

ANNEXES

	Page
A. ANALYSE DES DONNÉES DE SUIVI.....	2
A.1. Terminologie complémentaire.....	2
A.2. Descriptif.....	2
A.3. Caractéristiques usuelles des données de suivi de la qualité des eaux souterraines	3
A.3.1. Bornées à zéro.....	3
A.3.2. Variabilité et asymétrie élevées	3
A.3.3. Données censurées.....	4
A.3.4. Données très variables	4
A.3.5. Données autocorrélées et corrélées.....	5
A.4. Méthodes statistiques classiques.....	5
A.5. Méthodes non paramétriques	6
A.5.1. Statistiques d'ordre	6
A.5.2. Puissance du test de détection de tendance.....	9
A.5.3. Étape de vérification	10
B. PROGRAMME DE SUIVI.....	11
B.1. Modèle hydrogéologique conceptuel.....	11
B.2. Objectifs d'un programme de suivi.....	12
B.2.1. Application de la réglementation.....	12
B.2.2. Caractéristiques du programme de suivi.....	12
C. TABLES DE CALCULS.....	13
C.1. Tableaux – Série 1	14
C.2. Tableaux - Série 2.....	23
D. EXEMPLES DE CALCUL.....	32
D.1. Cas 1 – Cas général : début d'un programme de suivi	32
D.2. Cas 2 – Long programme de suivi	33
D.3. Cas 3 – Base de données non uniformes.....	34
D.4. Cas 4 – Long programme de suivi	35
E. THÉORIE DES TESTS STATISTIQUES	36
F. LA LOI HYPERGÉOMÉTRIQUE.....	37
G. IDENTIFICATION DES DONNÉES SINGULIÈRES.....	39
G.1. Test de Dixon.....	39
G.2. Exemple	40
H. TEST DE TENDANCE	41
H.1. Test de Sen.....	41
H.2. Exemple 1	42
H.3. Exemple 2	44
I. APPROCHE POUR LE SUIVI D'UN SITE EXISTANT.....	45

A. ANALYSE DES DONNÉES DE SUIVI

A.1. Terminologie complémentaire

- Données censurées : données représentées par une limite de détection plutôt que par une valeur mesurée (ces données sont généralement notées : $< 0,1$ ou $< 0,001$ sur la feuille de résultats, ce qui signifie que l'appareil d'analyse n'a rien vu). L'information est donc partielle dans ces cas. Le résultat de l'analyse ne permet pas de conclure sur la présence ou non du paramètre mesuré dans le milieu.
- Erreur de type 1¹ : dans l'application d'un test statistique, elle correspond à un faux résultat positif. Dans le contexte du guide, avoir un faux résultat positif signifie détecter à tort une contamination. Cette erreur a une probabilité α .
- Erreur de type 2¹ : dans l'application d'un test statistique, elle correspond à un faux résultat négatif. Dans le contexte du guide, avoir un faux résultat négatif signifie ne pas détecter la contamination alors que celle-ci existe. Cette erreur a une probabilité β .
- Limite de détection : concentration limite en deçà de laquelle la méthode analytique ne peut détecter la présence d'une substance (paramètre analytique) avec une certitude raisonnable.
- Limite de quantification : concentration limite en deçà de laquelle la méthode analytique peut détecter la présence mais ne peut pas quantifier la concentration d'une substance (paramètre analytique) avec une précision raisonnable. En général, la limite de quantification est plus élevée que la limite de détection par un facteur de 2 à 3 fois.

A.2. Descriptif

Cette section vient expliquer les caractéristiques usuelles des données de suivi de la qualité des eaux souterraines. Ces caractéristiques statistiques ont une incidence sur l'utilisation des méthodes statistiques disponibles pour détecter des tendances. Nous commencerons donc par une description de ces caractéristiques spécifiques, suivie par une description succincte des méthodes statistiques classiques et de leurs difficultés d'application dans le contexte du suivi de la qualité des eaux souterraines. Nous finirons par une présentation des méthodes statistiques non paramétriques et une justification de leur emploi comme méthode recommandée dans le GTSQES.

1. Notion précisée dans l'annexe E

A.3. Caractéristiques usuelles des données de suivi de la qualité des eaux souterraines

Les données obtenues lors de la réalisation d'un programme de suivi de la qualité des eaux souterraines présentent des caractéristiques qu'elles partagent avec d'autres données de suivi environnemental. Les méthodes et les concepts présentés ici sont donc d'usage courant en environnement.

A.3.1. Bornées à zéro

Les données de suivi environnemental sont bornées à zéro par le simple fait que les résultats des paramètres analytiques ne peuvent pas être négatifs puisque les concentrations mesurées sont toujours positives ou nulles.

A.3.2. Variabilité et asymétrie élevées

Les données de suivi de la qualité des eaux souterraines sont habituellement très variables (Figure A. 1). On peut le concevoir, par exemple, à partir d'une source ponctuelle où la concentration d'un paramètre analytique est très élevée puis diminue rapidement de plusieurs ordres de grandeur par dilution quand on s'éloigne de la source. D'autres phénomènes expliquent aussi la grande variabilité de ces résultats. On peut citer la variabilité spatiale des conditions hydrogéologiques, la variabilité spatiale et temporelle des phénomènes hydrogéo-chimiques et les incertitudes introduites par la méthode de suivi. En effet, l'échantillonnage et l'analyse des paramètres analytiques comportent un niveau d'incertitude qui peut être relativement important.

Une distribution bornée et très variable est forcément asymétrique. Les données de suivi de la qualité des eaux souterraines ont donc souvent des coefficients de variation supérieurs à l'unité. Rappelons que le coefficient de variation est le rapport de l'écart type sur la moyenne.

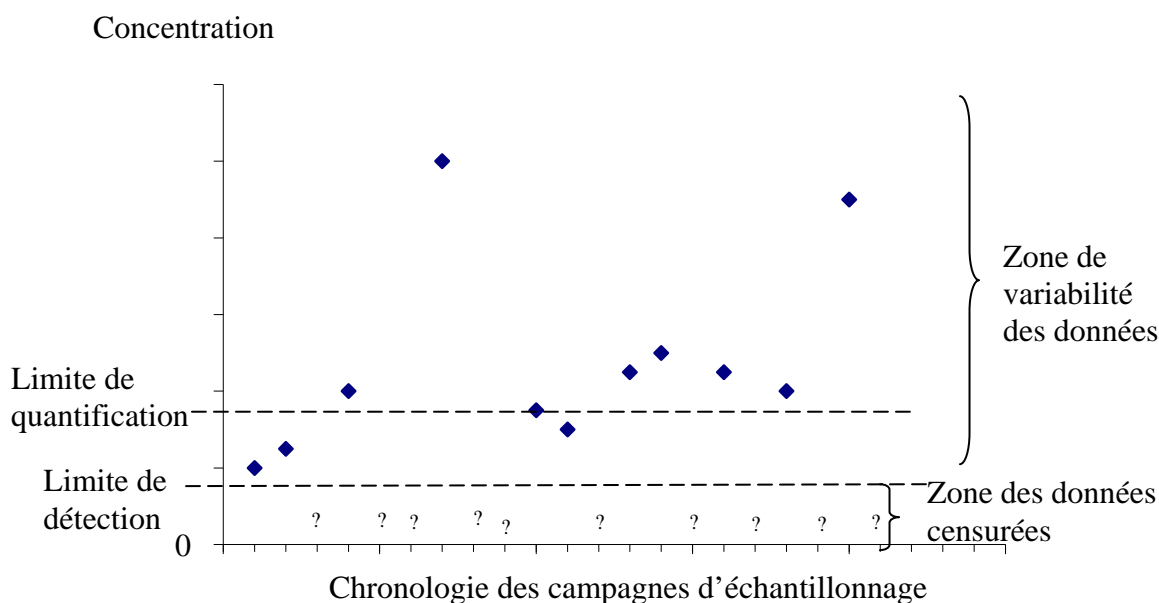


Figure A. 1 : Illustration de certaines caractéristiques usuelles des données de suivi de la qualité des eaux souterraines.

A.3.3. Données censurées

Une autre caractéristique commune aux résultats de suivi environnemental de paramètres analytiques est l'omniprésence des données censurées (**Figure A. 1**). Les limites de détection des méthodes analytiques utilisées introduisent une censure des résultats les plus faibles : aucune valeur de concentration n'est disponible pour des mesures qui se situeraient entre la valeur nulle et la limite de détection de la méthode d'analyse de laboratoire.

Il faut souligner que, dans le cas d'un suivi réalisé pour vérifier l'absence d'impact d'une source potentielle de contamination par un paramètre analytique anthropogénique, il est courant que la quasi-totalité des résultats soit censurée.

Une description détaillée du traitement des données censurées dans les suivis environnementaux est donnée dans Gilbert (1987) et Gibbons (1994). Ces manuels sont cités en référence à la section 5.

A.3.4. Données très variables

Nous avons déjà expliqué que les données de suivi de la qualité des eaux souterraines sont naturellement très variables. On conçoit facilement que cette variabilité ne facilite pas la détection d'une tendance ni la définition d'un bruit de fond.

La distribution de ces données est aussi souvent peu propice à une analyse aisée, car en plus d'être largement censurées, les données présentent une proportion importante de résultats

inférieurs à la limite de quantification de la méthode analytique (ces derniers résultats ont donc une grande incertitude sur leur valeur). Il en résulte une variation encore plus importante des résultats pour les faibles concentrations.

A.3.5. Données autocorrélées et corrélées

Soulignons finalement que les données de suivi de la qualité des eaux souterraines sont aussi parfois autocorrélées (lien entre les résultats du même paramètre au même puits) quand la fréquence d'échantillonnage est élevée, ou corrélées (lien dans les résultats d'un même paramètre à deux puits différents) quand les puits d'observation sont rapprochés. Il peut aussi exister une corrélation entre différents paramètres analytiques provenant d'une même source. **Il ne faut pas utiliser des données qui sont interreliées, car les tests statistiques proposés sont fondés sur l'hypothèse que les données sont indépendantes.**

Il faut tenir compte de la corrélation potentielle ou vérifiée dans l'application des tests statistiques. Les hypothèses d'indépendance des données inhérentes à la plupart de ces tests ne seront pas vérifiées dans tous les cas. Dans le même ordre d'idées, le programme de suivi devra être conçu pour limiter cette corrélation. C'est ainsi que les puits d'observation devront être suffisamment espacés et que la fréquence des campagnes d'échantillonnage ne devra pas être trop élevée pour préserver l'hypothèse d'indépendance des données.

A.4. Méthodes statistiques classiques

Selon la qualité de la distribution de données, on peut utiliser les méthodes statistiques classiques pour interpréter les résultats du suivi de la qualité des eaux souterraines. Ces méthodes sont basées sur les paramètres statistiques descriptifs classiques comme la moyenne, l'écart type, le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement. À partir d'hypothèses sur les modèles de distribution des résultats, il est possible de calculer un seuil de vérification en fonction d'une probabilité donnée de dépassement.

Le manuel de Richard O. Gilbert (1987) présente une bonne synthèse de l'application des méthodes statistiques classiques aux données de suivi environnemental.

Mais, la principale contrainte d'applicabilité de ces méthodes demeure la proportion importante de données censurées qui rend difficile l'évaluation des paramètres statistiques conventionnels ou peut conduire à des erreurs importantes (Gilbert, 1987).

Des méthodes alternatives existent pour évaluer ces paramètres statistiques en présence de données censurées, mais elles introduisent une imprécision qui augmente avec la proportion de données censurées. De façon générale, ces méthodes sont utilisées quand la proportion de données censurées est inférieure à 50 %. Malheureusement, cette proportion est très souvent supérieure à 50 % dans les données de suivi de la qualité des eaux souterraines, surtout quand on considère les paramètres analytiques anthropogéniques.

Ce problème est habituellement contourné en faisant appel aux méthodes statistiques non paramétriques. Comme celles-ci n'utilisent pas l'évaluation des paramètres statistiques, elles sont relativement insensibles à la censure sévère des données. C'est ainsi que l'EPA et l'ASTM proposent une approche mixte dans laquelle la proportion de données censurées oriente le choix

entre différentes méthodes statistiques classiques et les méthodes non paramétriques. Des références aux guides de l'EPA et à la norme de l'ASTM sur les méthodes statistiques applicables au suivi de la qualité des eaux souterraines sont fournies à la fin du GTSQES (section 5).

En ce qui concerne les méthodes non paramétriques, l'EPA et l'ASTM font largement référence aux travaux de Robert D. Gibbons publiés depuis 1987 qui utilisent les statistiques d'ordre. Ces travaux, qui sont résumés dans la section suivante, ont été complétés par ceux de Davis et de McNichols aussi publiés depuis 1987. Une bonne synthèse de ces méthodes est présentée dans le manuel de Gibbons, publié en 1994, et cité en référence à la section 5 du GTSQES.

A.5. Méthodes non paramétriques

Le GTSQES est basé uniquement sur les méthodes statistiques non paramétriques. Ces méthodes s'appliquent aussi bien lorsque les données de suivi ne sont pas censurées. Elles sont aussi indépendantes de la distribution des données et des incertitudes intrinsèques. Le GTSQES est ainsi plus simple que les guides de l'EPA et de l'ASTM, en ne recommandant qu'une seule approche.

L'approche statistique classique n'est pas exclue, mais elle n'est pas préconisée par le MDDEP et donc, comme elle n'est pas décrite dans le guide, son utilisation devra être davantage documentée.

A.5.1. Statistiques d'ordre

Les statistiques d'ordre sont des méthodes statistiques non paramétriques dans lesquelles on considère le rang des valeurs plutôt que les valeurs elles-mêmes. C'est pourquoi elles sont affranchies de toute hypothèse sur la distribution des valeurs. De plus, lorsque la méthode est employée sur les valeurs de rang élevé, l'incertitude sur les valeurs de rang bas (valeurs censurées) ne modifie pas le rang des valeurs de rang élevé.

Les méthodes statistiques non paramétriques basées sur le rang des données sont donc plus robustes et mieux adaptées au suivi de la qualité des eaux souterraines. Elles sont relativement insensibles à la censure et aux caractéristiques de la distribution des données.

Ces statistiques d'ordre sont basées sur les deux hypothèses suivantes : la distribution des données est inconnue, mais est continue et les données sont indépendantes. Les données sont obtenues séquentiellement à chaque campagne d'échantillonnage.

Parce que les données sont supposées être indépendantes, la détection de tendance se fait indépendamment pour chaque paramètre analytique et chaque puits d'observation. Cette détection de tendance est essentiellement un test statistique servant à vérifier l'hypothèse que les nouvelles données proviennent bien de la même population. Un résumé de la théorie des tests statistiques est présenté à l'annexe E. Le test utilisé dans le GTSQES est basé sur le principe que les mesures les plus récentes ont peu de probabilités d'être toujours les plus élevées si elles appartiennent à la même population que les précédentes. L'hypothèse nulle (voir annexe E) est

donc, dans notre cas, que les nouvelles données ne sont pas significativement différentes des anciennes, donc qu'il n'y a pas de tendance à la hausse.

Le GTSQES est basé sur la définition d'un seuil de vérification qui est égal à une des valeurs élevées, souvent la valeur la plus élevée, des données de suivi. L'hypothèse testée est : quelle est la probabilité que ce seuil de vérification soit dépassé de manière successive et répétée et que les nouvelles données n'indiquent pas de tendance à la hausse? Si, lors des campagnes d'échantillonnage subséquentes, ce dépassement, de faible probabilité d'occurrence, a lieu, alors les actions prédéfinies dans un plan de contingence devront être appliquées immédiatement. Par exemple, on peut définir un seuil de vérification (concentration) pour lequel il n'y aurait que 5 % de chances que, s'il est dépassé lors de deux campagnes de suivi successives, cela ne signifie pas une tendance à la hausse. Si effectivement, ce seuil est dépassé deux fois successivement, alors on peut affirmer que l'on vient de détecter les effets d'une contamination avec un niveau de signification de 95 %.

Il existe deux façons de définir le seuil de vérification.

A priori, il est fixé comme égal à la valeur de rang le plus élevé (**Figure A.2**). Dans le cadre d'un programme de suivi régulier, pour être significatif, un dépassement du seuil de vérification doit être répété pour le même paramètre analytique au même puits lors d'un certain nombre de campagnes d'échantillonnage successives. Ce nombre de dépassements dépendra du niveau de signification fixé, du nombre de données de référence, du nombre de paramètres analytiques suivis et du nombre de puits d'observation suivis. Cependant, ce nombre de dépassements ne devra pas être inférieur à 2.

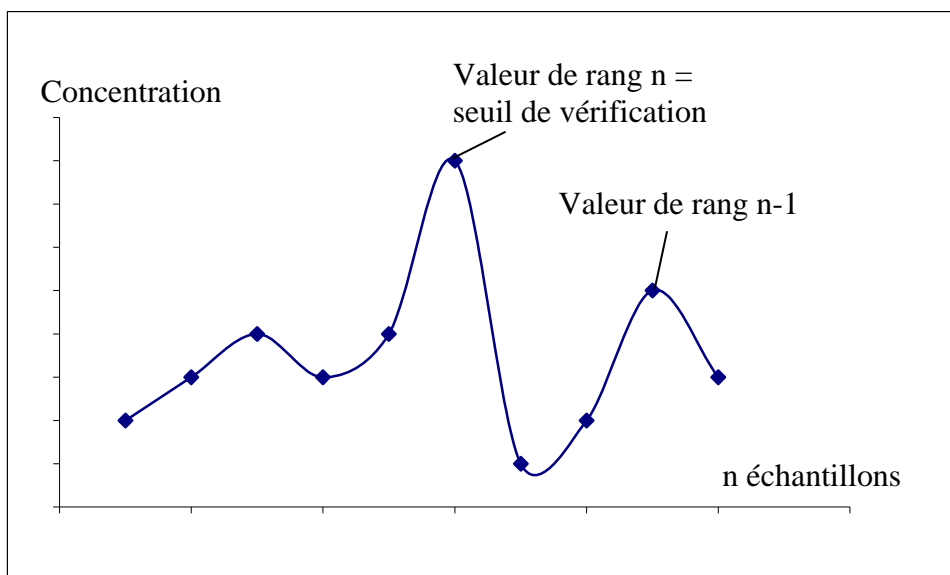


Figure A.2 : définition du seuil de vérification à la valeur de rang n. La courbe représente les données obtenues pour un paramètre analytique au cours du temps. Combien de fois cette valeur devra-t-elle être dépassée lors de campagnes d'échantillonnage successives pour déclarer (avec 95 % de certitude) qu'il y a contamination?

Dans les cas où la base de données est volumineuse, le nombre de dépassements consécutifs requis devient théoriquement inférieur à 2, ce qui n'est pas suffisant. Le seuil de vérification peut alors être fixé comme égal à une valeur de rang moins élevé pour obtenir un nombre de répétitions égal ou supérieur à 2 pour la même probabilité de dépassement.

La probabilité de ce dépassement peut être calculée par une variante de la distribution hypergéométrique à plusieurs variables. Les références citées précédemment et présentées à la section 5 du guide contiennent le détail de ce calcul de même que des tableaux de valeurs déjà calculées. On peut utiliser ces tableaux pour trouver le nombre de répétitions nécessaires pour déclarer que le dépassement est significatif avec un certain niveau de confiance. Les exemples donnés à l'annexe D illustrent l'utilisation de cette méthode et les tableaux de l'annexe C en facilitent l'utilisation. Une présentation succincte de la Loi de distribution hypergéométrique est donnée à l'annexe F.

Le nombre minimum de deux répétitions ne change ni le niveau de signification ni la puissance du test. Le second résultat positif requis prend l'allure d'une vérification qui assure une protection contre les erreurs.

La probabilité P que dans le suivi de r puits, au moins I de m échantillons successifs soient inférieurs à la j ème valeur classée en ordre croissant de n valeurs de la base de données est donnée par :

$$P = \sum_{i=0}^r \binom{r}{i} (-1)^i \frac{(n+mi-j)!}{(n+mi)!} \cdot \frac{n!}{(n-j)!} \quad \text{Éq. 1}$$

Avec $\binom{r}{i}$ qui vaut le nombre de combinaisons de i éléments dans r :

$$\binom{r}{i} = \frac{r!}{i!(r-i)!} \quad \text{Éq. 2}$$

Les tables de l'annexe C donnent ces probabilités pour plusieurs combinaisons de variables. L'expression peut aussi être programmée dans un tableur comme Excel ou à l'aide d'une calculatrice scientifique. La formule récursive suivante permet de calculer cette même probabilité sans calculer la fonction factorielle de nombres élevés.

$$P = \sum_{i=0}^r T_i \quad \text{Éq. 3}$$

avec

$$T_0 = 1 \quad \text{Éq. 4}$$

et

$$T_{i+1} = -T_i \frac{r-i}{i+1} \cdot \frac{(n-j+mi+1) \bullet (n-j+mi+2) \bullet \bullet \bullet (n-j+mi+m)}{(n+mi+1) \bullet (n+mi+2) \bullet \bullet \bullet (n+mi+m)} \quad \text{Éq. 5}$$

Cette formulation n'est pas trop complexe à programmer (la valeur de m étant comprise entre 2 et quelques unités) et peut donc être utilisée indifféremment de l'équation 1. Elle est disponible dans le fichier `formule_recursive.xls` (voir annexe C).

Lorsque c'est le niveau de signification P qui est fixé, la valeur résultat de m est celle qui donne la probabilité juste inférieure à P .

A.5.2. Puissance du test de détection de tendance

L'annexe E présente succinctement la théorie des tests statistiques. Ce qu'il faut retenir, c'est que comme tous les tests statistiques, le test de détection de tendance proposé dans le GTSQES est conçu avec un certain niveau de certitude (on a sélectionné 95 %). Cela signifie que l'on ne peut pas déterminer pour un seuil de vérification donné un nombre de dépassements successifs pour lequel on sera sûr à 100 % qu'il y a contamination. Deux types d'erreurs sont possibles.

L'erreur de type 1 correspond à un faux résultat positif. Dans ce cas, elle correspond à la détection d'une tendance alors qu'il n'y a pas de tendance : on a bien dépassé le seuil de vérification de façon successive du nombre de fois déterminé par la méthode, mais en réalité il n'y a pas de tendance réelle. Cette erreur a la probabilité α .

L'erreur de type 2 correspond à un faux résultat négatif. Dans ce cas, elle correspond à la non-détection d'une tendance existante : on n'a pas dépassé le seuil de vérification de façon successive du nombre de fois déterminé par la méthode, mais pourtant il y a déjà une tendance réelle. Cette erreur a la probabilité β .

Les deux types d'erreurs sont toujours antagonistes. Ainsi, on réduit facilement l'erreur de premier type en choisissant un seuil de vérification plus élevé. Les dépassements sont alors plus rares (α est plus faible), mais on augmente du même coup l'erreur de type 2 (β est plus élevé). Autrement dit, si l'on diminue les risques de signaler faussement une tendance, on augmente ceux de ne pas signaler une tendance existante.

Dans le cas du suivi de la qualité des eaux souterraines, les tests sont multiples et simultanés à chaque campagne d'échantillonnage. Si le seuil de vérification est fixé indépendamment pour chaque couple puits-paramètre pour un niveau de signification normal de 95 % (probabilité α de 5 %) et que les puits et les paramètres sont indépendants, la probabilité qu'au moins un des tests simultanés donne un faux résultat positif peut être très élevée et devenir une quasi-certitude si le nombre de puits et de paramètres est élevé. Chaque campagne conduira alors à au moins une fausse alerte et les tests seront inutiles. Pour illustrer cette notion, considérons 4 puits et 5 paramètres par puits par exemple. Nous avons alors 20 tests simultanés à réaliser avec, pour chaque test, une probabilité de 5 % d'avoir une fausse alerte. Une erreur de 5 % implique qu'il y aura une fausse détection de tendance sur vingt tests en moyenne. Ce qui conduit donc à la très forte probabilité qu'un des tests donne une fausse alerte.

Pour résoudre ce problème, il faut accepter **un niveau de signification unique pour chaque campagne** et utiliser un test simultané basé sur les probabilités combinées de dépassement des seuils de vérification. C'est-à-dire, dans notre exemple précédent, accepter une

probabilité α de 5 % pour l'ensemble des 20 tests et non pour chaque test indépendamment. La probabilité d'erreur α est alors distribuée entre chacun des couples puits-paramètre ($\alpha_i=5/20=0,25$ pour chaque test dans notre exemple). Pour un suivi de r puits et p paramètres par puits, le niveau de signification α_1 va donc se déterminer selon :

- si on considère $r \cdot p$ bases de données (une base par paramètre pour chaque puits), le niveau de signification vaut $1 - \binom{0,05}{r \cdot p}$
- on considère p bases de données (une base par paramètre réunissant les valeurs à tous les puits), le niveau de signification vaut $1 - \binom{0,05}{p}$

On comprend que cette façon de faire permet de contrôler l'erreur de type 1 mais, en contrepartie, augmente les erreurs de type 2. L'augmentation des erreurs de type 2, soit la non-détection d'une tendance existante, est inquiétante du point de vue de la protection de l'environnement. La seule façon de préserver la puissance du test simultané consiste alors à limiter aux plus pertinents le nombre de paires puits-paramètre soumis au test. On arrive ainsi au paradoxe suivant : le test sera plus puissant si on limite le nombre de puits d'observation et de paramètres analytiques pour lesquels on calcule un seuil de vérification. **Afin de conserver la puissance du test, il est donc attendu de favoriser la mise en commun dans une base unique des données de l'ensemble des puits (par paramètre) quitte à baisser le seuil de vérification.** Cependant, l'absence d'uniformité dans les données de base (hétérogénéité géochimique de l'aquifère) pourrait, par exemple, mener à traiter l'information indépendamment pour chaque puits. La méthode statistique proposée pour le suivi de la qualité des eaux souterraines a une incidence sur la conception du programme de suivi. Les exemples de l'annexe D illustrent l'application de ces concepts.

Le MDDEP demande que les programmes de suivi soient conçus en vue d'une probabilité α égale à au moins 5 % par campagne d'échantillonnage. Cette contrainte permet d'éviter les probabilités β trop élevées et procure ainsi une protection adéquate des eaux souterraines.

A.5.3. Étape de vérification

L'augmentation du nombre de dépassements successifs requis (pour détecter une tendance) est une des façons d'obtenir le niveau de signification désiré (probabilité $1 - \alpha$). En effet, pour une même configuration (même nombre de puits, de paramètres et même seuil de vérification), si j'impose un nombre de dépassement du seuil de 3, j'aurais une probabilité d'obtenir un faux positif inférieure à la probabilité que j'obtiendrais si j'impose un nombre de dépassement de 2 (α diminue donc $1 - \alpha$ augmente). Le MDDEP demande que ce nombre de dépassements successifs requis soit de 2 ou plus. Ce minimum de répétition de 2 dépassements assure une protection contre les erreurs (par exemple, confondre une donnée singulière avec un dépassement réel).

Il faut cependant respecter les fréquences déjà prévues dans le programme de suivi régulier et attendre la prochaine campagne d'échantillonnage planifiée pour procéder à la vérification (pour conserver l'hypothèse d'indépendance des données). Une reprise plus rapide ou immédiate de l'échantillonnage et de l'analyse à la suite d'un premier dépassement du seuil

de vérification ne procure pas un résultat indépendant et ce résultat ne peut donc pas être utilisé comme résultat de vérification pour l'application du test statistique de détection de tendance. Il risque de donner un résultat biaisé et une fausse détection de tendance. En résumé, il faut résister à l'envie de refaire immédiatement un échantillonnage en cas de doute sur la validité du résultat du précédent.

B. PROGRAMME DE SUIVI

Un programme de suivi de la qualité des eaux souterraines est défini par le nombre et la position des puits d'observation suivis de même que par la liste des paramètres analytiques considérés et par la fréquence des campagnes d'échantillonnage. C'est en se basant sur les connaissances scientifiques précédemment exposées que le GTSQES vient établir des lignes directrices pour la conception ou la validation des programmes de suivi. La conception des puits d'observation et le prélèvement d'échantillons sont déjà encadrés par d'autres guides du MDDEP.

B.1. Modèle hydrogéologique conceptuel

La conception et la mise en œuvre d'un programme de suivi de la qualité des eaux souterraines passent nécessairement par la connaissance la plus détaillée possible des conditions hydrogéologiques locales. Aucune méthode statistique, aussi sophistiquée soit-elle, ne pourra palier aux déficiences d'un réseau de puits d'observation mal conçus et mal localisés en raison d'une connaissance insuffisante des conditions hydrogéologiques. Cette connaissance ne sera jamais parfaite, mais il faut au minimum distinguer l'amont de l'aval et connaître suffisamment la stratigraphie pour identifier la ou les formations aquifères concernées.

Idéalement, l'information disponible doit être suffisamment abondante pour permettre l'élaboration d'un modèle hydrogéologique conceptuel du site suivi. Ce modèle conceptuel doit identifier chaque unité hydrostratigraphique, définir sa géométrie, identifier ses propriétés hydrogéologiques de base comme la conductivité hydraulique et la porosité effective et finalement donner l'état de saturation ou de charge hydraulique de chacune de ces unités (se référer par exemple à Anderson et Woessner, 1991). Cette dernière information permet de tracer la carte piézométrique de chaque unité et de définir ainsi les directions d'écoulement des eaux souterraines. Le détail requis dans la définition du modèle conceptuel doit, bien entendu, être modulé en fonction des cas. Les études plus détaillées ne seront requises que pour les cas importants ou présentant un risque significatif. Les cas plus simples ou limités pourront s'accommoder d'un modèle conceptuel simplifié.

Le nombre et la position des puits d'observation peuvent ensuite être déterminés en fonction du modèle conceptuel et de manière à bien englober le panache de contamination potentielle. Un certain nombre de puits situés en amont hydraulique est aussi requis pour définir la valeur du bruit de fond. La carte piézométrique est l'outil privilégié pour localiser les nouveaux puits d'observation. Il faut toutefois résister à la tentation de placer de nombreux puits d'observation en aval et seulement 1 ou 2 en amont. **En effet, la détection d'une tendance sera facilitée par une base de données plus importante en teneurs de bruit de fond qui peut nécessiter un nombre plus grand de puits d'observation en amont.** Ce sera particulièrement le cas pour les installations où la base de données de suivi est inexistante ou très mince et où l'on

voudra utiliser des données non affectées par la contamination potentielle sous observation (annexe D, cas 1).

Le modèle conceptuel permet aussi d'estimer la vitesse de migration des eaux souterraines. La distance entre la source potentielle de contamination et les puits d'observation aval peut alors être choisie en fonction d'un délai d'intervention voulu ou imposé.

B.2. Objectifs d'un programme de suivi

La conception d'un programme de suivi des eaux souterraines dépend aussi de l'objectif de ce suivi. Nous distinguons deux cas qui peuvent être combinés. Le suivi peut résulter d'une exigence réglementaire, il peut aussi servir à la détection de tendances selon la méthode proposée par le GTSQES.

B.2.1. Application de la réglementation

Plusieurs des règlements qui imposent un suivi de la qualité des eaux souterraines pour certaines installations présentent des exigences spécifiques sur les éléments requis du programme de suivi. Certains certificats d'autorisation (CA) peuvent aussi avoir de telles exigences. Le programme de suivi à concevoir doit donc remplir chacune de ces exigences et générer les données requises pour démontrer le respect des critères prévus dans la réglementation.

Un suivi réglementaire n'est pas incompatible avec l'application de la méthode de détection de tendances proposée dans le GTSQES. Ce type de suivi génère habituellement suffisamment de données et il faut parfois n'utiliser qu'une partie des données afin de respecter les hypothèses d'indépendance et conserver la puissance du test statistique. Dans ces cas, la détection d'une tendance confirmée est indépendante de l'application de la réglementation et ne constitue qu'un élément d'information supplémentaire pour la gestion environnementale d'une installation.

B.2.2. Caractéristiques du programme de suivi

Le MDDEP a introduit explicitement ou implicitement la notion de variation significative de la qualité des eaux souterraines dans plusieurs encadrements légaux récents indiqués à la section 1.3. Cette variation significative se définit par comparaison statistique avec le bruit de fond ou par détection de tendances. La méthode proposée dans le GTSQES vient donner les outils statistiques appropriés pour détecter efficacement ces tendances. La méthode statistique non paramétrique proposée implique cependant un certain nombre d'exigences sur les données et donc sur le programme de suivi.

Voici les caractéristiques principales d'un programme de suivi de la qualité des eaux souterraines qui respecte les recommandations du GTSQES :

Nombre de puits de contrôle : le nombre de puits considérés dans l'application du test ne doit pas nuire à la puissance du test statistique (cette remarque s'applique essentiellement lorsqu'il y a

obligation d'avoir une base de données par puits). Il est essentiel d'optimiser leurs localisations par rapport à la contamination éventuelle.

Position des puits utilisés pour le contrôle : bien que les puits de contrôle doivent être placés en fonction du modèle conceptuel, ils doivent aussi être suffisamment espacés pour respecter l'hypothèse d'indépendance. Par exemple, deux puits d'observation distants mais situés sur la même ligne de courant ne procureront pas des résultats indépendants (selon l'échelle de temps des phénomènes de transferts).

Nombre de paramètres analytiques : le nombre de paramètres analytiques pour lesquels on calcule un seuil de vérification doit rester petit pour augmenter la puissance du test statistique.

Choix des paramètres analytiques : les paramètres analytiques suivis doivent être choisis en fonction de la source potentielle de contamination. Il faut se limiter aux paramètres les plus pertinents. Ils doivent aussi respecter l'hypothèse d'indépendance et les paramètres analytiques corrélés seront éliminés pour conserver uniquement les paramètres qui sont les plus significatifs.

Fréquence des campagnes : le délai entre les campagnes d'échantillonnage doit être suffisamment grand pour respecter l'hypothèse d'indépendance des données. Comme les eaux souterraines circulent lentement, une fréquence saisonnière est recommandée. Il est aussi important de toujours réaliser les campagnes à la même période de l'année pour éliminer les tendances causées par les cycles annuels.

Dans le cas d'un programme de suivi qui démarre, la base de données est si petite que le nombre de dépassements successifs requis devient grand. Ce problème peut être contourné en mettant en commun les données historiques de tous les puits, même ceux pour lesquels on ne calcule pas de seuil de vérification, pourvu que l'hypothèse d'indépendance soit respectée (annexe D, cas 1). C'est ainsi qu'il pourrait être indiqué d'augmenter le nombre de puits initialement suivis pour bâtir une base de données suffisante (dans le cas, par exemple, des nouvelles installations où la base de données est minime ou inexistante).

Une autre façon d'augmenter la base de données consiste à commencer le suivi longtemps avant la mise en place de la source potentielle de contamination. Ce n'est évidemment pas toujours possible. Ce sera toutefois le cas quand une caractérisation hydrogéologique des lieux aura été réalisée préalablement à la conception et à l'autorisation d'un projet important qui implique de longs délais. Il importe alors de réaliser un suivi régulier pendant toute cette période (afin d'établir les teneurs de fond).

C. TABLES DE CALCULS

Les tables de calculs sont présentées dans les séries de tableaux 1 et 2.

La formule récursive (équations 3 à 5) équivalente à l'équation 1 est programmée dans le fichier `formule_recursive.xls`.

Les hypothèses prises sont :

- n nombre de données : sans limitation;
- j rang du seuil de vérification : quelconque ($j \leq n$ bien sûr);
- $r \leq 15$ nombre de puits de suivi **inclus dans la base de données**;
- $m \leq 5$ nombre de répétitions.

La formulation peut être étendue pour des valeurs de r et de m dépassant les limitations actuelles.

C.1. Tableaux – Série 1

Les tables présentent les probabilités qu'au moins 1 parmi m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données, pour 1 à 8 puits de contrôle (tables 1.1 à 1.8).

Le rang du seuil de vérification est donc égal à n (taille de la base de données).

Dans la première colonne, on trouve la taille de la base de données ($n = 5$ à 50).

Dans la première ligne, on trouve le nombre de répétitions ($m = 1$ à 5).

Dans le corps du tableau, on trouve le niveau de signification ($1 - \alpha_1$).

Ces tables seront utilisées dans le cas général : on cherche le nombre de répétitions m qui correspond au niveau de signification voulu pour notre base de données (annexe D, cas 1 et 3).

Tableau 1.1					
Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 1 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	1	2	3	4	5
5	0.833333	0.952381	0.982143	0.992063	0.996032
6	0.857143	0.964286	0.988095	0.995238	0.997835
7	0.875	0.972222	0.991667	0.99697	0.998737
8	0.888889	0.977778	0.993939	0.99798	0.999223
9	0.9	0.981818	0.995455	0.998601	0.9995
10	0.909091	0.984848	0.996503	0.999001	0.999667
11	0.916667	0.987179	0.997253	0.999267	0.999771
12	0.923077	0.989011	0.997802	0.999451	0.999838
13	0.928571	0.990476	0.998214	0.99958	0.999883
14	0.933333	0.991667	0.998529	0.999673	0.999914
15	0.9375	0.992647	0.998775	0.999742	0.999936
16	0.941176	0.993464	0.998968	0.999794	0.999951
17	0.944444	0.994152	0.999123	0.999833	0.999962
18	0.947368	0.994737	0.999248	0.999863	0.99997
19	0.95	0.995238	0.999351	0.999887	0.999976
20	0.952381	0.995671	0.999435	0.999906	0.999981
21	0.954545	0.996047	0.999506	0.999921	0.999985
22	0.956522	0.996377	0.999565	0.999933	0.999988
23	0.958333	0.996667	0.999615	0.999943	0.99999
24	0.96	0.996923	0.999658	0.999951	0.999992
25	0.961538	0.997151	0.999695	0.999958	0.999993
26	0.962963	0.997354	0.999726	0.999964	0.999994
27	0.964286	0.997537	0.999754	0.999968	0.999995
28	0.965517	0.997701	0.999778	0.999972	0.999996
29	0.966667	0.997849	0.999798	0.999976	0.999996
30	0.967742	0.997984	0.999817	0.999978	0.999997
31	0.96875	0.998106	0.999833	0.999981	0.999997
32	0.969697	0.998217	0.999847	0.999983	0.999998
33	0.970588	0.998319	0.99986	0.999985	0.999998
34	0.971429	0.998413	0.999871	0.999986	0.999998
35	0.972222	0.998498	0.999881	0.999988	0.999998
36	0.972973	0.998578	0.999891	0.999989	0.999999
37	0.973684	0.99865	0.999899	0.99999	0.999999
38	0.974359	0.998718	0.999906	0.999991	0.999999
39	0.975	0.99878	0.999913	0.999992	0.999999
40	0.97561	0.998839	0.999919	0.999993	0.999999
41	0.97619	0.998893	0.999924	0.999993	0.999999
42	0.976744	0.998943	0.99993	0.999994	0.999999
43	0.977273	0.99899	0.999934	0.999994	0.999999
44	0.977778	0.999034	0.999938	0.999995	0.999999
45	0.978261	0.999075	0.999942	0.999995	1.0000
46	0.978723	0.999113	0.999946	0.999996	1.0000
47	0.979167	0.99915	0.999949	0.999996	1.0000
48	0.979592	0.999184	0.999952	0.999996	1.0000
49	0.98	0.999216	0.999955	0.999997	1.0000
50	0.980392	0.999246	0.999957	0.999997	1

Tableau 1.2					
Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 2 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	1	2	3	4	5
5	0.714286	0.912698	0.96645	0.984904	0.992396
6	0.75	0.933333	0.977273	0.990809	0.995796
7	0.777778	0.947475	0.983916	0.994095	0.997526
8	0.8	0.957576	0.988212	0.996037	0.998469
9	0.818182	0.965035	0.991109	0.997244	0.999012
10	0.833333	0.970696	0.993132	0.998025	0.999339
11	0.846154	0.975092	0.994586	0.998548	0.999545
12	0.857143	0.978571	0.995658	0.998909	0.999678
13	0.866667	0.981373	0.996465	0.999165	0.999767
14	0.875	0.98366	0.997085	0.99935	0.999829
15	0.882353	0.985552	0.997567	0.999486	0.999871
16	0.888889	0.987135	0.997949	0.999589	0.999902
17	0.894737	0.988471	0.998256	0.999667	0.999924
18	0.9	0.98961	0.998504	0.999727	0.999941
19	0.904762	0.990589	0.998707	0.999775	0.999953
20	0.909091	0.991436	0.998875	0.999812	0.999962
21	0.913043	0.992174	0.999015	0.999842	0.99997
22	0.916667	0.992821	0.999133	0.999866	0.999975
23	0.92	0.99339	0.999233	0.999886	0.99998
24	0.923077	0.993895	0.999318	0.999902	0.999983
25	0.925926	0.994344	0.999391	0.999916	0.999986
26	0.928571	0.994745	0.999454	0.999927	0.999988
27	0.931034	0.995106	0.999508	0.999936	0.99999
28	0.933333	0.99543	0.999556	0.999944	0.999992
29	0.935484	0.995723	0.999597	0.999951	0.999993
30	0.9375	0.995989	0.999634	0.999957	0.999994
31	0.939394	0.996231	0.999666	0.999962	0.999995
32	0.941176	0.996452	0.999695	0.999966	0.999995
33	0.942857	0.996654	0.99972	0.99997	0.999996
34	0.944444	0.996839	0.999743	0.999973	0.999997
35	0.945946	0.997009	0.999763	0.999976	0.999997
36	0.947368	0.997166	0.999781	0.999978	0.999997
37	0.948718	0.997311	0.999798	0.99998	0.999998
38	0.95	0.997445	0.999813	0.999982	0.999998
39	0.95122	0.997569	0.999826	0.999984	0.999998
40	0.952381	0.997684	0.999838	0.999985	0.999998
41	0.953488	0.997792	0.999849	0.999987	0.999999
42	0.954545	0.997892	0.999859	0.999988	0.999999
43	0.955556	0.997985	0.999868	0.999989	0.999999
44	0.956522	0.998073	0.999877	0.99999	0.999999
45	0.957447	0.998155	0.999884	0.999991	0.999999
46	0.958333	0.998231	0.999891	0.999991	0.999999
47	0.959184	0.998303	0.999898	0.999992	0.999999
48	0.96	0.998371	0.999904	0.999993	0.999999
49	0.960784	0.998435	0.99991	0.999993	0.999999
50	0.961538	0.998495	0.999915	0.999994	0.999999

Tableau 1.3					
Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 3 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	1	2	3	4	5
5	0.625	0.878788	0.952423	0.97836	0.98903
6	0.666667	0.906061	0.967333	0.986659	0.993863
7	0.7	0.925175	0.976661	0.991355	0.996361
8	0.727273	0.939061	0.982776	0.994165	0.997736
9	0.75	0.949451	0.986942	0.995924	0.998533
10	0.769231	0.957418	0.989874	0.99707	0.999017
11	0.785714	0.963655	0.991995	0.997841	0.999322
12	0.8	0.968627	0.993565	0.998375	0.99952
13	0.8125	0.972652	0.994751	0.998754	0.999652
14	0.823529	0.975955	0.995664	0.999029	0.999744
15	0.833333	0.978697	0.996378	0.999232	0.999807
16	0.842105	0.980998	0.996944	0.999385	0.999853
17	0.85	0.982947	0.997398	0.999502	0.999886
18	0.857143	0.984613	0.997766	0.999592	0.999911
19	0.863636	0.986047	0.998069	0.999663	0.99993
20	0.869565	0.987291	0.998319	0.999719	0.999944
21	0.875	0.988376	0.998528	0.999764	0.999954
22	0.88	0.989328	0.998704	0.9998	0.999963
23	0.884615	0.990169	0.998852	0.999829	0.99997
24	0.888889	0.990914	0.998979	0.999854	0.999975
25	0.892857	0.991578	0.999088	0.999874	0.999979
26	0.896552	0.992172	0.999182	0.999891	0.999982
27	0.9	0.992705	0.999264	0.999905	0.999985
28	0.903226	0.993186	0.999335	0.999917	0.999987
29	0.90625	0.993621	0.999397	0.999927	0.999989
30	0.909091	0.994016	0.999452	0.999935	0.999991
31	0.911765	0.994375	0.9995	0.999943	0.999992
32	0.914286	0.994703	0.999543	0.999949	0.999993
33	0.916667	0.995003	0.999581	0.999955	0.999994
34	0.918919	0.995278	0.999615	0.999959	0.999995
35	0.921053	0.995532	0.999645	0.999964	0.999995
36	0.923077	0.995765	0.999672	0.999967	0.999996
37	0.925	0.995981	0.999697	0.99997	0.999996
38	0.926829	0.996181	0.999719	0.999973	0.999997
39	0.928571	0.996366	0.999739	0.999976	0.999997
40	0.930233	0.996538	0.999757	0.999978	0.999998
41	0.931818	0.996698	0.999774	0.99998	0.999998
42	0.933333	0.996847	0.999789	0.999982	0.999998
43	0.934783	0.996986	0.999803	0.999983	0.999998
44	0.93617	0.997117	0.999815	0.999985	0.999998
45	0.9375	0.997239	0.999827	0.999986	0.999999
46	0.938776	0.997353	0.999837	0.999987	0.999999
47	0.94	0.997461	0.999847	0.999988	0.999999
48	0.941176	0.997562	0.999856	0.999989	0.999999
49	0.942308	0.997657	0.999864	0.99999	0.999999
50	0.943396	0.997747	0.999872	0.999991	0.999999

Tableau 1.4					
Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 4 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	1	2	3	4	5
5	0.555556	0.849262	0.939722	0.972319	0.985886
6	0.6	0.881718	0.958129	0.982748	0.992022
7	0.636364	0.904895	0.969833	0.988736	0.995236
8	0.666667	0.921978	0.977599	0.992355	0.997021
9	0.692308	0.934906	0.982938	0.994639	0.998064
10	0.714286	0.944911	0.986721	0.996135	0.998699
11	0.733333	0.952804	0.989473	0.997146	0.999101
12	0.75	0.959133	0.991519	0.997848	0.999363
13	0.764706	0.964283	0.99307	0.998348	0.999538
14	0.777778	0.968527	0.994268	0.998711	0.999659
15	0.789474	0.972065	0.995206	0.99898	0.999744
16	0.8	0.975042	0.995951	0.999182	0.999805
17	0.809524	0.977572	0.996549	0.999337	0.999849
18	0.818182	0.979739	0.997036	0.999457	0.999882
19	0.826087	0.981608	0.997436	0.999551	0.999906
20	0.833333	0.983232	0.997767	0.999625	0.999925
21	0.84	0.984651	0.998044	0.999685	0.999939
22	0.846154	0.985898	0.998277	0.999733	0.999951
23	0.851852	0.987	0.998474	0.999773	0.999959
24	0.857143	0.987979	0.998642	0.999805	0.999966
25	0.862069	0.988851	0.998787	0.999832	0.999972
26	0.866667	0.989633	0.998912	0.999854	0.999976
27	0.870968	0.990335	0.99902	0.999873	0.99998
28	0.875	0.990969	0.999115	0.999889	0.999983
29	0.878788	0.991542	0.999197	0.999902	0.999986
30	0.882353	0.992063	0.99927	0.999914	0.999988
31	0.885714	0.992537	0.999334	0.999924	0.999989
32	0.888889	0.99297	0.999391	0.999932	0.999991
33	0.891892	0.993367	0.999442	0.999939	0.999992
34	0.894737	0.993731	0.999487	0.999946	0.999993
35	0.897436	0.994066	0.999527	0.999951	0.999994
36	0.9	0.994375	0.999563	0.999956	0.999995
37	0.902439	0.99466	0.999596	0.999961	0.999995
38	0.904762	0.994925	0.999626	0.999964	0.999996
39	0.906977	0.99517	0.999652	0.999968	0.999996
40	0.909091	0.995398	0.999677	0.999971	0.999997
41	0.911111	0.99561	0.999699	0.999973	0.999997
42	0.913043	0.995808	0.999719	0.999975	0.999997
43	0.914894	0.995993	0.999737	0.999978	0.999998
44	0.916667	0.996166	0.999754	0.999979	0.999998
45	0.918367	0.996328	0.999769	0.999981	0.999998
46	0.92	0.99648	0.999783	0.999983	0.999998
47	0.921569	0.996622	0.999796	0.999984	0.999998
48	0.923077	0.996757	0.999808	0.999985	0.999999
49	0.924528	0.996883	0.999819	0.999986	0.999999
50	0.925926	0.997002	0.999829	0.999987	0.999999

Tableau 1.5					
Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 5 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	1	2	3	4	5
5	0.5	0.823177	0.928108	0.966698	0.982931
6	0.545455	0.859765	0.949552	0.979044	0.990262
7	0.583333	0.886312	0.96338	0.986223	0.994148
8	0.615385	0.906127	0.972653	0.990603	0.996325
9	0.642857	0.921274	0.979081	0.993387	0.997604
10	0.666667	0.933093	0.983665	0.995219	0.998386
11	0.6875	0.942479	0.987016	0.996462	0.998882
12	0.705882	0.950049	0.989517	0.997329	0.999207
13	0.722222	0.956238	0.991421	0.997946	0.999425
14	0.736842	0.961358	0.992893	0.998396	0.999575
15	0.75	0.965641	0.994049	0.99873	0.99968
16	0.761905	0.969257	0.994969	0.998981	0.999756
17	0.772727	0.972337	0.99571	0.999174	0.999811
18	0.782609	0.97498	0.996313	0.999323	0.999852
19	0.791667	0.977266	0.996808	0.99944	0.999883
20	0.8	0.979254	0.997219	0.999533	0.999906
21	0.807692	0.980995	0.997563	0.999607	0.999924
22	0.814815	0.982527	0.997852	0.999667	0.999938
23	0.821429	0.983883	0.998098	0.999716	0.999949
24	0.827586	0.985087	0.998307	0.999757	0.999958
25	0.833333	0.986163	0.998487	0.99979	0.999965
26	0.83871	0.987127	0.998643	0.999818	0.999971
27	0.84375	0.987994	0.998777	0.999842	0.999975
28	0.848485	0.988777	0.998895	0.999861	0.999979
29	0.852941	0.989486	0.998998	0.999878	0.999982
30	0.857143	0.99013	0.999089	0.999892	0.999985
31	0.861111	0.990717	0.999169	0.999905	0.999987
32	0.864865	0.991254	0.99924	0.999915	0.999989
33	0.868421	0.991745	0.999303	0.999924	0.99999
34	0.871795	0.992196	0.999359	0.999932	0.999991
35	0.875	0.992612	0.99941	0.999939	0.999992
36	0.878049	0.992995	0.999455	0.999945	0.999993
37	0.880952	0.993349	0.999496	0.999951	0.999994
38	0.883721	0.993678	0.999532	0.999955	0.999995
39	0.886364	0.993982	0.999566	0.99996	0.999995
40	0.888889	0.994265	0.999596	0.999963	0.999996
41	0.891304	0.994529	0.999623	0.999966	0.999996
42	0.893617	0.994775	0.999648	0.999969	0.999997
43	0.895833	0.995005	0.999671	0.999972	0.999997
44	0.897959	0.99522	0.999692	0.999974	0.999997
45	0.9	0.995421	0.999711	0.999976	0.999998
46	0.901961	0.99561	0.999729	0.999978	0.999998
47	0.903846	0.995788	0.999745	0.99998	0.999998
48	0.90566	0.995955	0.99976	0.999982	0.999998
49	0.907407	0.996112	0.999774	0.999983	0.999998
50	0.909091	0.996261	0.999787	0.999984	0.999999

Tableau 1.6					
Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 6 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	1	2	3	4	5
5	0.454545	0.799862	0.917401	0.961437	0.980139
6	0.5	0.839797	0.941514	0.975523	0.988575
7	0.538462	0.869175	0.957258	0.983807	0.993093
8	0.571429	0.891346	0.967916	0.988904	0.995644
9	0.6	0.908448	0.97536	0.992164	0.997151
10	0.625	0.92189	0.980699	0.99432	0.998078
11	0.647059	0.932632	0.98462	0.995789	0.998666
12	0.666667	0.941341	0.987558	0.996815	0.999052
13	0.684211	0.948491	0.989801	0.997549	0.999312
14	0.7	0.95443	0.99154	0.998084	0.999491
15	0.714286	0.959413	0.992909	0.998482	0.999617
16	0.727273	0.963632	0.994	0.998781	0.999708
17	0.73913	0.967234	0.994879	0.999011	0.999774
18	0.75	0.970332	0.995596	0.999189	0.999823
19	0.76	0.973016	0.996186	0.999329	0.99986
20	0.769231	0.975355	0.996675	0.99944	0.999888
21	0.777778	0.977406	0.997085	0.999529	0.999909
22	0.785714	0.979214	0.99743	0.999601	0.999926
23	0.793103	0.980814	0.997723	0.99966	0.999939
24	0.8	0.982239	0.997973	0.999708	0.99995
25	0.806452	0.983511	0.998188	0.999748	0.999958
26	0.8125	0.984653	0.998374	0.999782	0.999965
27	0.818182	0.985681	0.998536	0.99981	0.99997
28	0.823529	0.98661	0.998676	0.999834	0.999975
29	0.828571	0.987451	0.998799	0.999854	0.999978
30	0.833333	0.988217	0.998908	0.999871	0.999982
31	0.837838	0.988914	0.999004	0.999886	0.999984
32	0.842105	0.989552	0.999089	0.999898	0.999986
33	0.846154	0.990137	0.999164	0.999909	0.999988
34	0.85	0.990674	0.999232	0.999919	0.99999
35	0.853659	0.991169	0.999292	0.999927	0.999991
36	0.857143	0.991626	0.999346	0.999934	0.999992
37	0.860465	0.992048	0.999395	0.999941	0.999993
38	0.863636	0.992439	0.999439	0.999946	0.999994
39	0.866667	0.992802	0.999479	0.999951	0.999994
40	0.869565	0.99314	0.999515	0.999956	0.999995
41	0.87234	0.993454	0.999548	0.99996	0.999996
42	0.875	0.993748	0.999578	0.999963	0.999996
43	0.877551	0.994022	0.999606	0.999966	0.999996
44	0.88	0.994279	0.999631	0.999969	0.999997
45	0.882353	0.994519	0.999654	0.999972	0.999997
46	0.884615	0.994745	0.999675	0.999974	0.999997
47	0.886792	0.994957	0.999695	0.999976	0.999998
48	0.888889	0.995157	0.999712	0.999978	0.999998
49	0.890909	0.995345	0.999729	0.99998	0.999998
50	0.892857	0.995522	0.999744	0.999981	0.999998

Tableau 1.7					
Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 7 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	1	2	3	4	5
5	0.416667	0.778823	0.907466	0.956485	0.977489
6	0.461538	0.821505	0.933948	0.972163	0.986953
7	0.5	0.853285	0.95143	0.981478	0.99207
8	0.533333	0.877506	0.963368	0.987254	0.994979
9	0.5625	0.89634	0.971762	0.99097	0.996707
10	0.588235	0.911244	0.977816	0.993439	0.997773
11	0.611111	0.923221	0.982281	0.995126	0.998453
12	0.631579	0.932978	0.985639	0.996309	0.998899
13	0.65	0.941022	0.98821	0.997156	0.9992
14	0.666667	0.947726	0.990208	0.997775	0.999408
15	0.681818	0.953368	0.991784	0.998235	0.999555
16	0.695652	0.958158	0.993041	0.998583	0.99966
17	0.708333	0.962256	0.994057	0.998849	0.999737
18	0.72	0.96579	0.994886	0.999056	0.999794
19	0.730769	0.968855	0.995568	0.999219	0.999836
20	0.740741	0.971532	0.996135	0.999348	0.999869
21	0.75	0.973882	0.99661	0.999451	0.999894
22	0.758621	0.975955	0.997011	0.999535	0.999914
23	0.766667	0.977794	0.997351	0.999604	0.999929
24	0.774194	0.979431	0.997641	0.99966	0.999941
25	0.78125	0.980896	0.997891	0.999707	0.999951
26	0.787879	0.982211	0.998107	0.999746	0.999959
27	0.794118	0.983396	0.998294	0.999778	0.999965
28	0.8	0.984467	0.998458	0.999806	0.999971
29	0.805556	0.985439	0.998601	0.999829	0.999975
30	0.810811	0.986323	0.998728	0.999849	0.999978
31	0.815789	0.987129	0.998839	0.999867	0.999981
32	0.820513	0.987867	0.998938	0.999881	0.999984
33	0.825	0.988543	0.999026	0.999894	0.999986
34	0.829268	0.989165	0.999105	0.999905	0.999988
35	0.833333	0.989737	0.999175	0.999915	0.999989
36	0.837209	0.990266	0.999238	0.999924	0.999991
37	0.840909	0.990755	0.999295	0.999931	0.999992
38	0.844444	0.991208	0.999346	0.999938	0.999993
39	0.847826	0.991629	0.999393	0.999943	0.999994
40	0.851064	0.992021	0.999435	0.999948	0.999994
41	0.854167	0.992386	0.999473	0.999953	0.999995
42	0.857143	0.992726	0.999508	0.999957	0.999995
43	0.86	0.993045	0.99954	0.999961	0.999996
44	0.862745	0.993342	0.99957	0.999964	0.999996
45	0.865385	0.993622	0.999596	0.999967	0.999997
46	0.867925	0.993884	0.999621	0.99997	0.999997
47	0.87037	0.99413	0.999644	0.999972	0.999997
48	0.872727	0.994362	0.999665	0.999974	0.999998
49	0.875	0.99458	0.999684	0.999976	0.999998
50	0.877193	0.994786	0.999702	0.999978	0.999998

Tableau 1.8					
Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 8 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	1	2	3	4	5
5	0.384615	0.759686	0.898196	0.951805	0.974965
6	0.428571	0.804645	0.926798	0.968949	0.985389
7	0.466667	0.838482	0.945868	0.979229	0.991075
8	0.5	0.864498	0.958993	0.985649	0.994329
9	0.529412	0.884877	0.96828	0.989802	0.99627
10	0.555556	0.901103	0.975011	0.992573	0.997472
11	0.578947	0.91421	0.979996	0.994473	0.998241
12	0.6	0.924935	0.983758	0.995808	0.998748
13	0.619048	0.93381	0.986646	0.996766	0.999089
14	0.636364	0.941232	0.988896	0.997468	0.999326
15	0.652174	0.947496	0.990673	0.99799	0.999492
16	0.666667	0.952827	0.992094	0.998385	0.999612
17	0.68	0.957399	0.993243	0.998688	0.999699
18	0.692308	0.961347	0.994182	0.998924	0.999764
19	0.703704	0.96478	0.994956	0.999109	0.999813
20	0.714286	0.967781	0.995599	0.999256	0.99985
21	0.724138	0.970419	0.996138	0.999374	0.999879
22	0.733333	0.97275	0.996593	0.99947	0.999901
23	0.741935	0.974819	0.99698	0.999548	0.999919
24	0.75	0.976664	0.997311	0.999612	0.999933
25	0.757576	0.978316	0.997595	0.999665	0.999944
26	0.764706	0.9798	0.997841	0.99971	0.999953
27	0.771429	0.981138	0.998054	0.999747	0.99996
28	0.777778	0.982348	0.998241	0.999778	0.999966
29	0.783784	0.983447	0.998404	0.999805	0.999971
30	0.789474	0.984447	0.998548	0.999828	0.999975
31	0.794872	0.98536	0.998675	0.999848	0.999979
32	0.8	0.986196	0.998788	0.999865	0.999982
33	0.804878	0.986962	0.998888	0.999879	0.999984
34	0.809524	0.987667	0.998978	0.999892	0.999986
35	0.813953	0.988316	0.999058	0.999903	0.999988
36	0.818182	0.988916	0.99913	0.999913	0.999989
37	0.822222	0.989471	0.999195	0.999921	0.999991
38	0.826087	0.989986	0.999253	0.999929	0.999992
39	0.829787	0.990464	0.999307	0.999935	0.999993
40	0.833333	0.990909	0.999355	0.999941	0.999993
41	0.836735	0.991324	0.999399	0.999946	0.999994
42	0.84	0.99171	0.999438	0.999951	0.999995
43	0.843137	0.992072	0.999475	0.999955	0.999995
44	0.846154	0.992411	0.999508	0.999959	0.999996
45	0.849057	0.992729	0.999539	0.999962	0.999996
46	0.851852	0.993027	0.999567	0.999965	0.999997
47	0.854545	0.993307	0.999593	0.999968	0.999997
48	0.857143	0.993571	0.999617	0.99997	0.999997
49	0.859649	0.993819	0.999639	0.999973	0.999997
50	0.862069	0.994054	0.999659	0.999975	0.999998

C.2. Tableaux - Série 2

Les tables présentent les probabilités qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la $i^{\text{ème}}$ plus grande valeur de la base de données, pour 1 à 8 puits de contrôle (tables 2.1 à 2.8).

On a donc $m=2$.

Dans la première colonne, on trouve la taille de la base de données ($n = 5$ à 50).

Dans la première ligne, on trouve la valeur j qui permet de calculer le rang du seuil de vérification i ($i = n - j + 1$).

Dans le corps du tableau, on trouve le niveau de signification ($1 - \alpha_1$).

Ces tables seront utilisées lorsque la valeur recherchée est le seuil de vérification pour un nombre de dépassements consécutifs de 2 : on cherche le rang i (par la valeur j) qui correspond au niveau de signification voulu pour notre base de données (annexe D, cas 4).

Tableau 2.1											
Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la i ^{ème} plus grande valeur de la base de données pour 1 puits de contrôle											
Taille de la base de données	Rang du seuil de vérifications (i=n-j+1)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	0.952381	0.857143	0.714286	0.52381	0.285714						
6	0.964286	0.892857	0.785714	0.642857	0.464286	0.25					
7	0.972222	0.916667	0.833333	0.722222	0.583333	0.416667	0.222222				
8	0.977778	0.933333	0.866667	0.777778	0.666667	0.533333	0.377778	0.2			
9	0.981818	0.945455	0.890909	0.818182	0.727273	0.618182	0.490909	0.345455	0.181818		
10	0.984848	0.954545	0.909091	0.848485	0.772727	0.681818	0.575758	0.454545	0.318182	0.166667	
11	0.987179	0.961538	0.923077	0.871795	0.807692	0.730769	0.641026	0.538462	0.423077	0.294872	0.153846
12	0.989011	0.967033	0.934066	0.89011	0.835165	0.769231	0.692308	0.604396	0.505495	0.395604	0.274725
13	0.990476	0.971429	0.942857	0.904762	0.857143	0.8	0.733333	0.657143	0.571429	0.47619	0.371429
14	0.991667	0.975	0.95	0.916667	0.875	0.825	0.766667	0.7	0.625	0.541667	0.45
15	0.992647	0.977941	0.955882	0.926471	0.889706	0.845588	0.794118	0.735294	0.669118	0.595588	0.514706
16	0.993464	0.980392	0.960784	0.934641	0.901961	0.862745	0.816993	0.764706	0.705882	0.640523	0.568627
17	0.994152	0.982456	0.964912	0.94152	0.912281	0.877193	0.836257	0.789474	0.736842	0.678363	0.614035
18	0.994737	0.984211	0.968421	0.947368	0.921053	0.889474	0.852632	0.810526	0.763158	0.710526	0.652632
19	0.995238	0.985714	0.971429	0.952381	0.928571	0.9	0.866667	0.828571	0.785714	0.738095	0.685714
20	0.995671	0.987013	0.974026	0.95671	0.935065	0.909091	0.878788	0.844156	0.805195	0.761905	0.714286
21	0.996047	0.988142	0.976285	0.960474	0.940711	0.916996	0.889328	0.857708	0.822134	0.782609	0.73913
22	0.996377	0.98913	0.978261	0.963768	0.945652	0.923913	0.898551	0.869565	0.836957	0.800725	0.76087
23	0.996667	0.99	0.98	0.966667	0.95	0.93	0.906667	0.88	0.85	0.816667	0.78
24	0.996923	0.990769	0.981538	0.969231	0.953846	0.935385	0.913846	0.889231	0.861538	0.830769	0.796923
25	0.997151	0.991453	0.982906	0.97151	0.957265	0.940171	0.920228	0.897436	0.871795	0.843305	0.811966
26	0.997354	0.992063	0.984127	0.973545	0.960317	0.944444	0.925926	0.904762	0.880952	0.854497	0.825397
27	0.997537	0.992611	0.985222	0.975369	0.963054	0.948276	0.931034	0.91133	0.889163	0.864532	0.837438
28	0.997701	0.993103	0.986207	0.977011	0.965517	0.951724	0.935632	0.917241	0.896552	0.873563	0.848276
29	0.997849	0.993548	0.987097	0.978495	0.967742	0.954839	0.939785	0.922581	0.903226	0.88172	0.858065
30	0.997984	0.993952	0.987903	0.979839	0.969758	0.957661	0.943548	0.927419	0.909274	0.889113	0.866935
31	0.998106	0.994318	0.988636	0.981061	0.971591	0.960227	0.94697	0.931818	0.914773	0.895833	0.875
32	0.998217	0.994652	0.989305	0.982175	0.973262	0.962567	0.950089	0.935829	0.919786	0.901961	0.882353
33	0.998319	0.994958	0.989916	0.983193	0.97479	0.964706	0.952941	0.939496	0.92437	0.907563	0.889076
34	0.998413	0.995238	0.990476	0.984127	0.97619	0.966667	0.955556	0.942857	0.928571	0.912698	0.895238
35	0.998498	0.995495	0.990991	0.984985	0.977477	0.968468	0.957958	0.945946	0.932432	0.917417	0.900901
36	0.998578	0.995733	0.991465	0.985775	0.978663	0.970128	0.960171	0.948791	0.935989	0.921764	0.906117
37	0.99865	0.995951	0.991903	0.986505	0.979757	0.97166	0.962213	0.951417	0.939271	0.925776	0.910931
38	0.998718	0.996154	0.992308	0.987179	0.980769	0.973077	0.964103	0.953846	0.942308	0.929487	0.915385
39	0.99878	0.996341	0.992683	0.987805	0.981707	0.97439	0.965854	0.956098	0.945122	0.932927	0.919512
40	0.998839	0.996516	0.993031	0.988386	0.982578	0.97561	0.96748	0.958188	0.947735	0.936121	0.923345
41	0.998893	0.996678	0.993355	0.988926	0.983389	0.976744	0.968992	0.960133	0.950166	0.939092	0.92691
42	0.998943	0.996829	0.993658	0.989429	0.984144	0.977801	0.970402	0.961945	0.952431	0.94186	0.930233
43	0.99899	0.99697	0.993939	0.989899	0.984848	0.978788	0.971717	0.963636	0.954545	0.944444	0.933333
44	0.999034	0.997101	0.994203	0.990338	0.985507	0.97971	0.972947	0.965217	0.956522	0.94686	0.936232
45	0.999075	0.997225	0.99445	0.990749	0.986124	0.980574	0.974098	0.966698	0.958372	0.949121	0.938945
46	0.999113	0.99734	0.994681	0.991135	0.986702	0.981383	0.975177	0.968085	0.960106	0.951241	0.941489
47	0.99915	0.997449	0.994898	0.991497	0.987245	0.982143	0.97619	0.969388	0.961735	0.953231	0.943878
48	0.999184	0.997551	0.995102	0.991837	0.987755	0.982857	0.977143	0.970612	0.963265	0.955102	0.946122
49	0.999216	0.997647	0.995294	0.992157	0.988235	0.983529	0.978039	0.971765	0.964706	0.956863	0.948235
50	0.999246	0.997738	0.995475	0.992459	0.988688	0.984163	0.978884	0.972851	0.966063	0.958522	0.950226

Tableau 2.2											
Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la i ^{ème} plus grande valeur de la base de données pour 2 puits de contrôle											
Taille de la base de données	Rang du seuil de vérifications (i=n-j+1)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	0.912698	0.753968	0.547619	0.325397	0.126984						
6	0.933333	0.809524	0.642857	0.452381	0.261905	0.1					
7	0.947475	0.848485	0.712121	0.550505	0.378788	0.215152	0.0808081				
8	0.957576	0.876768	0.763636	0.626263	0.474747	0.321212	0.179798	0.0666667			
9	0.965035	0.897902	0.802797	0.685315	0.552448	0.412587	0.275524	0.152448	0.0559441		
10	0.970696	0.914086	0.833167	0.731935	0.615385	0.48951	0.361305	0.238761	0.130869	0.047619	
11	0.975092	0.92674	0.857143	0.769231	0.666667	0.553846	0.435897	0.318681	0.208791	0.113553	0.0410256
12	0.978571	0.936813	0.876374	0.799451	0.708791	0.607692	0.5	0.39011	0.282967	0.184066	0.0994505
13	0.981373	0.944958	0.892017	0.82423	0.743697	0.652941	0.554902	0.452941	0.35084	0.252801	0.163445
14	0.98366	0.951634	0.904902	0.844771	0.772876	0.691176	0.601961	0.507843	0.411765	0.316993	0.227124
15	0.985552	0.957172	0.915635	0.861971	0.797472	0.723684	0.642415	0.555728	0.465944	0.375645	0.287668
16	0.987135	0.961816	0.924665	0.876505	0.818369	0.751496	0.677331	0.597523	0.513932	0.428621	0.34386
17	0.988471	0.965748	0.932331	0.888889	0.836257	0.775439	0.707602	0.634085	0.556391	0.47619	0.395322
18	0.98961	0.969105	0.938893	0.899522	0.851675	0.796172	0.733971	0.666165	0.593985	0.518797	0.442105
19	0.990589	0.971993	0.944551	0.908714	0.865048	0.814229	0.757049	0.69441	0.627329	0.556936	0.484472
20	0.991436	0.974497	0.949464	0.916714	0.876717	0.83004	0.777339	0.719368	0.656973	0.591097	0.522774
21	0.992174	0.97668	0.953755	0.923715	0.886957	0.843953	0.795257	0.741502	0.683399	0.621739	0.557391
22	0.992821	0.978595	0.957525	0.929877	0.895987	0.856254	0.811148	0.761204	0.707023	0.649275	0.588696
23	0.99339	0.980285	0.960855	0.935328	0.903989	0.867179	0.825299	0.778803	0.728205	0.674074	0.617037
24	0.993895	0.981783	0.96381	0.940171	0.911111	0.876923	0.837949	0.794579	0.747253	0.696459	0.642735
25	0.994344	0.983117	0.966444	0.944494	0.917477	0.885647	0.849298	0.808766	0.764431	0.716714	0.666077
26	0.994745	0.984309	0.968801	0.948367	0.923189	0.893487	0.859515	0.821565	0.779967	0.735085	0.68732
27	0.995106	0.985381	0.97092	0.951851	0.928333	0.900556	0.868743	0.833148	0.794057	0.751788	0.70669
28	0.99543	0.986346	0.972831	0.954996	0.932981	0.906952	0.877104	0.84366	0.806869	0.76701	0.724388
29	0.995723	0.987219	0.97456	0.957845	0.937195	0.912757	0.884702	0.853226	0.818548	0.780914	0.740591
30	0.995989	0.988011	0.97613	0.960432	0.941026	0.91804	0.891625	0.861954	0.829222	0.793643	0.755455
31	0.996231	0.988732	0.977559	0.96279	0.944519	0.922861	0.89795	0.869939	0.838999	0.805322	0.769118
32	0.996452	0.98939	0.978864	0.964944	0.947712	0.927273	0.903743	0.87726	0.847976	0.81606	0.781699
33	0.996654	0.989992	0.980059	0.966916	0.95064	0.93132	0.909062	0.883988	0.856234	0.825952	0.793308
34	0.996839	0.990544	0.981156	0.968728	0.953329	0.93504	0.913956	0.890185	0.863849	0.835083	0.804037
35	0.997009	0.991052	0.982164	0.970395	0.955806	0.938469	0.918469	0.895904	0.870883	0.843528	0.813972
36	0.997166	0.99152	0.983094	0.971933	0.958092	0.941635	0.922639	0.901193	0.877394	0.851351	0.823186
37	0.997311	0.991952	0.983954	0.973355	0.960205	0.944564	0.9265	0.906093	0.88343	0.858612	0.831747
38	0.997445	0.992352	0.984749	0.974672	0.962164	0.94728	0.930081	0.910641	0.889038	0.865362	0.839712
39	0.997569	0.992723	0.985487	0.975893	0.963982	0.949801	0.933409	0.914869	0.894255	0.871647	0.847136
40	0.997684	0.993068	0.986173	0.977029	0.965672	0.952148	0.936506	0.918807	0.899117	0.877509	0.854064
41	0.997792	0.993389	0.986812	0.978087	0.967247	0.954334	0.939394	0.922481	0.903654	0.882983	0.860539
42	0.997892	0.993688	0.987407	0.979073	0.968716	0.956375	0.94209	0.925912	0.907896	0.888102	0.866599
43	0.997985	0.993967	0.987963	0.979994	0.970089	0.958282	0.944612	0.929123	0.911866	0.892898	0.872279
44	0.998073	0.994229	0.988483	0.980856	0.971374	0.960068	0.946973	0.932131	0.915587	0.897394	0.877608
45	0.998155	0.994473	0.98897	0.981664	0.972578	0.961742	0.949187	0.934953	0.91908	0.901617	0.882615
46	0.998231	0.994703	0.989427	0.982421	0.973708	0.963313	0.951266	0.937603	0.922362	0.905587	0.887325
47	0.998303	0.994918	0.989856	0.983133	0.97477	0.96479	0.953221	0.940096	0.92545	0.909324	0.891761
48	0.998371	0.995121	0.990259	0.983803	0.975769	0.96618	0.955061	0.942443	0.928359	0.912845	0.895942
49	0.998435	0.995311	0.990639	0.984433	0.97671	0.967489	0.956796	0.944656	0.931102	0.916167	0.899889
50	0.998495	0.995491	0.990998	0.985028	0.977597	0.968724	0.958432	0.946745	0.933692	0.919305	0.903618

Tableau 2.3											
Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la i ^{ème} plus grande valeur de la base de données pour 3 puits de contrôle											
Taille de la base de données	Rang du seuil de vérifications (i=n-j+1)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	0.878788	0.675325	0.439394	0.222944	0.0692641						
6	0.906061	0.742424	0.541126	0.337662	0.165584	0.05					
7	0.925175	0.791375	0.620047	0.435897	0.263986	0.126224	0.037296				
8	0.939061	0.827972	0.681585	0.517483	0.354312	0.20979	0.0983683	0.0285714			
9	0.949451	0.855944	0.73007	0.584615	0.433566	0.290909	0.169231	0.0781219	0.0223776		
10	0.957418	0.877747	0.768731	0.63986	0.501748	0.365385	0.241259	0.138362	0.0630619	0.0178571	
11	0.963655	0.895039	0.799935	0.68552	0.559955	0.4319	0.309955	0.202004	0.114496	0.0516322	0.0144796
12	0.968627	0.908964	0.825415	0.723497	0.609567	0.490498	0.373303	0.264706	0.170653	0.0957768	0.0428033
13	0.972652	0.92033	0.846447	0.755307	0.651924	0.541796	0.43065	0.324149	0.227554	0.145363	0.0809008
14	0.975955	0.929721	0.863983	0.782147	0.688209	0.58661	0.482043	0.379257	0.282817	0.196852	0.124768
15	0.978697	0.937564	0.878741	0.804954	0.719427	0.625774	0.527864	0.429677	0.335139	0.247936	0.171311
16	0.980998	0.944179	0.891266	0.824468	0.746411	0.660062	0.568627	0.475453	0.383901	0.297214	0.218369
17	0.982947	0.949805	0.901978	0.841273	0.76985	0.69016	0.604882	0.516836	0.428898	0.343903	0.264531
18	0.984613	0.95463	0.911207	0.855835	0.790306	0.716663	0.637154	0.554168	0.47017	0.387627	0.308924
19	0.986047	0.958797	0.919209	0.868526	0.808244	0.740079	0.665929	0.587826	0.507888	0.428261	0.351056
20	0.987291	0.96242	0.926191	0.879646	0.824046	0.760839	0.691639	0.618182	0.542292	0.465839	0.390683
21	0.988376	0.965589	0.932316	0.88944	0.838026	0.779309	0.714665	0.645586	0.57365	0.500483	0.427729
22	0.989328	0.968376	0.937718	0.898105	0.850446	0.795797	0.73534	0.670362	0.60223	0.532367	0.462222
23	0.990169	0.97084	0.942505	0.905806	0.861524	0.810566	0.753952	0.692798	0.628294	0.561686	0.494253
24	0.990914	0.973029	0.946766	0.912679	0.871441	0.823837	0.770752	0.713154	0.652085	0.58864	0.523949
25	0.991578	0.974981	0.950575	0.918837	0.880351	0.8358	0.785954	0.73166	0.67383	0.613429	0.551458
26	0.992172	0.97673	0.953992	0.924374	0.888383	0.846617	0.799747	0.748517	0.69373	0.636239	0.576932
27	0.992705	0.978303	0.95707	0.92937	0.895647	0.856424	0.812291	0.763904	0.711972	0.657248	0.600524
28	0.993186	0.979722	0.959851	0.933892	0.902235	0.865341	0.823729	0.777979	0.728718	0.676618	0.622383
29	0.993621	0.981007	0.962373	0.937998	0.908228	0.873469	0.834181	0.790878	0.744118	0.694497	0.642647
30	0.994016	0.982175	0.964666	0.941737	0.913695	0.880897	0.843755	0.802724	0.758302	0.711022	0.661448
31	0.994375	0.983238	0.966756	0.945151	0.918693	0.887702	0.852544	0.813624	0.771388	0.726313	0.678908
32	0.994703	0.984209	0.968668	0.948276	0.923275	0.89395	0.860628	0.823672	0.783481	0.740484	0.695138
33	0.995003	0.985099	0.970421	0.951144	0.927485	0.899699	0.868079	0.832951	0.794673	0.753633	0.710241
34	0.995278	0.985916	0.972031	0.953782	0.931362	0.905001	0.874961	0.841536	0.80505	0.76585	0.724311
35	0.995532	0.986667	0.973514	0.956213	0.934939	0.909898	0.881328	0.849493	0.814684	0.777218	0.737432
36	0.995765	0.987361	0.974883	0.958459	0.938246	0.914432	0.887229	0.856878	0.823642	0.787808	0.749683
37	0.995981	0.988001	0.976148	0.960537	0.94131	0.918637	0.892709	0.863745	0.831985	0.797688	0.761133
38	0.996181	0.988595	0.977321	0.962465	0.944154	0.922542	0.897805	0.87014	0.839765	0.806916	0.771849
39	0.996366	0.989145	0.97841	0.964255	0.946798	0.926177	0.902552	0.876104	0.84703	0.815547	0.781887
40	0.996538	0.989657	0.979423	0.965921	0.94926	0.929564	0.906981	0.881674	0.853824	0.823629	0.791301
41	0.996698	0.990133	0.980366	0.967474	0.951556	0.932727	0.911119	0.886883	0.860185	0.831206	0.80014
42	0.996847	0.990578	0.981246	0.968924	0.953701	0.935683	0.91499	0.891762	0.866149	0.838318	0.808448
43	0.996986	0.990993	0.982068	0.97028	0.955708	0.93845	0.918618	0.896337	0.871747	0.845001	0.816264
44	0.997117	0.991381	0.982838	0.971549	0.957588	0.941044	0.92202	0.900632	0.877008	0.851288	0.823625
45	0.997239	0.991745	0.98356	0.972739	0.959351	0.943479	0.925216	0.90467	0.881958	0.857209	0.830565
46	0.997353	0.992086	0.984237	0.973856	0.961008	0.945768	0.928222	0.90847	0.88662	0.862791	0.837114
47	0.997461	0.992407	0.984873	0.974906	0.962566	0.947921	0.931052	0.91205	0.891016	0.868059	0.843301
48	0.997562	0.992708	0.985471	0.975895	0.964033	0.94995	0.93372	0.915427	0.895165	0.873036	0.84915
49	0.997657	0.992992	0.986035	0.976826	0.965416	0.951863	0.936237	0.918616	0.899085	0.877741	0.854685
50	0.997747	0.99326	0.986567	0.977705	0.966721	0.95367	0.938615	0.92163	0.902793	0.882194	0.859928

Tableau 2.4											
Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la i ^{ème} plus grande valeur de la base de données pour 4 puits de contrôle											
Taille de la base de données	Rang du seuil de vérifications (i=n-j+1)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	0.849262	0.613054	0.363969	0.162837	0.042624						
6	0.881718	0.68698	0.465201	0.262737	0.112887	0.0285714					
7	0.904895	0.742657	0.547786	0.355089	0.193473	0.0806527	0.0198912				
8	0.921978	0.785315	0.614685	0.436286	0.273893	0.145221	0.0591298	0.0142857			
9	0.934906	0.818552	0.668984	0.506088	0.349033	0.21378	0.110942	0.0443263	0.0105306		
10	0.944911	0.844861	0.713316	0.565542	0.416907	0.28116	0.168861	0.0861198	0.0338779	0.00793651	
11	0.952804	0.865989	0.749787	0.616059	0.477137	0.34463	0.228269	0.134913	0.0678223	0.0263347	0.00609669
12	0.959133	0.883179	0.780038	0.659034	0.530109	0.402977	0.286282	0.18683	0.108955	0.0541115	0.0207793
13	0.964283	0.897332	0.805337	0.69571	0.576515	0.45586	0.34128	0.239142	0.154135	0.0888741	0.0436827
14	0.968527	0.90911	0.826663	0.727141	0.617131	0.503406	0.392466	0.290093	0.200929	0.128139	0.0731682
15	0.972065	0.919007	0.844777	0.754206	0.652712	0.545969	0.439561	0.338644	0.247611	0.169808	0.107305
16	0.975042	0.927398	0.860273	0.777627	0.683945	0.584	0.482583	0.384247	0.293041	0.212276	0.144326
17	0.977572	0.934568	0.873619	0.797994	0.711435	0.617971	0.521719	0.426675	0.336515	0.254397	0.182792
18	0.979739	0.940741	0.885184	0.815791	0.735703	0.648338	0.557237	0.465904	0.37764	0.295391	0.221602
19	0.981608	0.946091	0.895266	0.831416	0.757196	0.67552	0.589442	0.502029	0.416232	0.33476	0.259959
20	0.983232	0.950756	0.904102	0.845196	0.776296	0.699897	0.618641	0.535216	0.452249	0.372211	0.297308
21	0.984651	0.954848	0.911885	0.857401	0.793325	0.721804	0.645131	0.565663	0.485739	0.407596	0.333287
22	0.985898	0.958456	0.918774	0.868256	0.808557	0.741535	0.669186	0.593582	0.516803	0.440868	0.367669
23	0.987	0.961652	0.924898	0.877946	0.822226	0.75935	0.691061	0.619186	0.545575	0.472047	0.400336
24	0.987979	0.964496	0.930365	0.886629	0.83453	0.775472	0.710984	0.642678	0.572202	0.501195	0.431239
25	0.988851	0.967038	0.935264	0.894437	0.845638	0.790097	0.729159	0.664249	0.596839	0.528404	0.460383
26	0.989633	0.969318	0.939671	0.901481	0.855696	0.803396	0.745768	0.684077	0.619637	0.553777	0.487807
27	0.990335	0.971372	0.943648	0.907856	0.864828	0.815516	0.760973	0.702323	0.640742	0.577427	0.513571
28	0.990969	0.973228	0.947249	0.913641	0.87314	0.826588	0.774919	0.719136	0.660292	0.59947	0.537751
29	0.991542	0.97491	0.950519	0.918908	0.880727	0.836725	0.787732	0.734648	0.678417	0.620016	0.560431
30	0.992063	0.976439	0.953497	0.923714	0.887668	0.846024	0.799527	0.74898	0.695235	0.639175	0.581698
31	0.992537	0.977834	0.956217	0.928111	0.894032	0.854574	0.810402	0.76224	0.710856	0.65705	0.601639
32	0.99297	0.979109	0.958707	0.932144	0.89988	0.862449	0.820447	0.774526	0.725381	0.673737	0.620339
33	0.993367	0.980278	0.960993	0.935852	0.905267	0.869717	0.829741	0.785926	0.738901	0.689326	0.637881
34	0.993731	0.981352	0.963095	0.939267	0.910237	0.876438	0.838354	0.796519	0.751501	0.703902	0.654344
35	0.994066	0.982341	0.965034	0.94242	0.914833	0.882663	0.84635	0.806374	0.763256	0.717542	0.669802
36	0.994375	0.983253	0.966824	0.945336	0.91909	0.888439	0.853782	0.815557	0.774235	0.730318	0.684326
37	0.99466	0.984097	0.968482	0.948038	0.92304	0.893808	0.860703	0.824124	0.784502	0.742295	0.69798
38	0.994925	0.984879	0.970019	0.950547	0.926712	0.898805	0.867155	0.832127	0.794113	0.753533	0.710827
39	0.99517	0.985606	0.971447	0.95288	0.930131	0.903464	0.87318	0.839612	0.80312	0.764089	0.722922
40	0.995398	0.986281	0.972777	0.955054	0.933319	0.907814	0.878814	0.846622	0.811571	0.774012	0.734319
41	0.99561	0.98691	0.974016	0.957082	0.936297	0.911881	0.884088	0.853196	0.819508	0.78335	0.745065
42	0.995808	0.987497	0.975172	0.958977	0.939081	0.91569	0.889032	0.859366	0.82697	0.792145	0.755206
43	0.995993	0.988045	0.976254	0.96075	0.941689	0.91926	0.893673	0.865166	0.833994	0.800436	0.764784
44	0.996166	0.988558	0.977267	0.962411	0.944135	0.922611	0.898034	0.870622	0.840612	0.80826	0.773836
45	0.996328	0.989039	0.978217	0.96397	0.946432	0.925761	0.902137	0.875761	0.846853	0.815648	0.782399
46	0.99648	0.989491	0.979109	0.965435	0.948591	0.928725	0.906002	0.880607	0.852744	0.822632	0.790505
47	0.996622	0.989915	0.979947	0.966812	0.950624	0.931517	0.909645	0.88518	0.858311	0.82924	0.798184
48	0.996757	0.990314	0.980736	0.96811	0.95254	0.93415	0.913085	0.889501	0.863576	0.835496	0.805465
49	0.996883	0.99069	0.98148	0.969333	0.954347	0.936636	0.916334	0.893588	0.86856	0.841425	0.812373
50	0.997002	0.991044	0.982182	0.970488	0.956054	0.938986	0.919407	0.897456	0.873281	0.847049	0.818932

Tableau 2.5											
Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la i ^{ème} plus grande valeur de la base de données pour 5 puits de contrôle											
Taille de la base de données	Rang du seuil de vérifications (i=n-j+1)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	0.823177	0.562327	0.308691	0.124431	0.028416						
6	0.859765	0.640235	0.40651	0.210872	0.0812105	0.0178571					
7	0.886312	0.700483	0.489613	0.295706	0.147247	0.0547957	0.0117007				
8	0.906127	0.747612	0.559098	0.373806	0.217606	0.105032	0.0380502	0.00793651			
9	0.921274	0.784949	0.616933	0.443428	0.286778	0.162268	0.0764143	0.027089	0.00554245		
10	0.933093	0.814905	0.665124	0.504485	0.351842	0.221714	0.122637	0.0566044	0.0197102	0.00396825	
11	0.942479	0.83923	0.70544	0.557616	0.411507	0.280245	0.172938	0.0938942	0.0426207	0.0146189	0.00290319
12	0.950049	0.859207	0.739348	0.603715	0.465417	0.336032	0.224458	0.136138	0.0727724	0.0325701	0.0110287
13	0.956238	0.875783	0.768039	0.643713	0.51372	0.388131	0.27525	0.180922	0.108148	0.0570501	0.0252261
14	0.961358	0.889669	0.792466	0.678475	0.556808	0.436162	0.32409	0.22641	0.146806	0.0866705	0.045202
15	0.965641	0.901404	0.81339	0.708767	0.59517	0.480085	0.370279	0.271304	0.187128	0.119925	0.0700431
16	0.969257	0.911402	0.831422	0.735252	0.629314	0.520052	0.413473	0.314743	0.227864	0.155445	0.0986135
17	0.972337	0.919982	0.847051	0.75849	0.659729	0.556318	0.453564	0.3562	0.268105	0.192094	0.129791
18	0.97498	0.927396	0.86067	0.778954	0.686863	0.589182	0.49059	0.39538	0.307225	0.228986	0.16258
19	0.977266	0.933842	0.872599	0.797045	0.711116	0.618954	0.524677	0.432155	0.344813	0.265459	0.196159
20	0.979254	0.93948	0.8831	0.813095	0.732843	0.645935	0.555998	0.466509	0.380625	0.301043	0.229876
21	0.980995	0.944438	0.892386	0.827388	0.752353	0.670409	0.584751	0.498494	0.414533	0.335415	0.263234
22	0.982527	0.948818	0.900632	0.840159	0.769917	0.692636	0.611137	0.528209	0.446492	0.368369	0.29587
23	0.983883	0.952707	0.907985	0.851609	0.785768	0.712852	0.635356	0.555778	0.476517	0.399787	0.327526
24	0.985087	0.956174	0.914568	0.861909	0.80011	0.73127	0.6576	0.581337	0.50466	0.429613	0.35803
25	0.986163	0.959278	0.920481	0.871203	0.813118	0.748077	0.678045	0.605026	0.530997	0.457839	0.387274
26	0.987127	0.962067	0.925812	0.879614	0.824945	0.763444	0.696857	0.626985	0.555619	0.484488	0.4152
27	0.987994	0.964582	0.930632	0.887247	0.835724	0.777517	0.714186	0.647347	0.578626	0.509607	0.441786
28	0.988777	0.966857	0.935005	0.894193	0.845571	0.790431	0.730168	0.666238	0.600117	0.533255	0.46704
29	0.989486	0.968922	0.938983	0.90053	0.854585	0.802301	0.744928	0.683779	0.620194	0.555501	0.490987
30	0.99013	0.970801	0.942611	0.906326	0.862856	0.813232	0.758578	0.700079	0.638954	0.57642	0.513665
31	0.990717	0.972516	0.94593	0.911639	0.87046	0.823315	0.771218	0.71524	0.656491	0.596086	0.535122
32	0.991254	0.974086	0.948972	0.916521	0.877465	0.832633	0.782939	0.729356	0.672893	0.614574	0.555411
33	0.991745	0.975526	0.951768	0.921017	0.88393	0.841257	0.793823	0.742512	0.688244	0.631958	0.57459
34	0.992196	0.97685	0.954342	0.925165	0.889909	0.849253	0.803944	0.754786	0.702621	0.648309	0.592716
35	0.992612	0.97807	0.956718	0.928999	0.895448	0.856677	0.813367	0.76625	0.716095	0.663694	0.609846
36	0.992995	0.979197	0.958915	0.93255	0.900587	0.863582	0.822153	0.776969	0.728734	0.678178	0.626037
37	0.993349	0.98024	0.96095	0.935846	0.905364	0.870013	0.830355	0.787002	0.7406	0.69182	0.641344
38	0.993678	0.981206	0.96284	0.938909	0.909812	0.876011	0.838022	0.796403	0.751748	0.704677	0.65582
39	0.993982	0.982104	0.964596	0.94176	0.913959	0.881614	0.845197	0.805221	0.762232	0.716802	0.669514
40	0.994265	0.982939	0.966232	0.944419	0.917831	0.886854	0.85192	0.813501	0.7721	0.728244	0.682475
41	0.994529	0.983718	0.967759	0.946902	0.921452	0.891761	0.858228	0.821285	0.781396	0.739049	0.694748
42	0.994775	0.984445	0.969184	0.949224	0.924842	0.896363	0.864152	0.828608	0.79016	0.74926	0.706374
43	0.995005	0.985124	0.970518	0.951398	0.928021	0.900683	0.869722	0.835506	0.798431	0.758916	0.717395
44	0.99522	0.98576	0.971768	0.953438	0.931005	0.904744	0.874965	0.842009	0.806242	0.768053	0.727847
45	0.995421	0.986356	0.972941	0.955353	0.93381	0.908565	0.879905	0.848145	0.813626	0.776707	0.737766
46	0.99561	0.986916	0.974042	0.957153	0.936449	0.912165	0.884565	0.853942	0.820611	0.784908	0.747183
47	0.995788	0.987442	0.975078	0.958848	0.938936	0.91556	0.888965	0.859423	0.827225	0.792685	0.756131
48	0.995955	0.987937	0.976054	0.960445	0.941282	0.918765	0.893124	0.864609	0.833493	0.800067	0.764637
49	0.996112	0.988404	0.976973	0.961951	0.943496	0.921794	0.897058	0.86952	0.839436	0.807077	0.772728
50	0.996261	0.988844	0.977841	0.963374	0.945589	0.92466	0.900783	0.874176	0.845077	0.813739	0.780429

Tableau 2.6											
Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la i ^{ème} plus grande valeur de la base de données pour 6 puits de contrôle											
Taille de la base de données	Rang du seuil de vérifications (i=n-j+1)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	0.799862	0.520083	0.266621	0.0983379	0.0200584						
6	0.839797	0.600184	0.35988	0.173361	0.0608264	0.0119048					
7	0.869175	0.663531	0.441817	0.250631	0.115408	0.0389938	0.00738993				
8	0.891346	0.71398	0.512185	0.324536	0.176727	0.0786168	0.0257861	0.0047619			
9	0.908448	0.754533	0.572041	0.392474	0.239613	0.126418	0.0547165	0.0175203	0.00316711		
10	0.92189	0.787463	0.622814	0.453571	0.300829	0.178397	0.0917643	0.0388389	0.0121906	0.0021645	
11	0.932632	0.814472	0.665923	0.507855	0.358574	0.231535	0.134116	0.0675634	0.0280672	0.00866247	0.00151471
12	0.941341	0.83684	0.702636	0.555785	0.411995	0.283784	0.179287	0.101851	0.0504198	0.0206163	0.0062717
13	0.948491	0.855532	0.734029	0.597991	0.460823	0.333871	0.225349	0.139805	0.0781291	0.0381045	0.0153698
14	0.95443	0.871288	0.761	0.635137	0.505124	0.381082	0.270922	0.179777	0.109826	0.0605196	0.0291385
15	0.959413	0.884673	0.784284	0.667862	0.545144	0.425083	0.315081	0.220455	0.144183	0.0869221	0.0473183
16	0.963632	0.896128	0.804486	0.696743	0.581217	0.465784	0.357249	0.260864	0.180046	0.116289	0.069302
17	0.967234	0.905999	0.822099	0.722293	0.613705	0.503247	0.397103	0.300314	0.216484	0.147656	0.0943318
18	0.970332	0.914557	0.837527	0.744958	0.642968	0.537621	0.434498	0.33834	0.25278	0.180188	0.121631
19	0.973016	0.922023	0.851104	0.76512	0.669348	0.569105	0.469406	0.374656	0.288406	0.213196	0.150481
20	0.975355	0.928569	0.863102	0.783111	0.693158	0.597916	0.501878	0.409101	0.322988	0.246139	0.180254
21	0.977406	0.93434	0.873751	0.799212	0.714684	0.624277	0.532014	0.441607	0.356277	0.278603	0.210428
22	0.979214	0.93945	0.883238	0.813664	0.734178	0.648404	0.55994	0.472173	0.388118	0.310285	0.240584
23	0.980814	0.943995	0.891723	0.826674	0.751866	0.6705	0.585797	0.500837	0.418426	0.340971	0.270393
24	0.982239	0.948055	0.899338	0.838419	0.767947	0.690757	0.609731	0.52767	0.447171	0.370519	0.299605
25	0.983511	0.951695	0.906195	0.849052	0.782597	0.709347	0.631887	0.552759	0.474358	0.398839	0.328038
26	0.984653	0.95497	0.91239	0.858703	0.79597	0.72643	0.652404	0.576199	0.500019	0.425886	0.355563
27	0.985681	0.957928	0.918003	0.867485	0.808202	0.742149	0.671414	0.59809	0.524206	0.451646	0.382093
28	0.98661	0.960607	0.923103	0.875498	0.819413	0.756634	0.68904	0.618535	0.546979	0.476129	0.407577
29	0.987451	0.96304	0.927751	0.882824	0.829707	0.77	0.705397	0.637631	0.568408	0.49936	0.43199
30	0.988217	0.965258	0.931997	0.889539	0.839178	0.782352	0.720592	0.655473	0.588564	0.521377	0.455326
31	0.988914	0.967283	0.935885	0.895706	0.847908	0.793783	0.73472	0.672152	0.60752	0.542226	0.477594
32	0.989552	0.969139	0.939454	0.901383	0.855969	0.804379	0.747871	0.687753	0.625349	0.561957	0.498817
33	0.990137	0.970842	0.942738	0.906619	0.863425	0.814213	0.760125	0.702356	0.642121	0.580624	0.519023
34	0.990674	0.972409	0.945765	0.911457	0.870334	0.823354	0.771556	0.716033	0.657904	0.598281	0.538247
35	0.991169	0.973855	0.948561	0.915936	0.876746	0.831862	0.782231	0.728855	0.672761	0.614982	0.556528
36	0.991626	0.97519	0.95115	0.920089	0.882706	0.839792	0.792212	0.740883	0.686754	0.630781	0.573905
37	0.992048	0.976427	0.95355	0.923948	0.888255	0.847193	0.801553	0.752178	0.699941	0.645729	0.590421
38	0.992439	0.977574	0.95578	0.927539	0.893429	0.854109	0.810305	0.762792	0.712375	0.659877	0.606117
39	0.992802	0.97864	0.957854	0.930885	0.898259	0.860581	0.818515	0.772775	0.724106	0.673271	0.621034
40	0.99314	0.979632	0.959788	0.934008	0.902776	0.866644	0.826224	0.782173	0.735182	0.685957	0.635213
41	0.993454	0.980557	0.961592	0.936927	0.907004	0.872331	0.83347	0.791029	0.745645	0.697978	0.648692
42	0.993748	0.981421	0.963279	0.93966	0.910968	0.877671	0.840288	0.79938	0.755537	0.709374	0.66151
43	0.994022	0.982229	0.964859	0.942221	0.914689	0.882692	0.84671	0.807262	0.764896	0.720183	0.673703
44	0.994279	0.982986	0.966339	0.944625	0.918185	0.887418	0.852765	0.814707	0.773756	0.730441	0.685306
45	0.994519	0.983695	0.967729	0.946883	0.921474	0.89187	0.858479	0.821747	0.782149	0.740181	0.69635
46	0.994745	0.984361	0.969035	0.949008	0.924573	0.896069	0.863876	0.828408	0.790107	0.749435	0.706867
47	0.994957	0.984988	0.970264	0.951009	0.927494	0.900033	0.868979	0.834716	0.797656	0.758232	0.716887
48	0.995157	0.985578	0.971422	0.952896	0.930252	0.90378	0.873808	0.840695	0.804824	0.766599	0.726437
49	0.995345	0.986134	0.972514	0.954678	0.932857	0.907324	0.878382	0.846365	0.811633	0.774562	0.735543
50	0.995522	0.986658	0.973545	0.956361	0.935321	0.910679	0.882717	0.851748	0.818106	0.782144	0.744231

Tableau 2.7											
Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la i ^{ème} plus grande valeur de la base de données pour 7 puits de contrôle											
Taille de la base de données	Rang du seuil de vérifications (i=n-j+1)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	0.778823	0.484278	0.233647	0.0797695	0.0147799						
6	0.821505	0.565412	0.32201	0.145284	0.0470125	0.00833333					
7	0.853285	0.630825	0.401881	0.215515	0.0926095	0.0287736	0.00492662				
8	0.877506	0.683741	0.472075	0.284892	0.146139	0.060492	0.0182008	0.0030303			
9	0.89634	0.726832	0.532924	0.350377	0.203036	0.100621	0.0404278	0.0118503	0.00192781		
10	0.911244	0.7622	0.58536	0.410574	0.260082	0.14599	0.0703741	0.0275936	0.00791443	0.00126263	
11	0.923221	0.791473	0.630475	0.465051	0.315238	0.193896	0.106069	0.0499767	0.0192	0.00540654	0.000848235
12	0.932978	0.815901	0.669331	0.513908	0.367338	0.242297	0.145494	0.0779088	0.0360106	0.0135964	0.00376856
13	0.941022	0.836451	0.702878	0.557506	0.415812	0.28978	0.186901	0.110003	0.0578499	0.0263043	0.00978403
14	0.947726	0.853869	0.731939	0.596322	0.460468	0.335431	0.228911	0.14489	0.0838381	0.043412	0.0194613
15	0.953368	0.86874	0.757209	0.630858	0.501346	0.378711	0.27051	0.18137	0.11297	0.0644169	0.0329095
16	0.958158	0.881521	0.779272	0.661605	0.538619	0.419345	0.310988	0.218467	0.144272	0.0886239	0.0498927
17	0.962256	0.892575	0.798613	0.689012	0.572529	0.457236	0.349879	0.25543	0.176884	0.115284	0.0699619
18	0.96579	0.902193	0.815638	0.713489	0.603346	0.492405	0.3869	0.291703	0.210089	0.143679	0.0925672
19	0.968855	0.910605	0.830684	0.735393	0.631347	0.524944	0.421902	0.326895	0.243314	0.173171	0.117137
20	0.971532	0.918002	0.844033	0.755042	0.656799	0.554991	0.454834	0.360744	0.276121	0.203217	0.143126
21	0.973882	0.924537	0.85592	0.77271	0.679953	0.582706	0.485706	0.39309	0.308184	0.233371	0.170047
22	0.975955	0.930337	0.866544	0.788636	0.70104	0.608255	0.514574	0.423844	0.339269	0.263282	0.197478
23	0.977794	0.935505	0.876071	0.803029	0.720271	0.631807	0.541523	0.452977	0.36922	0.292678	0.225068
24	0.979431	0.940128	0.884643	0.816067	0.737836	0.653526	0.566653	0.480495	0.397939	0.321356	0.252529
25	0.980896	0.944281	0.89238	0.827908	0.753904	0.673564	0.59007	0.506436	0.425371	0.34917	0.279635
26	0.982211	0.948022	0.899383	0.838686	0.768627	0.692067	0.611887	0.530853	0.451498	0.376021	0.30621
27	0.983396	0.951404	0.905741	0.84852	0.782141	0.709169	0.632213	0.553812	0.476325	0.401844	0.332121
28	0.984467	0.954472	0.911529	0.857513	0.794565	0.72499	0.651155	0.575386	0.499876	0.426606	0.357273
29	0.985439	0.957262	0.91681	0.865753	0.806006	0.739645	0.668816	0.595652	0.522189	0.450293	0.3816
30	0.986323	0.959806	0.921642	0.873322	0.816561	0.753233	0.68529	0.614686	0.543308	0.472911	0.405058
31	0.987129	0.962132	0.926073	0.880286	0.826313	0.765849	0.700668	0.632564	0.563285	0.494475	0.427625
32	0.987867	0.964265	0.930146	0.886707	0.835339	0.777575	0.715034	0.649361	0.582174	0.515013	0.449292
33	0.988543	0.966224	0.933897	0.892638	0.843705	0.788489	0.728465	0.665147	0.600031	0.534557	0.470063
34	0.989165	0.968028	0.937358	0.898127	0.851472	0.798658	0.741033	0.679989	0.61691	0.553143	0.48995
35	0.989737	0.969693	0.940559	0.903215	0.858693	0.808145	0.752804	0.69395	0.632868	0.570812	0.508972
36	0.990266	0.971232	0.943525	0.90794	0.865417	0.817006	0.763838	0.707091	0.647956	0.587603	0.527154
37	0.990755	0.972658	0.946277	0.912334	0.871686	0.825292	0.774191	0.719468	0.662226	0.603559	0.544521
38	0.991208	0.973981	0.948835	0.916428	0.87754	0.833051	0.783914	0.731132	0.675728	0.618722	0.561105
39	0.991629	0.975212	0.951217	0.920247	0.883013	0.840323	0.793054	0.742132	0.688507	0.633131	0.576935
40	0.992021	0.976358	0.953439	0.923814	0.888137	0.847147	0.801654	0.752513	0.700608	0.646826	0.592044
41	0.992386	0.977427	0.955515	0.927152	0.892939	0.853557	0.809753	0.762317	0.712072	0.659847	0.606464
42	0.992726	0.978425	0.957456	0.930279	0.897447	0.859586	0.817387	0.771583	0.722938	0.672228	0.620225
43	0.993045	0.97936	0.959274	0.933212	0.901681	0.865261	0.824589	0.780346	0.733244	0.684007	0.63336
44	0.993342	0.980235	0.96098	0.935967	0.905665	0.870609	0.83139	0.78864	0.743022	0.695215	0.645899
45	0.993622	0.981056	0.962581	0.938557	0.909416	0.875654	0.837818	0.796496	0.752307	0.705885	0.65787
46	0.993884	0.981827	0.964087	0.940996	0.912953	0.880418	0.843898	0.803942	0.761127	0.716047	0.669303
47	0.99413	0.982553	0.965505	0.943294	0.91629	0.884919	0.849654	0.811005	0.769511	0.725728	0.680224
48	0.994362	0.983236	0.966841	0.945462	0.919443	0.889178	0.855108	0.817709	0.777485	0.734957	0.690659
49	0.99458	0.98388	0.968102	0.94751	0.922424	0.89321	0.86028	0.824077	0.785073	0.743758	0.700633
50	0.994786	0.984488	0.969292	0.949446	0.925245	0.897032	0.865188	0.83013	0.792299	0.752155	0.71017

Tableau 2.8											
Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la i ^{ème} plus grande valeur de la base de données pour 8 puits de contrôle											
Taille de la base de données	Rang du seuil de vérifications (i=n-j+1)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	0.759686	0.45349	0.207187	0.0660677	0.0112608						
6	0.804645	0.534888	0.290695	0.123679	0.037262	0.00606061					
7	0.838482	0.601627	0.368042	0.187565	0.0757646	0.021861	0.00342721				
8	0.864498	0.65637	0.437397	0.25245	0.122681	0.047615	0.0132763	0.0020202			
9	0.884877	0.701466	0.498534	0.315123	0.174108	0.0815386	0.0306532	0.00831145	0.0012338		
10	0.901103	0.738841	0.551965	0.373862	0.227015	0.121201	0.0550968	0.0201774	0.00534496	0.000777001	
11	0.91421	0.77003	0.59849	0.4279	0.279295	0.164279	0.0853028	0.0378362	0.0135553	0.00352043	0.000502658
12	0.924935	0.796242	0.63897	0.477048	0.329605	0.208861	0.119698	0.0607349	0.0263869	0.00927813	0.00236889
13	0.93381	0.818426	0.67423	0.521439	0.377168	0.253506	0.156775	0.0879174	0.0437458	0.0186719	0.00646
14	0.941232	0.837329	0.705008	0.561376	0.421594	0.297199	0.195248	0.118303	0.0651284	0.0318666	0.013394
15	0.947496	0.853541	0.731951	0.597238	0.462757	0.33927	0.234093	0.150853	0.0898208	0.0486667	0.0234665
16	0.952827	0.867531	0.755611	0.629421	0.500688	0.379308	0.272541	0.18466	0.117046	0.0686453	0.0366796
17	0.957399	0.879674	0.776461	0.658314	0.53552	0.417091	0.310038	0.218973	0.146059	0.0912579	0.0528165
18	0.961347	0.890271	0.794897	0.684278	0.567438	0.452533	0.346208	0.253199	0.17619	0.115927	0.0715227
19	0.96478	0.899567	0.811257	0.707645	0.596654	0.485635	0.380811	0.286889	0.206876	0.142096	0.0923748
20	0.967781	0.90776	0.825824	0.72871	0.623385	0.51646	0.41371	0.319713	0.237651	0.169261	0.114931
21	0.970419	0.915015	0.838838	0.747737	0.647846	0.545107	0.444843	0.351444	0.268152	0.196984	0.138765
22	0.97275	0.921466	0.850504	0.764958	0.670244	0.571696	0.474204	0.381928	0.298096	0.224899	0.163486
23	0.974819	0.927226	0.860993	0.780577	0.690768	0.596357	0.501822	0.411076	0.327275	0.252706	0.18875
24	0.976664	0.932387	0.870453	0.794773	0.709595	0.619224	0.527754	0.438844	0.355541	0.280166	0.214262
25	0.978316	0.937028	0.87901	0.807703	0.726887	0.64043	0.552073	0.465221	0.382792	0.307095	0.239773
26	0.9798	0.941216	0.886771	0.819506	0.742788	0.660101	0.574859	0.490224	0.408966	0.333352	0.265082
27	0.981138	0.945007	0.89383	0.830302	0.757431	0.678359	0.5962	0.513885	0.43403	0.358838	0.290027
28	0.982348	0.948449	0.900266	0.840197	0.770934	0.695316	0.616184	0.536249	0.457974	0.383481	0.31448
29	0.983447	0.951582	0.906148	0.849284	0.783404	0.711077	0.634897	0.55737	0.480806	0.407236	0.338345
30	0.984447	0.954443	0.911537	0.857645	0.794937	0.72574	0.652425	0.577306	0.502546	0.430079	0.361549
31	0.98536	0.95706	0.916486	0.865352	0.805618	0.739394	0.668848	0.596117	0.523223	0.452001	0.384043
32	0.986196	0.959462	0.921039	0.87247	0.815525	0.752121	0.684244	0.613865	0.542874	0.473005	0.405793
33	0.986962	0.96167	0.925238	0.879056	0.824727	0.763996	0.698683	0.63061	0.561537	0.493104	0.426779
34	0.987667	0.963704	0.929116	0.885159	0.833285	0.775088	0.712235	0.646411	0.579257	0.512316	0.446994
35	0.988316	0.965583	0.932706	0.890823	0.841256	0.785459	0.724963	0.661325	0.596076	0.530668	0.466438
36	0.988916	0.967321	0.936035	0.89609	0.84869	0.795165	0.736924	0.675407	0.612039	0.548186	0.48512
37	0.989471	0.968932	0.939127	0.900994	0.855632	0.80426	0.748175	0.688709	0.62719	0.564903	0.503052
38	0.989986	0.970428	0.942003	0.905567	0.862123	0.812791	0.758764	0.701279	0.641572	0.580849	0.520253
39	0.990464	0.97182	0.944684	0.909837	0.8682	0.8208	0.76874	0.713163	0.655225	0.596058	0.536742
40	0.990909	0.973116	0.947185	0.913831	0.873896	0.828328	0.778144	0.724406	0.668192	0.610563	0.552543
41	0.991324	0.974326	0.949523	0.91757	0.879242	0.83541	0.787016	0.735048	0.680509	0.624397	0.567678
42	0.99171	0.975457	0.951712	0.921076	0.884264	0.842079	0.795394	0.745126	0.692214	0.637592	0.582174
43	0.992072	0.976515	0.953763	0.924367	0.888987	0.848366	0.803311	0.754678	0.70334	0.650179	0.596055
44	0.992411	0.977507	0.955687	0.92746	0.893435	0.854297	0.810799	0.763734	0.713922	0.662189	0.609347
45	0.992729	0.978438	0.957495	0.930371	0.897627	0.859899	0.817886	0.772327	0.72399	0.67365	0.622074
46	0.993027	0.979313	0.959196	0.933113	0.901582	0.865194	0.824599	0.780486	0.733574	0.684591	0.634262
47	0.993307	0.980135	0.960799	0.935699	0.905317	0.870204	0.830962	0.788237	0.742701	0.695039	0.645935
48	0.993571	0.980911	0.962309	0.938139	0.908849	0.874947	0.836999	0.795605	0.751397	0.705018	0.657116
49	0.993819	0.981641	0.963735	0.940446	0.91219	0.879443	0.842729	0.802614	0.759686	0.714554	0.667828
50	0.994054	0.982331	0.965082	0.942628	0.915355	0.883707	0.848174	0.809284	0.767592	0.72367	0.678093

D. EXEMPLES DE CALCUL

Nous présentons ici quatre cas qui servent d'exemples de calcul pour l'application de la section 3 du GTSQES. Ces exemples illustrent aussi l'utilisation du test statistique décrit à la section 5 de l'annexe A.

D.1. Cas 1 – Cas général : début d'un programme de suivi

Dans cet exemple, on a choisi cinq puits représentatifs et quatre paramètres représentatifs. Tous sont considérés comme indépendants. Chaque puits a été échantillonné 3 fois depuis 1 an. En mettant en commun les résultats des cinq puits sur 1 an de données, on obtient une base de données avec $n = 15$. La probabilité α de 5 % subdivisée en quatre parts pour une probabilité α_1 de 1,25 % (ce qui nous donne $1 - \alpha_1$ de 0,9875) pour chaque paramètre (voir A.5.2) et on considère un seul seuil de vérification par paramètre. Il est le même pour tous les puits de contrôle et est égal à la plus élevée des valeurs de la base de données.

Il reste à déterminer le nombre de dépassements successifs m qui donne une probabilité $1 - \alpha_1$ de 0,9875 (équation 1 ou tableau 1.5). Dans ce cas, le nombre de puits considéré est $r = 5$, la taille de la base de données est $n = 15$ et le seuil de vérification est représenté par la plus grande valeur $j = 15$. On procède ici aussi par le calcul de la probabilité pour différentes valeurs de m .

Les données sont donc :

Seuil de vérification recherché pour **l'ensemble des puits pour chaque paramètre**

Nombre de puits = 5

Nombre de paramètres par puits = 4

Probabilité recherchée $1 - \alpha_1 = 0,9875$ ($\alpha_1 = 5 \% / (1 \text{ ensemble de puits} * 4 \text{ paramètres})$)

Nombre de puits (auxquels s'applique le seuil de vérification recherché) $r = 5$

Taille de la base de données $n = 15$ ($n = 5 \text{ puits} * 1 \text{ année} * 3 \text{ campagnes}$)

Seuil de vérification $j = 15$ ($j_{\max} = n$)

Extrait du tableau 1.5

Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 5 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$
15	0,75	0,965641	0,994049	0,99873	0,99968

Équation 1 ou formulation récursive

$$m = 1 \quad p = 0,7500$$

$$m = 2 \quad p = 0,9656$$

$$m = 3 \quad p = 0,9940$$

On en conclut que le nombre de répétitions nécessaires est 2.

D.2. Cas 2 – Long programme de suivi

Un programme de suivi a donné au fil des ans une banque de données de 255 analyses. Cette banque peut être utilisée pour la définition de seuil de vérification à condition que les données soient indépendantes et ne soient pas déjà affectées par une tendance. Il faut donc valider et nettoyer la base de données préalablement à son utilisation.

Les données sont assemblées en une seule base et il n'y aura qu'un seul seuil de vérification par paramètre. L'application de la même approche que dans le cas 1 donnerait un nombre de dépassement nécessaire de seulement 1, ce qui signifie qu'il n'y aurait pas de répétition nécessaire pour que le dépassement du seuil de vérification égal à la valeur de premier rang devienne significatif. Cette situation contrevient donc à la règle imposée d'au moins deux dépassements consécutifs. Il faut donc fixer le nombre de répétition à $m = 2$ et trouver le rang requis pour fixer le seuil de vérification.

Dans ce cas, le nombre de puits est $r = 5$ et la taille de la base de données est $n = 255$. On cherche donc le rang j qui donne une probabilité $1 - \alpha_1$ de 0,9875 (voir A.5.2).

Les données sont donc :

Seuil de vérification recherché pour **l'ensemble des puits** pour **chaque paramètre**

Nombre de puits = 5

Nombre de paramètres par puits = 4

Probabilité recherchée $1 - \alpha_1 = 0,9875$ ($\alpha_1 = 5 \% / (1 \text{ ensemble de puits} * 4 \text{ paramètres})$)

Nombre de puits (auxquels s'applique le seuil de vérification recherché) $r = 5$

Taille de la base de données $n = 255$

Seuil de vérification $j =$ recherché

Équation 1 ou formulation récursive

$$j = 255 \quad p = 0,9998$$

$$j = 245 \quad p = 0,9900$$

$$j = 244 \quad p = 0,9882$$

$$j = 243 \quad p = 0,9862$$

$$j = 242 \quad p = 0,9841$$

$$j = 241 \quad p = 0,9819$$

$$j = 240 \quad p = 0,9795$$

On en conclut que les seuils de vérification seront égaux à la 13^e plus grande valeur $j = 243$ de la base de données de chaque paramètre et seront les mêmes pour tous les puits de contrôle.

D.3. Cas 3 – Base de données non uniformes

Dans cet exemple, on a choisi cinq puits représentatifs et quatre paramètres représentatifs. Tous sont considérés indépendants. Cependant, les données d'un puits à l'autre (avant la mise en place d'activités contaminantes ou en amont de celles-ci) peuvent varier d'un facteur dix, démontrant l'hétérogénéité géochimique de l'aquifère. Les puits d'observation sont suivis depuis assez longtemps pour que la base de données de chaque puits soit assez importante pour obtenir un niveau de signification suffisant avec peu de répétitions des dépassements. Chaque puits a été échantillonné 3 fois par année depuis trois ans.

La probabilité totale α de 5 % est donc subdivisée en vingt parts pour une probabilité α_1 de 0,25 % (ce qui nous donne $1-\alpha_1$ de 0,9975) pour chaque couple puits-paramètre (conférer A.5.2).

Dans ces conditions, chaque couple puits-paramètre se voit attribuer un seuil de vérification égal à la plus élevée des valeurs de sa base de données. Les seuils de vérification sont différents pour chaque puits de contrôle. Il reste à déterminer le nombre de répétitions successives du dépassement d'un seuil de vérification nécessaire pour détecter une variation significative. Rappelons que ces dépassements doivent être observés pour le même couple puits-paramètre.

On recherche le nombre de dépassements successifs m qui donne une probabilité $1-\alpha_1$ de 0,9975 (équation 1 ou tableau 1.1). Dans ce cas, le nombre de puits considéré est $r = 1$, la taille de la base de données est $n = 9$ et le seuil de vérification est représenté par la plus grande valeur $j = 9$. On procède par le calcul de la probabilité pour différentes valeurs de m .

Les données sont donc :

Seuil de vérification recherché pour **chaque puits**, pour **chaque paramètre**

Nombre de puits = 5

Nombre de paramètres par puits = 4

Probabilité recherchée $1 - \alpha_1 = 0,9975$ ($\alpha_1 = 5 \% / (5 \text{ puits} * 4 \text{ paramètres})$)

Nombre de puits (auxquels s'applique le seuil de vérification recherché) $r = 1$

Taille de la base de données $n = 9$ ($n = 1 \text{ puits} * 3 \text{ années} * 3 \text{ campagnes}$)

Seuil de vérification $j = 9$ ($j_{\max} = n$)

Extrait du tableau 1.1

Probabilité qu'au moins 1 de m résultats consécutifs soit inférieur à la plus grande valeur de la base de données pour 1 puits de contrôle					
Taille de la base de données	Nombre de résultats consécutifs (répétitions)				
	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$
9	0,9	0,981818	0,995455	0,998601	0,9995

Équation 1 ou formulation récursive :

m = 1	p = 0,9000
m = 2	p = 0,9818
m = 3	p = 0,9954
m = 4	p = 0,9986

On en conclut que le nombre de dépassements successifs nécessaire est de 3. On choisit la probabilité juste inférieure à 0,9975 afin d'augmenter le risque de détecter une fausse tendance plutôt que d'augmenter le risque de ne pas détecter une contamination.

D.4. Cas 4 – Long programme de suivi

Supposons un cas identique au cas précédent avec l'exception que le programme de suivi est en application depuis 15 ans. La base de données de chaque couple puits-paramètre est alors assez volumineuse avec $n = 45$. L'application de la même approche que dans le cas précédent donnerait un nombre de dépassement nécessaire de seulement 1, ce qui signifie qu'il n'y aurait pas de répétition nécessaire pour que le dépassement du seuil de vérification égal à la valeur de premier rang devienne significatif. Cette situation contrevient donc à la règle imposée d'au moins deux dépassements consécutifs.

Dans ce cas, on procède plutôt en fixant le nombre de répétitions à $m = 2$ et on cherche le rang requis j pour fixer le seuil de vérification. Rappelons que le nombre de puits considéré est alors $r = 1$ et la taille de la base de données est $n = 45$. On obtient, comme au cas précédent, $\alpha_1 = 0,0025$. On recherche donc le rang j qui donne une probabilité $1 - \alpha_1$ de 0,9975 (équation 1 ou tableau 2.1).

Les données sont donc :

Seuil de vérification recherché pour **chaque puits** pour **chaque paramètre**

Nombre de puits = 5

Nombre de paramètres par puits = 4

Probabilité recherchée $1 - \alpha_1 = 0,9975$ ($\alpha_1 = 5 \% / (5 \text{ puits} * 4 \text{ paramètres})$)

Nombre de puits (auxquels s'applique le seuil de vérification recherché) $r = 1$

Taille de la base de données $n = 45$ ($n = 1 \text{ puits} * 15 \text{ années} * 3 \text{ campagnes}$)

Seuil de vérification $j =$ recherché

Extrait du tableau 2.1

Taille de la base de données	Probabilité qu'au moins 1 de 2 résultats consécutifs soit inférieur à la k ème plus grande valeur de la base de données pour 1 puits de contrôle $j = n - k + 1$		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
$n = 45$	0,999075	0,997225	0,99445

Équation 1 ou formulation récursive

$$k = 1; j = 45 \quad p = 0,9991$$

$$k = 2; j = 44 \quad p = 0,9972$$

$$k = 3; j = 43 \quad p = 0,9944$$

On en conclut que les seuils de vérification seront égaux à la deuxième plus grande valeur $j = 44$ de la base de données de chaque couple puits-paramètre.

E. THÉORIE DES TESTS STATISTIQUES

Une hypothèse statistique est une proposition concernant la distribution ou la statistique d'une variable aléatoire. Un test statistique est une procédure utilisant un échantillon de la variable aléatoire pour déterminer si une hypothèse est acceptée ou rejetée.

Plusieurs décisions concernant des objets influencés par des variables aléatoires sont basées sur l'application de tests statistiques.

Dans notre cas, on cherche à savoir si les écarts observés sont dus au hasard ou sont significatifs. On utilise donc un test statistique basé sur une comparaison. On compare les derniers résultats obtenus avec ceux précédemment obtenus. Dans cette procédure de test statistique, on fait l'hypothèse que les nouveaux résultats appartiennent à la même population que les précédents, c'est-à-dire que les différences observées sont purement aléatoires.

L'hypothèse à tester est appelée l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse contraire H_1 est l'hypothèse alternative. Ces deux hypothèses sont exclusives. La procédure de test permet de déterminer une valeur critique C qui définit la limite entre la zone d'acceptation et la zone de rejet. La valeur critique C est déterminée en fonction d'un niveau de signification α . L'hypothèse nulle est acceptée quand la valeur mesurée se retrouve dans la zone d'acceptation.

Il faut souligner que l'acceptation de l'hypothèse nulle signifie seulement qu'elle est plus vraisemblable que l'hypothèse alternative. Une erreur est toujours possible. En fait, la décision est prise avec une probabilité d'erreur α .

L'erreur résultant du rejet de l'hypothèse nulle H_0 , alors qu'elle est vraie, est appelée erreur de type 1. L'erreur de type 1 a la probabilité α . La probabilité α est le niveau de signification du test.

L'erreur résultant du rejet de l'hypothèse alternative H_1 , alors qu'elle est vraie, est appelée erreur de type 2. L'erreur de type 2 a la probabilité β . La probabilité $(1 - \beta)$ correspond à la puissance du test. La puissance du test est donc la probabilité d'éviter les erreurs de type 2.

Les probabilités α et β dépendent de la valeur critique C . La probabilité α diminue quand on choisit une valeur critique plus sévère, mais la probabilité β augmente en même temps. Pour augmenter simultanément la signification et la puissance d'un test (c'est-à-dire pour diminuer simultanément α et β), il faut augmenter la taille de l'échantillon.

Application de la théorie au test de détection de tendance :

Hypothèse nulle H_0 : pas de tendance.

Hypothèse alternative H_1 : existence d'une tendance.

Erreur de type 1 : conclure qu'il y a une tendance (c'est-à-dire rejet de H_0 et acceptation de H_1) alors qu'il n'y a pas de tendance (c'est-à-dire H_0 vraie).

Erreur de type 2 : conclure qu'il n'y a pas de tendance (c'est-à-dire rejet de H_1 et acceptation de H_0) alors qu'il y en a une (c'est-à-dire H_1 est vraie).

F. LA LOI HYPERGÉOMÉTRIQUE

La Loi hypergéométrique est une loi de distribution statistique discrète qui est issue de la Loi binomiale.

La Loi binomiale est utile si on s'intéresse au nombre de fois x qu'un événement se produit dans n réalisations indépendantes d'une expérience. Si on suppose que la probabilité de l'événement est p pour chaque réalisation individuelle, on sait alors que la probabilité $q = 1 - p$ est la probabilité que l'événement ne se réalise pas dans chaque expérience individuelle. Dans ces conditions, la probabilité que l'événement se produise x fois dans n expériences est donnée par :

$$F(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

où dans cette équation, la notation $\binom{n}{x}$ correspond au nombre de combinaisons de x objets tirés dans une collection de n objets. Ces combinaisons sont calculées avec l'équation suivante :

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x! (n-x)!}$$

La distribution binomiale a une moyenne $\mu = np$ et une variance $\sigma^2 = npq$.

La distribution binomiale est importante dans un échantillonnage avec remise¹. Supposons une collection de N objets dont M sont défectueux. Si on en tire un au hasard, la probabilité qu'il soit défectueux est :

$$p = \frac{M}{N}$$

L'application de la Loi binomiale nous indique que la probabilité que x objets d'un échantillon de n objets (échantillon avec remise) tirés de cette collection soient défectueux est donnée par :

$$F(x) = \binom{n}{x} \left(\frac{M}{N}\right)^x \left(1 - \frac{M}{N}\right)^{n-x}$$

Si, par contre, l'échantillonnage se fait sans remise des objets, la même probabilité devient :

$$F(x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Cette dernière fonction de distribution discrète est appelée la Loi hypergéométrique.

On peut noter que :

- a) Il y a $\binom{M}{x}$ façons de tirer x objets non défectueux dans M ;
- b) Il y a $\binom{N-M}{n-x}$ façons de tirer $n-x$ objets non défectueux dans $N-M$;
- c) Il y a $\binom{N}{n}$ façons de tirer n objets dans N

1. L'échantillon qui a été sélectionné est retourné dans le groupe, on ne l'élimine pas du tirage suivant.

et que la combinaison de chaque combinaison (a) par chaque combinaison (b) donne le nombre total de façons différentes d'obtenir x objets défectueux dans un échantillon de n objets. Comme (c) donne le nombre d'échantillons possibles et qu'ils sont équiprobables, on comprend que la Loi hypergéométrique donne la probabilité que x objets d'un échantillon de n objets soient défectueux quand ils sont tirés d'une collection de N objets dont M sont défectueux.

La Loi hypergéométrique a une moyenne donnée par :

$$\mu = n \frac{M}{N}$$

et une variance donnée par :

$$\sigma^2 = \frac{nM(N-M)(N-m)}{N^2(N-1)}$$

G. IDENTIFICATION DES DONNÉES SINGULIÈRES

G.1. Test de Dixon

Au moment de l'étape de validation de la base de données, la première vérification à réaliser consiste dans la détection des valeurs singulières. Parmi les tests disponibles, nous proposons ci-dessous le test dit de Dixon (1953), qui permet de détecter un petit nombre de données singulières dans une base de données d'une taille maximale de 25 valeurs. Ces conditions nous semblent être celles qui seront les plus courantes dans le cadre du suivi de la qualité des eaux souterraines.

Soit un échantillon de taille n , les données x étant réarrangées en ordre croissant, le critère donné par le test de Dixon se calcule en fonction de la taille de l'échantillon selon :

n	Critère sur la valeur la plus élevée	Critère sur la valeur la plus faible
3 - 7	$\frac{(x_n - x_{n-1})}{(x_n - x_1)}$	$\frac{(x_2 - x_1)}{(x_n - x_1)}$
8 - 10	$\frac{(x_n - x_{n-1})}{(x_n - x_2)}$	$\frac{(x_2 - x_1)}{(x_{n-1} - x_1)}$
11 - 13	$\frac{(x_n - x_{n-2})}{(x_n - x_2)}$	$\frac{(x_3 - x_1)}{(x_{n-1} - x_1)}$
14 - 25	$\frac{(x_n - x_{n-2})}{(x_n - x_3)}$	$\frac{(x_3 - x_1)}{(x_{n-2} - x_1)}$

Tableau G. 1 : calcul du critère de Dixon en fonction de la taille de l'échantillon.

Le test doit être répété consécutivement en testant d'abord la valeur la plus extrême puis, la deuxième valeur la plus extrême en omettant la première, donc sur un échantillon de taille $n - 1$ etc.

Si m valeurs singulières sont suspectées, m tests doivent être réalisés, quel que soit le résultat du $(m-1)^{\text{ième}}$ test. Si alors le $m^{\text{ième}}$ test excède la valeur critique, les m valeurs suspectées d'être singulières doivent être rejetées. Cependant, la multiplication des tests augmente le risque d'une fausse détection de valeur singulière.

Les critères calculés doivent être comparés avec les valeurs critiques indiquées au tableau G. 2, en fonction du niveau de signification désiré ($\alpha = 5\%$ ou $\alpha = 1\%$).

n	Niveau de signification de 95 %	Niveau de signification de 99 %	n	Niveau de signification de 95 %	Niveau de signification de 99 %
3	0,941	0,988	15	0,525	0,616
4	0,765	0,889	16	0,507	0,595
5	0,642	0,78	17	0,49	0,577
6	0,56	0,698	18	0,475	0,561
7	0,507	0,637	19	0,462	0,547
8	0,554	0,683	20	0,45	0,535
9	0,512	0,635	21	0,44	0,524
10	0,477	0,597	22	0,43	0,514
11	0,576	0,679	23	0,421	0,505
12	0,546	0,642	24	0,413	0,497
13	0,521	0,615	25	0,406	0,489
14	0,546	0,641			

Tableau G. 2 : valeurs critiques du critère de Dixon en fonction de la taille de l'échantillon et du niveau de signification.

G.2. Exemple

Considérons la base de données suivante :

année	période	Concentration
1990	1	<1
	2	21
	3	22
	4	18
1991	1	19
	2	40
	3	21
	4	25

1992	1	17
	2	18
	3	19
	4	22

La première valeur de 1990 et la deuxième de 1991 peuvent paraître comme des données singulières.

Réarrangement des données par ordre croissant

<1; 17; 18; 18; 19; 19; 21; 21; 22; 22; 25; 40

Calculs des critères de Dixon (n = 12; m = 2) :

$$\text{Valeur la plus élevée } \frac{40 - 22}{40 - 17} = 0,7826$$

$$\text{Valeur la plus basse } \frac{18 - 1}{25 - 1} = 0,7083$$

Les deux valeurs sont supérieures au critère de Dixon, entraînant le rejet des deux valeurs extrêmes de la base de données.

H. TEST DE TENDANCE

H.1. Test de Sen

Parmi les tests de tendance disponibles, nous proposons ici le test de Sen qui consiste en une méthode non paramétrique d'estimation de tendance et qui a la particularité d'être robuste aux données singulières ou manquantes. Ce test se réalise en trois étapes.

1- Calcul des N' pentes Q telles que

$$Q = \frac{x'_{i'} - x_i}{i' - i}$$

Où x_i et $x'_{i'}$ sont les concentrations mesurées lors des événements i et i' avec i' postérieur à i . Avec une mesure par événement, N' vaut :

$$N' = \frac{n(n-1)}{2}$$

Où n est le nombre de mesures.

Les données non détectées peuvent être remplacées par la valeur de la moitié du seuil de détection (ce qui revient à faire une hypothèse de distribution normale de la valeur des données entre zéro et le seuil de détection). Mais elles ne seront pas considérées alors comme des valeurs répétées.

2- Après avoir classé les pentes par ordre croissant ($Q_1 \leq Q_2 \leq \dots \leq Q_{N'}$), calcul de S l'estimateur de Sen qui est la pente médiane

Si N' est impair $S = Q_{(N'+1)/2}$

Si N' est pair $S = \frac{Q_{N'/2} + Q_{(N'+2)/2}}{2}$

3- Pour tester l'hypothèse H_0 (pas de tendance), il faut calculer l'intervalle de confiance de la pente réelle. Si cet intervalle ne contient pas la valeur nulle, l'hypothèse est fautive (une tendance existe).

$$\text{Estimation de la variance de S } \text{var}(S) = \frac{1}{18} \left[n(n-1)(2n+5) - \sum_{p=1}^q t_p(t_p-1)(2t_p+5) \right]$$

Où q est le nombre de données de valeur identique et t_p est le nombre de répétitions pour chacune de ces valeurs (rappel : on ne considère pas les valeurs censurées comme répétées).

L'intervalle de confiance est alors donné par les valeurs correspondantes aux rangs M_1 et (M_2+1) des pentes ordonnées N' , avec

$$\text{Pour un niveau de signification de 90 \% } \begin{aligned} M_1 &= \frac{N' - 1,645 \sqrt{\text{var}(S)}}{2} \\ M_2 &= \frac{N' + 1,645 \sqrt{\text{var}(S)}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Pour un niveau de signification de 95 \% } \begin{aligned} M_1 &= \frac{N' - 1,96 \sqrt{\text{var}(S)}}{2} \\ M_2 &= \frac{N' + 1,96 \sqrt{\text{var}(S)}}{2} \end{aligned}$$

H.2. Exemple 1

Considérons la base de données suivante pour un paramètre à un puits durant 2 ans avec une fréquence saisonnière :

Évènement i	1	2	3	4	5	6	7	8
Concentration x	1	5	4	8	8	12	16	30

$n = 8$ d'où $N' = 28$

Calculs des pentes :

Évènement i	1	2	3	4	5	6	7	8
Concentration x	1	5	4	8	8	12	16	30
		4,00	-1,00	4,00	0,00	4,00	4,00	14,00
			1,50	1,50	2,00	2,00	4,00	9,00
				2,33	1,00	2,67	2,67	7,33
					1,75	1,75	3,00	5,50
						2,20	2,20	5,20
							2,50	4,17
								4,14

Réarrangement en ordre croissant des pentes :

-1; 0; 1; 1,5; 1,5; 1,75; 1,75; 2; 2; 2,2; 2,2; 2,33; 2,5; 2,67; 2,67; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 4,14; 4,17; 5,2; 5,5; 7,33; 9; 14

Calcul de l'estimateur de Sen et de sa variance

$$S = \frac{Q_{14} + Q_{15}}{2} = 2,67$$

Comme il existe un couple de valeurs répétées (la valeur 8 pour les périodes 4 et 5), on a $q = 1$ et $t_1 = 2$.

$$\text{var}(S) = \frac{1}{18} [8 * (8 - 1)(2 * 8 + 5) - 2 * (2 - 1)(2 * 2 + 5)] = 64,33$$

L'intervalle de confiance à 95 % se déduit des valeurs de rang M_1 et M_2

$$M_1 = \frac{28 - 1,96\sqrt{64,33}}{2} = 6,14$$

$$M_2 = \frac{28 + 1,96\sqrt{64,33}}{2} = 21,86$$

Pour la valeur de rang 6 (M_1), on obtient la pente de valeur 1,75.

Pour la valeur de rang 23 ($M_2 + 1$), on obtient la pente de valeur $4 + (4,14 - 4) * 0,86 = 4,17$.

Notons que l'intervalle obtenu [1,75; 4,17] contient bien la valeur de l'estimateur de Sen (2,67 dans cet exemple). Par définition, ce sera toujours le cas.

Cet intervalle ne contient pas la pente nulle, l'hypothèse d'absence de tendance doit donc être rejetée.

H.3. Exemple 2

Considérons la base de données suivante :

Évènement	1	2	3	4	5	6	7
Concentration	ND	1	ND	3	1,5	1,2	4

Et remplaçons les données non détectées par la moitié de la limite de détection (que l'on suppose égal à 0,5) : $n = 7$ d'où $N' = 21$

Calcul des pentes :

Évènement	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00
Concentration	0,25	1,00	0,25	3,00	1,50	1,20	4,00
		0,75	-0,75	2,75	-1,50	-0,30	2,80
			0,00	1,00	0,63	-0,90	1,25
				0,92	0,17	0,32	0,33
					0,31	0,05	0,94
						0,19	0,60
							0,63

Réarrangement en ordre croissant

-1,5; -0,9; -0,75; -0,3; 0; 0,05; 0,17; 0,19; 0,31; 0,32; 0,33; 0,6; 0,62; 0,62; 0,75; 0,92; 0,94; 1; 1,25; 2,75; 2,8

Calcul de l'estimateur de Sen et de sa variance

$$S = Q_{11} = 0,33$$

On ne considère pas qu'il y a des valeurs répétées puisqu'elles étaient initialement non détectées.

$$\text{var}(S) = \frac{1}{18} [7 * (7 - 1)(2 * 7 + 5)] = 44,33$$

L'intervalle de confiance à 95 % se déduit des valeurs de rang M1 et M2

$$M_1 = \frac{21 - 1,96\sqrt{44,33}}{2} = 3,97$$

$$M_2 = \frac{21 + 1,96\sqrt{44,33}}{2} = 17,02$$

Pour la valeur de rang 4, on obtient la pente de valeur -0,3.

Pour la valeur de rang $17+1=18$, on obtient la pente de valeur 1.

Cet intervalle [-0,3; 1] contient la pente nulle (le changement de signe signifie un changement de sens de la pente), l'hypothèse d'absence de tendance est donc acceptée.

I. APPROCHE POUR LE SUIVI D'UN SITE EXISTANT

Dans ce cadre, un programme de suivi est déjà existant. Idéalement, il aura été réalisé selon le protocole proposé dans le GTSQES. Dans le cas inverse, la première étape sera de valider que le programme de suivi existant respecte les règles énoncées dans le guide et éventuellement de le modifier. Il peut s'agir, ici, par exemple, d'un suivi de site après décontamination.

Lors de l'étape de validation de la base de données, une tendance préexistante peut être reconnue, selon le choix de la base de données qui va être utilisée (ensemble des données déjà acquises incluant la contamination ou base de donnée réduite). Par exemple, au moment du suivi de site après décontamination, on peut choisir d'analyser les données acquises seulement après l'intervention sur le site. Le suivi pourra alors être réalisé en analysant les variations de tendance au cours des échantillonnages (une autre méthode que la principale méthode non paramétrique proposée par le GTSQES doit être utilisée puisque les données sont dépendantes). Si la tendance ne confirme pas l'arrêt de la contamination, une (nouvelle) intervention pourra s'avérer nécessaire.

Si, au moment de l'étape de validation de la base de données, aucune tendance préexistante n'est déterminée et que les données sont indépendantes, le suivi pourra être réalisé selon l'approche générale préconisée par le GTSQES.