

L'AXIOMATIQUE

LE JOURNAL DE L'ASSOCIATION DES ÉTUDIANTS ET ÉTUDIANTES EN **MATHÉMATIQUES** ET **STATISTIQUE** À L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

De l'inconvénient d'être
DÉMOCRATE

La religion
bayésienne

5 nouveautés
qui valent le détour

Consacrer sa vie aux maths, *pourquoi ?*

GRATUIT

QUESTIONS DE STYLE

Sur mon bureau trône le chapitre trois de mon mémoire corrigé par mon superviseur. Dans un assemblage bigarré de couleurs, les corrections se succèdent à m'en donner le tournis ; un constat s'impose : j'ai, encore, besoin de pratiquer mon style d'écriture mathématique. Je n'en suis plus surpris ; à chaque année, voire plutôt à chaque trimestre, je relis de mes textes et entrevois le gouffre qui me sépare d'une rédaction à la hauteur de la beauté du sujet sur lequel j'écris. Après avoir lu de grands textes mathématiques pour copier leur style, après avoir corrigé les mémoires de mes amis et après avoir lu des textes sur la rédaction mathématique (en référence ci-bas), ma dernière démarche en cours pour améliorer mon style est la rédaction de capsules linguistico-mathématiques qui parsèmeront dorénavant L'Axiomatique.

Certaines sont normatives : des règles qu'il est préférable d'appliquer pour un style soigné ; d'autres suggèrent une décision pour trancher une ambiguïté. Les mathématiques ne facilitent pas la vie des auteurs et autrices qui se dédient à communiquer leurs idées : la force d'abstraction est si grande qu'il est facile d'oublier qu'un texte est lu par des humains et que de simples irritants à première vue peuvent aisément bloquer le flot du texte et en faire un imbroglio indéchiffrable par quiconque ne connaît pas déjà ce qui est à communiquer.

Contrairement à ce préambule, les capsules seront courtes. Ce n'est pas d'avoir peu à dire, mais bien dans le souci d'appliquer un principe fondamental de la rédaction mathématique : la concision. J'espère que vous en retirerez des informations utiles à vos futures expériences de rédaction. Bien que je ne puisse tout couvrir, n'hésitez pas à me partager vos idées de sujets, vos débats chauds à trancher ou vos interrogations, il me fera plaisir de les traiter au mieux de mes maigres capacités!

Capsule 1 : Sens et signification des symboles

Lorsqu'un symbole est utilisé pour représenter un objet mathématique, il faut utiliser le genre de l'objet auquel il se rapporte pour les accords. Ainsi, si f représente une fonction dans un certain contexte et qu'après vérification il s'avère que cette fonction est croissante, il faut écrire « f est croissante. » et non pas « f est croissant. » Avant de tourner la page, rappelons que débiter une phrase avec un symbole est une faute de goût ; au risque d'écrire deux mots de plus, il est donc préférable d'écrire : « La fonction f est croissante. »

◆ **ALEXIS LANGLOIS-RÉMILLARD,**
CORRECTEUR EN CHEF

Références:

Audin, M. (1997). *Conseil aux auteurs de textes mathématiques.*
Donald E. Knuth, T.L. (1987). *Mathematical Writing.* Stanford University.
Halmos, P.R. (1970). *How to write Mathematics.* L'Enseignement mathématiques, 16(2), 123-152.

◆ L'ÉQUIPE DE L'AXIOMATIQUE

RÉDACTRICE EN CHEF
LINDA AIDA

CORRECTEUR EN CHEF
ALEXIS LANGLOIS-RÉMILLARD

DIRECTEUR DE LA LOGISTIQUE
PHILIPPE ROBITAILLE-GROU

GRAPHISTE ET PHOTOGRAPHE
ALEXANDRA DURAND

CHRONIQUEURS ET CHRONIQUEUSE
RAPHAËL LIMA-BARBOSA
TOMMY-XAVIER ROBILLARD
MOUAD BAH
VICTOR GEADAH
SAMUEL DESROCHES
ALEXIS LANGLOIS-RÉMILLARD
PHILIPPE ROBITAILLE-GROU
LINDA AIDA

AUTRICE ET AUTEURS INVITÉ·E·S
GABRIEL BOISVERT-BEAUDRY
RAPHAËLLE ÉLÉMENT
JEAN-MICHEL LEMAY

RESPONSABLE DU MONTAGE
LINDA AIDA

RÉVISEUR
RAPHAËL LIMA-BARBOSA

DIRECTEUR DE PUBLICITÉ
NICK BURGOA

IMPRESSION
SIUM

◆ POUR NOUS JOINDRE

COURRIEL
LAXIOMATIQUE@GMAIL.COM

FACEBOOK
FACEBOOK.COM/LAXIOMATIQUE

◆ PROCHAINE PARUTION

NOVEMBRE 2018

| SOMMAIRE

3 COMME UNE PETITE ODEUR

3 LES NOUVELLES DU GROUPE SPORT

4 6 QUESTIONS À CHRISTIANE ROUSSEAU

5 DE L'INCONVÉNIENT D'ÊTRE DÉMOCRATE

6 LEONHARD EULER

7 LA RELIGION BAYÉSIENNE

8 5 NOUVEAUTÉS QUI VALENT LE DÉTOUR !

9 CONSACRER SA VIE AUX MATHS, POURQUOI ?

10 PREMIÈRES CONFÉRENCES

11 JEUX MATHÉMATIQUES



F A É C U M

CETTE ÉDITION EST RÉALISÉE GRÂCE À L'APPUI FINANCIER REÇU DE LA FÉDÉRATION DES ASSOCIATIONS ÉTUDIANTES DU CAMPUS DE L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL



CONSEIL EXÉCUTIF
2018-2019

NOUVEAUX MEMBRES DU CONSEIL EXÉCUTIF:

TRÉSORIÈRE:
DAHLIA BÉLANGER

DÉLÉGUÉE AUX AFFAIRES ACADÉMIQUES I ÈRE ANNÉE:
VANESSA BIGOIS

CVE FESTIF I ÈRE ANNÉE:
GABRIEL POULIN

RESPONSABLE DU CAFÉ I ÈRE ANNÉE:
CHARLES SENÉCAL

DÉLÉGUÉE AUX AFFAIRES INTERNES I ÈRE ANNÉE:
VALÉRIE SIROIS

DÉLÉGUÉE AUX AFFAIRES EXTERNES DE
I ÈRE ANNÉE:
HÉLOÏSE VAILLANCOURT

I LE MOT DU PRÉSIDENT



COMME UNE PETITE ODEUR

Humez-vous comme moi cette odeur? Cette fragrance de voiture sortant du concessionnaire? Cette senteur de rampe nouvellement refaite ? Ce parfum « Joey Scarpellino sortant de la douche » ? Le sentez-vous, ce vent de fraîcheur ? Non, je ne parle pas de ces mois que les partis politiques viennent de passer à nous promettre le vrai changement (le faux changement n'a qu'à se rhabiller !). Non, je ne parle pas de la nouvelle saison d'Occupation Double, quoique, j'en conviens, celle-ci est fort prometteuse. Oui, je parle de vous. Tout particulièrement, je parle de vous, la nouvelle cohorte. Vous qui nous avez électrisé-e-s aux activités d'accueil. Vous qui avez bravé le froid et peut-être le manque de sommeil au camping maths-stat. Vous qui avez assisté aux dernières agonies de ce tas de ferraille que nous osions appeler barbecue. Vous qui avez si courageusement osé vous porter candidat-e-s à un poste durant l'Assemblée générale. Vous qui avez répondu présent lors d'un premier 5@7 haut en couleurs. Également vous que je n'ai pas encore eu la chance de rencontrer. Je parle de vous toutes et tous. J'étais à votre place il y a deux ans à peine, à me faire dire les plus grandes horreurs sur un monstre mythique dénommé Analyse 1 ; à encercler deux ou trois cent fois au surligneur dans mon cahier de notes lorsqu'un certain professeur sortait son fameux « si j'étais vous » ; à me demander ce que je pourrais bien faire avec un bacc en maths. J'étais là comme vous et je peux dire que certaines choses ne changeront jamais. Or, quand je vois parmi vous ces musicien-ne-s, ces athlètes de haut niveau, ces personnes impliquées dans leur milieu et surtout tous ces gens tellement sympathiques et passionnants, je sens comme une nouvelle odeur rafraîchissante. Cette année sera belle, je le sens.

◆ **PHILIPPE ROBITAILLE-GROU,**
PRÉSIDENT DE L'AEMSUM

I LES NOUVELLES DU GROUPE SPORT

www.facebook.com/groups/504540492920390/

Les compétitions sportives amicales entre les associations étudiantes, les interfac, ont finalement débuté ! Afin de vous inscrire, il suffit simplement d'inscrire votre nom sur l'affiche située au café Tore et Fraction. Les inscriptions pour plusieurs sports ont déjà commencé comme le tennis de table, le soccer extérieur, l'escalade et d'autres. Assurez-vous de noter votre nom avant la date limite d'inscription, sans quoi je ne pourrai inscrire l'équipe. Comme certains et certaines le savent, des activités autres que les interfac auront lieu durant la session. Nous sommes ouverts à toute suggestion d'activité tant que le coût est raisonnable afin que l'AEMSUM puisse couvrir la totalité ou une partie des frais. N'oubliez pas d'encourager vos ami-e-s du programme à vous inscrire avec vous afin que ce soit plus le fun !

◆ **MOUAD BAHI, CVE SPORT**



Activité Bowling Maths-Stat du 28 septembre 2018

6 QUESTIONS À **CHRISTIANE ROUSSEAU**

Christiane Rousseau a obtenu son doctorat à l'Université de Montréal en 1977. Ses recherches portent sur l'étude des positions d'équilibre des systèmes dynamiques analytiques dépendant de plusieurs paramètres. Elle a été présidente de la Société mathématique du Canada de 2002 à 2004, ainsi que présidente du Centre de recherches mathématiques (CRM) de 2008 à 2009. En 2018, elle est devenue la première récipiendaire du prix Bertrand Russell de l'AMS.

Pourquoi avez-vous choisi d'étudier et travailler dans le domaine des mathématiques?

À l'école, je pense que j'étais un peu gênée de dire que j'aimais les mathématiques. Je me suis toujours dit que j'allais étudier dans un autre domaine comme en économie. Au collège, j'ai eu des cours de mathématiques et même si le niveau d'enseignement était bon, on n'avait pas d'activités parascolaires, de concours ou d'autres activités d'enrichissement. À la dernière minute, j'ai sélectionné « Mathématiques » dans mes choix de l'université et je suis donc allée en mathématiques. Rendue à l'université, j'ai réalisé qu'il y avait plusieurs filles dans mes classes et je ne me sentais donc pas si bizarre dans mon nouvel entourage (*sourit*).

Est-ce que vous trouvez que le GPA un bon moyen d'évaluer les capacités des étudiant-e-s?

Je dis toujours qu'une note est une mesure imparfaite pour évaluer les étudiant-e-s. En tant que professeur-e-s, on le voit très bien lorsque les étudiant-e-s passent du baccalauréat aux études supérieures. Souvent, les gens performant bien aux cours du premier cycle, mais rendus à la maîtrise, ils deviennent mal à l'aise, car on leur demande de se plonger dans l'inconnu et de lire des articles scientifiques. Quand on fait de la recherche, ce n'est plus comme aux études au baccalauréat où tout ce qui est en-dessous est solide et on construit par-dessus. Aux études supérieures, on se lance dans l'inconnu et on ne peut pas toujours solidifier ce qui est en-dessous: il y a trop de siècles de connaissances derrière nous. Il faut solidifier seulement ce qui est nécessaire, sinon, on n'en sort pas (*sourit*). Il y a des gens qui ne sont pas nécessairement parmi les meilleurs au baccalauréat mais qui prennent leur envol à la maîtrise.

Qu'est-ce qui vous a inspiré à écrire le livre *Mathématiques et technologie* ?

Dans le livre *Mathématiques et technologie* que j'ai écrit avec Yvan Saint-Aubin, le but principal était de répondre à la question que les étudiant-e-s au secondaire se posent souvent: « À quoi servent les mathématiques ? ». Notre objectif était de créer le cours Mathématiques et Technologie (MAT2450) destiné aux futurs enseignant-e-s de mathématiques au secondaire. Je ne suis pas sûre que l'école développe bien la créativité, car on enseigne des mathématiques comme des recettes. Par contre, les employeurs n'ont pas besoin des gens qui savent faire les recettes, car aujourd'hui, les ordinateurs sont capables de les faire. *A priori*, les employeurs sont à la recherche des gens créatifs qui vont avoir des idées originales. Souvent, les mathématiques permettent des idées qui contribuent à une augmentation significative de l'efficacité. Il suffit de prendre l'exemple de Google, une idée d'algorithme mathématique brillante. Dans le cours Mathématiques et Technologie, on montre ces idées pour que les gens comprennent qu'eux aussi, ils peuvent avoir des idées originales. De plus en plus de professeur-e-s comprennent qu'il faut montrer les mathématiques derrière les applications technologiques modernes, à la suite de quoi notre livre a été traduit dans 4 langues.

S'il y avait une chose que vous pouviez corriger dans le système éducatif québécois d'aujourd'hui, ça serait quoi?

Dans le système éducatif au niveau du secondaire, je trouve que c'est important d'insister sur la compréhension. Quand les gens utilisent les recettes, ils passent leurs examens, mais ils oublient tout une fois l'épreuve terminée. Ça ne nous avance pas ! Plus on est jeune, plus c'est facile d'étudier. En prenant l'exemple des sports, on voit que si l'on veut devenir champion, on n'attend pas d'avoir 18 ans pour commencer à s'entraîner. C'est le même principe pour les mathématiques : la notion de la preuve passe très bien à 12 ans, mais rendu à l'université à 18-19 ans, il est beaucoup plus difficile de comprendre certains concepts. Il faut la souplesse du cerveau : par exemple, un enfant de 5 ans peut parler 3 langues sans accent, tandis qu'en tant qu'adultes, on peut à la limite apprendre les autres langues, mais l'accent reste. Notre cerveau a perdu la souplesse qu'il avait.

Votre projet *Mathematics of Planet Earth 2013* qui a été soutenu par UNESCO a eu beaucoup de succès. Comment avez-vous eu l'idée de lancer un tel projet?

En 2009, j'étais la directrice du CRM et à Noël, j'ai eu la chance de rencontrer tous les directeurs des instituts aux États-Unis et au Canada. J'ai eu l'idée de faire 8 mois de mathématiques de la planète Terre qui pourrait devenir le thème du congrès international 2014. Dans le cadre de ce projet, on pourrait étudier le climat, l'intérieur de la terre, les écosystèmes, les changements climatiques, les mouvements chaotiques de la planète et plusieurs autres concepts d'un point de vue mathématique. J'ai soumis mon idée aux deux autres directeurs d'instituts au Canada et plusieurs personnes ont supporté l'idée et ont voulu participer. Finalement, on n'a pas eu le congrès, mais nous avons décidé de faire une année sur les Mathématiques de la Planète Terre en 2013. Le projet s'est étendu et plusieurs pays ont participé, notamment l'Australie, le Portugal, la France et plusieurs pays en Afrique. En France en particulier, il y avait une entrée de blogue 5 jours par semaine pendant toute l'année. Nous avons obtenu le patronage de l'UNESCO et nous avons donc eu la chance de faire une journée des Mathématiques de la Planète Terre à l'UNESCO. Le but du projet au niveau de la recherche était de faire connaître aux mathématicien-ne-s les problèmes mathématiques reliées aux questions planétaires. On a organisé plusieurs activités scientifiques et des conférences pour le public partout sur la planète.

Le rôle des femmes en mathématiques est souvent sous-estimé. Est-ce que vous trouvez que la situation des femmes en mathématiques s'est améliorée depuis le début de votre carrière en 1977?

Aujourd'hui, les femmes ne sont plus considérées comme « anormales » quand elles étudient en mathématiques. De nos jours, plusieurs sociétés mathématiques ont des femmes présidentes, tandis qu'avant, ce n'étaient que des hommes. Le concept « d'action positive » a été créé : lors des congrès ou des conférences, si un comité scientifique ne présente pas de femmes, il se fait critiquer. Il faut toujours que les gens se surveillent. Quand j'étais étudiante à l'université, environ la moitié des classes était composée de femmes, mais au niveau de la maîtrise, ce nombre a baissé considérablement. J'étais la seule de ma classe qui s'est rendue au doctorat. Même aujourd'hui, des fois, les femmes ont moins l'ambition de continuer leurs études et parfois, elles ne considèrent même pas l'idée de continuer. La situation s'est beaucoup améliorée depuis 1977, c'est sûr, mais il faut continuer à travailler fort !

◆ **LINDA AIDA**, ÉTUDIANTE AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUE

DE L'INCONVÉNIENT D'ÊTRE DÉMOCRATE

Le 1er octobre dernier, pour la 42ème fois de son histoire, le peuple québécois allait aux urnes pour se donner un nouveau gouvernement, selon le système électoral dit uninominal à un tour utilisé depuis 1867. Héritage colonial des Britanniques, celui-ci est simple à saisir et fortement intuitif au premier abord : sur son bulletin de vote, chaque personne en droit de voter donne son appui à une candidature et la personne qui rassemble le plus de voix remporte l'élection.

Cependant, dans notre climat de cynisme sans borne envers la classe politique, deux questions fondamentales se posent. D'abord, alors que nous connaissons tous et toutes plusieurs personnes qui ont annulé leur vote ou jugé que le jeu n'en valait pas la chandelle (en des termes le plus souvent drôlement moins flatteurs), quel a été l'impact de ces gens sur les résultats de cet exercice ? Ensuite, ce dernier, qui se veut par essence populaire, reflète-t-il vraiment la volonté du peuple ?

La réponse à la première interrogation nous mène sur une piste cahoteuse. Selon les données publiées par le Directeur général des élections du Québec en date du 2 octobre, 66,45% des personnes inscrites sur la liste électorale ont fait usage de leur droit de vote et cette proportion baisse à 65,38% en ne considérant que les bulletins valides. Nous supposons ici que les gens à l'origine d'un bulletin invalide ont posé un geste délibéré. En d'autres termes, si nous considérons que les abstentionnistes et les gens qui ont voté blanc forment une force politique, cette dernière aurait remporté l'élection avec 34,62% des voix possibles ! En effet, même la Coalition avenir Québec (CAQ) menée par le nouveau premier ministre François Legault ne parvient pas à supplanter notre parti fictif. Avec 37,42% des bulletins valides, la CAQ n'a obtenu que 24,47% des votes possibles et se trouvera pourtant forte d'une majorité parlementaire pour au moins les quatre prochaines années. Si nous pouvons nous réjouir de ce dernier fait ou en pleurer, il n'en demeure pas moins que la présente situation induit un questionnement certain quant à la prétendue légitimité électorale de ceux qui nous gouvernent, nous ramenant tout naturellement à la seconde interrogation du paragraphe précédent.

La théorie des jeux, domaine mathématique fortement lié mais non limité aux probabilités, s'intéresse à ce problème via l'analyse des systèmes électoraux qui ont été proposés de la démocratie athénienne à nos jours. Celui qui est en vigueur chez nous comporte essentiellement deux problèmes qui éloignent le résultat final de la volonté populaire, de façon parfois très flagrante : le dilemme du vote utile et la dépendance aux alternatives non pertinentes (comprendons toutefois que cette expression se veut sans connotation péjorative). Combien de fois avons-nous entendu « Il faut voter pour le X même si tu l'aimes pas beaucoup pour éviter que Y soit élu ! » ou encore « Z est marginal et ne prendra jamais le pouvoir, tu perds ton vote en l'appuyant ! » ?

Il peut alors devenir tentant de comparer notre système à celui qui est utilisé lors des présidentielles françaises qui utilisent un système uninominal à deux tours où le premier tour permet aux deux candidatures les plus appuyées par l'électorat de passer au second tour, qui couronne le prochain locataire de l'Élysée. Or, le cas de l'élection de 2002 s'avère très éclairant. Au départ, le socialiste Lionel Jospin était largement pressenti vainqueur. Plusieurs électeurs et électrices de gauche se sont alors tournés vers d'autres options reflétant davantage leurs véritables préférences, ce qui a permis à Jean-Marie Le Pen, du Front national, de passer au deuxième tour avec Jacques Chirac, président sortant de droite. Cet épisode nous indique que cette

manière de procéder demeure fortement perméable aux mêmes deux problèmes que sa variante à tour unique. Ici réside un paradoxe déplorable : en laissant s'exprimer leurs idées, les Françaises et les Français ont aidé l'ascension de candidats aux antipodes de celles-ci, au détriment d'une option « moins pire ». Ce constat demeure applicable dans le système uninominal à n-1 tours appliqué en Irlande, dans le cas de n candidats.

Plusieurs alternatives ont été théorisées. Il y a le jugement majoritaire, modèle selon lequel le vote consiste en l'attribution d'une note à chacune des candidatures en présence. Ce système est donc indépendant des alternatives non pertinentes. Toutefois, il demande une certaine uniformité dans l'échelle de notation des votants et votantes, ce qui apparaît difficilement applicable, en plus du biais résultant d'une éventuelle note parfaite pour la candidature privilégiée par un individu et de notes nulles pour toutes les autres. Le jugement majoritaire s'avère ainsi perméable au vote utile puisqu'il semble peu probable qu'un tel contraste constitue la véritable opinion de l'individu.

Si, en combinaisons binaires, une option est préférée à chacune des autres par la majorité de l'électorat, ne devrait-elle pas l'emporter? Une autre alternative, appelée le scrutin de Condorcet, exploite cette idée. Le droit de vote s'exprime par classement des options par ordre de préférence. Ici, une option peut être à égalité avec une autre ou ne pas avoir de note si l'électrice ou l'électeur ne la connaît ni d'Ève ni d'Adam. Nous pouvons alors illustrer les résultats du scrutin par un graphe où chaque duel est représenté par une flèche du choix gagnant vers le choix perdant. Nous avons alors à la fois l'indépendance aux alternatives non pertinentes et l'imperméabilité au dilemme du vote utile. Cependant, si le graphe contient un cycle, il n'est pas possible de désigner un unique vainqueur de Condorcet.

**Question au public : comment surmonter ce problème ?
C'est possible, oui !**

Nous invitons les personnes intéressées par le sujet abordé à poursuivre leurs recherches en s'informant sur les manières de le formaliser, les variantes des alternatives mentionnées et, notamment, sur la proportionnelle. Dans la forme pure de cette dernière, la situation géographique est complètement écartée pour faire correspondre la proportion des voix récoltées par un parti à son nombre de sièges.

Alors que la CAQ a promis de réformer le mode de scrutin du Québec, nous pouvons espérer que les résultats de la prochaine élection soient plus représentatifs de la volonté populaire. Toutefois, un inconvénient bien embêtant dans un cadre démocratique réside dans le fait qu'il n'existe pas en pratique s'il n'est remis en question qu'aux quatre ans, maintenant que nous savons que le choix des gouvernants dépend fondamentalement du monde de scrutin...

◆ **RAPHAËLLE ÉLÉMENT, ÉTUDIANTE AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES**

David Louapre, Science étonnante, <https://resultats.dgeq.org/resultatsSommaires.fr.html>
DGEQ, <https://resultats.dgeq.org/resultatsSommaires.fr.html>
Lê Nguyễn Hoang, Science4All,
<https://www.youtube.com/playlist?list=PLtzmb84A0qRSmv5o-eFNb3i9z64luOjdX>

LEONHARD EULER



Ce mois-ci, nous faisons un saut dans le temps pour parler de l'un des plus grands mathématiciens de l'ère moderne.

Euler est pour plusieurs considéré comme étant l'archétype du mathématicien. Né le 15 avril 1707 en Suisse, il passa la majeure partie de son enfance en campagne, où il fut éduqué par son père, un pasteur. En 1720, à treize ans, il entra à l'Université de Bâle, d'où il sortira trois ans plus tard titulaire d'une

maîtrise en philosophie. Son père voulut ensuite l'amener à devenir pasteur à son tour, mais son bon ami Jean Bernoulli, un ancien professeur d'Euler, le convainquit du potentiel qu'avait son fils en mathématiques. Il termina ses études en 1726, pour ensuite se joindre à l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg, en Russie, mentoré par Daniel Bernoulli.

En 1731, Euler devenait professeur de physique à l'Académie. En 1733, Bernoulli, lassé de la censure russe, retourna en Suisse. Euler lui succéda donc au poste de professeur de mathématiques et à la tête du département. L'année suivante, il épousa Katharina Gsell, avec qui il eut treize enfants, dont seulement cinq survécurent jusqu'à l'âge adulte. En 1735, il perdit l'usage de son œil droit après une fièvre très grave. On le surnommait le « Cyclope ». Sa vue continua d'empirer toute sa vie, le rendant complètement aveugle en 1771.

Les problèmes en Russie causés par le retour de la monarchie le poussèrent à rejoindre l'Académie de Berlin en 1741 avant de retourner à Saint-Pétersbourg en 1766, à la suite de conflits avec le monarque Frédéric II. Il y mourut d'une hémorragie cérébrale en 1783.

Avec plus de 800 ouvrages à son palmarès, Euler se classe parmi les plus grands contributeurs des mathématiques. Il est impossible de tout énumérer, tellement l'étendue de ses recherches est vaste. Il a par exemple, en analyse, résolu le problème de Bâle, qui étudie la convergence de la série

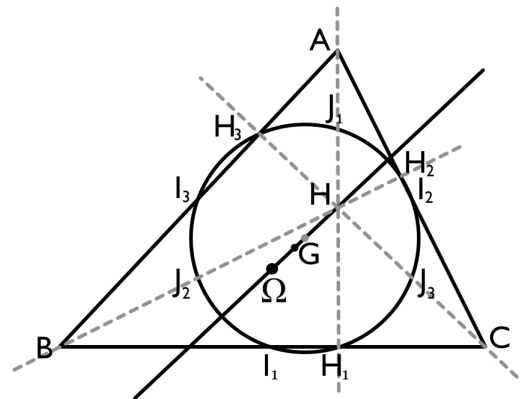
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2},$$

en trouvant la fameuse valeur $\pi^2/6$, ce qui poussa Bernhard Riemann à généraliser le problème et à formuler sa célèbre

Hypothèse, qui a beaucoup fait parler ces dernières semaines. Il étendit aussi la fonction exponentielle aux nombres complexes, ce qui mena à la découverte de la célèbre *Identité d'Euler*, souvent considérée comme la plus belle formule des mathématiques : $e^{i\pi} + 1 = 0$.

C'est Euler qui a inventé le concept, aujourd'hui utilisé partout dès le secondaire, de *fonctions* et la notation $f(x)$ dans son livre « *Introduction to the Analysis of Infinities* »¹. Plusieurs comparent l'impact de ce livre aux *Éléments* d'Euclide car, posant les bases de l'analyse, il a su permettre l'expansion des mathématiques dans les siècles qui suivirent.

En géométrie, il apporta beaucoup, particulièrement en trigonométrie, avec des notions telles que le *cercle d'Euler* qui lie plusieurs points d'un triangle à un même cercle, les *angles d'Euler*, la *droite d'Euler*, et bien d'autres.



Cercle et droite d'Euler

La célèbre formule d'Euler en théorie des graphes stipule que $S - A + F = 2$, avec S le nombre de sommets, A le nombre d'arêtes et F le nombre de faces d'un polyèdre convexe. L'étude de cette formule et de ses généralisations formera le début de la topologie.

Bien qu'il ait passé la majeure partie de sa vie à travailler sur les mathématiques, Euler contribua aussi à d'autres disciplines telles que la physique, avec ses *Équations d'Euler* en dynamique des fluides ; l'astronomie, avec l'étude des corps célestes et le problème des trois corps, et la philosophie, domaine dans lequel il était plutôt un commentateur qu'un rédacteur.

Pour conclure, Euler fut l'un des nombreux savants à faire avancer la science durant le siècle des Lumières. Aux côtés de d'Alembert, de Laplace, de Lagrange et de bien d'autres, il a su faire progresser nos connaissances en solidifiant les fondations de l'analyse, en créant des notations utilisées partout aujourd'hui et en laissant derrière lui plus de 30 000 pages de travaux qui sont encore étudiées plus de 200 ans après sa mort. Son influence ne s'arrête pas à ce qui a été cité dans cet article, mais à un éventail énorme de disciplines dont nous pourrions discuter jusqu'au petit matin. Une chose est sûre, nous n'avons pas fini d'entendre parler de lui pour encore plusieurs siècles...

◆ **TOMMY XAVIER-ROBILLARD**, ÉTUDIANT AU BACCALAURÉAT EN MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

¹ Originellement « *Introductio in analysin infinitorum* »

LA RELIGION



BAYÉSIENNE

Imaginez ouvrir votre frigo un matin et découvrir avec horreur qu'il contient non pas deux, mais bien trois pintes de lait¹! Par prudence, vous vous empressez de regarder les dates d'expiration, mais chose étrange, elles sont toutes effacées... Sur ces entrefaites, votre colocataire surgit dans la pièce et vous annonce qu'il vous a joué un tour et qu'une seule de ces trois pintes est bonne à la consommation ! Ignorant les idées meurtrières qui font irruption dans votre esprit, vous vous dites que de toute façon vous avez une chance sur trois de tomber sur la bonne pinte et choisissez celle de droite. Or, pour vous mélanger encore plus, votre tortionnaire vous indique alors que la pinte de gauche n'est pas la bonne. Maudissant celui-ci, vous vous demandez si la pinte que vous avez choisie est la bonne et s'il est préférable de changer connaissant cette nouvelle information. Vous rappelant votre premier cours de probabilité, vous vous dites qu'il est bien mieux de changer, puisque la probabilité que la pinte du milieu soit la bonne est maintenant de $2/3$. En effet, si vous choisissez cette stratégie, en définissant les événements F , choisir la bonne pinte au final et D , choisir la bonne pinte au départ, on obtient grâce à la formule des probabilités totales:

$$P(F) = P(F|D)P(D) + P(F|D^c)P(D^c) = 0(1/3) + 1(2/3) = 2/3.$$

Ici $P(F|D) = 0$, car puisque l'on décide de changer de pinte, il est impossible d'obtenir la bonne pinte au final si on avait déjà la bonne au départ. On conclut que $P(F|D^c) = 1$ par un raisonnement inverse. Ainsi, l'ajout d'une nouvelle information change notre degré de certitude par rapport au choix effectué auparavant.

Le terme « degré de certitude » n'est pas anodin ici. Il exprime une interprétation de la probabilité bien spéciale utilisée seulement par une frange hérétique du domaine de la statistique. Il s'agit des terribles bayésien·ne·s. Que combattent ces derniers et dernières ? L'interprétation largement répandue, dite fréquentiste. Pour les fréquentistes, la probabilité d'un événement est sa fréquence lors d'une infinité d'épreuves, par exemple, la fréquence d'obtention de pile lors du lancer d'une pièce de monnaie. C'est l'interprétation vue lors d'un premier cours de statistique et la seule pour laquelle on ne continuera pas dans ce domaine. À cela s'oppose l'interprétation bayésienne qui affirme qu'une probabilité n'est autre que le « degré de certitude » en la survenance d'un événement, par exemple, s'il pleuvra demain. Dans le domaine bayésien, l'aléatoire est défini comme étant une absence de connaissance et il est possible d'associer à toute hypothèse une probabilité basée sur notre degré de connaissances à propos de celle-ci. Dans l'exemple d'introduction, la probabilité de $1/3$ de choisir la bonne pinte au départ est la probabilité fréquentiste. Dans le contexte bayésien, cette probabilité pourrait être différente basée sur nos connaissances préalables à propos de cette problématique (par exemple si l'on sait que la bonne pinte possède un signe distinctif). Il est assez intuitif d'attaquer un problème en incorporant des connaissances connues au préalable; mais en ce cas, pourquoi la statistique bayésienne est-elle si marginale ?

Pour répondre à cette question, il faut d'abord expliquer comment fonctionne l'inférence bayésienne. Pour simplifier, la statistique en général sert à valider des hypothèses grâce aux données récoltées, ce qui est appelé inférence. Les hypothèses concernent souvent les paramètres de modèles. En statistique bayésienne, une probabilité *a priori* $P(H)$ est apposée à cette hypothèse. Il s'agit des connaissances sur l'état de la situation avant de récolter les données (D). À la suite de cette récolte, le degré de certitude sur cette hypothèse est amélioré au regard des nouvelles informations apportées par les données grâce au calcul de la probabilité *a posteriori* $P(H|D)$. Celle-ci est calculée par la formule de Bayes:

$$P(H|D) = \frac{P(D|H)P(H)}{P(D)}.$$

Dans la pratique, la difficulté de l'inférence bayésienne revient à calculer $P(D|H)$ et à choisir $P(H)$. Concernant ce second problème, l'une des critiques les plus souvent adressées aux bayésien·ne·s est qu'un mauvais choix de probabilité *a priori* influence grandement le résultat de l'inférence ce qui peut être catastrophique. Les fréquentistes affirment que le choix de la probabilité *a priori* est subjectif et n'a donc aucune valeur. Certaines solutions ont été apportées à ce problème, notamment en choisissant des probabilités *a priori* plus objectives dites non-informatives. Cela n'est malheureusement pas toujours applicable en pratique. La situation est beaucoup plus rayonnante en ce qui concerne le premier problème. L'utilisation de la statistique bayésienne n'est courante que depuis une trentaine d'années, ce qui explique en partie sa marginalité. La raison est que le calcul de la probabilité *a posteriori* demande souvent de résoudre des intégrales ayant de nombreuses dimensions ce qui était impossible il y a quelques années. Or, avec l'arrivée d'ordinateurs plus puissants, ce n'est plus un problème notamment grâce aux méthodes Monte-Carlo par chaînes de Markov (MCMC) qui s'attaquent directement et de manière très élégante à ce problème².

Que ce soit pour déterminer quelle pinte de lait choisir dans son frigo ou pour s'attaquer à des problèmes un peu plus sérieux, l'inférence bayésienne est courante de nos jours et permet de résoudre certains problèmes de manière beaucoup plus efficace que la méthode fréquentiste. Les lecteurs et lectrices intéressés qui désirent poursuivre en statistique au baccalauréat peuvent s'inscrire au cours Théorie de la décision (STT2100) s'ils veulent en apprendre davantage au sujet de l'inférence bayésienne.

◆ **GABRIEL BOISVERT-BEAUDRY,**
ÉTUDIANT À LA MAÎTRISE EN STATISTIQUE

¹ Toute ressemblance avec une situation réelle est purement fortuite.

² L'auteur ne cherche pas du tout à vanter son sujet de recherche.

5 NOUVEAUTÉS QUI VALENT LE DÉTOUR !

Qui dit nouvelle année dit nouvelle année (par tautologie). Or, cette année, l'AEMSUM a décidé de se surpasser pour tenter d'offrir des services à la hauteur de ses extraordinaires membres! En voici cinq nouveaux ma foi fort intéressants.



LES JEUX DE SOCIÉTÉ AU LOCAL DE L'ASSO

En plus des traditionnels jeux de cartes et d'échecs que l'association possédait déjà, des nouveaux jeux ont été acquis dans le but de vous divertir pendant vos pauses ou après vos cours ! Vous trouverez notamment au 4181 les jeux *Codenames*, *Concept*, *The Game* et *Quelques Arpents de Pièges*. Tous ont été testés et approuvés par les membres !

LA BIBLIOTHÈQUE LIBRE-SERVICE

Si vous aimez la lecture, cette nouvelle venue fera votre bonheur! À l'entrée du local de l'association (4181, pavillon André-Aisenstadt), vous trouverez cette bibliothèque remplie d'œuvres littéraires pour tous les goûts! Le principe est simple : prenez le livre qui vous intéresse et rendez-le quand vous l'avez terminé. Vous êtes également invité-e-s à y déposer les livres dont vous ne voulez plus.



LA TABLE DE BABY-FOOT

Nous devons remercier l'association de droit pour cette belle acquisition de l'AEMSUM. Relocalisée au *Café Tore et Fraction* au début de la session, cette table a été ces derniers mois l'hôte de buts spectaculaires et de parties insoutenablement serrées.



LES CHANGEMENTS AU CAFÉ TORE ET FRACTION

Le populaire café à l'entrée du pavillon André-Aisenstadt s'est donné pour mission d'offrir une ambiance plus conviviale aux membres de l'AEMSUM et de l'AÉDIRIUM. Les nouveaux divans et toutous donnent certainement envie de s'installer confortablement. Le nouveau micro-ondes, quant à lui, permet de chauffer son repas sans avoir à traverser la moitié du pavillon. Qui sait, peut-être que le café réserve d'autres surprises au courant de l'année !

L'AXIOMATIQUE

Voilà une belle occasion de mise en abyme ! N'empêche, avec tout le succès qu'a connu la première édition du journal, l'AEMSUM est assez fière de son nouveau bébé.

◆ **PHILIPPE ROBITAILLE-GROU,**
PRÉSIDENT DE L'AEMSUM

CONSACRER SA VIE AUX MATHS, POURQUOI?

« Exposition, critique, appréciation, sont du travail pour des esprits de seconde classe », affirme G. H. Hardy dans la première page de son « Apologie du mathématicien ». Me voilà bien parti, moi qui le lisais dans le but d'en écrire une critique! Dans cet essai mordant mais touchant, Hardy se propose de justifier une vie dévouée à l'étude des mathématiques. Il s'y prend en posant deux questions principales, questions qui viennent tout naturellement à l'esprit de l'étudiant-e en mathématiques:

- i) *Est-ce que mon travail en vaut la peine?*
- ii) *Pourquoi est-ce que je fais ce que je fais?*

Affirmant qu'il est plus facile de trouver une réponse à la deuxième, c'est à elle que Hardy s'attaque en premier. Il arrive à une seule réponse satisfaisante: « Je fais ce que je fais parce que c'est la seule chose pour laquelle j'ai un réel talent. », suivie d'une discussion sur la nature du talent mathématique. En particulier, il aborde la question de l'âge : selon lui, les mathématiques sont l'affaire des jeunes, et le talent s'éteint avec l'âge. Cela donne un sens tout autre à la phrase citée en premier : plutôt que d'invectiver tous ses juges, elle s'interprète comme l'auteur s'apitoyant sur son sort. N'étant plus en pleine possession de ses pouvoirs mathématiques, il devait se sentir « réduit » à l'écriture de textes secondaires comme celui-ci; ce contexte rend l'œuvre d'autant plus touchante et triste.

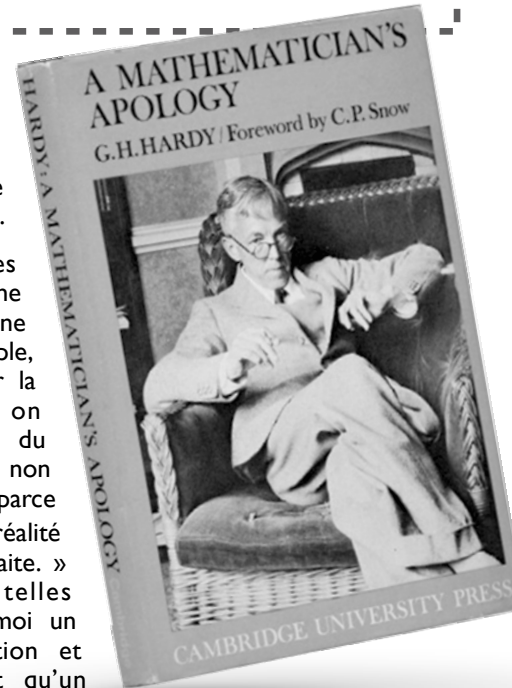
Ce n'est pas pour dire que Hardy soit un modèle d'humilité. Bien au contraire, il admet ouvertement être égoïste, allant jusqu'à dire que « le bon travail n'est pas fait par les hommes humbles » et qu'une dose d'égoïsme quant à soi-même et à son sujet est même nécessaire dans le milieu académique. C'est donc sans surprise qu'il met les mathématiques sur un piédestal tout au long de l'œuvre. Cette attitude hautaine, de pair avec son objectivité froide et tranchante, rend le texte plus cru, donnant des phrases du genre : « La plupart des gens ne sont bons à absolument rien. » Ce style en exaspérera certain-e-s, mais je suis d'avis qu'il fait ressortir la sincérité et la passion qu'on associe souvent aux mathématicien-ne-s.

Ensuite, il répond à la première question avec une discussion sur la valeur, l'utilité et la beauté des mathématiques pures. Ses arguments sur ces dernières font à mon avis la grande richesse du livre en se démarquant par leur subtilité. Je pense notamment aux parallèles qu'il dresse avec le jeu d'échecs : par exemple, lorsqu'il est question de l'esthétique des mathématiques, Hardy fait correspondre les variantes d'un problème d'échecs à une preuve par énumération, qui ne compte certainement pas parmi les méthodes de preuve les plus élégantes. Ainsi, il inclut les problèmes échecs au sein des mathématiques « triviales », tandis qu'une partie d'échecs entre deux adversaires, du fait d'être principalement un combat psychologique, voire idéologique, est infiniment plus riche. Similairement, les preuves et théorèmes qui atteignent le précieux équilibre entre généralité, profondeur et

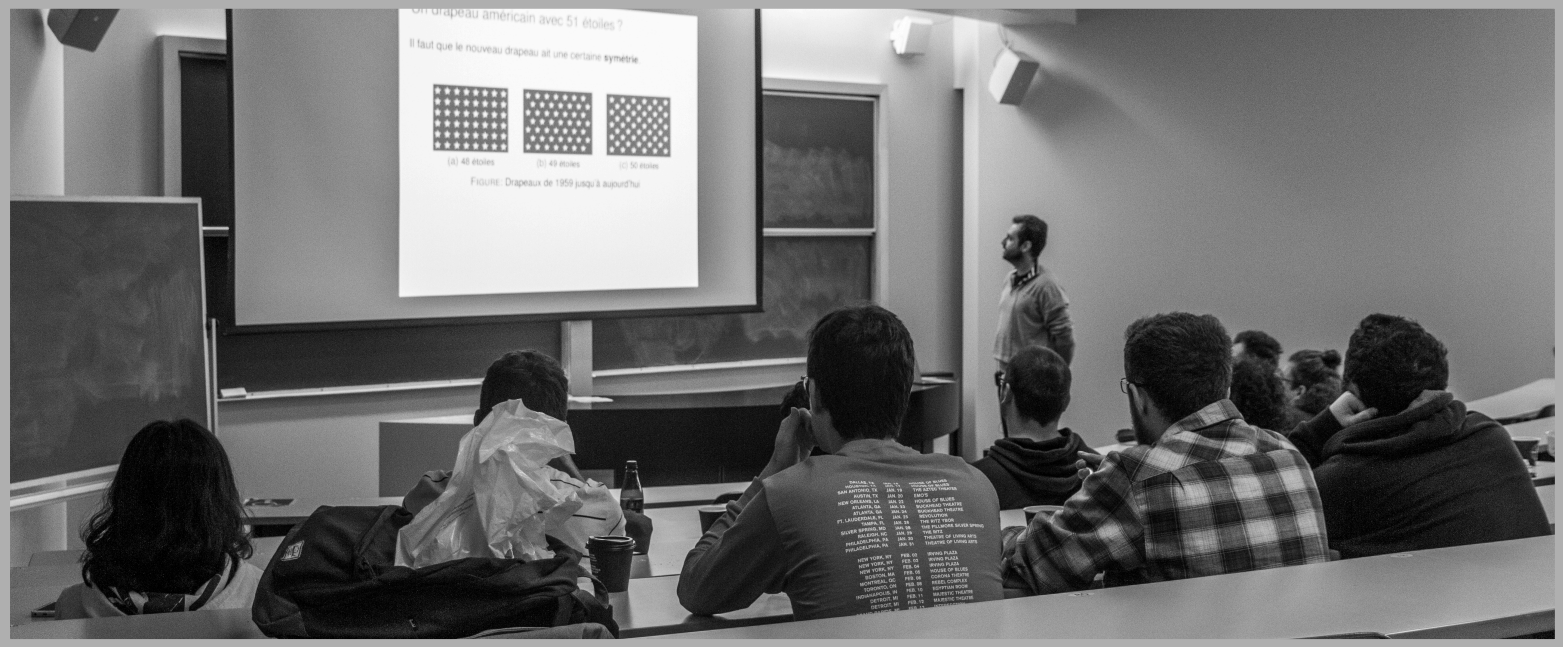
individualité ont une réelle importance et constituent l'essence de l'esthétique mathématique.

Aussi, beaucoup de ses arguments font appel à une intuition qui contient une charge émotive. Par exemple, lors de son discours sur la réalité mathématique, on trouve des affirmations du style « 317 est premier, non parce qu'on le pense, ou parce qu'il l'est, mais parce que la réalité mathématique est ainsi faite. » Personnellement, de telles phrases suscitent chez moi un mélange de contemplation et d'admiration, et le fait qu'un discours qui se veut neutre et objectif ait un tel effet crée un contraste très prenant.

Je termine sur une anecdote personnelle : été 2015, un jeune étudiant incertain suivait le cours d'Analyse I et la preuve de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ fut vue un beau matin dans les premières semaines du cours. L'après-midi, ledit étudiant se retrouva à la Maisonnée avec ses collègues, et, après s'être délié l'esprit grâce à quelques verres, ne put s'empêcher de réécrire la belle preuve du matin avec un entrain sans précédent et de crier la bonne nouvelle sur tous les toits. Cet épisode le marqua profondément et le décida ultimement à se diriger vers les mathématiques pures, quittant sans l'ombre d'un regret l'actuariat. Bien qu'il quittât depuis ce chemin pour celui de la statistique, il développa tout de même une saine relation avec les mathématiques dont l'évolution me fut rappelée par ce merveilleux essai. J'invite ceux et celles qui le liront à établir des liens entre les arguments de Hardy et leur appréciation, voire leur parcours, en mathématiques ; j'ose croire que ce sera une expérience enrichissante.



◆ **RAPHAËL LIMA-BARBOSA,**
ÉTUDIANT À LA MAÎTRISE EN STATISTIQUE

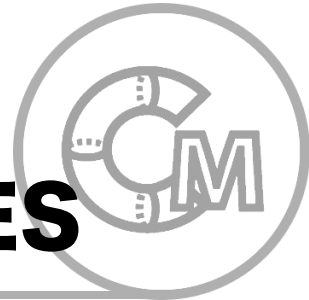


| CLUB MATHÉMATIQUE DE L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

dms.umontreal.ca/~clubmath/

www.facebook.com/clubmath.dms/

www.youtube.com/channel/UCpv-KeFL1ZiMTqxx0ErcFMw



PREMIÈRES CONFÉRENCES

C'est à la plus grande joie des amateurs et amatrices de mathématiques que reprenaient les conférences du Clubmath au début du mois de septembre. Jusqu'à maintenant, deux professeur-e-s ont pris part à l'exercice et sont venu-e-s nous entretenir d'un sujet qu'ils trouvent intéressant. Pour celles et ceux d'entre vous qui n'ont pas eu la chance d'assister aux premiers Clubmaths de la session, nous en dresserons un résumé qui, nous l'espérons, saura satisfaire votre curiosité.

Notre première invitée était la professeure titulaire au département de mathématiques et de statistique, Christiane Rousseau. Le sujet de son exposé était le théorème des quatre couleurs, qui stipule qu'il suffit de quatre couleurs pour colorier n'importe quelle carte géographique sans que deux pays partageant une frontière commune soient coloriés de la même manière. La démonstration de ce théorème est très spéciale. Après avoir reformulé le problème dans le langage de la théorie des graphes, le nombre de cas à traiter reste tellement important qu'un ordinateur est requis pour compléter la preuve. La conférencière nous a donc guidés à travers la partie humainement réalisable de la démonstration, puis a conclu en nous disant que certain-e-s mathématicien-ne-s tentent encore de trouver une preuve simple et élégante à ce problème.



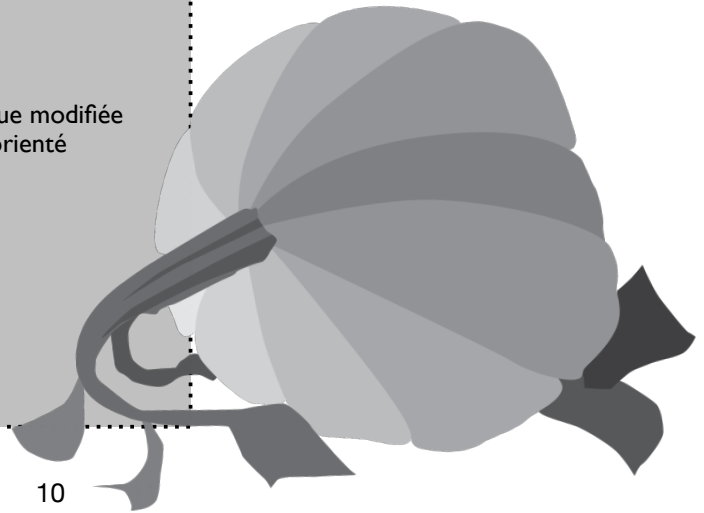
Le deuxième conférencier que nous avons eu la chance de recevoir était Paul Gauthier, professeur associé au même département. Son exposé, qui portait sur l'hypothèse de Riemann, a eu lieu quelques jours après que Sir Michael Atiyah ait déclaré détenir une preuve valide du même problème. Bien qu'il ait eu trop peu de temps pour analyser ce nouvel argument en détail, le professeur Gauthier a consacré le début de sa conférence à partager ce qu'il avait compris de la démonstration. Il a ensuite introduit quelques notions préalables à la compréhension du problème, puis nous a parlé des récents développements dans la recherche d'une démonstration viable. Son humour a bien fait rire les gens qui étaient présents et c'est le sourire aux lèvres qu'a quitté l'assistance.

Au début du mois d'octobre, nous avons reçu Dimitris Koukoulopoulos, qui est venu nous parler de l'arrangement des étoiles sur le drapeau américain. Nous recevons aussi Gabriel Chênevert, dont la conférence s'intitule *Plaisirs (mathématiques) solitaires*. Nous espérons vous voir en grand nombre !

◆ **SAMUEL DESROCHES**,
AU NOM DU COMITÉ ORGANISATEUR DU CLUBMATH

HORizontalement

1. Indifférence à l'ordre
2. Mettre de la structure
3. Conjonction pairée ♦ Isaac Newton en était un ♦ Fonction trigonométrique modifiée
4. Les mathématiciens sont bien les seuls à en faire une théorie ♦ Segment orienté
5. Lista ♦ Flûte oblique
6. Théorie Conforme (*angl.*) ♦ Nombre populaire ♦ Ancien do
7. Filtrés ♦ On y met généralement de la bière
8. Il s'achève à l'équinoxe ♦ Cours intérieures
9. État de ce qui est rouillé
10. L'ontologie l'étudie ♦ Proposition indémontrable
11. N'est pas debout ♦ Créatures Nippone



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1											
2										■	
3			■				■				
4				■							
5							■				
6			■			■			■		
7							■				
8		■				■					
9										■	
10					■						
11	■						■				■

VERTICALEMENT

1. Croyance mathématique
2. Mobius ne put le faire à son ruban ♦ Retira
3. Il mesure le poids ♦ Voyelle double ♦ Rends l'âme
4. Addition latine ♦ Parties d'un tout scindé
5. S'applique à tout
6. ... au lieu de pousser ♦ Paresseux
7. La pire ou la meilleure ♦ Découlent logiquement
8. Il sert à vérifier la convergence ♦ S tel que $|S|=3$
9. Relatif à l'iris ♦ Gaz frigorigère
10. Dépouillée ♦ Unité de mesure pharmacologique ♦ Préfixe désignant le milieu
11. Code secret

♦ **JEAN-MICHEL LEMAY,**
ÉTUDIANT AU DOCTORAT EN
MATHÉMATIQUES-PHYSIQUE

RÉPONSES

HORIZONTALLEMENT 1. Axiome 2. Organiser 3. Ni 4. Jeu 5. Vecteur 6. Enumera 7. Ney 8. CT 9. Or 10. UT 11. Tamisés 12. Fût 13. Ete 14. Atria 15. Rouillure 16. Etre 17. Axiome
VERTICALEMENT 1. Assis 2. Oni 3. Confecture 4. Orienta 5. Ora 6. Mg 7. Uu 8. Meurs 9. Mas 10. Motifs 11. Universel 12. Tirer 13. Las 14. As 15. Causaux 16. Test 17. Trio 18. Irien 19. Fréon 20. Nue 21. Ui 22. Mi 23. Encrytage



**S'il vous plaît,
recyclez ce journal
après votre lecture!**

