des périodes plus courtes et plus fréquentes; se donner des sous-objectifs à atteindre pour chaque période de travail; etc. **Gérer son environnement :** trouver un lieu précis pour étudier; choisir un lieu calme et organisé pour travailler; etc. **Solliciter l'aide des autres :** rechercher l'aide de l'enseignant ou de ses pairs; travailler en petits groupes; etc.

Exemple de grille d'autovérification des apprentissages

Dans une situation d'apprentissage, l'élève peut être amené à réfléchir et à analyser ses actions à l'aide d'un questionnement approprié aux intentions poursuivies. Voici quelques exemples de questions utiles pendant ou après le déroulement de la situation.

Stratégies affectives	Stratégies de gestion des ressources
– Qu'est-ce que j'ai aimé dans cette situation? – Suis-je satisfait de ma réalisation? – Quels moyens ai-je utilisés pour me sortir des impasses? – Qu'est-ce que j'ai particulièrement bien réussi dans cette situation?	– Ai-je consulté des documents? – Avais-je estimé adéquatement le temps requis pour la réalisation de l'activité? – Ai-je pris les moyens appropriés pour garder ma concentration? – Ai-je consulté mon enseignant à des moments appropriés?
Stratégies cognitives et métacognitives	
Prise de conscience de son activité mentale	**Planification**
– Quelles sont mes forces et mes faiblesses? – Qu'est-ce que j'ai appris? Comment l'ai-je appris? – Puis-je utiliser cette démarche dans d'autres situations? – Suis-je en mesure d'expliquer mon raisonnement? – Quels sont les aspects des compétences que j'ai développés?	– Ai-je déterminé la tâche à accomplir, estimé le temps nécessaire pour la réaliser et dégagé les informations pertinentes? – Me suis-je servi de mes connaissances antérieures sur le sujet? – Ai-je eu besoin de diviser le problème en sous-problèmes?
Discrimination	**Organisation**
– Quels sont les termes qui semblent avoir un sens différent en mathématique et en français? – Ai-je eu besoin de chercher un contre-exemple pour réfuter une conjecture? – Est-ce que les données de la situation étaient toutes pertinentes?	– Ai-je regroupé, énuméré, classifié et comparé des données, des schémas ou des réseaux? – Ai-je déterminé un réseau de concepts approprié? – Est-ce que les idées importantes de ma démarche sont bien représentées?

Stratégies cognitives et métacognitives (*Suite*)	
Élaboration	**Contrôle**
– Ai-je noté des commentaires et des questions? – Me suis-je représenté la situation mentalement ou par écrit? – Me suis-je référé à un problème analogue déjà résolu? – Quels sont les liens ou les relations que j'ai établis? – Quelles sont les données que j'ai dégagées à partir de celles qui étaient connues?	– Quels sont les progrès que la réalisation de la tâche me permet de faire? – Ai-je choisi une stratégie adéquate? – Suis-je en mesure de vérifier ma solution à l'aide d'un raisonnement ou d'un exemple?
Régulation	**Généralisation**
– Ai-je adopté une bonne stratégie de lecture et pris le temps nécessaire pour bien comprendre l'énoncé de la situation? – Ai-je ajusté ma méthode selon la tâche demandée? – Qu'est-ce qui justifie l'écart entre le résultat attendu et celui obtenu? – Quelles stratégies utilisées par mes pairs puis-je ajouter dans mon répertoire?	– Ai-je énoncé des conjectures (ex. formuler des raisons pour lesquelles un exemple donné est lié au concept)? – Ai-je comparé deux exemples (ressemblances) ou inventé des exemples? – Ai-je recherché des raisons pour lesquelles une action particulière est appropriée? – Les observations faites sur un cas particulier sont-elles applicables dans d'autres situations? – Les affirmations émises ou les conclusions tirées sont-elles toujours vraies?
Répétition	**Automatisation d'un processus**
– Serais-je en mesure de refaire le problème seul? – Quelles sont les caractéristiques des situations qui m'amènent à utiliser la même stratégie? – Suis-je en mesure de sélectionner et de noter les informations pertinentes de manière à pouvoir les utiliser ou les transmettre?	– Me suis-je exercé suffisamment longtemps pour que les étapes d'un exemple s'enclenchent automatiquement? – Ai-je dressé une liste des étapes à suivre? – Suis-je en mesure d'utiliser efficacement les algorithmes acquis antérieurement?

ANNEXE C – PISTES D'INTERPRÉTATION DES APPRENTISSAGES

Dans l'analyse d'une situation ou de la production d'un élève, l'enseignant vérifie deux aspects. Le premier porte directement sur la spécificité de la situation que doit traiter l'élève et le second, d'ordre général, porte sur la progression des apprentissages à l'égard de la compétence. Ainsi, pour élaborer des situations ou pour situer l'élève au regard du développement des compétences à l'aide des critères d'évaluation, l'enseignant peut se référer aux questions suivantes et aux tableaux de progression des apprentissages ci-après.

Aspects d'ordre général (selon la compétence visée)
Résolution d'une situation-problème
– Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème • Le problème est-il cerné et posé? (a), (b)[43]
– Mobilisation des savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème • La démarche met-elle en œuvre des concepts et des processus nécessaires à la résolution de la situation-problème? (b), (d)
– Élaboration d'une solution appropriée à la situation-problème • Le plan de résolution est-il perceptible? (c) • La solution met-elle en œuvre tous les éléments nécessaires? (d) • La démarche est-elle présentée de façon structurée? (f)
– Validation appropriée des étapes de la solution • La solution recèle-t-elle une validation perceptible? (e) • Les étapes de la solution sont-elles justifiées? (f)
Raisonnement
– Formulation d'une conjecture appropriée à la situation • La ou les conjectures émises cernent-elles la situation et répondent-elles aux intentions poursuivies? (j)
– Application correcte des concepts et des processus appropriés à la situation • La production révèle-t-elle une compréhension et une maîtrise des concepts et des processus mobilisés? (g), (h), (i)
– Mise en œuvre organisée d'un raisonnement mathématique adapté à la situation • Le raisonnement révèle-t-il une combinaison structurée de concepts et de processus? (i), (k)
– Structuration adéquate des étapes d'une preuve ou d'une démonstration pertinente – Justification congruente des étapes d'une preuve ou d'une démonstration • La conjecture émise s'appuie-t-elle sur une preuve ou une démonstration qui l'infirme ou la confirme? (k)

43. Les lettres entre parenthèses font référence aux indicateurs de progression apparaissant dans les exemples de modèles qui suivent.

Aspects d'ordre général (selon la compétence visée) (*Suite*)
Communication
– Illustration juste d'un concept mathématique à l'aide d'un autre registre de représentation sémiotique • Le message est-il produit dans divers registres de représentation? (l) • Le message est-il constitué d'éléments du langage mathématique? (p)
– Interprétation juste d'un message à caractère mathématique comportant un ou deux registres de représentation sémiotique • Le message produit révèle-t-il une interprétation ou une compréhension du message reçu? (n)
– Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et cohérent par rapport au contexte • Le message est-il produit dans divers registres de représentation? (l) • Le message est-il adapté au contexte et à l'interlocuteur? (o) • Le message est-il constitué d'éléments du langage mathématique? (p) • Le message est-il soutenu par un texte structuré? (m), (q) • Le message mathématique renferme-t-il tous les éléments nécessaires pour son interprétation? (m), (q) • Le message révèle-t-il un plan de communication, une organisation? (q)

Exemple d'un modèle de progression des apprentissages sur le plan cognitif à l'égard de la compétence *Résoudre une situation-problème*

Pour un indicateur donné, notons que le contenu de chaque cellule inclut le contenu des cellules précédentes.

(a) Indicateur relatif à la reconnaissance du problème et à sa compréhension	L'élève cerne le problème **en repérant** des informations.	L'élève cerne le problème **en identifiant et en sélectionnant** l'information pertinente parmi les données dont il dispose.	L'élève cerne le problème **en déterminant** les données non explicites.	L'élève cerne le problème **en analysant** les données, c'est-à-dire en les classant et en déterminant les relations qui les unissent.	L'élève cerne le problème **en synthétisant** les données, c'est-à-dire en les colligeant et en les présentant dans un tout cohérent.
(b) Indicateur relatif à la façon de poser du problème	L'élève pose le problème **en explorant** les données afin de dégager l'information nécessaire et, le cas échéant, identifier celles qui manquent.	L'élève pose le problème **en identifiant** les concepts et les processus et leurs relations.	L'élève pose le problème **en le traduisant** dans un langage mathématique d'une manière synthétique.	L'élève pose le problème **en déterminant** la ou les tâches à réaliser.	L'élève pose le problème **en anticipant** les résultats (nature, catégorie, etc.) attendus ou potentiels.
(c) Indicateur relatif à la planification d'une démarche de résolution	L'élève planifie la résolution du problème **en identifiant** les contraintes et les obstacles.	L'élève planifie la résolution du problème **en déterminant** les moyens ou les manières de surmonter les obstacles.	L'élève planifie la résolution du problème **en examinant** différentes solutions possibles conduisant au produit.	L'élève planifie la résolution du problème **en le divisant** en sous-problèmes ou **en déterminant** les étapes essentielles compte tenu des ressources et des contraintes.	L'élève planifie la résolution du problème **en précisant** les résultats attendus pour chaque étape ou sous-problème ainsi que les moyens pris pour vérifier qu'ils sont atteints.
(d) Indicateur relatif à la mise en œuvre ou à l'application du plan	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en sélectionnant** les concepts et les processus et les structures nécessaires.	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en réalisant** les opérations prévues.	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en analysant** le déroulement des opérations et l'adéquation des ressources.	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en ajustant** le déroulement des opérations en fonction du résultat attendu.	L'élève met en œuvre un plan de résolution **en contrôlant** le fait que chacune des étapes rapproche du résultat attendu.
(e) Indicateur relatif à la validation de la solution	L'élève valide la solution **en notant** les différences entre les résultats obtenus et les résultats attendus et **en examinant** le déroulement.	L'élève valide la solution **en identifiant** les causes probables des différences entre les résultats obtenus et les résultats attendus ou **en révisant** le déroulement.	L'élève valide la solution **en imaginant** les moyens possibles de remédier à l'écart entre les résultats obtenus et les résultats attendus ou **en cherchant** une démarche différente pour produire les résultats.	L'élève valide la solution **en choisissant** et **en appliquant** des moyens d'obtenir les résultats attendus ou **en appliquant** une nouvelle démarche pour y parvenir.	L'élève valide la solution **en contrôlant** les conséquences des opérations exécutées ou les étapes de la nouvelle démarche.
(f) Indicateur relatif à la présentation (production) de la solution (démarche et résultat)	L'élève produit **une solution élémentaire non structurée** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.	L'élève produit **une solution élémentaire** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.	L'élève produit **une solution structurée simple** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.	L'élève produit **une solution structurée complexe** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.	L'élève produit **une solution structurée complexe et complète** en utilisant des éléments du langage mathématique et en justifiant chacune des étapes de la solution.

Exemple d'un modèle de progression des apprentissages sur le plan cognitif à l'égard de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique*

Pour un indicateur donné, notons que le contenu de chaque cellule inclut le contenu des cellules précédentes.

(g) Indicateur relatif à l'apprentissage de concepts (conceptualisation)	L'élève apprend des concepts **en recherchant** des attributs qui leur sont liés.	L'élève apprend des concepts **en reconnaissant** les différences et les similitudes entre des objets ou dans un ensemble d'objets (discrimination à l'aide d'attributs).	L'élève apprend des concepts **en répartissant** des objets par classes (classification).	L'élève apprend des concepts **en étendant** à un ensemble d'objets des attributs observés dans un sous-ensemble (généralisation).	L'élève apprend des concepts **en se faisant une représentation mentale** issue d'une catégorisation et en se donnant une définition personnelle.
(h) Indicateur relatif à l'apprentissage de processus	L'élève construit des processus **en percevant** le but de l'apprentissage et **en décelant** les préalables.	L'élève construit des processus **en établissant** des relations de différence et de similitude ou bien des relations explicatives ou logiques entre l'acquis antérieur et celui à construire.	L'élève construit des processus **en les structurant** et en y faisant apparaître des relations (hiérarchiques, logiques, explicatives).	L'élève construit des processus **en les fixant** par des activités liées à l'apprentissage.	L'élève construit des processus **en les mettant en œuvre** dans diverses situations.
(i) Indicateur relatif à l'application de concepts et de processus	L'élève applique des concepts et des processus dans une situation d'application **pure, sans évocation de l'acquis.**	L'élève applique des concepts et des processus dans une situation d'application qui les **évoque en citant la règle.**	L'élève applique des concepts et des processus dans une situation d'application qui les **évoque sans que la règle soit citée.**	L'élève applique des concepts et des processus dans une situation d'application **simple en mobilisant lui-même une règle ou un nombre restreint de règles simples.**	L'élève applique des concepts et des processus dans une situation d'application **complexe en mobilisant lui-même une combinaison relativement élaborée de règles.**
(j) Indicateur relatif à l'émission de conjectures	L'élève émet une conjecture **en examinant** les renseignements fournis par la situation.	L'élève émet une conjecture **en réaménageant** les renseignements fournis par la situation.	L'élève émet une conjecture **en utilisant l'exemplification** afin de faire émerger une généralisation ou des contre-exemples pour cerner davantage la situation.	L'élève émet une conjecture **en utilisant des similitudes** (ressemblances plus ou moins parfaites) **ou des analogies** (ressemblances globales) afin de faire émerger une généralisation.	L'élève émet une conjecture **en énonçant une proposition** qui semble couvrir la plupart des cas et des exemples connus où la réfutation par un contre-exemple n'est pas apparente.
(k) Indicateur relatif à la rédaction de preuves ou de démonstrations	L'élève démontre une conjecture **en explicitant** ce qu'il sait du sujet.	L'élève démontre une conjecture **en arrêtant un plan et en rassemblant les ressources** (concepts et processus, relations et opérateurs) nécessaires à sa mise en œuvre.	L'élève démontre une conjecture **en déterminant les liens structuraux** entre ce qu'il sait et ce qu'il doit démontrer.	L'élève démontre une conjecture **en présentant** un déroulement où **les enchaînements sont visibles et les liens structuraux présents.**	L'élève démontre une conjecture **en présentant** un déroulement où **chacune des étapes est pertinente et où tous les enchaînements et les liens structuraux présents sont explicités.**

Exemple d'un modèle de progression des apprentissages sur le plan cognitif à l'égard de la compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique*

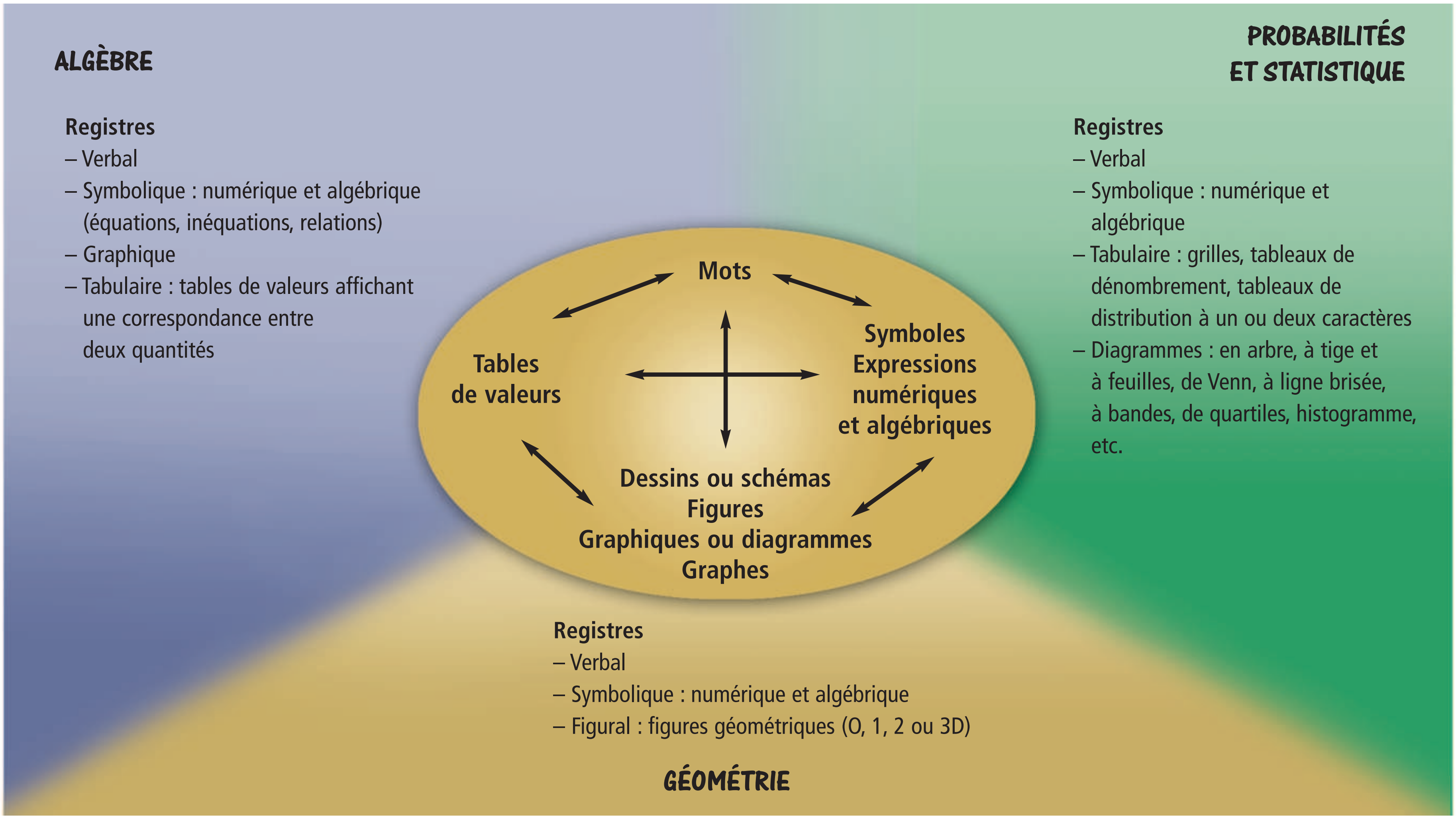
Pour un indicateur donné, notons que le contenu de chaque cellule inclut le contenu des cellules précédentes.

(l) Indicateur relatif aux registres de représentation sémiotique	L'élève traduit un message mathématique produit dans divers registres **en explorant** le message.	L'élève traduit un message mathématique produit dans divers registres **en identifiant** des faits, des concepts et des relations.	L'élève traduit un message mathématique produit dans divers registres **en identifiant** ses relations internes et son organisation.	L'élève traduit un message mathématique produit dans divers registres **en transcrivant** des faits, des concepts et des relations.	L'élève traduit un message mathématique produit dans divers registres **en structurant** un ensemble d'éléments et de relations entre ces derniers et leurs attributs.
(m) Indicateur relatif aux types de phrases ou de textes utilisés	L'élève produit un message **élémentaire non structuré** (éléments isolés et partiellement erronés) en utilisant des éléments du langage mathématique.	L'élève produit un message **élémentaire** (éléments isolés) en utilisant des éléments du langage mathématique.	L'élève produit un message **structuré simple** (phrases courtes ou isolées) en utilisant des éléments du langage mathématique.	L'élève produit un message **structuré complexe** (texte) en utilisant des éléments du langage mathématique.	L'élève produit un message **structuré complexe et complet** (texte) en utilisant des éléments du langage mathématique.
(n) Indicateur relatif à l'interprétation d'un message mathématique	L'élève explore un message mathématique **en identifiant** des données afin de dégager une information déterminée.	L'élève explore un message mathématique **en sélectionnant** des données afin de dégager une information déterminée.	L'élève explore un message mathématique **en analysant** des données afin de dégager une information déterminée.	L'élève explore un message mathématique **en synthétisant** des données afin de dégager une information déterminée.	L'élève explore un message mathématique **en comparant** des données afin d'expliquer des différences et des similitudes et de dégager une information déterminée.
(o) Indicateur relatif à la régulation d'un message mathématique	L'élève adapte un message mathématique **lorsque des attitudes, des démarches et des critères à ajuster lui sont donnés.**	L'élève adapte un message mathématique **en percevant des attitudes, des démarches et des critères à ajuster.**	L'élève adapte un message mathématique **en ajustant ses attitudes, ses démarches et ses critères.**	L'élève adapte un message mathématique **en percevant et en comprenant les attitudes, les démarches et les critères à modifier.**	L'élève adapte un message mathématique **en modifiant ses attitudes, ses démarches et ses critères.**
(p) Indicateur relatif aux éléments du langage mathématique présents dans le message	L'élève **mobilise des particuliers** (des faits) lorsqu'il produit ou interprète un message mathématique.	L'élève **mobilise des classes** (des concepts) lorsqu'il produit ou interprète un message mathématique.	L'élève **mobilise des relations** lorsqu'il produit ou interprète un message mathématique.	L'élève **mobilise des opérations** lorsqu'il produit ou interprète un message mathématique.	L'élève **mobilise des structures** lorsqu'il produit ou interprète un message mathématique.
(q) Indicateur relatif à l'organisation d'un message mathématique	L'élève organise un message mathématique **en déterminant l'intention (informer, décrire, expliquer, argumenter, démontrer).**	L'élève organise un message mathématique **en circonscrivant son contenu** et ce qui est attendu.	L'élève organise un message mathématique **en réunissant l'information nécessaire et en réalisant un plan de communication.**	L'élève organise un message mathématique **en mettant en œuvre son plan de communication.**	L'élève organise un message mathématique **en le réajustant au besoin selon les intentions, la cohérence et la rigueur visées.**

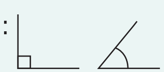
ANNEXE D – COORDINATION DES ÉLÉMENTS DU LANGAGE MATHÉMATIQUE

La coordination du langage mathématique implique des passages entre les différents registres de représentation sémiotique, et ce, dans tous les champs de la mathématique.

REGISTRES DE REPRÉSENTATION PAR CHAMP MATHÉMATIQUE



Remarque : Lorsque l'on combine des champs de la mathématique, les éléments propres à chacun de ces champs se combinent également. Par exemple, en géométrie analytique, le registre des figures géométriques et le registre graphique de l'algèbre sont réunis. Si on relie probabilités et géométrie, le registre des figures géométriques et celui des expressions numériques des probabilités se joignent. Il en est de même pour le nuage de points, qui peut, par le truchement d'expérimentations, être présent aussi bien en statistique ou en algèbre qu'en géométrie.

Quelques particularités des registres verbal et symbolique			
Types de phrases	– Phrases qui contiennent uniquement des mots : Vrai ou faux? Si le losange a quatre angles droits, alors le losange est un carré. – Phrases qui contiennent des mots et des symboles mathématiques : Quel est l'ensemble-solution de l'inéquation $2x - 5 \geq 12$? – Phrases qui contiennent uniquement des symboles mathématiques : $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 26\right\} = \left]4, 26\right]$		
Sens des termes	– Termes ayant le même sens en mathématique et en français *Longueur*, *ligne*, *aire*, etc. – Termes ayant une signification en mathématique différente de celle du français *Racine*, *produit*, *milieu*, *fonction*, *parabole*, etc. – Termes ayant une signification plus précise en mathématique qu'en français *Similitude*, *division*, *moyenne*, *réflexion*, *relation*, etc. – Termes ayant une signification en mathématique seulement *Hypoténuse*, *tétraèdre*, *polyèdre*, etc. – Termes ayant plus d'une signification en mathématique *Carré*, *base*, *degré*, *inverse*, etc. – Termes avec des adjectifs *Racine – racine carrée* *Polygone – polygone régulier* – Expressions qui ont une signification particulière en mathématique *Si et seulement si…, si… alors, et, ou*	**Lecture des symboles et des expressions**	– Plusieurs mots pour lire $\sqrt{}$ racine carrée de… $=$ … est égal à… $\geq$ … est supérieur ou égal à… – Plusieurs expressions pour lire $12 - 5$ *Douze moins cinq* *De douze soustraire cinq* *Cinq de moins que douze* *Enlever cinq de douze* *La différence entre douze et cinq* *L'écart entre cinq et douze* *L'écart entre douze et cinq*
Rôle des symboles	– Symboles utilisés pour nommer des objets : $7, \frac{4}{5}, \overline{AB}, \angle$ – Symboles utilisés pour les opérations : $+, -, \times, \div, \sqrt{}, \lvert\ldots\rvert$ – Symboles utilisés dans les relations : $\subseteq, \in, =, \approx, \cong, \leq, \perp, \sim$ – Symboles agrégatifs (ponctuation,) : $(\ \ ), [\ \ ], \{\ \ \}$ – Symboles graphiques : 	**Signification des symboles**	– L'ordre et la position des symboles affectent la signification : 46 et 64 2^3 et 3^2 – Des utilisations différentes affectent la signification : x^{-1} et f^{-1} $4 - 3$; -2; $\frac{6}{7}$; $0,\overline{3}$ (« – » opérationnel, nominatif, barre de fraction, périodique)

Note : Se référer au document *Graphisme, notations et symboles utilisés en mathématique* (ministère de l'Éducation, 1996) pour un aperçu plus complet.

ANNEXE E – PISTES D'EXPLORATION

Cette annexe comprend des suggestions de situations ou de figures qui permettent à l'élève d'explorer, d'observer, de déduire des mesures et de conjecturer (valider ou invalider) ainsi que des énoncés qui peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration. Ces pistes d'exploration ne constituent pas un contenu de formation prescrit dans sa totalité. Elles visent à favoriser la création de situations d'apprentissage ainsi que le développement et l'exercice des compétences mathématiques.

Pistes d'exploration – Première année du cycle

Arithmétique et algèbre

– Deux fonctions polynomiales de degré 0 ou 1 se représentent par des droites parallèles si et seulement si leur taux de variation est identique.
– Lorsqu'on vide un réservoir cylindrique à débit constant, la relation entre le niveau d'eau et le volume est proportionnelle et correspond à une fonction du premier degré.
– Les expressions $(x + y)^2$ et $\dfrac{\left(4x^3 + 8x^2 + 4xy^2\right)}{4x}$ sont toujours équivalentes.
– Lorsqu'on considère un temps fixe alloué pour des travaux, la relation entre le nombre de personnes assignées aux tâches et le temps à investir par chacune d'elles correspond à une fonction rationnelle.
– Il y a autant de nombres dans l'intervalle [5, 8] que dans l'intervalle [5, 10].

Géométrie

– Dans des solides semblables, le rapport entre les volumes est égal au cube du rapport de similitude.
– Dans des solides semblables, le rapport entre les aires des faces homologues est égal au carré du rapport de similitude.
– Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des autres côtés.
– Si un triangle est tel que le carré de la mesure d'un côté est égal à la somme des carrés des mesures des autres, alors il est rectangle.

Probabilités et statistique

– La probabilité d'obtenir GFFGFG est plus grande que celle d'obtenir GGGGFG lorsqu'on enregistre des naissances dans un hôpital. (G : garçon, F : fille). (Représentativité : croire qu'une séquence a plus de chances de se réaliser, car elle est plus représentative de la population.)
– Il existe plus de façons de former des équipes distinctes de 3 personnes que de 9 personnes dans un groupe de 12 personnes. (Disponibilité : croire que, si l'événement vient plus facilement à l'esprit, il a plus de chances de se réaliser.)
– Si on lance deux dés simultanément, « obtenir 5 et 6 » est équiprobable à « obtenir 6 et 6 ». (Équiprobabilité : associer une même probabilité à deux événements non équiprobables.)
– Obtenir 2 faces sur 3 en lançant des pièces de monnaie est équiprobable à obtenir 4 faces sur 6 ou 20 faces sur 30. (Confusion entre probabilité et proportion.)

Pistes d'exploration – *Séquence Culture, société et technique*

La mathématique n'est pas une science déductive – c'est un cliché. Si vous voulez prouver un théorème, vous ne vous contentez pas de poser des hypothèses avant de commencer à raisonner; vous faites des essais et des erreurs, vous expérimentez, vous conjecturez.

Paul R. Halmos

Cette annexe comprend des suggestions de familles de figures ou des situations à explorer liées aux concepts et aux processus de la séquence *Culture, société et technique*. Elles permettent à l'élève d'émettre et de valider des conjectures. Les énoncés suggérés, dont certains sont faux, peuvent être observés, démontrés ou utilisés pour créer des situations d'apprentissage, déduire certaines mesures ou justifier les étapes d'une démarche de preuve ou de résolution d'une situation-problème. Ces explorations sollicitent notamment le raisonnement proportionnel, le sens spatial et les propriétés des transformations géométriques et peuvent être réalisées avec ou sans soutien technologique. De plus, on trouve, à la page 129, une illustration de différentes procédures de vote.

Relations et fonctions

- Toutes les réciproques de fonctions sont des fonctions.
- Toutes les fonctions sont des relations et toutes les relations sont des fonctions.

Triangles et triangles rectangles

- La médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire.
- Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.
- Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.
- Les mesures des côtés d'un triangle quelconque ABC étant proportionnelles au sinus des angles opposés à ces côtés, on a $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (loi des sinus).
- L'aire S d'un triangle dont les côtés ont pour mesures a, b, et c est $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, où p est le demi-périmètre du triangle (formule de Héron).

Triangles isométriques

- Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.
- Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques.
- Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.

Figures et triangles semblables

- Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.
- Le segment de droite qui joint le milieu de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure correspond à la moitié du troisième côté.
- Toute droite sécante à deux côtés d'un triangle et parallèle au troisième côté forme un petit triangle semblable au grand.
- Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.
- Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
- Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.

Positions relatives de deux droites dans le plan cartésien

- Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles si et seulement si leurs pentes sont égales.
- Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont perpendiculaires si et seulement si leurs pentes sont inverses et de signes contraires.

Distance et point milieu dans différentes situations

- Les milieux des côtés de tout quadrilatère sont les sommets d'un parallélogramme.
- Le segment joignant les milieux des côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases et sa mesure égale la demi-somme des mesures des bases.
- Les segments joignant les milieux des côtés opposés d'un quadrilatère et le segment joignant les milieux des diagonales concourent en un point qui est le milieu de chacun de ces segments.

Relations dans un triangle rectangle si on abaisse la hauteur issue du sommet de l'angle droit

- Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.

Degrés d'un graphe et relations entre degrés et arêtes

- Dans tout polyèdre simple ou graphe planaire, la somme du nombre de sommets et du nombre de faces est égale au nombre d'arêtes plus 2.
- La somme des degrés des sommets d'un graphe est égale à deux fois le nombre d'arêtes de ce graphe.
- La somme des degrés des sommets d'un graphe est un nombre pair.
- Un graphe comporte un nombre pair de sommets qui sont de degré impair.
- Un graphe connexe admet une chaîne eulérienne si et seulement si le nombre de sommets de degré impair vaut 0 ou 2.
- Un graphe admet un cycle eulérien si et seulement si tous ses sommets sont de degré pair.
- Le nombre chromatique d'un graphe est inférieur ou égal à $r + 1$, où r est le plus grand degré de ses sommets.

Périmètres et aires de figures équivalentes

- De tous les polygones équivalents à n côtés, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre.
- De deux polygones convexes équivalents, c'est le polygone qui a le plus de côtés qui a le plus petit périmètre. (À la limite, c'est le cercle équivalent qui a le plus petit périmètre.)

Aires et volumes de solides équivalents

- De tous les prismes rectangulaires de même aire totale, c'est le cube qui a le plus grand volume.
- De tous les solides de même aire totale, c'est la boule qui a le plus grand volume.
- De tous les prismes rectangulaires de même volume, c'est le cube qui a la plus petite aire totale.
- De tous les solides de même volume, c'est la boule qui a la plus petite aire totale.

Exemple
On désire déterminer lequel des trois menus suivants est préféré par les 600 élèves. Pour ce faire, on demande à chaque élève d'indiquer sa préférence pour chacun des menus. Par exemple, 240 élèves ont placé le menu C en première position, le menu A, en deuxième, et le menu B est leur troisième choix. Le tableau ci-contre résume les votes obtenus selon les préférences exprimées (C-A-B, B-A-C ou A-B-C). Ci-dessous, on retrouve une illustration du résultat obtenu selon la procédure choisie.

Nombre d'élèves	240	160	200
1er choix	Menu C	Menu B	Menu A
2e choix	Menu A	Menu A	Menu B
3e choix	Menu B	Menu C	Menu C

Procédures de vote	Définitions	Illustration pour une procédure
Scrutin à la majorité	Le gagnant est celui qui remporte plus de la moitié des votes.	Dans l'exemple ci-dessus, aucun menu ne l'emporte.
Scrutin à la pluralité	Le gagnant est celui qui a obtenu le plus grand nombre de votes.	Dans l'exemple ci-dessus, c'est le menu C qui l'emporte.
Méthode de Borda	Procédure avec plusieurs candidats où des points sont attribués à chacun des candidats, indiquant ainsi les préférences du votant (ex. s'il y a 4 candidats, 3 points sont attribués au candidat préféré, 2 points au suivant, etc., et 0 point au dernier). (Des variantes existent, par exemple si les *ex æquo* sont permis.) Le « gagnant » est celui qui obtient le plus grand nombre de points.	Dans l'exemple ci-dessus, c'est le menu A qui l'emporte.
Critère de Condorcet	En analysant des résultats obtenus, un gagnant à une élection serait celui qui a défait les autres candidats dans une confrontation un à un.	Dans l'exemple ci-dessus, c'est le menu A qui l'emporte selon le critère de Condorcet.
Vote par élimination	Au cours de la première étape, on compte les votes de première place pour chaque candidat et on élimine celui qui détient le moins de votes. La deuxième étape consiste à éliminer ce candidat de l'ensemble du tableau de préférences, à attribuer au candidat qui le suit les votes qu'il avait obtenus et à recompter les votes de première place. Si un candidat a la majorité, il remporte l'élection. Sinon, on élimine celui qui détient le moins de votes et on recommence la procédure.	Dans l'exemple ci-dessus, au premier tour, on élimine le menu B. Au deuxième tour, le menu C détient toujours 240 votes et le menu A, 360 votes (160 + 200). C'est donc le menu A qui l'emporte.
Vote par assentiment	Procédure consistant à voter une seule fois pour autant de candidats de son choix. Le gagnant est celui qui obtient le plus grand nombre de votes.	
Répartition proportionnelle	Une représentation à peu près équivalente au nombre de votes obtenu est assurée. Plusieurs méthodes existent : scrutin de liste, vote unique transférable, méthode mixte, etc.	

Pistes d'exploration – Séquence *Technico-sciences*

Le travail mathématique ne consiste pas à cheminer le long de l'étroit sentier de la logique, menant d'une vérité à une autre vérité, puis à une autre encore : il revient plutôt à avancer bravement, parfois à l'aveuglette, le long d'une voie tortueuse, traversant un marécage de propositions douteuses qui ne sont jamais ni simplement et totalement vraies, ni simplement et totalement fausses.
Seymour Papert

Cette annexe comprend des suggestions de situations, de figures ou d'instruments qui permettent à l'élève d'explorer, d'observer, de déduire des mesures et de conjecturer (valider ou invalider) ainsi que des énoncés à utiliser dans une preuve ou une démonstration. Ces pistes d'exploration ne constituent pas un contenu de formation prescrit dans sa totalité. Elles visent à favoriser la création de situations d'apprentissage ainsi que le développement et l'exercice des compétences mathématiques.

Arithmétique ou algèbre

– Un minimum de deux équations est nécessaire pour résoudre un système d'équations du premier degré impliquant deux variables et un minimum de n équations, pour résoudre un système à n variables.
– Toutes les réciproques de fonctions sont des fonctions.
– Toutes les fonctions sont des relations et toutes les relations sont des fonctions.
– Dans la résolution de systèmes d'inéquations, la solution optimale se trouve toujours sur un sommet du polygone de contraintes.
– Dans la résolution de systèmes d'inéquations, la valeur minimale correspond au sommet le plus bas et la valeur maximale, au sommet le plus haut du polygone de contraintes.
– La relation unissant le n^e terme d'une suite et la somme des n premiers termes de cette suite correspond à une fonction polynomiale de degré 2 (Gauss, $\frac{n(n+1)}{2}$).
– Soit deux fonctions : $f(x) = a_1x^2$ et $g(x) = a_2(bx)^2$ et $b > 1$. Soit $P_1(x_1, y_1)$, point appartenant à $g(x)$ et $P_0(x_0,y_0)$, point appartenant à $f(x)$ tel que P_1 est l'image de P_0 après une transformation de $f(x)$. Alors, les coordonnées de P_1 correspondent aux coordonnées du point de partage situé à $\frac{1}{b}$ du segment reliant P_0 à l'axe des ordonnées : $P_1\left(\frac{1}{b}x_0, y_0\right)$. Cet énoncé est-il vrai? Peut-il être vrai lorsque $b < 1$?

Probabilités et statistique

– Le calcul de probabilités conditionnelles s'applique uniquement dans des situations où les événements sont dépendants.
– Il existe un lien entre le calcul d'une moyenne pondérée et le calcul de l'espérance mathématique.
– L'espérance mathématique permet d'établir l'espérance de vie.
– Toutes les méthodes d'échantillonnage en statistique recourent à des procédés aléatoires.
– Il est possible qu'un échantillon de seulement cinq données soit représentatif d'une population.
– Les prévisions météorologiques sont émises à partir de probabilités subjectives.

Géométrie

- Deux triangles qui ont leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.
- Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques.
- Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.
- Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.
- Le segment qui joint le milieu de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure est la moitié du troisième côté.
- Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.
- Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
- Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.
- Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.
- Deux droites, non parallèles à l'axe des ordonnées, sont perpendiculaires si et seulement si leurs pentes sont inverses et de signes contraires.
- Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.
- Il est possible d'obtenir une expression découlant des rapports trigonométriques sinus ou cosinus du triangle rectangle et applicable dans un triangle quelconque (lois des sinus et des cosinus).
- Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.
- Tout diamètre perpendiculaire à une corde partage cette corde et chacun des arcs qu'elle sous-tend en deux parties isométriques.
- Un angle inscrit a pour mesure la moitié de celle de l'arc compris entre ses côtés.
- Toute perpendiculaire à l'extrémité d'un rayon est tangente au cercle et réciproquement.
- Dans un même cercle ou dans deux cercles isométriques, deux cordes isométriques sont à la même distance du centre, et réciproquement.
- Deux parallèles sécantes ou une tangente à un cercle interceptent sur le cercle deux arcs isométriques.
- Si, d'un point P extérieur à un cercle de centre O, on mène deux tangentes aux points A et B du cercle, alors OP est la bissectrice de l'angle APB et $\overline{PA} \cong \overline{PB}$.
- L'angle dont le sommet est entre le cercle et le centre a pour mesure la demi-somme des mesures des arcs compris entre ses côtés prolongés.
- L'angle dont le sommet est à l'extérieur du cercle a pour mesure la demi-différence des mesures des arcs compris entre ses côtés.
- Lorsque deux cordes se coupent dans un cercle, le produit des mesures des segments de l'une égale le produit des mesures des segments de l'autre.
- Si, d'un point P extérieur à un cercle, on mène deux sécantes PAB et PCD, alors $m\,\overline{PA} \cdot m\,\overline{PB} = m\,\overline{PC} \cdot m\,\overline{PD}$.

Lieu

- La médiatrice d'un segment est un lieu géométrique.
- On peut construire deux droites parallèles à un segment donné en traçant le lieu des points décrit par le sommet C d'un triangle de base et d'une aire donnés.
- Le lieu correspondant aux positions possibles d'un sommet d'un triangle dont la longueur d'un côté et l'aire sont données est un cercle.
- Soit un cercle de centre O et une corde AM. Soit H la projection orthogonale de O sur la corde AM. Quel est le lieu décrit par le point H lorsque M parcourt le cercle?
- Le lieu des points, tel que les distances de chacun d'eux à un point fixe et à une droite fixe sont dans un rapport constant, est une ellipse, une parabole ou une hyperbole, suivant que le rapport est plus petit, égal ou plus grand que l'unité (lemme de Pappus, IIIe siècle après Jésus-Christ).
- La courbe représentant le lieu des points situés à égale distance d'une droite et d'un point fixe est de même forme que la courbe du graphique d'une relation proportionnelle au carré.
- Le lieu géométrique engendré par l'application de cet algorithme est une parabole : 1) Tracer deux droites sécantes; 2) Graduer ces deux droites avec un même nombre de graduations; 3) Joindre le premier degré de l'une au dernier de l'autre, le deuxième à l'avant-dernier, le troisième à l'antépénultième (avant-avant-dernier), etc. (construction sous la forme d'une enveloppe de tangentes par Apollonius).
- Le lieu du point d'où l'on voit un segment AB sous un angle donné correspond à un cercle.

Optimisation

- De tous les polygones équivalents à *n* côtés, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre.
- De deux polygones convexes équivalents, c'est le polygone qui a le plus de côtés qui a le plus petit périmètre. (À la limite, c'est le cercle équivalent qui a le plus petit périmètre.)
- De tous les prismes rectangulaires de même aire totale, c'est le cube qui a le plus grand volume et, parmi ceux de même volume, c'est le cube qui a la plus petite aire totale.
- De tous les solides de même aire totale, c'est la boule qui a le plus grand volume et, parmi ceux de même volume, c'est la boule qui a la plus petite aire totale.
- Les médianes d'un triangle déterminent six triangles équivalents.

Instruments

L'étude d'instruments qui découlent de l'application de concepts mathématiques offre de belles occasions pour favoriser le développement intellectuel et faire comprendre l'utilité de cette discipline, son omniprésence dans la vie quotidienne et son impact sur la vie humaine. Elle constitue du même coup une porte d'entrée intéressante pour mieux faire connaître divers métiers et professions.

Balance à plateau, palmer, pied à coulisse et vernier, gnomon, astrolabe, horloge, pendule, haut-parleur, pulsomètre, radar, télescope (de Newton, de Mercure, de Galilée), microscope, rétroprojecteur, jumelle, stroboscope, laser, robot, sonde, odomètre, multimètre, oscilloscope, pantographe, rouet, arc, équerre, compas de charpentier, compas de navigation, alidade, altimètre, théodolite, micromètre, goniomètre, caméra, héliostat, instruments météo divers (anémomètre, échelle de Beaufort), magnétomètre, sismographe, système GPS, spectrophotomètre, boussole, galvanomètre, analyseur de combustion, antenne parabolique, phares de voiture, satellite, moniteurs de surveillance médicale, électrocardiographe, audiomètre, tensiomètre, bielle, synthétiseur, métronome, etc.

Pistes d'exploration – Séquence *Sciences naturelles*

Il est très facile de ne pas devenir intelligent, la recette est simple : s'assoupir dans la passivité des réponses apprises, renoncer à l'effort de formuler ses propres questions.
Albert Jacquard

Cette annexe comprend des suggestions de situations ou de figures qui permettent à l'élève d'explorer, d'observer, de déduire des mesures et de conjecturer (valider ou invalider) ainsi que des énoncés à utiliser dans une preuve ou une démonstration. Ces pistes d'exploration ne constituent pas un contenu de formation prescrit dans sa totalité. Elles visent à favoriser la création de situations d'apprentissage ainsi que le développement et l'exercice des compétences mathématiques.

- Un minimum de n équations est nécessaire pour résoudre un système d'équations du premier degré à n variables.
- Toutes les réciproques de fonctions sont des fonctions.
- Toutes les fonctions sont des relations et toutes les relations sont des fonctions.
- La relation unissant le n^e terme d'une suite et la somme des n premiers termes de cette suite correspond à une fonction polynomiale de degré 2. (Gauss, $\frac{n(n+1)}{2}$)
- Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure égale la moitié de celle du troisième côté.
- Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.
- Le segment joignant les milieux des côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases et sa mesure égale la demi-somme des mesures des bases.
- Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.
- Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques.
- Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.
- Des figures planes sont isométriques si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues sont isométriques.
- Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.
- Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.
- Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
- Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.
- Les mesures des côtés d'un triangle quelconque ABC étant proportionnelles au sinus des angles opposés à ces côtés, on a $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (loi des sinus).
- Le carré de la longueur d'un côté d'un triangle quelconque est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés, moins le double du produit des longueurs des autres côtés par le cosinus de l'angle compris entre ces deux côtés (loi des cosinus).

– L'aire S d'un triangle dont les côtés ont pour mesure a, b, et c est $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, où p est le demi-périmètre du triangle (formule de Héron).
– L'expression $\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ est toujours vraie.
– L'expression $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ est vraie dans tout cercle de rayon r et pour tout nombre réel x.
– Vérification d'identités trigonométriques. Exemples :
  - $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
  - $\cos(90° - (A + B)) = \sin(A + B)$
  - $\operatorname{cosec} A(\operatorname{cosec} A - \sin A) = \cot^2 A$
  - $\sin\theta = \cos\theta\sqrt{\sec^2\theta - 1}$
  - $2\cos^2\beta - 1 = \frac{\cot\beta - \tan\beta}{\cot\beta + \tan\beta}$
  - $\tan^2\alpha + \cos^2\alpha - 1 = \sin^2\alpha\tan^2\alpha$
  - $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha = 2\sin^2\alpha - 1$
  - $\frac{1+\sec\alpha}{\sec\alpha - 1} + \frac{1+\cos\alpha}{\cos\alpha - 1} = 0$
  - $(1+\sec\beta)(\sec\beta - 1) = \frac{\sin\beta\sec\beta}{\cos\beta\operatorname{cosec}\beta}$
  - $\sin 2\alpha \sec\alpha = 2\sin\alpha$

– Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$, et $\vec{w}$ des vecteurs dans le plan, et r et s, des scalaires.
  - $\left(r\vec{u} = \vec{o}\right) \Leftrightarrow \left(r = 0 \vee \vec{u} = \vec{o}\right)$
  - Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs sont non colinéaires,
    alors $\left(r\vec{u} = s\vec{v}\right) \Leftrightarrow \left(r = s = 0\right)$.
  - $\left(\vec{w} \text{ est colinéaire à } \vec{u}\right) \Leftrightarrow \left(\exists_1 r \in \mathbb{R} : \vec{w} = r\vec{u}\right)$
  - $\left(\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont non colinéaires}\right) \Leftrightarrow \left(\forall\vec{w}, \exists_1 r \in \mathbb{R}, \exists_1 s \in \mathbb{R} : \vec{w} = r\vec{u} + s\vec{v}\right)$
  - $\left(\vec{u} \perp \vec{v}\right) \Leftrightarrow \left(\vec{u} \cdot \vec{v} = 0\right)$

– De tous les polygones équivalents à n côtés, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre.
– De deux polygones convexes équivalents, c'est le polygone qui a le plus de côtés qui a le plus petit périmètre. (À la limite, c'est le cercle équivalent qui a le plus petit périmètre.)
– De tous les prismes rectangulaires de même aire totale, c'est le cube qui a le plus grand volume.
– De tous les solides de même aire totale, c'est la boule qui a le plus grand volume.
– De tous les prismes rectangulaires de même volume, c'est le cube qui a la plus petite aire totale.
– De tous les solides de même volume, c'est la boule qui a la plus petite aire totale.

Bibliographie

Orientations générales

ABRANTES, Paulo, Lurdes SERRAZINA et Isolina OLIVEIRA. *A Matemática na Educação Básica*, Lisbonne, Departamento da Educação Básica, 1999, 129 p.

ALBERTA EDUCATION. *Programme d'études de l'Alberta – Mathématiques M-9, Protocole de collaboration concernant l'éducation de base dans l'Ouest canadien,* de la 6e à la 9e année, 1996, p. 192-289.

ALBERTA EDUCATION. *Programmes de mathématiques pures et appliquées – 10, 20, 30*, version provisoire, 1999.

BARBEROUSSE, Anouk. « Un dédale conceptuel dans l'empire des probabilités, Dieu joue-t-il aux dés? », *Sciences et avenir,* Paris, hors série, no 128, octobre-novembre 2001, p. 16-22.

BURKE, Maurice J. et Frances R. CURCIO (dir.). *Learning Mathematics for a New Century: 2000 Yearbook*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 2000, 240 p.

COMAP. *For All Practical Purposes – Mathematical Literacy in Today's World*, 5e édition, New York, W. H. Freeman and Company, 1996, 784 p.

CRISLER, Nancy, Patience FISHER et Gary FROELICH. *Discrete Mathematics through Applications*, 2e édition, New York, W. H. Freeman and Company, 1999, 552 p.

CUOCO, Albert A. et Frances R. CURCIO (dir.). *The Roles of Representation in School Mathematics: 2001 Yearbook*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 2001, 282 p.

DEPARTMENT FOR EDUCATION AND EMPLOYMENT OF ENGLAND. *The National Curriculum for England: Mathematics,* [En ligne], 1999, [http://www.nc.uk.net].

DUCROCQ, Albert et André WARUSFEL. *Les mathématiques, plaisir et nécessité*, Paris, Seuil, 2004, 296 p. (Collection Points, Sciences).

GUIN-DUCLOSSON, Nathalie. « Représentation des connaissances dans l'EIAH AMBRE-add », *Technologies de l'Information et de la Connaissance dans l'Enseignement supérieur et l'industrie*, TICE'2004, Compiègne, 20-22 octobre 2004, p. 164-171.
[En ligne] [archive-edutice.ccsd.cnrs.fr/docs/00/02/75/41/PDF/Duclosson.pdf]

HOUSE, Peggy A. et Arthur F. COXFORD (dir.). *Connecting Mathematics across the Curriculum: 1995 Yearbook*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 1995, 245 p.

KINNEY, Margaret J. et Christian R. HIRSCH (éd.). *Discrete Mathematics across the Curriculum: 1991 Yearbook*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 1991, 248 p.

MANITOBA, ÉDUCATION, FORMATION PROFESSIONNELLE ET JEUNESSE MANITOBA. *Programme d'études : Mathématiques appliquées, Mathématiques du consommateur*, *Secondaire 3 et 4,* Documents de mise en œuvre, 2001. [En ligne] [http://www.edu.gov.mb.ca/ms4/progetu/ras4app.html].

MASON, John. *L'esprit mathématique*, Mont-Royal, Modulo, 1994, 178 p. (Collection La spirale).

MCGRAW, Sue Ann (éd.). *Integrated Mathematics – Choices and Challenges*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 2003, 285 p.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 2000, 402 p.

NOUVEAU-BRUNSWICK, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Programme d'études de mathématiques pour le Canada atlantique, 7e, 8e, 9e, 10e années,* 1999.

PAULOS, John Allen. *Innumeracy: Mathematical Illiteracy and its Consequences*, New York, Vintage Books, 1990, 180 p.

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE ET SOCIÉTÉ DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET INDUSTRIELLES. *L'explosion des mathématiques*, Paris, SMF et SMAI, 2002, 103 p.

STEINBRING, Heinz, Maria G. BARTOLINI BUSSI et Anna SIERPINSKA. *Language and Communication in the Mathematics Classroom,* Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 1998, 351 p.

STIFF, Lee V. et Frances R. CURCIO (dir.). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12: 1999 Yearbook*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 1999, 288 p.

Références didactiques

ARSAC, Gilbert et autres. *Initiation au raisonnement déductif au collège*, Lyon, Presses universitaires de Lyon, 1992, 188 p.

BARBIN, Évelyne. « Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi? Comment? », *Bulletin AMQ*, vol. XXXVII, nº 1, mars 1997, p. 20-25.

BARBIN, Évelyne, Raymond DUVAL et autres. *Produire et lire des textes de démonstration*, Paris, Ellipses, 2001, 272 p.

BECKER, Jerry P. et Shigeru SHIMADA (dir.). *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 1997, 175 p.

CENTRE DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES. *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans – Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques*, Nivelles, CREM, 1995, 327 p.

CENTRE DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES. *Construire et représenter – Un aspect de la géométrie de la maternelle jusqu'à dix-huit ans*, Nivelles, CREM, 1999, 414 p., [En ligne] [http://www.enseignement.be/@librairie/documents/ressources/081/constr.asp].

CENTRE DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES. *Formes et mouvements – Perspectives pour l'enseignement de la géométrie*, Nivelles, CREM, 1999, 325 p., [En ligne] [http://www.enseignement.be/@librairie/documents/ressources/081/formes.asp].

DE SERRES, Margot (dir.). *Intervenir sur les langages en mathématiques et en sciences*, Mont-Royal, Modulo, 2003, 390 p. (Collection Astroïde).

DESCAVES, Alain. *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*, Paris, Hachette Éducation, 1992, 191 p. (Collection Pédagogies pour demain, Didactiques 1er degré).

D'HAINAULT, Louis. Des fins aux objectifs de l'éducation, Bruxelles, Labor, 1988, 492 p.

DUVAL, Raymond. *Sémiosis et pensée humaine*, Berne, Peter Lang, 1995, 395 p.

EDWARDS, Edgar L. Jr. *Algebra for Everyone*, Reston, National Council of Teachers of Mathematics, 1990, 89 p.

GROUPEMENT NATIONAL D'ÉQUIPES DE RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. *Algèbre et fonctions*, Paris, ministère de l'Éducation nationale (France), 2000, 61 p., [En ligne] [http://www.eduscol.education.fr/D0124/algebre_et_fonctions.pdf].

GROUPEMENT NATIONAL D'ÉQUIPES DE RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. *L'écrit au collège*, Paris, ministère de l'Éducation nationale (France), 1999, 83 p., [En ligne] [http://www.eduscol.education.fr/D0124/greco_ecritcollege.htm].

GROUPEMENT NATIONAL D'ÉQUIPES DE RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. *Preuve et démonstration : quelques questions essentielles*, Paris ministère de l'Éducation nationale (France), 2003, 111 p., [En ligne] [http://www.eduscol.education.fr/D0124/preuve_et_demonstration.pdf].

JOELANTS, Nadine, Christian MICHAUX et Frédéric POURBAIX. *Mathématiques expérimentales, Activités de modélisation dans l'enseignement des mathématiques au travers des problèmes historiques*, Mons, Le Pentagone, 2001, 223 p., [En ligne] [http://www.enseignement.be/@librairie/documents/ressources/079/index.asp].

KILPATRICK, Jeremy, Jane SWAFFORD et Bradford FINDELL. *Adding It Up, Helping Children Learn Mathematics*, Washington, National Academy Press, 2001, 250 p.

RICHARD, Philippe R. *Raisonnement et stratégies de preuve dans l'enseignement des mathématiques*, Berne, Peter Lang, 2004, 324 p.

SAINT-PIERRE, Lise. « L'étude et les stratégies d'apprentissage », *Pédagogie collégiale*, vol. 5, nº 2, décembre 1991 (texte tiré de « Étudier au collégial : une réalité diversifiée », Actes du 11e colloque de l'AQPC, juin 1991, p. 109-1 à 109-10).

VAN DE WALLE, John A. *Elementary School Mathematics: Teaching Developmentally,* 4e édition, New York, Longman, 2000, 544 p.

WILSON, Patricia S. (éd.). *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*, New York, Macmillan Library Reference, 1993, 304 p.

Ouvrages de référence

BARUK, Stella. *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*, Paris, Seuil, 2000, 1346 p. (Collection Science ouverte).

BOUVIER, Alain et Michel GEORGE, sous la direction de François LE LIONNAIS. *Dictionnaire des mathématiques*, 7e édition, Paris, PUF, 2005, 960 p. (Collection Quadrige Dicos Poche).

BURTON, David M. *The History of Mathematics: An introduction*, Dubuque, WCB, 1988, 678 p.

DROESBEKE, Jean-Jacques et Philippe TASSI. *Histoire de la statistique,* 2e édition corrigée, Paris, PUF, 1997, 128 p. (Collection Que sais-je?).

JACQUARD, Albert. *Les probabilités,* 6e édition, Paris, PUF, 2000, 127 p. (Collection Que sais-je?).

LESMOIR-GORDON, Nigel, Will ROOD et Ralph EDNEY. *Introducing Fractal Geometry*, Lanham (Maryland), Totem Books, 2001, 176 p.

MANKIEWICZ, Richard. *L'histoire des mathématiques*, Paris, Seuil, 2001, 192 p.

PALLASCIO, Richard et Gilbert LABELLE. *Mathématiques d'hier et d'aujourd'hui*, Mont-Royal, Modulo, 2000, 206 p. (Collection Astroïde).

QUÉBEC, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Graphisme, notations et symboles utilisés en mathématique au secondaire*, document d'information 16-3306, Québec, ministère de l'Éducation, 1996, 31 p.