

# L'AXIOMATIQUE

LE JOURNAL DE L'ASSOCIATION DES ÉTUDIANTS ET ÉTUDIANTES EN **MATHÉMATIQUES** ET **STATISTIQUE** À L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

La femmeuse histoire  
*des mathématiques*

Générer  
du terrain ?

Partir en  
échange

6 questions à  
**Yvan Saint-Aubin**

GRATUIT

Suivez « L'Axiomatique » dans les réseaux sociaux !



facebook.com/  
laxiomatique



linkedin.com/  
company/  
laxiomatique

## ◆ L'ÉQUIPE DE L'AXIOMATIQUE

**RÉDACTRICE EN CHEF**  
LINDA AIDA

**CORRECTEUR EN CHEF**  
ALEXIS LANGLOIS-RÉMILLARD

**DIRECTEUR DE LA LOGISTIQUE**  
PHILIPPE ROBITAILLE-GROU

**GRAPHISTE ET PHOTOGRAPHE**  
ALEXANDRA DURAND

**RÉVISEURE**  
CATHERINE GAUTHIER

**RESPONSABLE DU MONTAGE**  
LINDA AIDA

**DIRECTEUR DE PUBLICITÉ**  
FÉLIX MA

**CHRONIQUEURS ET CHRONIQUEUSES**  
TOMMY-XAVIER ROBILLARD  
NICK BURGOA  
VICTOR GEADAH  
SHOPHIKA SUNTHARESARMA  
ANTOINE BRUNET  
ALEXIS LANGLOIS-RÉMILLARD  
PHILIPPE ROBITAILLE-GROU  
LINDA AIDA

**AUTEUR ET AUTEURE INVITÉ·E·S**  
FABRICE NONEZ  
ALEXANDRA DURAND

**REMERCIEMENTS**  
YVAN SAINT-AUBIN  
SANDRINE DESFORGES

**IMPRESSION**  
SIUM

## ◆ POUR NOUS JOINDRE

**COURRIEL**  
LAXIOMATIQUE@GMAIL.COM

**FACEBOOK**  
FACEBOOK.COM/LAXIOMATIQUE

**LINKEDIN**  
LINKEDIN.COM/COMPANY/LAXIOMATIQUE

## ◆ PROCHAINE PARUTION

AVRIL 2019

### | CHRONIQUES LINGUISTIQUES

# DE L'IMPORTANCE D'ÊTRE CONSTANT

*I am sick to death of cleverness. Everybody is clever nowadays.* (The Importance of Being Earnest, Oscar Wilde)

En mathématiques, un des grands apprentissages est l'abstraction. Cela s'exprime dans la capacité de comprendre que lorsqu'on dit : « Soit  $f$ , une fonction analytique réelle. » la fonction  $f$  peut être n'importe quelle fonction analytique réelle. Bien entendu, une fois que cette capacité est acquise, dire : « Soit  $\$$ , une fonction analytique réelle. » sera compris comme la même affirmation. Toutefois, malgré mon amour du script arménien, cela ne veut pas dire que c'est une bonne pratique !

Le but de l'écriture est de transmettre un message et un des plus grands freins à la communication est le manque de constance et de clarté. Que ce soit l'adoption de conventions exotiques (saviez-vous que l'école anglaise compose les fonctions à l'envers ?) ou l'usage de variables archaïques (connaissez-vous  $\text{sampi}$  : «  $\text{ճ}$ , » la lettre grecque ancienne ?), il faut toujours être en mesure de justifier ses choix.

Sortir de l'usage est parfois intéressant, mais il faut une raison et s'assurer de ne pas compliquer inutilement le texte par son choix. Si nommer une constante  $\text{ռ}$  pour se faire plaisir ne choque pas, nommer une fonction complexe  $\pi$  ou prendre comme constante strictement négative  $\epsilon$  s'approche plus de l'obscurantisme. Faire le malin, ce n'est probablement pas la meilleure façon de communiquer !

Amusez-vous et utilisez votre imagination, mais ne le faites pas au détriment de votre message !

◆ PAR **ALEXIS LANGLOIS-RÉMILLARD**,  
CORRECTEUR EN CHEF

### | SOMMAIRE

3 LES ACTIVITÉS SPORTIVES

3 ON LE FAIT

4 6 QUESTIONS À YVAN SAINT-AUBIN

5 CE N'EST PAS PARCE QUE ÇA  
MARCHÉ POUR NOS NATURELS QUE  
ÇA MARCHÉ POUR LES NATURELS...

6-7 PARTIR EN ÉCHANGE

7 CLUBMATH

8 GÉNÉRER DU TERRAIN ?

9 LA FEMMEUSE HISTOIRE DES  
MATHÉMATIQUES

10 ET MAINTENANT QUOI ?

11 LA RIGUEUR ET L'INFINI

11 LE CHAT DORT ; LES SOURIS  
DANSENT



**F A É C U M**

CETTE ÉDITION EST RÉALISÉE GRÂCE À L'APPU  
FINANCIER REÇU DE LA FÉDÉRATION DES  
ASSOCIATIONS ÉTUDIANTES DU CAMPUS  
DE L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

# LES ACTIVITÉS SPORTIVES



**L'**AEMSUM est reconnue comme étant une association étudiante sportive. Elle s'implique très souvent dans les sports interfacultaires organisés par le CEPsum (Interfacs). Il y a aussi des activités sportives organisées par l'association étudiante de mathématique qui sont faites pour les membres de l'AEMSUM.

Ce dernier mois de février n'a pas été très productif en termes de participation aux sports. Par contre, dans ce mois de mars, l'AEMSUM va vous proposer plein d'activités autant sociales que sportives pour commencer cette deuxième moitié de session en force. Sans compter les Interfacs de mars qui sont des sports très populaires dans notre Association étudiante.

## L'HORAIRE DES PROCHAINS TOURNOIS INTER-FACULTÉS :

**BASKETBALL**  
16 mars

**VOLLEYBALL**  
23 mars

## AUTRES ACTIVITÉS :

**iSAUTE**  
(date à confirmer)

**iBUBBLE SOCCER\***  
(date à confirmer)

**DODGEBOW\***  
(date à confirmer)

\* À confirmer selon les participations

Si un des sports ou des activités ci-dessus vous intéresse, veuillez me contacter sur Facebook. Vous pouvez également nous rejoindre sur Facebook dans le groupe « Comité Sports AEMSUM » pour vous tenir au courant des prochains sports ou des prochaines activités.

Si vous avez de nouvelles propositions, vous pouvez également me contacter sur Facebook ou dans le groupe de sports. Il y a aussi des affiches au Café Tore et Fractions sur lesquelles vous pouvez écrire directement votre nom.

◆ PAR **NICK BURGOA**,  
CVE SPORT

# ON LE FAIT



**C**onnaissez-vous l'expression « Rien de plus motivant que la motivation » ? Moi non plus. Peut-être parce que je viens de l'inventer. Par contre, si elle existait, je l'aurais certainement utilisée dans la première phrase de cette rubrique... ou dans la dernière, c'est selon. Tout ça pour dire, nous étions en réunion l'autre jour (les membres du Conseil exécutif, j'ose le *nouioement* ici) et constatons le nombre de projets qu'il restait d'ici la fin de la session. C'est qu'au fil du temps les idées se forment; certaines se concrétisent, d'autres sont remuées, chauffées à feu doux et laissées reposer quelques semaines. Puis, le temps passe, le temps file, les jours nous dépassent et les minutes défilent. Puis vient le moment où les idées se sont trop accumulées, le fameux point d'accumulation. Nous dûmes donc faire un choix. On le fait ? On le fait ! Voilà pourquoi je suis si fébrile de vous annoncer tout ce qui s'en vient. Tous ces plans ont pour essence commune de vouloir rejoindre le plus de gens, de champs d'intérêts et de nouveaux visages possibles. Et si je vous parlais de Ted Talks, de 5@7 profs, de rallye mathématique, d'une page « Humains d'Aisenstadt » et plus encore... qu'en diriez-vous ? Peut-être souligneriez-vous qu'il ne reste qu'un mois et demi d'école, que c'est une motivation un peu tardive... une *late motiv*. Mais nous sommes prêt·e·s à nous donner à fond et ne pouvons qu'espérer vous voir tout aussi motivé·e·s à participer à ces projets. Car comme le dit la célèbre expression : « Rien de plus motivant que la motivation ».

◆ PAR **PHILIPPE ROBITAILLE-GROU**,  
PRÉSIDENT DE L'AEMSUM

# LES COCKTAILS DE RECRUTEMENT

Vous prévoyez faire un stage en automne 2019 ou en hiver 2020 ? Vous êtes finissant·e ? C'est le temps idéal de commencer la recherche d'un emploi ! Durant les cocktails de recrutement, vous aurez la chance de demander aux représentant·e·s des compagnies quelles opportunités ces dernières ont à vous offrir. Voici les prochaines activités de réseautage à ne pas manquer :

- **Morneau Shepell** - Mardi le 19 mars 2019  
Inscription: <https://trr.tbe.taleo.net/trr01/ats/careers/v2/viewRequisition?org=MSL&cws=40&rid=8932>
- **Willis Towers Watson** - Jeudi le 21 mars 2019  
Inscription: <https://www.eventbrite.com/e/wtw-montreal-cocktail-tickets-57244181889>

## 6 QUESTIONS À

## YVAN SAINT-AUBIN



Yvan Saint-Aubin Yvan Saint-Aubin a obtenu son doctorat en physique de l'Université de Montréal en 1982. En 2018, il a été un des 49 premiers membres à obtenir le titre de Fellow de la Canadian Mathematical Society. Il a aussi reçu le prix d'excellence en enseignement de la Canadian Mathematical Society en 2011.

### Qu'est-ce qui vous a poussé à faire des mathématiques et physique ? À quel âge avez-vous réalisé que vous voulez étudier et travailler dans ce domaine ?

Au cégep, j'aimais beaucoup les sciences et j'ai décidé de poursuivre mes études en physique, une science qui me semblait plus difficile et moins algorithmique que les mathématiques. Juste avant de commencer mes études universitaires, j'ai découvert l'informatique et j'ai été captivé par cette discipline. J'ai commencé le baccalauréat en informatique, mais un seul trimestre a été suffisant pour comprendre que je préférais la physique. J'ai fini par faire un doctorat en physique, mais ma thèse était très mathématique. En 1984, j'ai trouvé un poste au Département de mathématiques et statistique de l'Université de Montréal. Au début de ma carrière, j'ai enseigné bien des cours que je n'avais jamais suivis. Mon point de vue sur les mathématiques est différent de celui de quelqu'un qui a commencé à les étudier au début de ses études universitaires. Souvent, je suis tellement curieux, que je demande de donner un cours en particulier pour l'apprendre! (*rires.*) Il n'y a rien comme donner un cours pour en maîtriser le contenu.

### Quels cours du Département de Mathématiques et Statistique avez-vous remodelés ou créés ?

J'ai écrit les notes pour le cours de Mathématiques assistées par ordinateur (MAT1681) ; c'est un cours amusant, mais je pense que je suis meilleur pour enseigner les maths. Au début de ma carrière, j'ai remodelé un cours de géométrie différentielle qui était alors donné en 3<sup>ème</sup> année. J'ai aussi écrit des notes d'analyse appliquée (MAT2466). Avec Christiane Rousseau, une professeure titulaire à l'UdeM, nous avons créé le cours de Mathématiques et Technologie (MAT2450), un cours offert aux futurs maîtres en mathématiques du secondaire. Nos notes de cours sont devenues un livre. Les universités évaluent leurs programmes à l'intervalle de 7 à 10 ans afin de les améliorer. Au cours de la refonte en cours, on a déduit qu'on n'exposait pas assez nos étudiant·e·s aux applications de mathématiques et le comité de la refonte a décidé de créer un cours de modélisation en première année (MAT 1460) qui est obligatoire pour tous les étudiant·e·s des orientations statistique et mathématiques pures et appliquées. En janvier 2018, Anne Bourlioux et moi avons été les premiers à l'enseigner et, à vrai dire, j'étais un peu terrifié au début, car le cours n'est pas magistral et on n'utilise presque pas le tableau. Il s'agit d'un cours en apprentissage par problème et les gens travaillent en équipes qu'on leur assigne. Ça a été un travail incroyable ! L'ambiance était dynamique et extrêmement enthousiaste et c'était une très belle expérience.

### Pour vous, quel est le cours le plus difficile à enseigner ?

Le cours d'Analyse I est très difficile à donner psychologiquement, à cause du support moral qu'il faut donner aux étudiant·e·s. Dans ce cours, le professeur joue le rôle du *cheerleader*, il doit motiver les étudiant·e·s à travailler, leur dire que leur raisonnement n'est pas correct et de retourner à leur table de travail. En Analyse I, la probabilité de découragement est tellement grande, qu'il faut toujours dire aux étudiant·e·s que tout le monde a été à leur place et que ceux et celles qui ont travaillé fort ont réussi. Analyse I force à penser

différemment, les théorèmes et les preuves présentés dans ce cours changent la vision. En tant que professeur·e·s, nous ne pouvons pas rendre les examens plus simples puisque les cours d'analyse 2 et 3 suivent ; nous devons donc tout faire pour aider les étudiant·e·s !

### Est-ce que vous conseillez aux étudiant·es en mathématiques pures et appliquées de premier cycle de continuer leurs études et de faire une maîtrise ?

La vie est déjà assez compliquée sans forcer les gens à suivre un chemin en particulier. (*rires.*) Souvent, mes étudiant·e·s me disent que ce que je fais leur semble fascinant et qu'ils voudraient travailler dans un milieu universitaire aussi. Mais ils ne savent pas tous qu'après un doctorat, ils vont probablement devoir faire des années en recherche postdoctorale et même après cela, ils ne seront pas sûrs de trouver un poste. Personne ne peut leur garantir qu'ils vont pouvoir rester à Québec, ils vont peut-être devoir déménager à un endroit qu'ils n'aiment pas. Lorsque l'UdeM ouvre un poste en mathématiques pures et appliquées, elle reçoit au-delà de 200 applications. Faire de la recherche, surtout au début de la carrière, est très difficile. Il ne s'agit plus d'une résolution d'un problème à la fin d'un chapitre où on sait que le chapitre a tout le matériel nécessaire pour répondre à la question. Les chercheurs se posent des questions et ils ne savent pas si personne ne va pouvoir y répondre en un an pour faire la maîtrise ou en 5 ans pour faire le doctorat. La recherche n'est pas pour tout le monde et le premier cycle ne prépare pas très bien les étudiant·e·s à l'expérience de recherche.

### Êtes-vous d'accord pour dire qu'aujourd'hui, les études en mathématiques pures mènent plus difficilement à un emploi que dans les années 1980 ?

Absolument. Dans les années 1980, le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) était préoccupé par le fait que la plupart de jeunes docteur·e·s canadien·ne·s n'avaient pas d'emploi dans leur domaine d'études. C'était le temps où l'inflation en Amérique du Nord était incroyablement élevée et les universités avaient des contraintes budgétaires. Le CRSNG a décidé de créer un programme dans lequel le salaire des premières années des nouveaux professeurs-chercheurs était payé en grande partie par le conseil. Plusieurs collègues, dont moi, ont été engagés sous ce programme. S'il n'y avait pas eu ce programme, je n'aurais peut-être pas eu de poste. Aujourd'hui, j'entends souvent de nos anciens élèves qui ont fait des thèses riches en résultats nouveaux, mais qui sont toujours à la recherche d'un poste. De l'autre côté, quand on cherche un·e professeur·e pour enseigner les cours d'actuariat ou de statistique, c'est très difficile d'en trouver, parce que le marché d'emploi accueille bien les statisticien·ne·s et les actuaires. En mathématiques pures et appliquées, l'endroit privilégié où on peut en faire, c'est le milieu universitaire.

### Pourquoi avez-vous décidé d'écrire le livre *Mathématiques et technologie* ?

À la fin des années 90, le Ministère de l'éducation voulait que les futurs maîtres en mathématiques du secondaire soient exposés aux technologies. Son idée était d'enseigner aux étudiant·e·s des logiciels qui pourraient être utilisés lors de l'enseignement. Christiane Rousseau et moi avons mal compris la conception et nous avons pensé qu'on devrait plutôt présenter à ces futurs enseignants les technologies où les mathématiques sont utilisées. Je pense que nous-mêmes, nous étions curieux de savoir comment certaines choses fonctionnent. Notre livre a été écrit pour le cours MAT2450 et il traite de la cartographie, de la compression d'images à l'aide de fractales et à l'aide du format JPEG, de l'algorithme PageRank de Google et de plusieurs autres applications mathématiques. Tous les chapitres sont indépendants et le livre a été maintenant traduit en anglais, en allemand et en portugais.

♦ PAR LINDA AIDA, ÉTUDIANTE AU BACCALURÉAT EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE

# CE N'EST PAS PARCE QUE ÇA MARCHE POUR NOS NATURELS, QUE ÇA MARCHE POUR LES NATURELS...

Merci Antoine, pour ces mots si gentils (Voir l'édition février) ! Que seraient les mathématiques sans toi qui répond à 1h du matin...

Il était une fois un joyeux luron qui commençait à découvrir les merveilles du monde des mathématiques. Que ça soit l'absence de pathologies en analyse complexe, la définition claire des nombres réels (enfin !) ou l'élégance du théorème central limite, un facteur commun ressurgissait toujours sous forme de questionnement : comment est-ce possible que du raisonnement logique, donc « parfaitement incontestable », produise de si beaux résultats ? Et surtout, comment se fait-il que *tout* soit démontrable à partir d'axiomes si *triviaux* !

Un jour, par contre, ce joyeux luron, qu'on appellera Famus, a rencontré un obstacle majeur à sa croyance : **Wikipédia**. Wikipédia, qui était pourtant un allié si important dans cette aventure, l'a *hit* avec les théorèmes d'incomplétude de Gödel (interprétation de l'auteur) :

- (1) Tout système axiomatique cohérent qui permet l'arithmétique usuelle comprend des propositions vraies mais non-démonstrables à partir des axiomes et des raisonnements logiques.
- (2) La cohérence d'un tel système ne sera jamais démontrable à partir des axiomes. Jusqu'alors, Famus croyait que l'approche axiomatique était infaillible. Qu'il ne s'agissait que d'optimiser les axiomes et d'apprécier le dévoilement de la *vérité* même. Ironiquement, la *vraie* vérité le frappa, tel un coup dans l'estomac : les maths, telles que connues, ne sont pas autant absolues qu'il apparaissait. C'est alors qu'il pleura dans la douche, désespéré, car toutes ses références, ses croyances, ainsi que sa foi étaient complètement débalancées.

Il fit son deuil éventuellement, se résigna, et même si la pensée n'était pas agréable, il pu passer à autre chose. Jusqu'au jour où une simple abeille curieuse lui amena une idée intéressante : « Ça serait ennuyant *net* si on savait que notre système d'axiomes était parfait. *Bruh*, n'est-ce pas l'ouverture d'un monde infini de possibilités qui est offerte par les théorèmes ? »

Eh bien, Famus fut totalement d'accord ! Il se mit donc à s'intéresser au premier théorème d'incomplétude. Afin de ne pas s'embourber dans le *meta* du vrai, mais non-démonstrable, il considéra la version alternative, qui affirme qu'il y a des propositions sur l'arithmétique qui sont ni démontrables, ni contradictoires selon le système d'axiomes.

Là, on est aux péripéties. Et *ket*, le jus devient juteux. Et abstrait. Pour un système d'axiomes donné (avec le langage formel bien défini, *tralala*...), un modèle est une structure où on peut interpréter nos formules, et où nos axiomes sont vrais. Par exemple, les axiomes usuels de l'arithmétique ont un modèle classique dans la théorie des ensembles, avec  $\mathbb{N} = \{0 = \emptyset, 1 = \{0\}, 2 = \{0, 1\}, \dots\}$ . Si on veut, c'est une façon de concrétiser les axiomes, de montrer qu'ils sont légitimes par construction.

C'est quoi le rapport ? Et bien, on peut utiliser les modèles pour vérifier si une proposition  $p$  est ni un théorème, ni une contradiction de notre système d'axiomes. En effet, supposons qu'on soit capable de créer une structure, en accord avec les axiomes, où  $p$  est vraie, ainsi qu'une autre où  $p$  est fausse. Automatiquement,  $p$  ne peut pas être un théorème de notre système axiomatique, pas plus que  $\neg p$  ! Soyons sérieux, Famus a d'autres choses à faire que de travailler avec du non-sens contradictoire.

Wow, ces concepts-là sont intéressants ! Mais comment créer d'autres

modèles des naturels ? Un modèle non-trivial où tous les théorèmes de l'arithmétique sont vrais ?

**Oh, wait.**

Disons que Famus avait préalablement développé un intérêt (gros euphémisme), dans une autre partie de ses aventures, sur une structure particulière. Les hypernaturels, cet ensemble où en plus des naturels usuels, il y a d'autres nombres, qui sont infiniment grands. Ce qui arrive quand on dépasse l'infini.

Certain-e-s d'entre vous se demandent peut-être en regardant ça : « Est-ce que les maths vont trop loin ». La réponse restera toujours la même : jamais !

D'autres pourraient se questionner, légitimement, sur la validité de tels nombres. Pour cela, je propose une idée de la construction ! Le but va être de partir de nos naturels classiques, puis d'y ajouter pleins d'éléments, sans rien changer à la validité de nos propositions logiques.

Considérons l'ensemble des suites de naturels. Pour avoir toute l'arithmétique, il nous faut au moins une relation d'ordre. Certaines comparaisons sont évidentes. Par exemple,  $\{3, 4, 5, \dots\} > \{0, 1, 0, 1, \dots\}$  car l'égalité est vraie partout. D'autres, pas si triviales, sont tout de même intuitives, par exemple  $\{0, 1, 2, \dots\} > \{5, 5, 5, \dots\}$ , car sur presque toute la suite, l'inégalité va être vraie, sauf pour les 5 premiers termes, ce qui ne vaut pas grand chose par rapport à l'infini. Cependant, certaines comparaisons, la plupart en fait, ne sont vraiment pas claires. Par exemple, qu'est-ce qui est le plus grand :  $\{1, 0, 1, 0, \dots\}$  ou  $\{0, 1, 0, 1, \dots\}$  ? Il nous faut une façon plus systématique de faire un choix.

La réponse ? Les ultrafiltres ! Oui oui, les mêmes que ceux qu'Antoine a révélés le mois dernier pour les chapeaux (l'article était *fire*), et qu'on peut utiliser pour résoudre la démocratie (une autre fois, gros *clickbait*...). Ici, on va l'utiliser directement pour construire notre relation. On dit alors que  $\{a_1, a_2, \dots\} \geq \{b_1, b_2, \dots\}$  si  $\{i \mid a_i \geq b_i\}$  est dans l'ultrafiltre. En d'autres mots, une suite est plus grande qu'une autre si presque partout, la comparaison tient. Sans rentrer dans les détails, on a que tout, une fois de plus, marche avec une telle précision, cela en est presque **magique**. Et en disant que deux suites  $x$  et  $y$  sont équivalentes si  $x \geq y$  et  $y \geq x$ , on arrive à directement construire les hypernaturels.

De plus, on peut montrer que toute formule est vraie dans les naturels est vraie si et seulement si elle est vraie dans les hypernaturels, moyennant que la formule soit « bien écrite ». Cela montre donc que les hypernaturels sont bien un modèle des axiomes de Peano, ceux qui sont classiques. Et on a des nombres infinis, comme  $\{1, 2, 3, \dots\}$  qui dépassent presque partout (sauf les quelques premiers termes) n'importe quel naturel usuel. **Goal**.

À vrai dire, bien qu'on ait un modèle non-standard des naturels, celui qu'on a construit ne nous aidera pas forcément à trouver des formules « bien écrites » vraies, mais non démontrables. Du moins, pas trivialement. Mais bon, Famus n'a pas dit son dernier mot ;)

♦ PAR FABRICE NONEZ, ÉTUDIANT À LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

# PARTIR EN ÉCHANGE

« Siamo in arrivo a Brescia. »



**J**e sors mon cellulaire et envoie un message rapide à mon amie, lui indiquant que j'arrive à la station. Je sais qu'elle n'est pas encore partie de chez elle, puisque, de manière non surprenante, le train était en retard. Nous sommes en fin juillet. Je suis en Italie depuis la mi-février. Il fait chaud depuis le mois de mai, lorsque je suis partie rejoindre une amie pour voyager le long du pays. Je viens de terminer tous mes examens. Il ne me reste que quelques petites procédures administratives, mais ce n'est rien comparé à ce que j'ai dû faire en arrivant. Le temps qu'il me reste ne sera que repos et amusement.

Mon amie doit venir me prendre à la station pour partir en voiture vers l'appartement de sa famille au bord du lac Garda, dans le nord de l'Italie, où je devais passer la fin de semaine. Ça fait quatre ans que nous nous connaissons, depuis que nous nous sommes liées d'amitié durant mon premier échange étudiant, en Allemagne. J'ai tellement aimé l'expérience que je devais la répéter, trois ans et demi plus tard, cette fois-ci en Italie, à l'*Università di Bologna*.

C'est une de ces expériences que je n'arrêterai jamais de recommander.

## Pourquoi partir en échange

L'idée de partir en échange, que ce soit pour une session ou un an, peut sembler, *a priori*, intimidante. Mais cette expérience peut apporter beaucoup de bénéfices.

D'abord, notons que d'aller vivre dans un pays étranger est une opportunité de grandissement de soi. Peut-être ça semble cliché, mais quoi de mieux que de se placer dans une situation où la société, la culture et le quotidien sont complètement différents pour se réévaluer ? La première fois que je suis partie vivre à l'étranger, je me suis retrouvée dans une petite ville dans l'est de l'Allemagne, où la majorité des gens ne parlaient pas anglais. J'ai dû rapidement apprendre à me débrouiller et il était devenu beaucoup plus primordial que je le pensais d'apprendre l'allemand conversationnel, et ce rapidement !

Ce qui me mène à la deuxième raison de partir : l'interaction avec des cultures différentes. Vous pourriez penser que partir aux États-Unis ou en France pourrait ne pas être aussi différent que partir en Asie. Bien sûr, le choc culturel ne serait pas du même calibre, mais n'empêche que vous serez certainement confrontés à des différences, aussi minimes que les différentes barres de chocolat (pour ceux qui vont en Europe, je vous prierais de me rapporter du Milka Daim) jusqu'au besoin d'apprendre un code routier entièrement différent. En Italie, j'ai rapidement réalisé que je devais étendre mon bras pour dire à un chauffeur d'autobus d'arrêter, et ça m'a pris plusieurs semaines avant d'arrêter de me sentir ridicule ; j'avais l'impression de *flagger* un autobus comme un taxi !

Si vous avez peur du niveau de la langue, rassurez-vous ! J'ai pris la décision personnelle de partir dans des pays où je devais apprendre une nouvelle langue (l'allemand, l'italien), mais il y a autant, sinon plus d'options qui vous permettraient d'étudier en français et en anglais. Les établissements qui enseignent en anglais sont beaucoup plus nombreux que vous le pensez. Vous pourriez aller, par exemple, à Singapour et y étudier en anglais sans problème. Si vous parlez une autre langue que l'anglais et le français, tant mieux ! Mais si vous désirez en apprendre une nouvelle, petit conseil : je m'y prendrais à l'avance. Je peux vous garantir que j'ai eu beaucoup moins de mal à m'adapter en Italie, car j'avais commencé à apprendre la langue plus de trois ans avant de partir, qu'en Allemagne, où j'avais commencé à peine deux mois avant ma date de départ ! *Das war nicht die beste Idee !*



Il ne faut pas oublier toute l'opportunité de voyage que cette expérience offre ! Lorsque j'étais en Allemagne, j'ai visité au total douze pays différents, incluant un mois et demi durant l'été où je me suis promenée surtout dans le sud de l'Europe avant de revenir à Montréal. Durant mon séjour en Italie, je me suis plutôt contentée de visiter un peu le pays, de quelques jours à Londres, d'une petite fin de semaine à Strasbourg et finalement d'un voyage en Belgique et aux Pays-Bas avant de revenir à Montréal. Imaginez les options qui s'offrent à vous lorsque vous êtes déjà dans les environs, que ce soit en Europe, en Asie, en Amérique du Sud, etc.

Et finalement, n'oubliez pas, c'est un ajout formidable à votre CV !

## Procédures

Peut-être vous vous dites que tout ceci semble très bien, mais la paperasse semble être un obstacle insurmontable. Déjà pour le dépôt de candidature, elle n'est pas particulièrement difficile à remplir, mais il y en a beaucoup. Sans compter celle que demande l'université d'accueil, comme le visa et le permis de séjour. Par contre, la Maison internationale de l'Université de Montréal a une liste très exhaustive de toutes les étapes. En fait, les outils à votre disposition, comme la banque de données formidable des diverses universités auxquelles vous pourriez partir en échange, sont tous faits pour vous aider dans le processus, et il n'y a aucune excuse pour ne pas le faire. Vous n'avez qu'à vous pointer à une séance d'information de la Maison internationale, et c'est parti !

Je ne vais rien cacher : j'avais pas mal de choses à faire, certaines plus compliquées que d'autres. Probablement vous passerez le plus de temps au niveau du dépôt de candidature pour le contrat provisoire, qui sert à assurer qu'il y a en effet assez de cours dans votre université d'accueil pour avoir une session à temps plein. Ce petit bout de papier nécessite aussi la signature du responsable des échanges du département avant de pouvoir être soumis à la Maison internationale. Parce que seulement certains cours étaient disponibles à l'*Università di Bologna*, je dus remanier un peu mon parcours académique et je me suis contentée surtout de cours de troisième année alors que je n'étais qu'en deuxième (comme Logique, Théorie des nombres et Topologie), je dois maintenant compléter ceux que je n'ai pas pu faire. Mais un échange s'incorpore dans le parcours scolaire et ne devrait pas retarder l'obtention du diplôme.

Une fois que vous êtes acceptés à votre université d'accueil, il y a maintenant une série d'autres choses auxquelles il faut réfléchir : visa, billet d'avion, hébergement, etc. Chaque pays a des procédures différentes. Par exemple, mon visa pour l'Allemagne a été obtenu seulement une fois arrivée au pays, alors que j'ai dû appliquer l'avance pour celui pour l'Italie. Il suffit de faire de la recherche et s'assurer de bien gérer la liste. Sans compter qu'avec internet, l'information nécessaire se trouve très facilement à notre portée, en commençant par le site même de votre université d'accueil. Et si jamais vous avez des questions plus spécifiques, il y a toujours le groupe Facebook de la Maison internationale, où beaucoup de gens vous feront le plaisir d'y répondre.

Un petit conseil : faites attention aux dates limites !

### Financer son séjour

Je ne vous blâme pas si vous vous demandez quel est le coût d'une telle entreprise, surtout si vous pensez à partir dans des endroits reconnus pour leurs coûts de la vie, comme l'Angleterre, la Suisse ou même Hong Kong. J'ai dû faire face aux mêmes questionnements, et ceux-ci m'ont amenée à écarter mon séjour en Italie (originellement, je devais partir pour toute l'année).

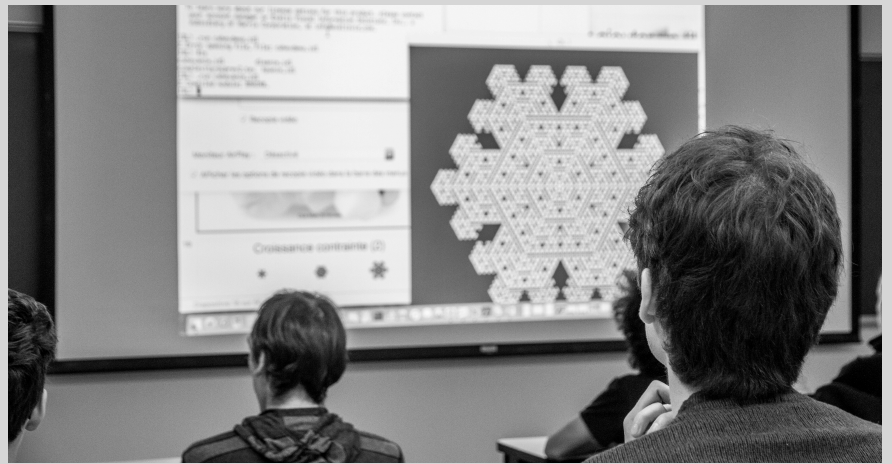
Notez, par contre, que plusieurs options s'offrent à vous, en commençant par la bourse de mobilité du Ministère de l'Éducation et de l'enseignement supérieur. Celle-ci offre une somme considérable, dépendant de votre destination et de la durée de votre séjour. Elle ne requiert aucun effort au niveau de l'application ; celle-ci se fait au même moment que le dépôt de candidature à l'échange. De plus, il y a plusieurs autres bourses pour lesquelles vous pourriez être admissible, comme une qui, dépendant de votre destination, vous aide avec le prix du billet d'avion. Bien sûr, il y a aussi le programme de prêts et bourses du gouvernement, et le montant qui vous sera offert pourrait différer simplement par le fait que vous ne serez pas chez vos parents durant la durée de votre séjour.

D'ailleurs, la Maison internationale offre une conférence sur le financement de votre séjour. Je vous la conseille fortement.

Bien sûr, j'ai mes petites histoires d'horreur. J'aime conter comment, après avoir réalisé que ma caméra ne fonctionnait pas, je me suis déplacée à au moins cinq endroits différents avant de trouver un véritable magasin de photo où je me suis procuré une nouvelle pile (j'ai finalement dû remplacer mon appareil). Chaque fois que j'explique le processus d'obtention de mon *permesso di soggiorno*, mon permis de séjour, je me sens comme dans la maison qui rend fou. Et il y a, inévitablement, mes examens, qui représentent la totalité de ma note et qui étaient tous sous forme orale (oui, orale !). Il était surtout question de définitions, de théorèmes et de preuves desdits théorèmes. Heureusement, je suis arrivée à les faire en français, car bien que je parle couramment l'italien et que les mathématiques soient assez universelles, je savais qu'il s'agissait d'un stress de plus dont je n'avais pas vraiment besoin.

Malgré tout, je n'ai aucun regret et même fière d'avoir surmonté ces obstacles. Vous ne pouvez que ressortir gagnant d'une telle expérience. Je ne sais pas si mon niveau en mathématiques résultant est supérieur à celui que j'aurais eu si j'étais restée à Montréal, mais les autres connaissances et expériences que j'ai acquises sont d'une valeur inestimable. Et avec toutes les ressources à votre disposition, dont je n'ai que gratté la surface, le processus ne pourrait pas être plus facile !

◆ PAR **ALEXANDRA DURAND**, ÉTUDIANTE  
AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES



| CLUB MATHÉMATIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

[dms.umontreal.ca/~clubmath/](https://dms.umontreal.ca/~clubmath/)

[www.facebook.com/clubmath.dms/](https://www.facebook.com/clubmath.dms/)

# CLUBMATH

**L**e café, le vice (presque) caché des étudiant·e·s en mathématiques à l'Université de Montréal. Ajouter à cela des viennoiseries fraîches et des présentations mathématiques enrichissantes? La tentation pourrait être trop grande : et nous en sommes ravis. Joignez-vous à nous en ce mois de mars pour trois conférences soigneusement concoctées à votre intention, profitant au passage d'un bon café et d'une pause bien méritée. Avant de continuer, permettez-moi de revenir avec vous sur le mois passé.

Notre mois de février s'amorça avec la présentation de l'étudiant à la maîtrise Alexis Leroux-Lapierre. D'une part, dynamisme en enthousiasme, et de l'autre part, une salle bondée. Dans une présentation sur la spectroscopie moderne, M. Leroux-Lapierre a habilement souligné l'importance des symétries dans la géométrie des matières étudiées en spectroscopie. Ce sujet lui a offert le pont idéal pour initier le public à son domaine de recherche : l'algèbre abstraite, dans ce cas la théorie de la représentation des groupes finis.

Le deuxième présentateur du mois de février fut le professeur Christian Côté du Cégep de Terrebonne, chargé de cours à l'UdeM. Professeur apprécié de tous et toutes pour ses anecdotes mathématiques dans le cadre du cours d'Algèbre linéaire, cette présentation s'est avérée tout aussi divertissante. Une aventure historique à travers les nombres « curieux », en ordre croissant. Tous les nombres dignes d'intérêt son abordés, accentués au passage d'un fait cocasse.

Maintenant, que se trame-t-il en ce troisième mois de l'année 2019? Au rendez-vous : modélisation mathématique en biologie, courbes elliptiques et apprentissage machine!

Ainsi, nous avons reçu le 13 mars M. Jacques Bélair, professeur titulaire au département de mathématiques et de statistique. M. Bélair a présenté différents modèles soulignant l'importance grandissante des mathématiques dans le domaine de la biologie : de la cardiologie, où les suites de Farey révèlent leur utilité dans l'interprétation des électrocardiogrammes, jusqu'à la pharmacie avec l'avènement des modèles pharmacocinétiques. Y succédant le 20 mars, nous accueillerons Mme Matilde Lalin, aussi professeure titulaire au département. Sa conférence portera sur les nombres congruents provenant des courbes elliptiques, abordée depuis la théorie des nombres d'une façon que nul·le autre au département ne saurait maîtriser. Pour conclure ce mois de mars, professeur Guy Wolf sera des nôtres le 27 mars prochain. Nouveau professeur au département, sa recherche porte sur l'apprentissage machine, à travers différentes avenues de mathématiques appliquées attenantes à l'analyse, la géométrie et la théorie des graphes.

Au plaisir de vous croiser aux prochaines présentations,

◆ **VICTOR GEADAH**,  
au nom du comité organisateur du Clubmath

# GÉNÉRER DU TERRAIN ?

Quésaco ?

Vous êtes développeur d'un jeu vidéo en deux dimensions. Votre patron vous ordonne de créer un niveau constitué d'un immense réseau de cavernes d'un million de blocs par un million de blocs. Pour demain. Ce serait du suicide de tout dessiner manuellement, mais heureusement, nous pouvons concevoir un algorithme qui nous permettra de générer le niveau automatiquement !

Le principe de cet algorithme se base sur une simulation créée par John Conway en 1970 appelée The Game of Life. Dans cette simulation (en fait un automate cellulaire, pour être plus précis), on a une grille de jeu de taille prédéfinie. Chaque case de la grille peut être soit vivante, soit morte. À chaque « tour » de jeu, les cases évoluent d'une façon préétablie :

- Les cases (ou cellules) mortes ayant exactement trois voisines vivantes deviennent vivantes.
- Les cellules vivantes ayant deux ou trois voisines vivantes restent vivantes.
- Les autres cellules vivantes meurent.

Ce « jeu », pouvant paraître au départ plutôt simple, est très complexe. En effet, des dizaines de mathématicien·ne·s l'ont analysé durant les années 1970 et plusieurs faits remarquables en sont ressortis. Par exemple, ce jeu est Turing-Complet, c'est-à-dire qu'il permet de calculer n'importe quel algorithme ! Nous nous baserons sur des concepts similaires pour créer notre générateur.

Nous commençons donc avec un tableau en deux dimensions initialisé aléatoirement avec des zéros et des uns (les zéros représentent un bloc d'air, alors que les uns représentent un bloc solide). Pour chaque case du tableau, nous aurons une probabilité qu'elle soit initialisée avec un bloc solide. Nous appellerons cette probabilité la densité de notre carte, qui pour cet article sera de dimensions 32 x 32, avec une densité de 0,4.

```
float densite = 0.4;
vector<vector<int>>carte(32,vector<int>(32));
for(auto &i : carte) {
    for (auto &j : i) {
        if (rand()%100 <densite*100) j = 1;
    }
}
```

(Attention, j'utilise rand() par simplicité ici, mais il faut toujours utiliser les fonctions de la librairie standard <random> du C++. rand() a beaucoup de problèmes, mais ce n'est pas le sujet de cet article)

Après avoir initialisé notre carte, on devrait avoir quelque chose ressemblant à la figure 1.

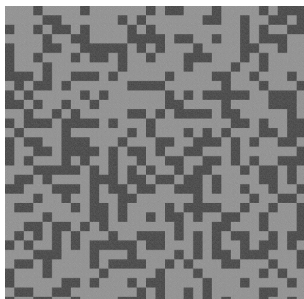


Figure 1

Rien de bien intéressant donc. Par contre, on a enfin quelque chose avec quoi travailler ! C'est ici que notre algorithme commence à devenir intéressant. À l'image de The Game of Life, nous allons parcourir les cases de notre tableau en y appliquant une règle plutôt simple. En gros, un bloc d'air ayant trop de blocs solides (plus de 3) dans son voisinage se transformera en bloc solide, alors qu'un bloc solide ayant trop peu de blocs solides (moins de 4) dans son voisinage se transformera en bloc d'air ! Pour ce faire, il faut faire attention par contre. On

doit créer un nouveau tableau, car si on itérait dans le tableau actuel, certaines des voisines de notre case actuelle seraient modifiées durant l'itération, et donc la fonction NombreDeVoisins ne fonctionnerait pas comme voulu.

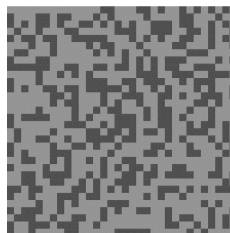
```
vector<vector<int>> Iteration(vector<vector<int>> old_cave)
{
    vector<vector<int>> new_cave = old_cave;
    for (size_t i = 0; i < cave.size(); i++) {
        for(size_t j = 0; j < cave[i].size(); j++) {
            if(old_cave[i][j] == 1 &&
NombreDeVoisins(old_cave, i, j) < 4) new_cave[i][j] = 0;
            else if (cave[i][j] == 0 &&
NombreDeVoisins(old_cave, i, j) > 3) new_cave[i][j] = 1;
        }
    }
    return new_cave;
}
```

Implémentation d'une itération

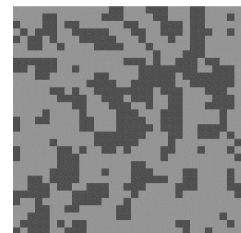
```
int NombreDeVoisins(vector<vector<int>>cave, int x, int y) {
    int nb_voisins = 0;
    for(int i = -1; i < 2; i++) {
        for(int j = -1; j < 2; j++) {
            if (i == 0 && j == 0) continue;
            if (x + i < 0 || x + i >=
(int)cave.size() || y + j < 0 || y + j >=
(int)cave[0].size()) {
                ++nb_voisins;
            }
            else if (cave[x+i][y+j] == 1) +
nb_voisins;
        }
    }
    return nb_voisins;
}
```

Fonction NombreDeVoisins. On remarque qu'on ajoute un voisin solide pour les cases sur les frontières de notre tableau, et aussi qu'on ne se vérifie pas soi-même !

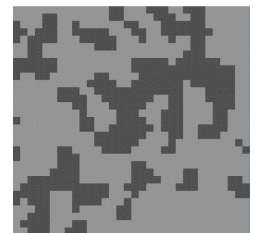
Notre algorithme est maintenant implanté, et on peut l'essayer afin de voir le résultat !



0 itération



1 itération



2 itérations

Nous avons ainsi développé un petit programme assez simple nous permettant de remettre notre projet sans souci à la date voulue. Le concept que nous avons utilisé dans cet article, appelé génération procédurale, n'est pas nouveau. Il est utilisé partout dans l'industrie du jeu vidéo depuis plusieurs décennies. Que ce soit pour créer le monde du jeu Diablo, ou les cartes infinies de Minecraft, tous s'entendent pour dire que c'est un algorithme très puissant.

Après avoir terminé notre projet, on pourrait le personnaliser encore plus. Pourquoi ne pas y ajouter des rivières souterraines ? Ou encore des étages ? Les possibilités sont réellement infinies...

Pour ceux et celles qui sont intéressées, vous pouvez trouver une implémentation plus complète de cet algorithme en allant sur ce lien : <https://github.com/TommyXR/CaveGenerator>

◆ PAR **TOMMY-XAVIER ROBILLARD**, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

# LA FEMMEUSE HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

**B**ien qu'il y ait du progrès en ce qui concerne la place des femmes en sciences depuis Marie Curie, les femmes sont toujours sous-représentées dans les domaines du STIM (Sciences, technologies, ingénierie et mathématiques). En effet, selon l'ONU, moins de 30% des chercheurs sont des femmes. Et seulement 30% des étudiantes choisissent de poursuivre leurs études dans des domaines du STIM dont 5% en mathématiques et statistiques.

Les mathématiciennes (qui se confondent aux physiciennes à l'époque) n'ont pas toujours eu de reconnaissance pour leur travail. Autrefois, peu de femmes poursuivaient des études supérieures et si elles le faisaient, leur métier se limitait à l'enseignement. Ce n'est que quelques années plus tard, à la suite de l'analyse des contributions mathématiques, que leur apport indéniable a été souligné.

Pour honorer les femmes en sciences, reconnaître leurs défis et en apprendre davantage des obstacles qu'elles ont surmontés, voyons l'évolution de l'apport des mathématiciennes/physiciennes !

La première femme qui a été reconnue en tant que mathématicienne est Hypatie (~355-415). En Égypte, elle a été une philosophe et une mathématicienne tout en militant pour les droits des femmes à son époque ! Elle dirigeait l'école néoplatonicienne d'Alexandrie en enseignant la philosophie et l'astronomie. Elle a contribué aux écrits mathématiques de son père. Ce dernier a souligné ses efforts dans son commentaire sur le Livre III de *L'Almageste* de Ptolémée, un ouvrage important sur les connaissances mathématiques et astronomiques de l'époque. Plusieurs de ses autres contributions n'ont pas été reconnues. Par ailleurs, son commentaire sur le *Canon Astronomique* d'Apollonius est une des raisons pour laquelle elle a été reconnue. Cet ouvrage astronomique et mathématique demandait une grande habileté et facilité en mathématiques que peu de personnes avaient dans son temps.

Par la suite, Émilie de Châtelet (1706-1749), est une des scientifiques les plus influentes dans le domaine des sciences physiques, un domaine qui a longtemps été dominé par les hommes. Son entourage, incluant son mari militaire et plutôt absent (ce qui lui a permis d'entretenir une liaison

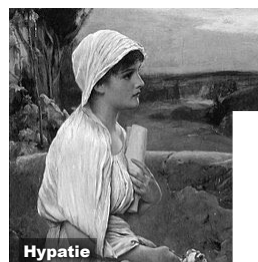
enrichissante avec Voltaire plus tard) reconnaissait son talent et intérêt et l'a même encouragé à poursuivre ses recherches. Elle a été reconnue pour son excellente traduction des *Principia Mathematica* de Newton. Bien que Voltaire reconnût son intelligence pour la pensée logique, certaines sources indiquent que la Marquise de Châtelet a co-écrit *Les Principes des Éléments de la Philosophie de Newton*, mais Voltaire ne lui a pas donné les reconnaissances nécessaires... Elle a tout de même réussi à publier un excellent ouvrage intitulé *Les Intuitions Physiques* sous son vrai nom! Par ailleurs, tout comme Hypatie, elle désirait enseigner et développer l'intuition (des mathématiques cachées dans la physique), d'où le titre du livre qui était adressé à son fils de treize ans!

Bien que chaque mathématicienne contribue positivement à l'avancement des sciences, la première mathématicienne considérée importante depuis Hypatie est née. Maria Gaetana Agnesi (1718-1799), d'origine italienne, était dotée d'une très grande maturité à un très jeune âge. En effet, déjà à neuf ans, elle traduisait du grec au latin et a présenté un discours d'une durée d'environ une heure sur le droit des femmes en éducation. Tout comme l'aide que De Châtelet a reçu, Agnesi s'est fait recommander *L'analyse démontrée* de Charles-René Reyneau par son père. Cette lecture l'a poussée à écrire *Les Institutions Analytiques*, qui fut un des premiers manuels sur le calcul intégral et différentiel. Son travail a été reconnu en France et en Allemagne également. Cette reconnaissance a poussé le Pape à la nommer comme la première professeure en mathématiques à l'Université de Bologne, mais pour des raisons inconnues, elle n'y a malheureusement pas enseigné...

Il ne faut pas oublier Sophie Germain (1776-1831), qui a contribué d'une manière importante à la théorie des nombres. Elle publia son travail sous le nom de Le Blanc. En résumé, son apport à la théorie des nombres s'est concentré dans l'étude du dernier théorème de Fermat, notamment pour le cas particulier faisant appel aux premiers dorénavant connus sous le nom de nombres premiers de Sophie Germain : les nombres premiers  $p$  tels que  $2p + 1$  soit aussi un nombre premier. Par la suite, elle a conjecturé que pour trois entiers relatifs  $x, y$ , et  $z$  tel que  $x^a + y^a = z^a$ , au moins l'un des trois doit être divisible par le carré de  $a$ . Sophie Germain a vérifié que c'est vrai pour tous les nombres premiers portant son nom



Sophie Germain



Hypatie



Émilie de Châtelet



Maria Gaetana Agnesi

et pour tout nombre premier inférieur à 100. Quelques nombres premiers de Sophie Germain sont 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89, 113, 131. Cette contribution a été

très importante pour le dernier théorème de Fermat. Elle a pu permettre à Sophie Germain de correspondre avec Gauss, sous le pseudonyme de Le Blanc sur sujet et sur la loi de la réciprocity quadratique. Cette loi, qui a été retravaillée par Gauss, permet d'exprimer un nombre premier comme un carré modulo d'un autre nombre premier. Plus tard, Sophie Germain dévoilera son identité en chargeant un bataillon français sous le commandement de son cousin de trouver Gauss et de le protéger lors des guerres napoléoniennes et sera reconnue sous son vraie nom et pour son talent. Par ailleurs, elle s'est aussi penchée sur des situations plus physiques comme l'élasticité des corps.

Tout comme Sophie Germain, il y a d'autres grandes mathématiciennes comme Emmy Noether(1882-1935) et ses contributions en algèbre abstraite et en physique et Marjorie Lee Brown (1914-1979), la première doctorante afro-américaine en topologie, pour en nommer quelques unes. Plus récemment, il y a aussi eu la regrettée mathématicienne iranienne Maryam Mirzakhani (1977-2017) qui a été la première et seule récipiendaire de la médaille fields avec sa contribution en topologie et géométrie (notamment la géométrie de surfaces de Riemann.)

Il est évident qu'il y a eu du progrès depuis Hypatie. L'initiative de reconnaître et souligner les femmes en sciences en proclamant une journée spécifique (11 février) pour cette cause en est un exemple. Encourageons nos collègues et les jeunes filles des prochaines générations à poursuivre des études en mathématiques. Leurs contributions seront nécessaires et bien importantes (autant que ceux des hommes) à l'avancement de ce monde qu'est celui des mathématiques !

◆ PAR SHOPHIKA  
SUNTHARESASARMA,  
ÉTUDIANTE AU BACCALAURÉAT  
EN MATHÉMATIQUES

# ET MAINTENANT QUOI ?

Encore cette année, le chalet hivernal de maths-stat a été l'hôte de moments aussi délectables qu'inoubliables. Entre jeux de société, randonnées, patinage, billard et jeux (parfois) alcoolisés, nos braves comparses n'ont pas eu le temps de s'ennuyer !

Mais maintenant quoi ? Le glas des activités de l'AEMSUM pour cette année a-t-il sonné ? Sommes-nous condamnés à une sempiternelle trêve de plaisir ?

Voici trois événements parmi ceux prévus ce mois-ci qui sauront vous convaincre du contraire ! À noter que les détails concernant ces activités restent sujets à changements. Restez à l'affût avec notre page Facebook !

## 5@9 CASINO

20 mars

Envie de vivre l'ambiance survoltée des casinos sans craindre de vous retrouver sous l'enfer des dettes? Nos croupiers, cocktails spéciaux et prix à gagner vous permettront de passer une soirée digne du Caesars Palace! Nous attendons toujours la confirmation de Céline, mais demeurons confiants.

## OLYMPIADES MATHS-STAT

23 mars

L'AEMSUM vous présente la première édition de ses olympiades! Des équipes formées d'étudiant·e·s au baccalauréat accompagné·e·s d'érudits mentors des cycles supérieures s'affronteront durant la journée à travers de périlleuses épreuves variées.

## TED TALKS SUIVIS DU 5@7 PROFS

29 mars

Savez-vous à quel point le département regorge de talents non-mathématiques? Le temps de brèves présentations de type *TED Talks*, quelques-uns de vos acolytes et auxiliaires d'enseignements vous parlerons d'une de leurs passions à l'extérieur du monde des mathématiques. Pour couronner le tout, un 5@7 vous donnera l'occasion d'apprendre à connaître certain·e·s de vos formidables professeur·e·s !

◆ PAR **PHILIPPE ROBITAILLE-GROU**,  
PRÉSIDENT DE L'AEMSUM



# LA RIGUEUR ET L'INFINI

**B**ien que la convergence de sommes infinies puisse être difficile à connaître intuitivement, l'analyse mathématique permet de le faire de manière rigoureuse. Parmi celles qui ont fait l'objet d'un fort intérêt au sein de la communauté mathématique se trouve la série de Grandi :

$$S := \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

La somme d'une série infinie est définie comme la limite de la suite de ses sommes partielles et, donc, ici, elle devrait être égale à

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1, 0, 1, 0, \dots).$$

Or, cette limite n'existe pas, ce qui signifie que la somme de la série n'existe pas et, donc, que la série diverge. Considérons la série des trois façons suivantes :

$$S = 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1,$$

$$S = (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$

et

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

$$\Leftrightarrow 1 - S = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + \dots) = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = S$$

$$\Leftrightarrow 1 - S = S$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{1}{2}$$

Si on accepte ces trois façons de considérer la série, cela mène à deux résultats paradoxaux. D'une part,

$$S = 1 = \frac{1}{2} = 0,$$

ce qui signifie qu'une somme a trois résultats. D'autre part,

$$1 = 0 \Rightarrow N \times 1 = N \times 0$$

$$\Rightarrow N = 0, \quad \forall N \in \mathbb{R},$$

c'est-à-dire que tous les nombres réels sont nuls.

Ces trois manières de considérer la série, utilisant de façon fautive l'associativité sur des ensembles infinis de nombres, ont eu des conséquences absurdes. Cela montre l'importance de la rigueur mathématique.

♦ PAR **ANTOINE BRUNET**, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE

Source : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Série\\_de\\_Grandi](https://fr.wikipedia.org/wiki/Série_de_Grandi)

## LE CHAT DORT ; LES SOURIS DANSENT

Aujourd'hui, je vous propose une petite énigme tirée d'un recueil soviétique des années 50, elle est toute simple, mais vous divertira je l'espère !

*Pu-erh le chat dort et rêve qu'il est encerclé par 13 souris : 12 grises et une blanche. Une voix lui dit : « Pu-erh, tu dois manger toutes les souris et la dernière doit être la blanche ; chaque fois que tu manges une souris, la prochaine doit être treize souris plus loin, et ce, toujours dans la même direction !*

*Quelle est la première souris qui sera mangée par Pu-erh s'il veut réussir ?*

♦ **ALEXIS LANGLOIS-RÉMILLARD**, ÉTUDIANT À LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

Source : Kordemsky, B. *The Moscow puzzles (#88)*, Dover edition, 1972. (Traduction libre)



## | COURRIER ANONYME

Pour publier un message, envoyez- nous un message en privé via notre page Facebook : [facebook.com/laxiomatique](https://facebook.com/laxiomatique) ou par courriel : [laxiomatique@gmail.com](mailto:laxiomatique@gmail.com)

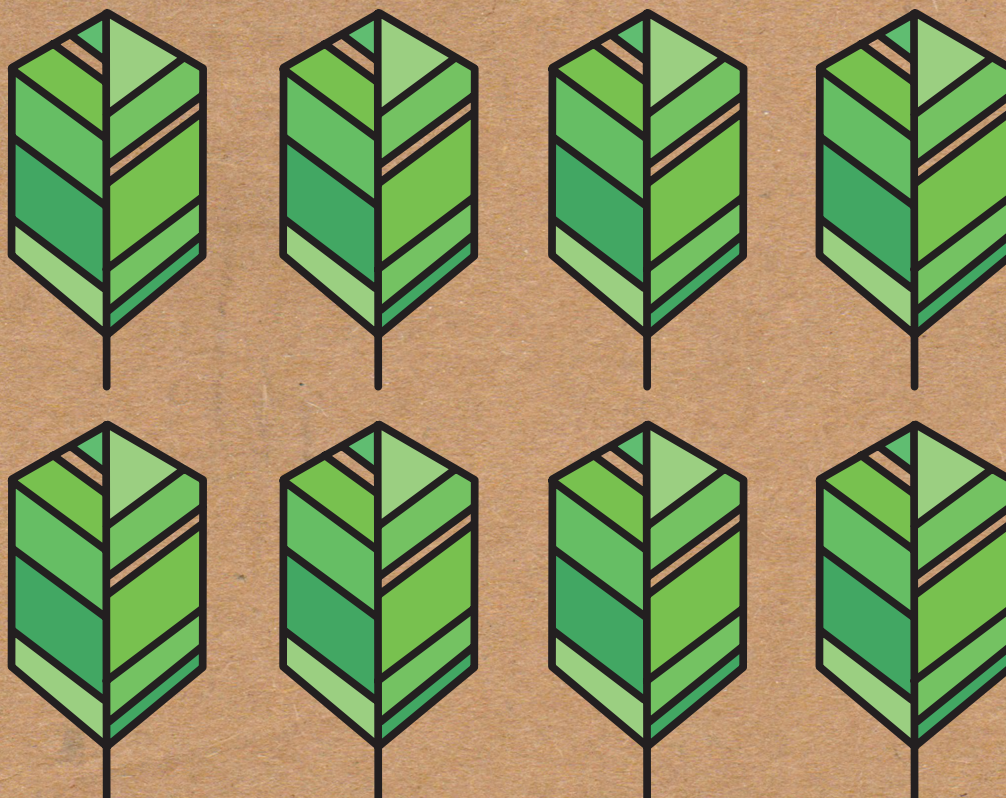
Merci à tous les conférenciers du Symposium-SAMARI le 7 et le 8 mars, ce fût un événement très intéressant et très divertissant!

# DOUZAINÉ DU DÉVELOPPEMENT DURABLE

11 MARS AU 22 MARS



S'il vous plaît,  
recyclez ce journal  
après votre lecture!



**LANCEMENT | 11 MARS, 12 H À 15 H**

HEC, pavillon Côte-Sainte-Catherine | Salon L'Oréal

**ATELIERS • CONFÉRENCES • COCKTAILS**

événement certifié 100% végé, équitable et écoresponsable

FAECUM.QC.CA

#DouzaineDD

