

516.15

B157g

f1873

SALLE GAGNON



BIBLIO-
THEQUE
DE LA VILLE DE
MONTREAL

MONTREAL
CITY
LIBRARY

ENV. 3598

SALLE GAGNON

BIBLIOTHÈQUE de la VILLE de MONTRÉAL
MONTREAL CITY LIBRARY

1210, RUE SHERBROOKE EST
MONTRÉAL H2L 1L9

GÉOMÉTRIE, TOISÉ

ET LE

TABLEAU
STÉRÉOMÉTRIQUE

LECTURE FAITE

DEVANT LA SOCIÉTÉ LITTÉRAIRE ET HISTORIQUE DE QUÉBEC

20 MARS 1872

PAR CHS. BAILLAIRGÉ, ECR.,

INGÉNIEUR CIVIL, ETC.

J. O. Litalien

QUÉBEC

TYPOGRAPHIE DE C. DARVEAU

N° 8, Rue Lamentagne.

1873.

BIBLIOTHÈQUE FAUTEUX

(Extrait du "Journal de l'Instruction Publique," Nov. 1872.)

—*Geometry, Mensuration and the Stereometrical Tableau*, by CHARLES BAILLAIRGÉ, civil engineer, &c.; Middleton et Dawson, éditeurs, Québec, 1872.

M. E. Blain de St. Aubin, donne l'appréciation suivante du travail de M. Baillairgé :

"Les personnes qui, par goût ou par profession, se sont vouées à l'étude de la géométrie liront sans doute avec un vif intérêt la brochure que M. Baillairgé vient de publier sous le titre qui précède. Il y a quelques années, M. B. publia un *Traité de géométrie* qui, grâce à une heureuse et nouvelle disposition des matières et à quelques théorèmes également nouveaux et très-curieux, ne manqua pas d'attirer l'attention des spécialistes non-seulement au Canada, mais chez nos voisins des Etats-Unis et jusqu'en Europe.

La brochure qui fait l'objet de cette courte notice est le rapport d'une conférence lue par M. B., au printemps dernier devant la Société Littéraire et Historique de Québec.

"Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement,
"Et les mots pour le dire, arrivent aisément."

M. B. parle géométrie avec une aisance, une clarté qui n'ont pu manquer de plaire aux moins spécialistes de ses auditeurs ou de ses lecteurs. Ainsi que l'indique le titre, la conférence dont il s'agit est divisée en trois parties. La première est un exposé historique et pratique des progrès de la science géométrique depuis son origine jusqu'à nos jours. Dans quelques pages, M. B. donne une idée très-claire de l'influence que les géomètres,—depuis ceux de l'école grecque jusqu'à Leibnitz et Newton,—ont exercée sur le progrès général des sciences, car la géométrie est intimement liée à toutes les sciences et à plusieurs arts : par exemple, l'astronome et l'architecte doivent commencer par être des géomètres.

Les méthodes suivies anciennement dans les démonstrations géométriques offraient bien des longueurs inutiles ; des théorèmes aujourd'hui reconnus parfaitement oiseux étaient l'objet d'interminables démonstrations. Dans son *Traité*, M. B., fort d'une étude consciencieuse des meilleurs ouvrages anciens et modernes, a su doigner toutes les inutilités et, par un heureux agencement des propositions, réduire d'un quart ou d'un cinquième l'exposé des principes de la géométrie ; et ce n'est pas un léger service qu'il a ainsi rendu aux commençants.

On pourrait se croire bien loin de l'époque où de braves gens passaient leur vie dans de vains efforts pour résoudre les problèmes sans solution de la quadrature du cercle et de la trisection de l'angle, et où d'autres rêveurs se consumaient à chercher le mouvement perpétuel. Mais M. B., nous apprend qu'un savant d'Ottawa s'est livré pendant 34 ans (le pauvre homme !) à la recherche de la trisection de l'angle et qu'il croit l'avoir trouvée. Grand bien lui fasse ! M. B. met en garde les jeunes étudiants contre ces inutiles préoccupations, et tous les professeurs savent, par expérience, que pareille recommandation est très-judicieuse.

Dans la seconde partie de son travail, M. B. se borne à de courtes considérations sur le mesurage des surfaces planes. Son *Traité* contient, à cet égard, des règles pratiques clairement et brièvement exposées. Mais c'est pour le mesurage des solides que M. B. peut justement réclamer le mérite d'une découverte précieuse et qui se répandra universellement en dépit de la routine et des anciennes théories.

On sait quelle série interminable de règles ou formules, dont plusieurs très compliquées, les anciens traités de géométrie donnent pour le mesurage des solides. M. B. n'en a qu'une qu'il énonce comme suit et qu'il démontre clairement être applicable à toute espèce de solides, si bizarres que puissent être leurs formes,—*"A la somme des surfaces des bases parallèles du solide à évaluer, ajouter 4 fois la surface au centre et multiplier le tout par la sixième partie de la hauteur ou longueur du solide."*

C'est dans le but de populariser l'usage de cette règle que M. B. a eu recours à son *Tableau Stéréométrique*. "Ce tableau, dit M. Baillairgé, est un cadre où sont placés environ 200 modèles différents de solides ; chaque modèle peut être déplacé à volonté, en sorte qu'on peut le mettre entre les mains de l'élève pour qu'il l'examine. Le tableau comprend toutes les formes élémentaires imaginables de solides, depuis le prisme ordinaire jusqu'au cône concave, etc., etc.
"Sur chaque modèle,—dit plus loin M. B.,—est tracée une ligne qui indique la nature et les dimensions de la section du milieu."

On conçoit aisément les avantages que présente l'emploi de ce Tableau. L'élève doit apprendre en fort peu de temps la manière d'appliquer sûrement l'unique formule, énoncée tout-à-l'heure, au calcul du volume de chacun des 200 solides contenus dans le Tableau ; et, plus tard, dans la pratique, il s'habitue vite à décomposer un solide quelconque en parties se rapprochant, par la forme, des modèles qu'il a ainsi étudiés.

Quant aux solides de formes comparativement réguliers, tels que pièces de bois, blocs de marbre ou de pierre, réservoirs et chaudières dans les usines à vapeur, les distilleries, etc., l'application de la formule de M. B. offre des facilités, et des avantages qui défient toute concurrence, et nul doute qu'elle se répandra universellement au grand avantage de tous les praticiens. Telle est, du reste, la prédiction que n'ont point hésité à faire plusieurs savants étrangers qui ont eu connaissance de la découverte de M. Baillairgé ; et nos meilleurs professeurs canadiens sont tous du même avis.

Du reste, comme tous les inventeurs, M. B. à pleine foi dans sa découverte. "Je sais, dit-il, que dans le monde des sciences, comme dans le monde politique, il y a des conservateurs trop obstinés ; voyez les obstacles qu'on a mis à la diffusion du système décimal. Mais j'ai foi dans les avantages de ma découverte." Or, en lisant la démonstration que M. B. donne de sa formule,—il est impossible de ne pas se rendre à son raisonnement et de ne pas adopter son opinion qui, évidemment, est la bonne. Les vieux praticiens ne renonceraient pas tout de suite à leurs vieilles formules, mais le temps, ce grand maître, donnera raison à M. B. et cela dans une période assez rapprochée, il y a tout lieu de l'espérer, puisque sa formule est déjà adoptée dans plusieurs collèges et par un grand nombre de praticiens, au Canada et à l'étranger.

TABEAU STEREOMETRIQUE BAILLAIRGE !

MEMBRE TITULAIRE DE LA SOCIÉTÉ DE VULGARISATION POUR L'ENSEIGNEMENT DU PEUPLE EN FRANCE, ETC., ETC.

(Breveté au Canada, aux Etats-Unis et en Europe.)

Le tableau est un cadre de 5 pieds de longueur, sur 3 pieds de largeur et quelques pouces d'épaisseur, avec panneau ou couvert vitré et articulé, fermant à clef, de manière à exclure la poussière, tout en exhibant et donnant accès à quelque 200 modèles (en bois franc, polis, vernis ou huilés à demande) de toutes les formes élémentaires géométriques et autres que l'on puisse concevoir. Chaque modèle est simplement attaché au tableau par une tige en fil de fer qui permet à l'élève et au professeur de l'en détacher et replacer à volonté.

L'usage du tableau, avec le traité qui l'accompagne, réduit toute la science ou l'art du toisé, du travail d'une année à celui d'une journée, et simplifié à tel point l'étude et l'enseignement de la géométrie des solides, des corps ou des volumes) la Nomenclature des formes géométriques et autres, le développement des surfaces, la projection géométrique et la perspective, les surfaces planes et convexes, la géométrie et la trigonométrie sphériques, et le toisé des surfaces et des volumes, que l'on peut maintenant enseigner les différentes branches ci-dessus énumérées dans les écoles même élémentaires et dans les couvents, où il eut été oiseux d'y songer auparavant.

Chaque tableau est accompagné, au besoin, d'un traité qui explique le mode de mesurage par la "formule prismoidale" et qui décrit le solide, sa nature, sa forme, ses bases opposées et la nature de sa section centrale.

L'on demande des agents pour la vente du Tableau ici et à l'étranger.

Pour trouver le volume d'un corps quelconque

REGLE : — A la somme des surfaces des extrémités parallèles, ajouter quatre fois la surface au centre, et multiplier le tout par la sixième partie de la hauteur ou longueur du solide.

TABEAU STEREOMETRIQUE BAILLAIRGE STEREOMETRICAL TABLEAU

Breveté au CANADA, aux ETATS-UNIS et en EUROPE.

Membre Titulaire de la Société pour la Vulgarisation de l'Education en France.

Patented in CANADA, in the UNITED-STATES and in EUROPE.

Honorary Member of the Society for the Generalization of Education in France.

To find the solid content of any body.

RULE : — To the sum of the parallel end areas, add four times the middle area, and multiply the whole by one sixth part of the height or length of the body.

Approuvé par le Conseil de l'Instruction Publique de la Province de Québec, et déjà adopté et commandé par un grand nombre d'institutions d'éducation et autres, tant ici, qu'à l'étranger. Pour informations et certificats, s'adresser à l'auteur.

C. BAILLAIRGÉ,
CANAD.

Membre Titulaire de la Société pour la Vulgarisation de l'Education en France, etc.

SOUSCRIPTEURS.

L'Archevêque de Québec, l'Evêque de Rimouski, l'Evêque de Kingston, l'Evêque de St. Hyacinthe, l'Ecole des Arts et des Sciences, l'Université Laval, le Séminaire de Q., les Collèges d'Ottawa, Nicolet, Rimouski, Montmagny, St. Michel, etc., l'Ecole Normale Laval, les Ecoles des Frères, l'Académie Commercial, le Bureau des Arpentiers, le Département d'Education, Nouveau Brunswick, la Corporation de Québec, R. Hamilton, Ecr., F. N. Martin et C. Roy, Ingénieurs Civils, etc., La Société pour la vulgarisation de l'Enseignement du Peuple, France F. Peachy, J. Lepage, etc., Architectes, N. Piton, T. Maguire, J. Marcotte, constructeurs, Conseil de l'Instruction Public, Q., l'Ecole Normale Jacques Cartier, M. Piton Manitoba, le Collège de Aylmer, L'Assomption, Ste. Anne de la Pocatière, St. Hyacinthe, le High School, Q., le Collège Morin, Q., l'Académie de Lafrance, Q., Bureau des Travaux du Gouvernement, Q., Couvent, des Ursulines, Couvent du Bon Pasteur, Sœurs Grises, Sœurs de la Congrégation, Sœurs de Jésus-Marie, Q., etc M., S. W. Townsend, Hamilton, etc., Etc., Etc., Etc.

A l'usage des Architectes, Ingénieurs, Arpentiers, Etudiants et Apprentis, Officiers de Douane et d'Accise, Professeurs de Géométrie et de Mathématiques, Universités, Collèges, Séminaires, Couvents et autres Etablissements d'Education, Ecoles des Arts et du Dessin, Mécaniciens, Mesureurs, Jaugeurs, Constructeurs de navires, Contracteurs, Artisans et autres du Canada et à l'Etranger.

GÉOMÉTRIE, TOISÉ

ET LE

TABLEAU
STÉRÉOMÉTRIQUE

LECTURE FAITE

DEVANT LA SOCIÉTÉ LITTÉRAIRE ET HISTORIQUE DE QUÉBEC

20 MARS 1872

PAR CHS. BAILLAIRGÉ, ECR.,

INGÉNIEUR CIVIL, ETC.

QUÉBEC
TYPOGRAPHIE DE C. DARVEAU
N° 8, Rue Lamontagne.

1873.

516.15
B157g
f1873

85648

PIECE IV

GÉOMÉTRIE, TOISÉ

ET LE

TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE

Par CHS. BAILLAIRGÉ, Ecr., Ingénieur Civil, etc.

(Lue devant la Société, 20 Mars 1872).

Il est inutile je pense, de présenter des excuses pour le choix du sujet que je vais traiter ; car malgré que ce sujet puisse, à première vue, paraître dépourvu d'intérêt et d'utilité pratique, il est au contraire, de la plus haute importance par suite de ses rapports avec presque toutes les industries de la vie.

La Géométrie est la base de nos travaux publics ; c'est à ses préceptes que nous devons tous les arts de construction, nos édifices, nos résidences, les fortifications de nos villes, nos forts, nos canaux et nos routes, et la merveilleuse architecture de ces palais et de ces forteresses flottantes qui parcourent nos fleuves et nos rivières, ou sillonnent les vastes mers. C'est le géomètre qui mesure et dessine, dans leurs véritables proportions, les diverses parties des états et des territoires, et qui, en réunissant ainsi leurs différents points, permet à l'œil d'apprécier l'importance de leurs positions relatives ; c'est lui qui dirige l'emploi de nos engins de guerre ; et les mouvements des armées dépendent de ses calculs. La Géométrie fait l'Astronome et guide le navigateur, et toutes les sciences s'y rapportent par quelque point. C'est la base de la mécanique, de l'hydraulique, et de l'optique ; et toutes les sciences physiques lui empruntent sans cesse quelque chose.

Dans une sphère moins élevée, la géométrie nous enseigne à mesurer et à dessiner ou représenter nos champs, nos jardins, et nos demeures privées ; elle nous permet de calculer et de comparer leurs produits et leur coût ; elle détermine des hauteurs et des distances inaccessibles, guide la main du dessinateur, et offre une infinité d'usages, souvent applicables à l'économie domestique.

La plus belle moitié du genre humain a la perception la plus vive et la plus appréciative des avantages et des beautés de cette science, comme le prouvent les combinaisons toujours variées et si finement imaginées de leurs dessins pour réseaux, dentelles, broderies, etc.

La Géométrie mesure l'étendue et compare des quantités d'espace les unes aux autres. Ses éléments sont des lignes, des surfaces, et des volumes ou solides. Une quantité d'espace, comme celle qui peut être occupée par un corps solide, s'appelle elle-même en géométrie, solide. Les limites de ce solide géométrique s'appellent surfaces, et l'on peut aussi imaginer ces dernières comme séparant un espace d'un autre espace aussi bien que le bornant. Elles constituent le zéro de solidité, mais elles ont une grandeur qui leur est propre et que l'on nomme superficie. Il est quelquefois intéressant et avantageux, en raisonnant sur les solides et leur mode de mesurage, de les considérer comme composés d'un nombre infini de surfaces ou de superficies superposées les unes aux autres comme les feuilles d'un livre. Si une surface est déterminée, la limite de tous côtés est une ligne qui n'a ni solidité, ni étendue superficielle, n'ayant de grandeur qu'en longueur. On peut imaginer les surfaces ou superficies, comme composées d'une infinité de lignes posées les unes à côté des autres. Si la ligne est déterminée, ses extrémités sont des points. Un point, par conséquent est un zéro, non-seulement en solidité et en superficie, mais aussi en longueur, n'ayant aucune grandeur ou proportion et ne conservant que de l'ordre ou une position, comme unique élément de son existence. On peut imaginer une ligne comme composée d'une série infinie de points posés les uns à la suite des autres. Dans la position des points on appelle angle l'écartement qu'il y a entre un premier et un second point, et un troisième. Nous avons ici toutes les notions élémentaires de la Géométrie, savoir : un point, une ligne, une surface, un solide, un angle. De ces définitions comme données on peut, par les lois de la logique, déduire une quantité considérable de science géométrique.

Le rapport de la Géométrie avec les autres sciences est double, donnant et recevant. Elle donne à la mécanique la seule possibilité de comprendre les lois du mouvement ; et elle en reçoit l'idée des points, des lignes et des surfaces mobiles, engendrant ainsi des lignes, des surfaces, des solides. Elle donne à la Chimie le seul moyen de rechercher la cristallisation et la polarisation, etc. ; et elle en reçoit de

nouvelles idées concernant la Symétrie des surfaces planes. Elle se rapporte également à la botanique et à la zoologie dans les lois de la forme et de la morphologie. Dans l'étude de l'esprit humain la Géométrie propose la question de l'origine des croyances, en donnant les premiers exemples de démonstration ; et par suite des recherches ainsi soulevées la Géométrie a reçu de siècle en siècle de nouvelles idées qui ont été la base d'une foule de nouvelles méthodes de recherche et de preuve. La Géométrie donne à la théologie des notions définies de l'ordre et de la sagesse de la création naturelle, et la théologie l'a poussé à faire de nouveaux et nombreux efforts à la recherche de ces questions théologiques.

Chasle dans son précieux "Aperçu historique des méthodes en géométrie" divise l'histoire de la géométrie en cinq périodes. La première est celle de la Géométrie Grecque, durant environ 1,000 ans, ou jusqu'à l'année 550 de l'ère chrétienne. Ensuite, après une pause d'environ 1,000 ans, la seconde période commence dans le rétablissement de l'ancienne géométrie vers 1550. Une troisième période fut signalée au commencement du 17^{ième} siècle par les co-ordonnées de Descartes et la géométrie analytique. La quatrième période fut inaugurée en 1684 par la sublime invention du calcul différentiel. La cinquième ère est signalée dans notre propre siècle par la "Géométrie Descriptive" de Monge, qui développa dans cet ouvrage l'idée de réduire les problèmes de géométrie solide en des problèmes de géométrie plane. On peut trouver un bel exemple de cette branche de la science dans la perspective linéaire, qui projette simplement les points d'un corps solide sur une surface plane au moyen de lignes droites de lumière partant de l'œil.

Depuis la publication de l'"Aperçu Historique" de Chasle, le nouvel ouvrage intitulé "Hamilton's Quaternions" a donné naissance à une sixième période.

On assure que la Géométrie Grecque commença avec Thalès et Pythagore qui en prirent les premières notions de l'Egypte et des Indes. Diodore, Hérodote et Strabon sont d'opinion que la science du mesurage prit naissance chez les Egyptiens qu'ils nous représentent comme forcés, — par suite de l'enlèvement ou de l'effacement des limites, résultant de l'inondation annuelle du Nil, — d'imaginer quelque méthode de s'assurer des anciennes bornes, après le retrait des eaux. De fait cette science doit être aussi vieille que l'homme, puisque l'Ecriture nous dit que Caïn bâtit une ville, ce qui ne pouvait se faire, il est évident, sans quelque connaissance de l'unité de mesure, qui est le premier principe du mesurage. Par le même témoignage infailible nous trouvons que les arts et les sciences ont été cultivés à un point remarquable longtemps avant le déluge. Jubal fut le père de tous ceux

qui jouèrent la harpe et l'orgue, et Tubalcain fut le maître de tous ceux qui travaillèrent l'airain et le fer. Il est aussi plus que probable que Noé connaissait très-bien la Géométrie telle qu'on la pratiquait de son temps, car il ne paraît pas qu'il ait éprouvé de difficulté à bâtir l'arche. Que cela soit ou non, il est bien connu que pendant des siècles l'Egypte a été la mère et la protectrice des arts et des sciences. De l'Egypte elles furent transportées en Grèce par Thalès, environ 600 ans avant l'ère chrétienne. Euclide, environ 300 ans avant Jésus-Christ, établit une école mathématique à Alexandrie, où Archimède, Apollonius, Ptolémée, Théon, etc., reçurent l'instruction du " prince des géomètres. " On doit cependant supposer avec raison qu'il existait avant Euclide des traités de géométrie, car Proclus affirme qu'Euclide perfectionna beaucoup de choses dans les éléments d'Eudoxe et dans ceux de Théatète, et établit, par les démonstrations les plus solides et les plus convaincantes, des propositions qui n'étaient que superficiellement expliquées.

L'école de Pythagore démontra l'incommensurabilité de la diagonale d'un carré et son côté, et rechercha les cinq solides réguliers. Ils avaient quelque connaissance des triangles et des cercles, et ils n'ignoraient probablement pas que le cercle et la sphère sont les plus grandes figures, de même périmètre et de même surface. Environ un siècle après Pythagore, le grand Platon et ses disciples commencèrent une série de découvertes rapides et étonnantes. L'ancienne méthode analytique du raisonnement géométrique consistait à prendre comme vrai le théorème que l'on voulait prouver et ensuite à démontrer qu'il renfermait la vérité de ces propositions seuls que l'on savait déjà être vraies. De nos jours, la méthode algébrique, permettant l'introduction de quantités inconnues, a pris le nom d'analytique. Les sections coniques embrassent, comme l'on sait, l'étude des courbes engendrées en coupant un cône par une surface plane ; et il y en a qui sont vraiment merveilleuses. Le cercle est la plus belle de toutes, et nous en voyons des exemples dans les mille et une formes de la vie journalière. L'ellipse, cette courbe presque magique, est décrite dans les cieux par chaque planète qui tourne autour du soleil, par chaque satellite qui tourne autour de sa planète primaire. Elle a deux centres ou foyers, et le soleil ou la planète primaire en est un. Dans ces cas elle se rapproche beaucoup du cercle, elle a peu d'excentricité, tandis que dans le cas des planètes elle s'étend presque indéfiniment. Elle est produite chaque fois que le plan d'intersection coupe le cône dans une direction oblique par rapport à son axe, l'angle formé par cette section et la base du cône étant en même temps moindre que celui compris entre la base et le côté. Imitant le divin Architecte l'homme a fait servir l'ellipse à ses besoins ; nous la voyons dans les arches de toutes grandeurs qui couvrent nos rivières et couronnent nos édifices,

grands et petits. L'artiste s'en sert comme d'un cadre parfait pour le plus beau des ovales, la figure adorable de la femme. L'ellipse a des propriétés toutes spéciales : par exemple, la somme de deux rayons ou lignes quelconques tirées de leurs centres à un point quelconque de la circonférence ou du périmètre de la figure, est une quantité constante ; et un rayon de lumière, de son, ou de chaleur lancé ou rayonnant d'un de ses foyers vers la circonférence, est réfléchi vers l'autre foyer. Vous avez tous entendu parler de la voûte acoustique de la Cathédrale St. Paul : c'est tout simplement un espace elliptique entouré de murailles, dans lequel, deux personnes placées aux foyers opposés, et comparativement éloignées l'une de l'autre, peuvent se parler à voix extrêmement basse, et sans le moindre danger d'être entendues par les autres personnes qui se trouvent dans la galerie. Nous avons ensuite l'hyperbole, courbe particulière, où ce n'est pas la somme de deux rayons ou lignes tirées des foyers à un point de la courbe qui est constante, mais leur différence. Nous l'obtenons dans le cône quand il est coupé par un plan à un angle plus grand que celui que forme le côté avec la base. C'est, dans un sens populaire, une figure quelque peu paradoxale, en ce sens que quelque prolongée qu'elle soit, et quoique se rapprochant ainsi de plus en plus de deux certaines lignes appelées ses asymptotes, et malgré que les lignes soient toutes près l'une de l'autre, cependant elle ne peut jamais les rencontrer lors même qu'on la prolongerait jusqu'à la fin des temps. Elle n'a pas, dans la pratique, l'importance des autres sections coniques, mais elle sert quelquefois, comme, par exemple, pour exprimer ou expliquer la pression variée de la vapeur agissant avec expansion à l'intérieur d'un cylindre ou autre vaisseau.

Nous arrivons maintenant à la parabole, cette courbe vraiment merveilleuse. Il est singulier que cette figure que présente chaque cône lorsqu'il est coupé par un plan parallèle à son côté, soit celle dans laquelle certains comètes visitent notre système — les comètes qui n'entrent qu'une fois dans notre système et en sortent pour n'y plus revenir. C'est une courbe qui, comme l'hyperbole, mais différente du cercle et de l'ellipse, ne revient pas sur elle-même, et dont les côtés ou les branches opposés se séparent toujours de plus en plus pour ne plus se rencontrer. C'est vraiment une courbe enchantée. N'est-il pas étrange que ce soit exactement la même figure que celle que décrit une pierre qui lancée obliquement dans l'espace, retombe sur la terre ! La connaissance de la théorie de cet arc si utile guide l'artilleur dans le jet de ses boulets et de ses bombes sur la forteresse ennemie ; la courbe qu'ils décrivent en montant dans l'espace, ils la reproduisent exactement en tombant à leur destination — l'arc ou la courbe entière est une parabole, et chaque partie de cette courbe est la moitié ou la contrepartie exacte de l'autre partie correspondante. Cependant

je n'ai pas fini de vous parler de cette si intéressante section. Chaque jet d'eau ou d'autre liquide sortant, sous l'effort de la pression, du côté d'un réservoir ou d'une citerne, ou de la pipe d'une pompe à incendie, décrit cette courbe ; et ainsi l'on peut s'assurer d'avance de la distance de la projection et en faire le calcul. Mais elle a encore d'autres applications, savoir : dans la construction du porte-voix, où la bouche se trouve au foyer de la courbe (car l'on a déjà compris d'après la description qu'elle n'en a qu'un,) et les rayons du son frappant sur les côtés du tube sont lancés en un faisceau, pour ainsi dire, parallèles l'un à l'autre, et droit à l'objet auquel on s'adresse. Vous voyez encore cette ligne courbe dans le miroir qui réunit les rayons parallèles du soleil, ou de toute source de lumière ou de chaleur, et les réfléchit tous de la surface au centre ou foyer, où l'on peut ainsi allumer une lumière ou un feu. Et encore, dans le réflecteur qui, dans les phares, réunit des rayons divergents du foyer et les lance à la fois au service de l'humanité. Mais moi aussi je m'égare, je crois ; et bien que la courbe ne revient pas sur elle-même, je ne la suivrai pas dans sa course vagabonde.

Moins de 150 ans après Platon, cette étude des sections coniques avait été poussée par Apollonius et d'autres à un degré tel que les géomètres qui les ont suivis l'ont à peine surpassé.

Les lieux (*loci*) géométriques sont des lignes et des surfaces déterminées par le fait que chaque point de la ligne ou de la surface remplit la même condition de position. Ainsi, le lieu (*locus*) d'un point également éloigné de deux points donnés quelconques, est la perpendiculaire tirée du centre de la ligne joignant ces deux points ; le lieu (*locus*) des sommets de tous les triangles ayant la même base et des surfaces égales est une ligne parallèle à la base ; le lieu (*locus*) des sommets de tous les triangles ayant la même base et le même rapport entre leurs côtés, est la circonférence d'un cercle ayant son centre dans la base prolongée, et de manière à la couper suivant le rapport voulu. La recherche de semblables lieux, depuis Platon jusqu'à nos jours, a été l'une des sources les plus fécondes du savoir géométrique. Avant Apollonius, Euclide introduisit en Géométrie un système de raisonnement extrêmement utile dans les cas où ni la synthèse — c'est-à-dire la preuve directe — ni la méthode analytique ne peuvent facilement s'appliquer, la *réduction à l'absurde* ; il consiste à prendre comme vrai le contraire d'une proposition, et ensuite à démontrer qu'il renferme la vérité de ce que l'on sait être faux. En même temps qu'Apollonius vivait Archimède qui introduisit en géométrie l'idée féconde de l'exhaustion. En calculant les polygones inscrits et circonscrits dans un cercle, et augmentant le nombre de côtés jusqu'à ce que la différence entre les polygones extérieurs et intérieurs devint extrêmement petite, Archimède arriva au premier rapport connu entre le diamètre et la

circonférence d'un cercle, qu'il trouva être comme 1 est à 3½. Hipparque, avant Jésus-Christ, et Ptolémée, après Jésus-Christ, appliquèrent les mathématiques à l'astronomie. Viète, inventeur de l'algèbre, l'appliqua à la géométrie. Képler introduisit l'idée de l'infinitésimal, perfectionnant ainsi l'exhaustion d'Archimède, et conduisit à la solution des questions des maxima et des minima. En même temps la méthode des fluxions de Newton et le calcul différentiel de Leibnitz paraissaient, et l'on fit une foule de belles découvertes sur les courbes en général. Les résultats en furent si féconds que, comme chacun le sait maintenant, l'on peut, des années d'avance, calculer et prédire le temps d'une éclipse de soleil, et ce, à une minute,—bien plus, à moins d'une seconde,—près. La réapparition d'une comète peut également être prédite pour le jour même qu'elle paraîtra dans les cieux, malgré une absence d'un siècle. Autrefois, quand ces phénomènes n'étaient pas annoncés, ils éclataient tout-à-coup sur le monde, semant partout la terreur, et jetant l'anxiété et la consternation dans toutes les âmes comme si le monde allait finir.

Quoique les éléments d'Euclide soient la base de toute éducation mathématique, cependant l'on tire des branches plus élevées de l'analyse une foule de règles précieuses, et qui paraissent n'avoir aucun rapport ou bien peu de rapport avec la géométrie. L'Analyse différentielle nous a fait connaître des vérités qui étonneraient les mathématiciens des siècles passés; et nous devons principalement à Newton les découvertes qui ont fait si considérablement avancer l'art du mesurage. Les artisans de toutes espèces doivent à la géométrie et au mesurage l'établissement de leurs diverses occupations; et la perfection de leurs travaux, et la valeur qui en est la conséquence, dépendent entièrement de leur rapprochement plus ou moins grand des règles de l'exactitude géométrique. Toutes les grandes et ingénieuses découvertes de l'humanité doivent leur origine à cette science sublime. A l'aide de cette science l'architecte tire ses plans et construit ses édifices. Pour bâtir des ponts au-dessus des rivières il faut une connaissance des plus exactes de la géométrie. Dans la construction des vaisseaux de toutes espèces, le savoir géométrique est également nécessaire; et le marin connaît très-bien l'utilité d'un bon astronome à bord de son vaisseau pour le guider à travers l'océan. La science sublime de l'astronomie est basée sur le savoir géométrique; et l'observateur avec son télescope tient pour ainsi dire une conversation avec les cieux. Enfin, toutes les élégances de la vie et une grande partie de son confort doivent leur existence à l'art géométrique. Le monde végétal abonde en productions formées avec plus que de l'habileté humaine; l'admirable réseau que l'on remarque dans les pétales de quelques fleurs est vraiment étonnant, et la plus exacte proportion y est toujours observée. Dans le monde minéral, la même

vérité frappe l'imagination ; et partout où l'œil de l'homme peut pénétrer, l'on trouve la même harmonie géométrique entre toutes les parties de la matière créée.

Et quel est le fondement, la base sur laquelle s'élève cette science de la géométrie ? Eh bien ! Ce n'est pour ainsi que sur une ou deux propositions élémentaires ; car si les vérités que l'on tire de ces propositions n'existaient pas, la science elle-même ne pourrait exister. Un de ces théorèmes fondamentaux est que dans chaque triangle rectiligne la somme des angles est constante et égale à deux angles droits, ou à 180 degrés ; de sorte que quand deux angles quelconques sont donnés, on trouve le troisième avec la plus grande facilité ; et nous pouvons ainsi arriver à connaître les distances qui nous séparent d'objets inaccessibles, ou qui divisent ces objets les uns des autres. C'est ainsi que l'arpenteur et l'ingénieur, à l'aide d'une ligne de longueur connue, et des angles observés à chacune des extrémités de cette ligne, peuvent, par une facile construction géométrique, ou par un calcul arithmétique, arriver à l'exacte largeur d'une rivière sur laquelle on veut jeter un pont. C'est ainsi que l'astronome, en adoptant une base plus large, arrive également au diamètre de la terre que nous habitons, sans qu'il soit nécessaire d'en faire le tour. La terre, à son tour, sert de base pour calculer la distance de la lune, du soleil, et des planètes ; et lorsque cette base fait défaut, comme dans le cas des étoiles fixes,—lorsque l'astronome aux deux bouts opposés de la terre, ou avec une ligne pour base d'environ huit mille milles d'étendue, ne peut trouver de différence entre la somme des angles observés et deux angles droits, il prend son temps, et prenant un des angles, un certain jour, il prend le second six mois après, lorsqu'il sera arrivé, avec la terre dans sa révolution annuelle autour du soleil, au bout opposé de l'orbite terrestre, et se sera ainsi assuré pour base d'une ligne de 200,000,000 de milles d'étendue—et cependant, même avec cela, il sera cruellement éprouvé, et rencontrera des difficultés presque surhumaines à résoudre ce grand problème de la distance des étoiles. Car, le croira-t-on ? cette distance est tellement effrayante, tellement inconcevable, que le troisième angle du triangle—celui qui est opposé à cette immense base de 200 millions de milles—n'est que la fraction d'une seconde, ou de la $\frac{36}{100}$ partie d'un degré. Et cependant, étrange contradiction, cette énorme distance de l'étoile fixe la plus proche—dont la lumière, qui parcourt avec une vitesse inconcevable, 200,000 milles par seconde, nous arrive en trois ans—est tellement petite, comparée à cet univers sans bornes, qu'il y a des étoiles dix fois—bien plus, 10,000 fois—plus éloignées, et encore plus loin, au delà des espaces où peuvent pénétrer les plus puissants télescopes, comme celui de Lord Rosse qui n'a pas moins de six pieds de diamètre, et qui a plus de 60 pieds de long.

Et si cette propriété du triangle n'existait pas—si la somme des trois angles n'était pas une quantité constante—nous aurions probablement ignoré et pour toujours, non pas peut-être la grosseur de la terre elle-même que l'on peut ceindre et soumettre à un mesurage direct, mais les distances et les grosseurs de tous les objets au-delà de la terre ou hors de notre portée immédiate, et l'homme serait privé d'une grande et inépuisable source de jouissance.

Les triangles ont une autre propriété sur laquelle je dois appuyer un instant : c'est que lorsqu'ils sont semblables et équiangles, leurs cotés homologues ou correspondants sont proportionnels ; et de cette propriété il résulte que dans chaque triangle à angle droit le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Ces deux propositions ou théorèmes, avec celui plus important dont nous avons déjà parlé, sont la base, pour ainsi dire, de toute science géométrique ; et tous les autres théorèmes et tous les problèmes de géométrie en dépendent intimement dans leur existence comme dans leur solution.

De ce que les côtés et les hauteurs des triangles semblables sont proportionnels, il s'en suit que leurs surfaces sont comme les carrés de chacune de leurs dimensions correspondantes. C'est-à-dire, si la base d'un triangle est double de celle d'un autre, sa hauteur est également double ; et comme deux fois deux font quatre, la surface du second est quatre fois celle du premier ; ou si la base de l'un est trois fois celle de l'autre, sa hauteur le sera également, et la surface sera 3 fois 3, ou 9 fois celle du premier. De là, tandis que les dimensions linéaires augmentent comme les nombres naturels 1, 2, 3, etc., les superficies augmentent comme les carrés de ces nombres, 1, 4, 9, etc., et cela fournit le moyen de diviser toute figure ou tout espace triangulaire en parties qui seront égales l'une à l'autre, ou auront entre elles un rapport désiré. Et ce qui est vrai pour les triangles semblables, est également vrai pour toutes les autres figures semblables—c'est-à-dire pour celles qui sont composées d'un nombre égal de triangles semblables et semblablement situés, ou qui peuvent se décomposer ainsi. Encore, de ce que chaque figure rectiligne peut se diviser en autant de triangles que la figure a de côtés, moins deux, et que la somme des angles de chacun des triangles constituants est égale à deux angles droits, il s'en suit donc que la somme des angles intérieurs de tout quadrilatère ou figure à quatre côtés a 4 angles droits ; que pour tout pentagone la somme des angles est égale à 6 angles droits ; pour un octagone, 12 angles droits ; et ainsi de suite. Cette propriété importante permet à l'arpenteur ou à l'ingénieur après avoir mesuré les angles d'une étendue de terre quelconque de vérifier l'exactitude de sa triangulation, et de découvrir une erreur, s'il y en a, puisque la somme de tous les angles, pris ensemble, et

quelles que soient les fractions d'un degré ou d'une minute qu'ils puissent séparément contenir, doivent, de toute nécessité, former un nombre exact ; et ce nombre doit être un nombre pair d'angles droits — 2, 4, 6, 8, 10 ou 20, selon le cas, — mais jamais 3, 5, 7, 9, ou tout autre nombre impair.

J'ai fait allusion au cercle comme étant la plus belle de toutes les figures, mais je n'ai encore jusqu'à présent rien dit de quelques propriétés très-utiles qu'il possède. Par exemple, un angle au centre d'un cercle se mesure par l'arc qu'il sous-tend ; nous savons tous cela et il ne paraît pas étrange qu'il en soit ainsi : il semble, au contraire, qu'il ne devrait pas en être autrement, et il suffit en conséquence de définir la chose, ou d'énoncer la proposition, pour qu'on y croie. Mais il est singulier que lorsque le sommet de l'angle est dans ou sur la circonférence, un tel angle ne soit que la moitié—ni moins, ni plus—de l'angle correspondant au centre ; d'où vient cette si curieuse et si utile propriété que tous les angles dans le même segment sont égaux l'un à l'autre ; aussi que chaque angle dans un demi-cercle est un angle droit. De là la possibilité de mener une tangente à un cercle de tout point quelconque en dehors du cercle ; de là aussi, le dessinateur sur sa planche ou son papier, ou l'arpenteur dans un champ, peut-il plus facilement et plus promptement tracer un angle droit. De là, encore, peut-on résoudre le très-beau et très-utile problème de trouver une moyenne géométrique entre deux lignes quelconques données, opération graphique par laquelle on peut extraire la racine carrée du produit de deux nombres quelconques données, ou trouver le côté d'un carré égal en superficie à celui d'un rectangle donné. Mais de même que l'on peut trouver une moyenne géométrique entre deux lignes quelconques, de même aussi peut-on déterminer l'une ou l'autre de ces lignes quand on en connaît une, ainsi que la moyenne entre elles. C'est de cette manière que l'ingénieur peut trouver le rayon d'une courbe de chemin de fer, car ces courbes sont généralement d'une vaste étendue, et, contrairement à ce qui se fait pour le cercle sur une planche ou une feuille de papier, on n'en peut ni voir ni trouver le centre, ni on n'en peut mesurer le rayon. Si vous rencontrez une partie de tronc d'arbre, et si vous êtes curieux de connaître la grosseur de l'arbre d'où elle a été coupée, tirez une corde sur cette partie de tronc d'arbre, bissectez cette corde, carrez-en la moitié, divisez le produit par le sinus verse ou la hauteur ou largeur du segment à son centre, et vous aurez le reste du diamètre. Ce n'est pas tout ; car l'astronome calcule sur une échelle 10,000 fois plus vaste, ou même sur des millions, et presque de la même manière, d'après une connaissance d'une petite partie de l'arc ou de l'orbite, ces cercles immenses, quelqu'excentriques qu'ils soient, que les satellites décrivent autour de leurs primaires, et les

planètes autour du soleil. Oui, et de même que l'ingénieur, sans un centre ou un rayon, peut suivre sa courbe à travers les forêts et les eaux de la terre, de même l'astronome peut suivre ses immenses circuits à travers les forêts étoilées des cieux d'azur. C'est encore ainsi que l'on suit la comète vagabonde, l'œil fixée sur sa course toujours variée à travers les étoiles, et qu'avec la plus petite partie de son circuit l'on peut calculer sa forme elliptique qui permettra de prédire avec certitude l'époque de son retour périodique. La même série d'observations fera aussi connaître si sa route à travers les planètes n'est pas elliptique, mais plutôt parabolique, ou celle de quelque étrange météore qui approche de ce monde pour la première fois, et le laissera pour n'y jamais revenir—à moins, sans doute, que la route décrite ne se rapproche de bien près de la forme elliptique, et que, comme dans l'astronomie politique, l'influence ou l'attraction de quelque grande planète ne le fasse s'écarter de sa voie, dérangeant ainsi sa direction, de manière à amener le phénomène d'une transformation.

Je viens de dire que l'angle à la circonférence d'un cercle est la moitié de l'angle au centre sur le même arc, et l'on peut tirer un grand avantage de cette propriété. En levant le plan de la côte d'un pays dans le but d'en reproduire, sur des cartes marines et géographiques, les bas fonds et les écueils, l'hydrographe prend ses angles de points immédiatement au dessus de ceux dont on veut s'assurer des positions, à trois points ou plus du rivage, et dont les distances entre eux sont connus. Maintenant si les angles auxquels on a fait allusion étaient adjacents à l'une des distances mesurées, la solution du problème se réduirait à déterminer le troisième angle et les deux autres côtés d'un triangle dont deux angles et un côté seraient connus. Mais les éléments ne sont pas en contact ; ils ne sont pas adjacents ; comment alors peuvent-ils être réunis afin d'en faire le calcul ? Comment ? par cette si belle propriété du cercle que l'on vient d'énoncer—qu'un angle ayant son sommet dans la circonférence est égal à tout autre angle semblablement situé, portant sur le même arc, c'est pourquoi si l'on décrit un cercle autour de trois des points indiqués dans le problème—et, comme nous le savons tous, il est facile de décrire ainsi un cercle—et si l'on fait tourner les deux angles, pris du point hydrographique sous considération, autour du cercle, jusqu'à ce que le sommet de chacun arrive aux extrémités de la base, on aura fait disparaître toute difficulté, et le problème se réduira à résoudre un cas de trigonométrie plane. C'est ainsi qu'un de mes anciens élèves, Mr. R. Steckel, maintenant employé au Département des Travaux Publics, à Ottawa, a résolu, de la manière la plus ingénieuse et la plus simple, le problème de l'interpolation d'une ligne, ou le problème consistant à trouver la partie inconnue B C, d'une ligne droite, A B C D, à la-

quelle trois angles ont été pris d'un cinquième point, P, dont on veut connaître la position. La solution en est donnée à la page 251 de mon traité de Géométrie, etc., publié en 1866 ; et à la page 277 du même ouvrage se trouve une solution très-ingénieuse d'un problème vraiment difficile dans la division des terre—celui de diviser un quadrilatère en superficies égales ou proportionnelles, avec des côtés aussi proportionnels à ceux de toute la figure.

Il y a encore quelques autres propriétés du cercle que je ferai remarquer avant de laisser tout-à-fait le sujet. Ainsi, deux tangentes menées à un cercle d'un point quelconque en dehors sont égales, et la tangente est perpendiculaire au rayon qui est tiré à son point de contact ; et de ces circonstances, et du fait déjà énoncé, que la somme des trois angles d'un triangle est égale à deux angles droits, il devient possible de calculer le diamètre de la terre en observant simplement l'angle de dépression de l'horison, du sommet d'une montagne ou autre lieu élevé, dont on connaît la hauteur au dessus de la surface de la terre. On peut toujours décrire un cercle capable de contenir un angle donné sur une base donnée ; de là, par exemple, si l'on connaît la hauteur du mât sur la citadelle, et l'angle qu'il sous-tend du côté opposé de la rivière, et la largeur de la rivière, on peut facilement calculer la hauteur de la citadelle elle-même. On trouve la solution ou construction géométrique de ce problème, ainsi que d'un grand nombre d'autres d'utilité pratique, de la page 232 à la page 331 de mon traité. Du fait qu'un angle à la circonférence est la moitié d'un angle au centre, il résulte aussi que pour inscrire une figure à quatre côtés dans un cercle il faut que les angles opposés, pris ensemble, soient égaux à deux angles droits ; et de ce que deux lignes ou cordes quelconques qui se coupent l'une et l'autre dans un cercle ont les parties de l'une proportionnelles à celles de l'autre, on peut trouver le diamètre ou le rayon d'un cercle dont forme partie, une zone, ou partie renfermée entre deux cordes parallèles quelconques. Et, encore, du fait que si deux lignes sont tirées d'un point quelconque en dehors d'un cercle au côté opposé ou concave du cercle, ces lignes sont réciproquement proportionnelles à leurs segments situés en dehors du cercle, résulte une des manières de résoudre ce cas de trigonométrie plane où les trois côtés d'un triangle étant donnés il faut trouver les angles ; et une tangente menée du même point extérieur au cercle est une moyenne géométrique, ou une moyenne proportionnelle entre l'une ou l'autre des lignes ci-dessus mentionnées, et sa partie extérieure ; d'où résulte une manière de tracer une courbe de chemin de fer, par exemple, à travers deux points quelconques données, et tangente à la partie droite ou courbe d'un autre chemin.

Que de choses encore je n'ai pas le temps de raconter ! Et cependant, chose étrange, cette figure, la plus régulière de toutes les figures,

celle que l'homme a fait servir à une foule d'objets d'utilité pratique, celle que l'on peut tracer avec tant de facilité, on n'en a jamais pu encore trouver la circonférence ni la surface. Archimède, comme je l'ai déjà dit, trouva un rapport rapproché du diamètre à la circonférence celui de 1 à $3\frac{1}{2}$; Metius, un rapport de 1 à 3.141592, etc. En 1590 Ceulen, qui vivait du temps de Métius, étendit la calcul à 36 décimales, qui furent gravées sur sa tombe. Il arriva à ce résultat en calculant les cordes des arcs successifs, dont chacun était la moitié du précédent; le dernier arc dans ce cas étant le côté d'un polygone de 36,893,488,147,419,103,233—près de 37 millions de fois 419 millions de côtés. Le mode de calcul fut plus tard grandement simplifié par Snell, qui, à l'aide d'un polygone de 5,242,880 côtés seulement, porta le rapprochement à 55 chiffres. Le calcul fut continué durant le dernier siècle par d'autres mathématiciens, qui portèrent successivement le nombre des chiffres à 75,100,128, et 140 décimales.

Malgré que Lambert, en 1761, et Legendre, dans ses éléments de géométrie, aient prouvé que le rapport du diamètre d'un cercle à sa circonférence ne peut pas être exprimé en nombres, le désir de satisfaire ceux qui espéraient encore trouver ce rapport, conduisit d'autres mathématiciens à continuer d'ajouter à ces chiffres. En 1846, on avait obtenu 200 décimales, et 250 l'année suivante. En 1851 le nombre fut porté à 315; ensuite à 350. Shanks le porta à 527, et en 1853 à 607 décimales. Quand il devint évident que l'expression arithmétique pour ce rapport était hors de question, un grand nombre de personnes continuèrent à espérer quelque solution géométrique du célèbre problème: mais il est généralement reconnu à présent que cette méthode est impraticable; et l'on doit admettre qu'il n'est résulté qu'un insignifiant avantage, si même il en est résulté, de cette quantité énorme de temps et de travail consacrée à cette fameuse proposition. L'Académie Française des sciences, en 1775, et, peu après la Société Royale de Londres, dans le but de décourager des recherches aussi futiles et aussi stériles, refusèrent de prendre davantage connaissance de toute communication se rapportant à la quadrature du cercle, à la trisection d'un angle, à la duplication du cube, ou au mouvement perpétuel. Une approximation de 600 chiffres, ou même moins, équivaut à une parfaite et complète exactitude; car, qu'on remarque bien qu'il suffit de prendre seulement 17 décimales pour éviter une erreur de la millième partie d'un ponce sur les six cents millions de milles qui constituent la longueur de l'orbite de la terre autour du soleil. Dix décimales donnent la circonférence de la terre à moins d'un ponce près, et 13 décimales à moins de la millième partie d'un ponce, ou moins que l'épaisseur d'un cheveu; et, dans tous les cas, les chiffres déjà trouvés sont plus que suffisants pour déterminer avec une exactitude absolue, non seulement les dimensions et les

distances des planètes, mais aussi des étoiles ou nébuleuses les plus éloignées que l'homme puisse découvrir à l'aide des télescopes les plus puissants, ou de celles qu'il pourrait découvrir avec des instruments d'optique 10,000 fois plus puissants que ceux qu'il possède déjà.

Faisant encore allusion au célèbre problème de la trisection d'un angle, je dois encore une fois saisir l'occasion de protester, publiquement, comme je l'ai déjà fait, quoique sans résultat, à la page 330 de mon traité de 1866, non contre la solution prétendue et ridicule de ce problème par un certain M. Thorpe, d'Ottawa, après avoir, dit-il, lui-même—le pauvre homme!—consacré 84 années de sa vie à sa découverte, mais contre le gouvernement du Canada—le Bureau des Patentes—pour avoir sanctionné la prétendue solution en émettant des Lettres-Patentes qui la confirment, et donnant ainsi le pas aux opinions des employés du gouvernement sur celles de cette foule de *savants* d'Europe et d'autres pays qui ont, et avaient longtemps auparavant, déclaré impossible la solution géométrique de ce problème—quoiqu'il y ait, sans doute, comme pour le cercle, des méthodes au moyen desquelles on puisse se rapprocher le plus près possible de la véritable solution.

Encore quelques remarques sur quelques propriétés de certaines figures planes, et j'en aurai fini avec cette partie de mon sujet.

Dans les parallélogrammes (inutile pour moi de vous rappeler ce qu'ils sont; leur étymologie le fait assez comprendre), M. Steckel démontra que chacun des compléments autour du diamètre est une moyenne proportionnelle entre les parallélogrammes qui le composent, propriété que j'ai heureusement pensé à appliquer (voir page 190 de mon traité) à la solution d'un problème qui se présente souvent dans la division des terres par une ligne droite passant à travers un point donné. Ce problème était autrefois une affaire de quelque difficulté, qu'on le considérât d'une manière algébrique ou géométrique (voir de la page 519 à la page 522 de "Gillespie's Land-surveying," où la formule prend trois lignes de chiffres imprimés.

L'hexagone régulier ou polygone à six côtés est la seule figure, outre le carré et le triangle équilatéral, qui puisse se joindre à une autre sans laisser d'espace entre elles, comme en laisse l'octogone, par exemple—fait dont un peut voir des exemples dans les tapisseries, les patrons de prélats, et dans les tuiles de marbre ou de mosaïque. Maintenant, l'abeille même sait si bien sa géométrie qu'elle construit ses cellules en hexagones. Le carré ou le triangle auraient rempli la condition de ne laisser aucun interstice, aucune perte d'espace entre les cellules; mais ni l'un ni l'autre n'auraient été aussi bien adaptés que l'hexagone à la forme presque circulaire du corps de l'insecte. Mes jeunes amis diront sans doute que la forme circulaire au lieu de la forme hexagone aurait même été préférable pour que l'abeille put

y établir sa demeure et s'y mouvoir. Accordé ; mais les cercles, comme les octagones et d'autres figures, ne se joignent pas sans perte d'espace ; et il y a une autre considération, et sans doute de beaucoup plus importante pour l'abeille : c'est que, avec l'hexagone, chaque cloison sert pour deux cellules contiguës, tandis qu'avec le cercle ou le cylindre il en aurait fallu une complète pour chaque petit animal et la quantité de cire nécessaire en aurait été presque doublée.

Il y a, et depuis longtemps, une tendance vers la vulgarisation des sciences, exactes et autres, et cette tendance a encore plus sa raison d'être qu'autrefois. Il y a deux mille ans, du temps d'Euclide, la vapeur et l'électricité étaient inconnues ; on n'était pas versé dans la pneumatique, l'optique et la chimie ; et personne ne songeait à la photographie. L'on pouvait alors consacrer des années à l'étude seule des mathématiques. Nous ne le pouvons pas maintenant : la vie est trop courte, et il y a trop de choses à apprendre. C'est imbu de cette idée que j'écrivis mon traité en 1866. Personne n'avait osé avant moi porter une main sacrilège sur les vénérables enseignements du prince et du patriarche des géomètres ; je ne l'ai point voulu non plus ; mais ce que j'ai fait (et l'on admettra que je n'avais pas tout-à-fait tort) a été de réduire, de plus de la moitié, les propositions distinctes et démontrables du géomètre Grec, tout en retenant toutes ses conclusions.

J'ai retranché entièrement le cinquième livre. Je l'ai ôté des éléments et j'ai placé tout ce qu'il enseigne dans mes " principes, " changeant en axiomes quelques-unes des propositions d'Euclide et en corollaires quelques autres ; car je considère que pour concevoir et admettre la vérité d'un axiome, il se fait dans l'esprit une certaine suite de raisonnements, quelque courte qu'elle soit. Par exemple, des rapports égaux sont des quantités égales, et les quantités qui sont égales à une même quantité ou à des quantités égales, sont égales entre elles. Il s'en suit, par conséquent, comme simple corollaire de cet axiome, que " Les Rapports qui sont égaux à un même rapport ou à des rapports égaux sont égaux entre eux ; de là je ne vois pas la nécessité d'en faire une proposition démontrable. J'ai encore fait un axiome de la proposition F de " Playfair's Euclid, " et je me crois justifiable ; car les quantités qui sont composées des mêmes quantités ou de quantités égales, sont égales l'une à l'autre ; et puisque les rapports sont des quantités—numériques—donc les " Rapports qui sont composés des mêmes rapports ou de rapports égaux sont égaux l'un à l'autre. " J'ai fait des demandes des 2^de et 3^ème propositions d'Euclide, livre I. De sa 22^ème proposition j'ai fait ma 1^ère, et j'en ai déduit sa 1^ère proposition comme simple conséquence. Pourquoi, par exemple, faire un théorème de l'énonciation du fait que deux lignes parallèles à une 3^ème sont parallèles l'une à l'autre, ou que

deux triangles semblables à un troisième sont semblables l'un à l'autre ? car, qu'est-ce qui constitue ce parallélisme de lignes, cette similitude des triangles, sinon l'égalité de distance dans le premier et l'égalité de l'espace angulaire dans le second ? De là, j'ai fait de l'un un corollaire à ma définition des lignes parallèles, et de l'autre un corollaire à ma définition des figures semblables. Je n'ai fait qu'une proposition de la 35ème et de la 36ème du 1er livre d'Euclide ; car Euclide lui-même qui dans sa 4ème et sa 8ème proposition du même livre, place ses figures l'une sur l'autre pour prouver leur égalité, aurait de même pu superposer les bases égales de ses parallélogrammes, de manière à les considérer comme une et même base, ce qui lui aurait permis de faire de la seconde proposition un simple corollaire de la première. Encore, pourquoi Euclide n'a-t-il pas réduit à de simples corollaires de ses 33ème et 34ème propositions, les deux propositions suivantes, 37 et 38, du même livre, d'après sa propre assertion dans ses axiomes que les moitiés ou doubles d'une même quantité, ou de quantités égales sont égales entre elles ? Dans le second livre j'ai ajouté un lemme qui démontre combien est importante et féconde en résultats la cinquième proposition de ce livre. Je ne puis qu'approuver Clairaut lorsqu'il dit que si Euclide considérait nécessaire de démontrer une proposition aussi évidente d'elle-même que celle qu'une ligne joignant deux points dans la circonférence se trouve entièrement dans le cercle, c'est parce qu'il avait à répondre, en les réfutant, aux objections de sophistes obstinés qui se faisaient une loi de refuser de se rendre aux vérités les plus évidentes ; car il vaudrait autant prouver que la diagonale d'un carré se trouve dans la figure et non au dehors, ou que le centre d'un cercle est à l'intérieur. Quelle différence y a-t-il entre trouver le centre d'un cercle ou d'une partie seulement de sa circonférence ? Et encore, quelle différence entre circonscrire un cercle à un triangle, et en faire passer un par trois points donnés ? Pourquoi, alors, Euclide et ses commentateurs, ont-ils fait de ces problèmes autant de propositions différentes, quand ils ne constituent réellement qu'une seule et même opération ? Une solution différente de la 33ème proposition du 3ème livre d'Euclide permet de réduire ses trois cas différents en un seul ; et il en est de même des 35ème et 36ème du même livre. J'ai suivi de semblables procédés pour réduire en nombre les propositions démontrables du 4ème livre ; et dans le 5ème que j'ai mis, comme je l'ai déjà dit, parmi les principes, la substitution du mot "quantité" au lieu de "grandeur" avec sa signification définie, devant comprendre des quantités numériques aussi bien que d'autres, m'a permis de raisonner sur les nombres, et de donner, comme je l'ai fait, la méthode d'arriver à la solution numérique et pratique des nombreux problèmes contenus

dans mon ouvrage. Dans le sixième livre d'Euclide, pourquoi les théorèmes 14 et 15 seraient-ils séparés, vu l'axiome deux, qui dit que ce qui est vrai pour le tout est vrai pour la moitié ? Ces citations suffiront pour donner une idée du procédé de réduction et de généralisation que j'ai suivi dans la géométrie des lignes et des surfaces ; j'ai modifié de la même manière les démonstrations ordinaires de la géométrie solide, et de la trigonométrie plane et sphérique. Et mon traité n'est pas moins strictement logique dans tous ses enseignements que celui d'Euclide, chaque proposition dépendant pour sa démonstration ou sa solution de celles qui précèdent et nullement de celles qui suivent.

TOISÉ.

SURFACES.

Il est évident que chaque triangle est la moitié, la moitié exacte, de son parallélogramme correspondant. Maintenant, le parallélogramme est, en superficie, égal au rectangle de même base et de même hauteur ; car si la partie oblique ou triangulaire est coupée d'un bout et ajoutée à l'autre, la figure devient un rectangle ; et comme la surface d'un rectangle est égale au produit du nombre d'unités de sa base et de sa hauteur, il s'en suit que la surface de tout triangle est égale à la moitié du produit de sa longueur et de sa largeur. On peut alors adopter cela comme un principe au moyen duquel peuvent se diviser toutes les figures planes, et leurs surfaces constituantes de calculer séparément, puis ajouter ensemble. Dans le cas des polygones réguliers, le calcul de leurs surfaces se simplifie beaucoup, en ce qu'ils peuvent se diviser, du centre, en autant de triangles égaux qu'il y a de côtés. La surface du trapèze est la moitié du produit de sa hauteur par la somme de ses côtés parallèles.

Un secteur de cercle n'est rien qu'un triangle de hauteur égale partout, ou ayant une base circulaire, dont chaque point est équidistant du sommet ; et sa surface, par conséquent, est égale à la moitié du produit de sa base par sa hauteur ; car on peut concevoir sa base comme divisée en un nombre de parties telles que chacune sera, sans erreur sensible, une ligne droite, et de là la règle ; car c'est évidemment la même chose de calculer séparément et de prendre la somme des triangles constituants du secteur, ou d'ajouter leurs bases contiguës, et de multiplier, une fois pour toutes, par la hauteur ou rayon. Encore, le cercle tout entier n'est fait que de secteurs ou triangles contigus, d'où il suit que la surface de tout cercle est égale à la moitié du produit de sa circonférence par le rayon. Ensuite, nous avons à

considérer parmi les figures planes le segment d'un cercle, ou ce qui est renfermé entre une corde et son arc correspondant ; et qui est évidemment égal à la surface du secteur, moins la surface du triangle formé par la corde et les rayons. Maintenant, la lunule, figure semblable à la nouvelle lune, d'où vient son nom, est formée de deux arcs non concentriques de même ou de différents rayons : la surface de cette figure est la différence de ses deux segments constituants, de sorte qu'une simple répétition du procédé que l'on vient de décrire en mesurera la superficie. La Zone ou partie d'un cercle entre deux cordes parallèles peut aussi se concevoir comme la différence entre deux segments, et l'on en trouve la surface en conséquence. Les anneaux concentriques et excentriques sont, comme de raison, égaux en superficie à la différence de leurs cercles constituants. La surface de l'ellipse est égale au produit de ses diamètres multipliés par .7854 ; car l'on trouve par la manière ci-dessus énoncée, que la surface d'un cercle dont le diamètre est un, est .7854 ; en d'autres termes, la surface du cercle est environ $78\frac{1}{2}$ par cent du carré qui le circonscrit, de sorte qu'on arrive plus promptement à cette surface en multipliant le diamètre par lui-même et en réduisant le résultat au rapport voulu. L'ellipse étant analogue au cercle, on en trouve la surface d'une manière correspondante. Je puis ajouter que la surface de la parabole est exactement les $\frac{2}{3}$ du rectangle qui le circonscrit.

Il y a une méthode plus générale d'arriver aux surfaces de toutes les figures planes ; c'est de les diviser en un certain nombre de trapèzes par une série de lignes ou d'ordonnées parallèles et équidistantes, et de multiplier la largeur ou distance commune entre les lignes par la somme ou les longueurs réunies de toutes moins la première et la dernière dont on ne doit prendre que la moitié ; et cela s'applique à toutes les figures imaginables où, plus les coordonnées seront près les unes des autres, plus la surface en sera, comme de raison, exacte. Il y a quelques figures bornées par des lignes curvilignes, dont il est néanmoins facile de calculer les surfaces ; par exemple, quand une partie convexe d'une figure est compensée par une concavité correspondante, comme dans les surfaces développées des voûtes ou des plafonds cintrés d'intersection, ou, sur une plus petite échelle, la surface développée du coude d'un tuyau ou cylindre de toute espèce. Enfin il y a une méthode pour mesurer les surfaces de figures très-irrégulièrement décrites, par un système de lignes compensatoires tirées de manière à renfermer des parties de l'espace superficiel en dehors de la figure, qui peuvent remplacer les parties laissées en dehors des lignes ou y être équivalentes.

SOLIDES.

Le mesurage des solides comprend celui de leurs surfaces aussi bien que celui de leurs volumes ou solidités. On peut classer les

solides en prismes et prismoïdes, cylindres et cylindroïdes, pyramides, cônes et conoïdes, fuseaux, sphères et sphéroïdes. Les prismes sont des solides qui ont deux bouts ou bases égales et parallèles, et dont toutes les autres faces sont des parallélogrammes ; de sorte que le prisme est égal en diamètre ou en largeur dans toute son étendue ; il diffère sous ce rapport de la pyramide ou du prismoïde dont les côtés s'inclinent ou se terminent en pointe à un bout de la figure. Un prisme peut avoir un triangle pour base ou toute autre figure, et s'appelle, d'après la nature de telle base, triangulaire, quadrangulaire, pentagone, et ainsi de suite. Le cylindre n'est rien qu'un prisme ayant une base circulaire, ou un polygone d'un nombre infini de côtés. Parmi les prismes, le parallélopipède est celui dont les faces opposées sont parallèles, comme le nom l'indique, comme dans le cube ; par suite de quoi, tout côté ou toute face de ce solide ou d'autres semblables, peut être considéré comme base. Nous savons tous ce qu'est une pyramide, de même qu'un cône, qui n'est qu'une pyramide à base circulaire. Un conoïde est une espèce de cône arrondi au sommet comme une poire, ou comme le cône de glace à la chute Montmorency. On peut le concevoir engendré ou tracé dans l'espace par la révolution d'une parabole, ou autre figure semblable, sur son axe ; et elle est connue, d'après le nom de la courbe génératrice, comme conoïde parabolique, hyperbolique. Le tronc d'une pyramide, d'un cône ou d'un conoïde, est cette partie du solide qui reste après que le sommet en a été retranché ; et on dit qu'il est contenu entre des bases parallèles quand le plan qui la coupe est parallèle à celui sur lequel repose le solide. Tous ces solides peuvent être droits ou inclinés ; et ils doivent être désignés tels qu'ils sont, comme "un prisme pentagone droit, une pyramide octagone inclinée, un cône ou conoïde incliné. Le fuseau, comme son nom populaire l'indique, est une forme bien connue, étant circulaire et diminuant du centre vers les extrémités : il peut être engendré par la révolution d'un arc de cercle, ou d'une ellipse, ou par une parabole ou hyperbole, autour d'une ligne que l'on appelle l'axe du fuseau, et, comme le conoïde, il tire son nom distinctif de celui de la courbe génératrice, comme un fuseau circulaire, elliptique, parabolique ou hyperbolique,—non pas que le fuseau en lui-même, soit un solide très-important, mais parce que son tronc central est la représentation de presque toutes les formes de futailles, que l'on rencontre partout. La sphère, la plus belle forme de tous les solides, et celle qui, comme je l'ai déjà dit, contient en elle-même plus d'espace ou de volume que tout autre figure d'égale superficie ; le sphéroïde ou la sphère aplatie qui est la figure de notre terre, de la lune, du soleil et des planètes, qui toutes sont aplaties aux pôles et proéminentes à l'équateur ; et enfin, l'ellipsoïde ou sphéroïde allongé, complète les classes ou espèces variées

de solides, ou figures renfermant un certain espace, avec leurs troncs, segments, onglets ou sabots, et autres sections que les bornes d'une lecture ne me permettent pas de définir d'une manière plus complète.

LE TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE.

J'arrive maintenant à l'objet pour ainsi immédiat de cette lecture, à celui qui, peut-être, m'a procuré jusqu'à un certain point, l'honneur d'une invitation, de la part de la Société Littéraire et Historique de Québec, à lecturer dans l'enceinte classique de ses salles. Je serais heureux d'avoir pu traiter ce sujet d'une manière à justifier la courtoisie d'un auditoire aussi nombreux et aussi capable d'apprécier, d'avoir pu quelque peu intéresser l'élite, l'aristocratie, si je puis m'exprimer ainsi, de la partie instruite et intelligente de cette ville, qui a bien voulu m'honorer ce soir de sa présence et de sa gracieuse et délicate attention. Je veux parler du *Tableau Stéréométrique* que vous voyez devant vous, et dont il me faut vous dire quelque chose, même au risque de paraître partial pour moi-même. Ce *Tableau*, qui se compose de quelque 200 modèles dont chacun peut être retiré et replacé à volonté, et mis entre les mains de l'élève afin qu'il en fasse l'examen, comprend presque toutes les formes élémentaires qu'il est possible de concevoir. Parmi ces formes se trouvent celles que je viens d'énumérer, comme les prismes et prismoïdes, les cylindres et cylindroïdes, tous deux droits et obliques, ainsi que leurs troncs et onglets; les pyramides, les cônes et conoïdes, droits et obliques, avec leurs troncs et onglets ou sabots; la sphère avec ses subdivisions en hémisphère, quart de sphère, demi-quart de sphère ou pyramide tri-rectangle, segments, zones, troncs et onglets, et beaucoup d'autres sections de ce solide; le sphéroïde allongé ou aplati, avec leurs nombreuses sections et subdivisions; les fuseaux et leurs sections, renfermant des modèles de futailles de toutes espèces; les cinq polyèdres réguliers, aussi appelés corps platoniques, quoiqu'ils fussent connus avant Platon. Il y a aussi une foule d'autres formes variées telles que les cônes et autres solides convexes et concaves, et leurs troncs et onglets; les anneaux concentriques et excentriques, et un certain nombre de figures composées, formées des solides élémentaires que je viens d'énumérer, ou capables d'être subdivisées en ces solides.

Mon but dans la préparation de ce *Tableau* a été de généraliser et de rendre facile et populaire l'étude des solides, et la manière d'en mesurer les surfaces et les solidités ou volumes. Les faces latérales ou côtés et les bases ou bouts opposés ou parallèles de ces solides produisent toutes les figures planes, depuis le triangle, le carré et le

polygone jusqu'au cercle, l'ellipse, la parabole, etc., avec leurs sec-teurs, segments, zones et lunes constituants. Vous avez déjà appris à calculer la superficie de ces figures. Les modèles donnent aussi des exemples de superficies convexes, comprenant le triangle et le poly-gone sphérique, la zone sphérique, la lunule et le segment, et toutes leurs parties constituantes. La manière d'arriver aux superficies de ces figures est de les assimiler à des figures planes au moyen d'une division de la surface concave ou convexe par des ordonnées équidis-tantes décrites de l'extrémité de l'axe fixe du solide, ou de celui autour duquel on suppose que la courbe génératrice a tourné en décri-vant le solide. La distance entre les ordonnées dont chacun, d'après la description que l'on vient de donner, est, évidemment, un cercle ou partie de cercle, est rendue si petite qu'elle permet à l'arc intermédiaire d'être considéré comme une ligne droite ou à peu près. Les figures ainsi décrites sur le solide sous considération sont ou des zones, ou parties de zones continues, et doivent être considérées comme des trapèzes—la première étant continue, les autres ne l'étant pas, ou ne l'étant qu'en partie. Maintenant, pour obtenir la surface d'un trapèze, qui, comme je l'ai déjà défini, est une figure plane avec deux côtés parallèles,—et ces derniers peuvent, comme de raison, être circulaires ou courbes aussi bien que droits,—la moitié de la somme des côtés est multipliée par la distance perpendiculaire entre eux, ou par la hauteur ou largeur de la figure ; et la même règle appliquée à la surface courbe que l'on doit calculer s'exprime ainsi : à la moitié de la somme des longueurs des ordonnées des bouts—c'est-à-dire, de la première et de la dernière—ajoutez la somme de toutes les autres or-données ou de tous les arcs ou cercles, et multipliez le tout par la dis-tance entre les ordonnées ou par la largeur de la zone composante. La longueur combinée des cercles ou circonférences s'obtient aisé-ment en multipliant la somme de leurs diamètres par $3\frac{1}{2}$, ou plus cor-rectement, par 3.1416. Cette règle, comme je l'ai appliquée (page 669 de mon traité de géométrie) à une hémisphère de 263 unités de dia-mètre, et avec seulement quatre ordonnées ou cinq segments ou zones, donne le résultat à moins de un par cent de la vérité ; tandis qu'avec neuf ordonnées, l'erreur du résultat n'est que la sixième partie de un par cent ; et avec 19 ordonnées, ou 20 sections, la $\frac{1}{10}$ partie de un par cent, ou moins de $\frac{1}{1000}$ du contenu vrai. Non pas que j'insiste, ce-pendant, sur cette méthode de mesurage pour les surfaces convexes ou concaves, où il y a d'autres règles qui, comme dans le cas de la sphère ou sphéroïde parfaite, ou des segments de ces corps, en donne les surfaces courbes exactes ; mais le grand et manifeste avantage de ce système général est, que son exactitude est indépendante de la forme du corps que l'on doit mesurer ; tandis que si la règle pour une sphère, par exemple, était appliquée à un corps qui ne serait pas

strictement sphérique, l'erreur du résultat serait de beaucoup plus considérable que si on employait le système des ordonnées équidistantes,—pour ne rien dire du grand avantage pour le mesureur pratique de n'avoir à charger sa mémoire que d'une règle générale applicable à tous les cas, la même que celle pour les figures planes ; par suite de quoi toutes les surfaces ou superficies, planes ou convexes, se trouvent par une seule et même formule, savoir : une subdivision, par des lignes parallèles et équidistantes, en figures dont chacune est un trapèze—continue ou non-continue, il n'importe. Il reste maintenant à calculer les volumes ou contenus cubiques des solides du *Tableau*, qui, comme je l'ai déjà dit, comprennent toutes les formes élémentaires connues ; et c'est ici que je revendique spécialement l'introduction d'un système de mesurage qui n'est pas exact d'une manière approximative dans son application à la grande majorité des formes géométriques, mais dont l'exactitude absolue est prouvée et hors de doute. La règle est simplement ce qu'elle veut être, comme elle est imprimée en tête du tableau, *i. e.* : “A la somme des surfaces des bases parallèles, ajoutez quatre fois la surface intermédiaire, et multipliez le tout par $\frac{1}{6}$ de la hauteur ou de la longueur du solide.” Le mot “*parallèle*” est introduit pour rappeler à la mémoire que les extrémités ou bases opposées doivent être contenues entre les plans parallèles, ou, si elles ne le sont pas dans le principe, elles doivent le devenir par la subdivision ou la décomposition du solide en ses éléments constituants. Par conséquent toute la difficulté est réduite, par mon système, au mesurage des surfaces des bases opposées et de la section intermédiaire, le reste de l'ouvrage n'étant qu'une simple multiplication ; de sorte que la formule proposée rend cette branche d'étude d'une application si facile et si générale que l'art ou la science peut maintenant s'enseigner en quelques leçons tandis qu'il fallait autrefois des mois ou même des années. Prenez, par exemple, le segment d'un conoïde ou d'un sphéroïde coupé par un plan incliné dans un sens quelconque vers l'axe du solide, une figure telle que le présenterait l'espace occupé par une substance liquide ou fluide dans un vaisseau de cette forme incliné à l'horizon ; examinez le travail préliminaire qu'il faut tout d'abord, par les anciennes règles, pour trouver l'axe ou les diamètres du solide entier dont le segment sous considération fait partie, et ces facteurs sont nécessaires comme éléments dans le calcul. Mon système dispense de tout cela, et le solide, quel qu'il soit, est pris et soumis à un mesurage direct, sans qu'il soit en aucune manière nécessaire de rechercher la grosseur ou la forme du corps dont il est une section. Mais il y a une autre raison pour laquelle cette étude est souvent exclue de l'éducation générale, c'est que, par les règles ordinaires, les calculs les plus difficiles sont souvent indispensables, que même lorsqu'on a appris ces calculs, on les a

presque aussi vite oubliés, et que ces règles ordinaires sont alors de bien peu d'utilité, si même elles le sont, au mesureur pratique, même lorsqu'il a sous la main tous les livres et toutes les données nécessaires pour résoudre le problème.

On peut objecter que pour le prisme et le cylindre, par exemple, la règle ordinaire est même plus simple que la formule générale. Sans doute elle l'est ; mais elle découle elle-même directement et immédiatement de la formule. Prenez un prisme : je l'ai défini d'égale largeur partout ; alors sa section intermédiaire, ou toute autre, rendue parallèle à la base ou bout, est égale en superficie à telle base ; et le raisonnement dit que six fois cette surface par un-sixième de la hauteur se réduit à l'énonciation bien plus simple de une fois la surface par toute la hauteur. Encore, dans le cas de la pyramide ou du cône, le diamètre ou la largeur intermédiaire est exactement la moitié de ce qu'il est à la base ; et comme la moitié de la moitié, ou le produit de $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, est $\frac{1}{4}$, donc la surface intermédiaire est le quart de celle à la base. L'élève qui a déjà appris cette règle la saisit d'un coup d'œil, ou se la rappelle aussitôt, et raisonne ainsi : quatre fois la surface intermédiaire est égale à la base ; et deux fois la base (car la surface supérieure ici est zéro) par $\frac{1}{2}$ de la hauteur est identique à la règle ordinaire de une fois la base par $\frac{1}{2}$ de la hauteur, ou $\frac{1}{2}$ du produit de la base et de la hauteur. Il y a encore un cas où l'ancienne règle ou la règle ordinaire paraît plus simple que la formule générale ; c'est lorsqu'on a à mesurer un paraboloïde, dont le volume est exactement la moitié de son cylindre correspondant.

Mais ici nous en avons fini avec les avantages comparatifs des anciennes règles, et dans tous les autres cas la formule est excessivement plus simple. Prenez, par exemple, le tronc d'une pyramide ; et tout d'abord comment savez-vous que c'en est un, sinon en mesurant les arêtes supérieures et inférieures et en comparant les longueurs respectives pour trouver—ce qu'il faut faire—s'il existe entre elles une juste proportionnalité ; autrement le corps n'est pas un tronc de pyramide, et par conséquent n'est pas sujet à la règle ? Mais supposons même que ce soit la figure pour laquelle vous la prenez, voyez-vous le trouble d'obtenir une moyenne proportionnelle entre les surfaces de ses bases opposées, ce qui renferme une multiplication un peu longue de ces surfaces et une extraction de la racine carrée du produit assez pénible et que peu de personnes savent faire ? Qu'il est bien plus facile d'arriver à la moyenne arithmétique des diamètres opposés et à la surface intermédiaire ! et si la figure est le tronc d'un cône, les trois diamètres sont carrés, le carré de celui du milieu est pris quatre fois, et le tout est multiplié, c'est-à-dire, leur somme par .7854, (ce qui réduit d'un seul trait tous ces carrés en autant de cercles) et le résultat par $\frac{1}{3}$ de la hauteur du tronc ; et comme ce calcul doit se répéter tous les jours, dans toutes les parties

du monde, en calculant les contenus des tonneaux et des cuves de toutes espèces et de toutes grandeurs imaginables, l'économie de temps et de trouble mérite certainement la plus grande considération.

Mais supposons que ce prisme ou ce cylindre, cette pyramide ou ce cône, ce conoïde, ou ce tronc, ne soit pas exactement une telle figure ; qu'il diffère de la manière la plus légère possible de ce qu'il doit être pour qu'il puisse être soumis aux règles ordinaires—alors si l'on se sert de ces règles pour en calculer le contenu, adieu à toute exactitude, puisque les éléments mêmes par lesquels le corps diffère de son prototype géométrique—c'est-à-dire, son diamètre intermédiaire—n'est en aucune manière pris en considération ; tandis que la formule générale, au contraire, comprend cet élément variant sans cesse, cette largeur intermédiaire entre le sommet et le fond d'un tonneau ou d'une cuve, entre la bonde et le fond d'un baril, et donne un résultat plus exact, dans 99 cas sur 100, que tout autre système où l'on ne fait pas attention à cet élément important et indispensable de variation. En ce qui regarde la sphère ou le sphéroïde, chacune de ses bases opposées est un zéro de superficie, vu qu'un plan ne peut y toucher que par un seul point, et la somme des surfaces dans ce cas est quatre fois la surface du milieu. Et vous pouvez voir immédiatement comme cela est correct, car par les règles ordinaires on vous enseigne à multiplier la surface convexe de la sphère par $\frac{1}{2}$ du rayon ; mais cette surface convexe est précisément égale à quatre fois la section du milieu, ou à quatre grands cercles de la sphère, et $\frac{1}{2}$ du rayon est la même chose que $\frac{1}{4}$ du diamètre ou de la hauteur,—de sorte qu'ici encore vous voyez, comme dans le cas du prisme ou du cylindre, de la pyramide ou du cône, la preuve directe de l'exactitude de la règle. Maintenant, prenez un hémisphère : on démontre facilement que la surface intermédiaire est exactement les $\frac{3}{4}$ de celle de la base ; et comme quatre fois $\frac{3}{4}$ font trois, et que 3 et 1 font quatre, quatre grands cercles multipliés par $\frac{1}{4}$ de la hauteur de la demi-sphère donne, comme de raison, la moitié de la solidité que l'on vient d'obtenir, ou celle de l'hémisphère sous considération. La même chose est vraie pour la sphère aplatie ou allongée, ou pour le sphéroïde et l'ellipsoïde, et leur moitié, et cela, que le plan d'intersection ou la base soit perpendiculaire ou non à l'un des axes du solide ; et les surfaces qui entrent comme éléments dans le calcul du contenu cubique sont toujours des ellipses, et, de plus, ce sont des ellipses semblables ou proportionnelles ; de sorte que dès que l'on connaît un des diamètres de la section du milieu, on peut immédiatement trouver la surface par une règle de Trois, puisque, comme je l'ai déjà démontré, les surfaces des figures semblables sont proportionnelles aux carrées de leurs dimensions correspondantes quelconques. L'ex-

actitude de la formule, appliquée à tout autre segment ou zone d'une sphère, est entièrement démontrée au paragraphe 1529 de mon traité de Toisé ; de même que son extrême rapprochement de la vérité, dans le cas des fuseaux ou de leurs troncs, aux paragraphes 1531 et 1574 ; et son exactitude absolue dans le cas de tout segment d'un sphéroïde, dans le paraboloïde, ou l'hyperboloïde, droits ou inclinés, du paragraphe 1560 au paragraphe 1567 de mon ouvrage.

Maintenant, on est curieux peut-être de savoir comment m'est venue cette idée de traiter tous les solides comme des prismoïdes par cette seule et invariable formule ; le voici : prenant le prismoïde ordinaire, j'en trouve la définition comme suit :—“ Tout solide ayant pour bases opposées des rectangles à côtés parallèles ; et, par extension, tout solide ayant pour bases parallèles des plans parallèles avec des côtés parallèles.” Maintenant, veuillez remarquer que la seule condition exprimée ou contenue dans cette définition d'un prismoïde est le parallélisme des côtés, et rien de plus. Un tel parallélisme n'exclue pas la proportionnalité des côtés ; alors, pour moi, le tronc d'une pyramide est un prismoïde ; et c'est ce que personne avant moi, du moins que je sache, ne paraît avoir imaginé ; car je n'ai jamais vu dans aucun traité la formule prismoïdale appliquée au tronc d'une pyramide ou d'un cône. Examinez encore le prismoïde rectangulaire, et comme aucun rapport des côtés n'est compris, soit le rapport infini ; ou en d'autres termes, laissez l'un des côtés parallèles approcher de l'autre jusqu'à ce qu'ils se joignent et forment une seule ligne, ou bord, ou arête ; et alors nous avons le coin qui est, par conséquent, un autre prismoïde. Encore, que ce côté ou cette ligne, ou cette arête diminue et diminue encore jusqu'à ce qu'il devienne un simple point ; et alors nous avons une pyramide, qui est aussi un prismoïde à tous égards. Et puisqu'une ligne ou côté peut devenir un simple point, de même, réciproquement, un point peut devenir une ligne,—et par suite un prismoïde, d'abord carré ou rectangulaire, peut voir l'une de ses bases ou tous les deux, modifiées en une variété presque infinie de figures semblables ou dissemblables, comme je l'ai démontré, de la page 713 à la page 718 de mon traité ; et sur ce, je suis arrivé à l'énonciation plus générale qu'un prismoïde peut avoir pour bases parallèles deux figures quelconques, égales ou inégales, semblables ou dissemblables ; une figure quelconque et une ligne parallèle à son plan, comme dans le coin ; une figure quelconque et un point, comme dans le cône et la pyramide ; et deux lignes non parallèles, mais situées dans des plans parallèles. On peut donner d'autres définitions plus courtes que celle-là, plus techniques et plus scientifiques, telle que “ le prismoïde est décrit dans l'espace par la révolution d'une ligne droite autour de deux plans parallèles d'une forme quelconque, sans égard aux vitesses relatives des deux extré-

mités de la ligne génératrice ; ” mais la première donne la meilleure idée de la forme du solide, vu qu'elle définit la figure de ses extrémités ou bases.

Vous verrez en l'examinant que le tableau offre une grande variété de formes ; par exemple, une base offre un carré, l'autre aussi un carré d'une grandeur plus considérable ou moindre, mais tourné diagonalement par rapport à l'autre, la base du milieu offre un octogone. Nous avons encore les prismoides ou cylindroïdes dont une base est un cercle, l'autre une ellipse, ou deux ellipses de grandeur égale ou différente, le plus long diamètre de l'une correspondant au diamètre le plus court de l'autre, et l'on peut concevoir d'autres formes d'une variété presque infinie ; et la formule, pour toutes, sans exception, donne le véritable contenu cubique, chaque modèle montrant d'un coup d'œil, au moyen d'un trait que l'on peut y voir, la nature et les dimensions de la section du milieu. Un mot sur les polyèdres réguliers qui se trouvent aussi parmi les modèles du tableau. Il n'y a que cinq de ces corps, ce qui est assez étrange ; et cependant la conclusion en est immédiate et inévitable, car il faut au moins trois plans pour faire un angle solide ; et comme la somme de ces angles plans doit être moindre que 360° , ou quatre angles droits, vu qu'autrement l'angle solide cesserait alors d'exister et deviendrait une surface plane, il suffit d'examiner quels sont les polygones réguliers, dont les angles, pris par trois, par quatre ou par cinq, etc., font un angle moindre que quatre angles droits. Le triangle équilatéral peut s'assembler par trois, par quatre et par cinq, ce qui donne le tétraèdre, l'octaèdre et l'icosaèdre. L'on ne saurait en prendre six, vu que six fois $60^\circ = 360^\circ$; et par conséquent nous ne pouvons avoir aucun autre solide régulier dont les faces soient des triangles équilatéraux, que les trois que je viens de nommer. L'angle droit ne peut s'assembler que par trois ; deux ne renfermeraient pas un espace, et quatre formeraient un plan ; de là résulte que le cube parfait est le seul solide que l'on puisse former à faces carrées. Enfin, le pentagone dont l'angle est 108° , donne le dodécaèdre ou figure à 12 côtés, dont la somme des trois angles plans est 324° . L'hexagone régulier ne peut former un polyèdre vu que son angle est de 120° et que trois formeraient quatre angles droits, comme vous pouvez le voir en examinant l'arrangement exquis de la ruche, ou la symétrie non moins belle que l'on voit dans le nid de la guêpe ordinaire. *A fortiori*, alors, on ne peut employer les heptagones ou tout autre polygone pour bâtir ces solides ; et de là encore, comme je viens de le dire, il ne peut y avoir que cinq, et seulement cinq, de ces formes platoniques. Quant à la manière de les mesurer, le cube ou l'hexaèdre est un simple prisme, le tétraèdre, une simple pyramide, l'octaèdre, deux pyramides base à base, et les deux derniers, les figures à 12 et

à 20 côtés, composés d'autant de pyramides, ayant leur sommet commun au centre du solide ou de la sphère imaginaire qui le circonscrit, par suite de quoi le calcul d'une de ces pyramides composantes donnera le volume du tout.

Quant au mesurage des figures composées, comme le tronc d'un cône ou d'une pyramide, ou de tout autre corps, entre des bases qui ne sont pas parallèles, le solide se résout ou se décompose, par une section parallèle à la base et passant par le bord inférieur de la base supérieure du tronc, en deux parties, dont une est un tronc propre, l'autre un onglet, ou une pyramide, ou quelque autre figure, selon le cas. La bouée ordinaire se résout ainsi en un cône et segment de sphère; un mortier, en tronc de cône ou cylindre, avec un hémisphère ou segment de sphéroïde; le dôme Turc ou Maure, ou pinacle, ou flèche, en tronc central d'une sphère ou d'un sphéroïde, surmonté d'un cône creux ou concave, et ainsi de suite. Si l'on propose un cône sphérique il est évident qu'on peut le concevoir et le traiter sous deux aspects—d'abord, comme un cône propre, avec l'addition d'un segment de cette sphère dont le cône forme partie; ou (et ceci s'applique à toute pyramide sphérique, ou tronc de pyramide ou de bombe, ou sphère creuse, ou partie quelconque d'un obus,) à la somme des surfaces des bouts, sphériques qu'ils soient, ajoutez quatre fois la surface parallèle et du milieu, et leur somme multipliée par $\frac{1}{3}$ de la hauteur sera le contenu vrai. Comme de raison, je n'ai pas besoin de faire remarquer qu'en opérant avec une sphère ou une bombe creuse, on arrive plus promptement au résultat en appliquant la formule aux sphères intérieure et extérieure ou sphères composantes, et en en prenant la différence.

J'ai dit que la formule s'applique exactement et par la démonstration à la grande majorité des solides. De cela on doit sans doute comprendre qu'il y a quelques exceptions, comme dans le cas des onglets et fuseaux, mais de même que la futaille ou tronc du milieu d'un fuseau se mesure avec une exactitude presque parfaite—disons au quart ou $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{20}$ de un par cent, ou à un demiard près sur un tonneau (voyez pages 707, 708 et 709 de mon traité) en opérant sur sa moitié, ou en prenant le diamètre de la bonde comme celui d'un des bouts ou bases, et pour la surface du milieu celui qui en est au quart, ou intermédiaire entre le fond et la bonde,—de même, dis-je, que l'on réussit ainsi, de même on peut obtenir une exactitude presque absolue pour l'onglet de tout solide par une subdivision du corps en tranches parallèles, dont deux ou trois suffisent généralement, ou quatre ou cinq, quand on veut la plus complète exactitude, de la même manière que l'on approche de plus en plus de la circonférence de tout cercle dont le diamètre est connu, en prenant plus de décimales. L'on peut également décomposer et mesurer les cônes ou cylindres creux

ou concaves, ou convexes ou renflés, ou tout autre corps qui n'est pas une véritable figure géométrique, en se servant toujours de cette simple formule, toujours la même, et l'appliquant dans tous les cas imaginables, sans avoir besoin d'en apprendre d'autres et de s'en charger la mémoire. Les subdivisions, les plans de section, décomposants peuvent être faits équidistants, et le grand résultat auquel on arrive est cette règle universelle, cette formule unique, qui mesure tous les solides et toutes les surfaces ; car, quoique je n'aie pas encore fait allusion à ce fait, on peut démontrer—bien plus, il est prouvé—que lorsqu'on coupe des figures planes, des surfaces, par des ordonnées équidistantes, la superficie de chacune des parties composantes est égale à la somme de ses bases et quatre fois la base ou section intermédiaire multipliée par $\frac{1}{3}$ de la hauteur de la figure. Maintenant si l'on divise un solide quelconque par une série de plans équidistants, et une surface quelconque par une série semblable de lignes, équidistantes en parties d'égale hauteur, et si l'on imagine des sections intermédiaires dans l'un ou l'autre cas, on a la formule universelle que leurs contenus, solides ou superficiels, selon le cas, sont égaux à la somme des bases extrêmes, joint à deux fois la somme de toutes les autres bases des bouts, et quatre fois la somme de toutes les sections intermédiaires par $\frac{1}{3}$ de la hauteur commune ; les bases et les sections étant, comme de raison, superficielles ou linéaires, selon que la figure renferme l'espace, ou est une simple surface, plane ou courbe qu'elle soit. J'ai déjà parlé de la tendance à la généralisation que l'on remarque presque pour tout : dans la physique et la chimie tous les phénomènes sont soumis, pour ainsi dire, à quelque loi ou règle générale, universelle. On peut dire que les pouvoirs mécaniques n'en constituent qu'un seul, et sont, dans tous les cas, semblables en ceci, sujets à cette loi, que ce qu'ils donnent en pouvoir, ils le perdent en temps ou en espace. L'unité de mesure, le mètre, s'impose par tout le monde et à la suite viendront une unité pour toutes les surfaces, et une unité pour toutes les capacités. C'est ainsi que se simplifient le numéraire et l'argent courant. Complétez le projet, et à l'uniformité et à l'identité de l'unité, ajoutez un mode général de calcul ; alors nous aurons non seulement l'unification de la monnaie, comme on le propose en France, projet habilement appuyé dans cette Puissance, par notre concitoyen, R. S. M. Bouchette, Ecr., mais ce sera le projet plus universel, la grande unification et la généralisation de toute science, une langue universelle, au moyen de laquelle les nations pourront conférer, converser entre elles—et un jour, une religion, un berger, et un troupeau,—le millénaire enfin. Mais voyez-vous les immenses avantages de cette généralisation ? En voyez-vous les conséquences étonnantes ? Examinez, le temps qu'il faut, de toute nécessité, aujourd'hui, consacrer à la simple réduction et à l'interprétation de toutes ces règles et

de toutes ces unités qui varient sans cesse ; elles remplissent mille volumes, tandis qu'on pourrait employer avec beaucoup plus d'avantage le temps et le travail que l'on consacre à leur compilation, à l'étude de nouvelles sciences et de nouveaux arts qui mèneraient à une plus grande somme de bien-être et de bonheur pour l'humanité.

Maintenant que nous avons pour ainsi dire jeté un coup d'œil sur toutes les figures du "*Tableau*" avec leurs contours plus ou moins réguliers, leurs surfaces planes et courbes, il s'élève encore une question : "Comment peut-on mesurer les corps irréguliers de toutes espèces, tels que la statuaire, les bronzes, la sculpture et autres ?" Et afin que cette lecture, en autant que les bornes d'une lecture peuvent le permettre, puisse être complète, et parcourir tout le champ annoncé dans le titre, il me faut, en quelques mots, donner les informations nécessaires. Il est très facile, et de fait plus facile d'arriver au contenu cubique d'un corps très-irrégulier qu'à celui d'un corps de forme plus exacte ; car, avec celui-ci on s'efforce toujours de mesurer directement, tandis qu'avec celui-là on suit un procédé mécanique, qui résout le problème d'une manière plus expéditive et plus satisfaisante. Prenez une statue ou toute autre figure sculptée, ou le chapiteau d'une colonne Ionique ou Corinthienne et un vaisseau carré ou cylindrique capable de le contenir. Versez de l'eau dans ce vaisseau jusqu'à ce qu'elle atteigne le sommet de l'objet à mesurer, et marquez la hauteur de l'eau ; ensuite retirez l'objet, et marquez encore la hauteur de l'eau, la différence vous donnera immédiatement le volume cherché. Si la substance du corps ou celle du vaisseau qui le renferme est d'une nature absorbante, employez du sable ou quelque autre substance au lieu d'eau. Il y a encore d'autres méthodes d'arriver à des conclusions correctes. La gravité spécifique d'un corps est son poids comparé à celui de l'eau. Supposez alors que l'on ait préparé des tables où le rapport de chaque substance soit donné avec son équivalent d'eau, ou son poids absolu sans égard à l'équivalent ; prenez sur la voie publique une pierre informe, et pesez-là ; comparez-en le poids par la règle de Trois avec celui d'un pied, ou d'un pouce, ou d'une verge cube de la même substance, et vous arriverez ainsi à son contenu cubique. Réciproquement, si l'on cherche le poids de quelque objet que l'on ne peut soumettre à un calcul direct en le mettant dans une balance, mais si l'on peut arriver à son volume, on peut alors aussi s'assurer de son poids par une simple règle de proportion.

Maintenant, supposons que l'on veuille trouver les quantités constituantes de quelque corps composé ou amalgame. Par exemple, vous avez un mélange de cuivre et de zinc fondus ensemble et solidifiés en un corps compacte, sans trace d'aucune des parties constituantes ; le poids de chacun des métaux respectifs peut être soumis à un calcul direct, les facteurs ou les éléments qui entrent dans la for-

mule requise étant simplement le poids spécifique aussi bien du composé que de chacun des éléments dont il est formé. Et il en est de même d'une masse de quartz et d'or ; et quoiqu'on ne voie qu'une petite partie du précieux métal, ou qu'on n'en voie même point du tout, on peut arriver au poids de l'or avec une facilité comparative. On dit que Hiéro, Roi de Syracuse donna à un habile ouvrier une quantité d'or avec laquelle il devait lui fabriquer une couronne ; mais soupçonnant, lorsque la couronne fut finie, que le bijoutier avait soustrait une partie de l'or et l'avait remplacé par de l'argent, il soumit la question à Archimède afin d'avoir son avis. On ne connaissait pas alors les gravités spécifiques ; mais il paraît que notre philosophe, étant au bain, réfléchissait au moyen de résoudre pour le mieux la proposition sur laquelle le Roi l'avait consulté. Remarquant la différence de poids qu'il y avait entre son corps plongé dans l'eau et ce qu'il était en plein air, il conçut l'heureuse idée de soumettre la couronne à un semblable calcul, et après avoir pesé la couronne elle-même dans l'eau, et ensuite l'or et l'argent pur, il trouva, par un facile calcul, que, comme le Roi l'avait justement deviné, la couronne était réellement d'or et d'argent, au lieu d'or seul. Notre philosophe fut si content de la découverte qu'il avait faite qu'il courut les rues de la ville en criant : “ Eureka ! Eureka ! ” — “ je l'ai trouvé ; je l'ai trouvé. ”

On pourrait croire que le mot “ *Stéréométrique* ” ajouté au “ *Tableau* ” indique qu'il a seulement et entièrement pour but le toisé, tel n'est pas cependant le cas. Il est de suite évident qu'il doit être aussi d'une grande utilité pour acquérir et donner la connaissance de la nomenclature des solides, de leurs formes et de leurs figures variées, lesquels, sans cette aide, nécessiteraient une familiarité préalable des principes et des enseignements du dessin et de la perspective. Les modèles suggèrent à l'Architecte, à l'ingénieur, et au constructeur, les formes et les proportions relatives de pâtés de maisons, de toits, dômes, jetées, quais ; de citernes, réservoirs et chaudières ; de cuves, tonnes, et autres vaisseaux de capacité ; de terrassements de toutes espèces, comprenant les déblais et remblais de chemins de fer et autres ; le fût de la colonne Grecque ou Romaine ; le plançon le tronc d'arbre en grume, le billot ; la tente à camper, l'ouverture ébrasée ou non d'une porte ou d'un châssis, niche ou meurtrière dans une muraille ; Le quart de sphère ou de sphéroïde, le demi-segment la voûte du chevet d'une église ou d'une salle ; la sphère entière ou le sphéroïde, la bille de billard ou le boulet d'un canon ; ou sur une plus vaste échelle, la Terre, la Lune, le Soleil, les Planètes. Les modèles seront aussi du plus grand secours pour enseigner la perspective et la projection géométrique des solides sur un plan ; aussi les nuances et les ombres qu'ils projettent. De plus ce tableau facilite

considérablement l'art du développement géométrique des surfaces. Il y a aussi le triangle polaire, et autres lignes nécessaires à l'étude de la trigonométrie sphérique.

Le temps seul dira si mes efforts pour réduire en un système simple et uniforme les règles multipliées et si compliquées que l'on emploie aujourd'hui pour trouver le contenu des solides ou la capacité des surfaces renfermant l'espace, seront couronnés de succès ; car si ce système a le mérite d'être neuf, il a aussi le désavantage de la nouveauté, comme disait M. Scott Russell de l'ingénieur hélice inventé il y a quelques années par le commandant Ashe, ex-président de cette société. Le monde scientifique, aussi bien que le monde politique, a ses idées conservatrices. Nous n'avons pas encore bien appris les avantages de l'arithmétique décimale ; et l'on n'a pas encore abandonné le calcul fatigant des louis, chelins et deniers pour le système plus expéditif de la piastre où le simple déplacement d'un point fait des merveilles. Il faut beaucoup de temps pour opérer une semblable révolution—une génération, pour ainsi dire ; mais j'ai confiance que je n'attendrai pas aussi longtemps pour être compris, si j'en juge du moins par les nombreux et flatteurs témoignages que j'ai déjà reçus concernant les avantages multiples de mon invention ou de ma découverte.

Le Conseil de l'Instruction Publique, à sa dernière assemblée générale, a nommé un comité, composé de l'Archevêque de Québec, l'Evêque Langevin, de Rimouski—lui-même un maître accompli dans cet art—et l'Evêque Larocque, de St. Hyacinthe, pour faire un rapport sur la question. Et ce comité, j'ose l'espérer, après lui avoir soumis les opinions si favorables de tant de nos meilleurs mathématiciens, et d'autres juges compétents, tels que D. Wilkie, R. S. M. Bouchette, les professeurs de l'Université Laval, le High School, le collège Morrin et d'autres établissements d'éducation du Canada et d'ailleurs, ne manquera pas de recommander l'introduction du "*Tableau*" dans toutes les écoles de cette Puissance.

Je viens de recevoir une lettre du ministre de l'Education du Nouveau-Brunswick, me demandant de lui envoyer un "*Tableau*" dans le but, dit-il, de l'introduire dans toutes les écoles de cette Province. Non pas cependant que je me propose de me borner au Canada. Au contraire, j'ai déjà pris un brevet pour mon "*Tableau*" aux Etats-Unis, où j'espère l'introduire ; et M. Vannier en m'écrivant de France le dix janvier dernier, pour m'informer de l'octroi de lettres patentes pour ce pays, ajoute que MM. Humbert et Noé, le président et le secrétaire de la société pour la Généralisation de l'Education en France, ont exprimé leur intention de me faire conférer à leur prochaine assemblée générale, quelque marque de distinction pour le bien

que mon système va indubitablement produire en faveur de l'Education.

L'Honorable M. Chauveau, ministre de l'Education, et d'ailleurs bien qualifié pour juger, "se fera un devoir," comme il le dit dans sa lettre sur le sujet "d'en recommander l'adoption dans toutes les maisons d'éducation et dans toutes écoles, certain qu'il est de son utilité pratique."

M. Maingui, du Séminaire, écrit :—"Plus on étudie, plus on approfondit cette formule du cubage des corps, plus on est enchanté de sa simplicité, de sa clarté, et surtout de sa grande généralité." M. Bigelow, M. A. "croyant mon système d'une utilité universelle se prêtera de bon cœur à son introduction." McQuarrie, B. A. "sera heureux de voir le vieux et ennuyeux procédé remplacé par une formule aussi simple et aussi exacte." D. Wilkie dit :—"La règle est précise et simple, et étant applicable à presque toutes les variétés de solides, abrégera considérablement les procédés du calcul. Je me suis" ajoute-t-il, "assuré de son exactitude dans son application à plusieurs corps. Le *Tableau*, comprenant une grande variété de formes élémentaires, servira admirablement à former l'œil, et facilitera grandement l'étude du toisé. Le gouvernement rendrait un véritable service aux écoles moyennes et élevées, en leur procurant une collection aussi utile." Le Professeur Newton du Yale College, Massachusetts, considère le *Tableau* "Un arrangement très-utile pour montrer la variété et l'étendue des applications de la formule." Le Collège l'Assomption "adoptera mon système comme partie de son cours d'étude." Le Rév. T. Boivin, de St. Hyacinthe, dit :—"Votre découverte est précieuse, et je recommande fortement l'adoption de votre *tableau*."

Il y a d'autres personnes qui sans considérer l'exactitude comparative de la formule, ou ses avantages dans son application au toisé, mais voyant l'immense avantage pour l'élève et le professeur entre les modèles et leur simple représentation sur la planche ou le papier, ont, dans leur opinion écrite, tout particulièrement fait allusion à ce trait du système proposé. M. Joly, Président de la branche de Québec de l'Ecole des Arts de Montréal, dans une lettre à M. Weaver sur le sujet, et après en avoir été lui-même témoin en plus d'une occasion, dit, dans son style expressif :—"La différence est énorme." Les professeurs de l'Ecole Normale sont de la même opinion ; et il y en a d'autres qui évaluent diversement l'économie de temps, par mon système, de douze à dix-huit mois.

La formule prismoidale n'est pas nouvelle : il y a longtemps qu'elle est connue, et on l'a quelquefois employée pour calculer le

prismoïde rectangulaire ordinaire, aussi bien que les formes familières des déblais et des remblais des voies ferrées et des canaux ; mais personne ne paraît avoir eu l'idée de l'appliquer même au tronc de cône ou de pyramide, auquel, je dois nécessairement le croire, on ne savait pas qu'elle s'appliquât, — autrement, simple comme elle est, bien plus simple et plus directe que le théorème de Legendre, elle aurait fait son chemin avant ce jour dans des traités sur le toisé et autres semblables. Elle n'a jamais été non plus employée, que je sache, pour calculer le segment d'une sphère ou d'un sphéroïde, ni à un grand nombre d'autres formes bien connues ; de sorte que, sous ce rapport, de même que pour un grand nombre d'autres solides auxquels on n'a jamais cherché à l'appliquer, je puis en réclamer vraiment la découverte. Et même si l'idée de cette application s'était jamais présentée à d'autres personnes, comme on l'a quelquefois fait entendre, elles ne paraissent pas en avoir fait l'expérience, ou être arrivées à quelque conclusion utile, pas plus que le premier homme qui, en voyant la vapeur s'échapper par la pression du bec de la théière, ne conçut l'idée que tel agent pourrait exécuter les prodiges que nous connaissons ; et la vapeur ne fut jamais utile en pratique tant que Watt n'eut pas inventé l'engin à vapeur, ni l'électricité tant que Morse n'eut pas découvert la télégraphie. Admettant cependant que cette formule était découverte avant moi, et que je n'ai fait que la dégager de la poussière des ans, ou la re-découvrir, il y a encore peut-être quelque mérite à réclamer, Adams et Leverrier ont droit tous deux à la découverte de la planète Neptune ; et Leibnitz n'a pas été privé de l'honneur de son calcul intégral et différentiel quoique Newton l'eût de plusieurs années précédé dans cette voie par la découverte des " fluxions. "

No. 2272-71. *Ministère de l'Instruction Publique, Québec, ce 7 Septembre 1872.*

C. Baillargé, Ecuyer, Québec, Monsieur, — J'ai l'honneur de vous transmettre, sur l'autre feuillet, copie de la résolution adoptée par le Conseil de l'Instruction Publique, approuvant votre " Tableau stéréométrique pour toiser tous les corps, segments, troncs et onglets de ces corps, " ainsi que votre " Nouveau traité de géométrie et de trigonométrie rectiligne et sphérique, suivi du " Toisé des surfaces et des volumes. "

J'ai l'honneur d'être Monsieur, Votre obt. serviteur,

LOUIS GIARD. Secrétaire-Archiviste.

Extrait d'une lettre de V. Vannier. Paris, 8 Juillet 1873.

" Il est bien décidé que votre tableau aura la première récompense de la société libre d'instruction et d'éducation populaire ; vous en serez averti officiellement à la rentrée des vacances, fin octobre, et vous serez en même temps convoqué pour la distribution solennelle des récompenses qui aura lieu dans le courant du mois de Mars prochain.

WORCESTER FREE INSTITUTE,

Worcester, Mass., 24 Juillet 1873.

Ceci est pour certifier que j'ai soigneusement examiné les modèles de Baillaigé tels qu'appliqués par lui à l'enseignement du toisé par la formule prismoïdale et je les considère éminemment utiles dans toutes les écoles où l'on enseigne le toisé.

(Signé), C. O. THOMPSON,
Principal Wr. Free Inst.

TABLEAU STEREOMETRIQUE DE M. BAILLARGE.

(Extrait du " Journal de l'Instruction Publique," Nov. 1872.)

Nous avons déjà eu occasion de parler de ce tableau, et de l'impulsion extraordinaire qu'il doit donner à l'étude du toisé. L'auteur a, depuis, obtenu les certificats les plus flatteurs de tous les hommes compétents sur cette matière. Ce tableau, avec la formule qui l'accompagne, est appelé, au dire de tous, à faire une véritable révolution dans les méthodes de mesurage pour les solides. Le conseil de l'instruction publique, à sa dernière séance l'a approuvé, avec le " Traité de géométrie " du même auteur. Ce tableau, de cinq pieds par trois, contient deux cents modèles en bois, comprenant toutes les variétés de formes, de puis les corps les plus simples jusqu'aux corps les plus bizarres et les plus difficiles à toiser. Ces modèles sont mobiles et ne sont fixés au tableau que par une petite tige en fer, de sorte que les élèves peuvent les examiner et les étudier de main en main. L'auteur espère que son œuvre, tout en simplifiant et en facilitant les calculs du savant, aura surtout pour résultat de mettre à la portée de tous, une science demeurée jusqu'ici, par ses difficultés presque insurmontables, en dehors des atteintes du plus grand nombre. Tous les collèges et les écoles trouveront dans le " Tableau stéréométrique " un puissant moyen de progrès sûrs et rapides.

Nous en publions ci-dessous une gravure, et nous renvoyons le lecteur, pour de plus amples détails, à notre bulletin bibliographique où un homme expert en cette matière, M. Blain de St. Aubin, en fait une excellente appréciation, dans le compte-rendu qu'il donne d'une conférence lue par M. Baillaigé, devant la société historique de Québec.

APPENDICE A.

LECTURE

PAR

M. C. BAILLAIRGÉ

(Extrait du *Quebec Daily Mercury* du 26 mars, 1872.)

La lecture de M. Baillargé, mercredi dernier au soir, devant la Société Littéraire et Historique de Québec, a démontré encore une fois combien peut devenir intéressant, même dans un sens populaire, un sujet d'ailleurs sec et abstrait, quand il est habilement traité.

Le lecteur montra le rapport de la Géométrie à toutes les industries de la vie. Il en fit remonter l'origine à l'antiquité la plus éloignée et en suivit le développement graduel jusqu'à nos jours. Il démontra comment elle est la base de tous nos travaux publics et combien nous lui devons pour tous les arts, de construction ; ses rapports avec la mécanique, l'hydraulique, l'optique et toutes les sciences physiques. La plus belle moitié du genre humain, dit M. B., à la perception la plus vive et la plus juste des avantages et des beautés de la géométrie, comme cela se manifeste dans les combinaisons toujours variées et si finement imaginées de leurs dessins pour les ouvrages à l'aiguille, leurs dentelles, et leurs broderies. Il montra ses rapports avec la chimie dans la cristallisation et la polarisation ; avec la botanique et la zoologie dans les lois de la morphologie ; avec la théologie, et ainsi de suite. En parlant du cercle et des autres sections coniques, il fit une comparaison vraiment poétique entre l'ingénieur qui trace ses courbes dans les bois et sur les eaux de la terre, et l'astronome qui décrit ses vastes circuits au milieu des forêts étoilées des cieux. La parabole, fut entièrement expliqué dans son application au jet des projectiles de guerre, aussi en ce qui concerne les jets d'eau, le porte-voix, le miroir et le réflecteur qui, dans les

phares, réunit, pour ainsi dire, tous les rayons de lumière en un faisceau, et les lance à la fois au service de l'humanité. En parlant de l'ellipse cette courbe presque magique décrite dans les cieux par chaque planète qui tourne autour du soleil, par chaque satellite autour de sa planète primaire, il fit allusion au plus beau de tous les ovales—la figure gracieuse de la femme. Il montra comme la réapparition d'une comète peut maintenant être annoncée pour le jour même où elle devra paraître, et cela après une absence d'un siècle, et comment dans les siècles passés, quand ces phénomènes n'étaient pas prédits, ils surgissaient brusquement dans le monde, portant partout et créant l'anxiété, la consternation la plus vive, comme si tout allait finir.

En un mot, M. Baillargé parcourut le vaste champ du mesurage et de la géométrie, plane et sphérique, véritable tour de force pour une seule lecture. Il intéressa si vivement son auditoire pendant deux heures que le président, M. Anderson, fit remarquer que ces deux heures lui avaient à peine paru une heure ; et nul doute qu'il en était de même pour toutes les autres personnes puisque M. Wilkie, en secondant le vote de remerciements proposé par le Capt. Ashe, fit allusion au plaisir avec lequel il avait écouté la lecture, comme, disait-il, s'il eût entendu de la poésie au lieu de l'aride sujet qu'il avait entrevu dans le titre.

M. Baillargé expliqua ensuite en détail son tableau stéréométrique que nous espérons voir bientôt introduit dans toutes les écoles de cette Puissance. Il montra combien ce tableau contribuerait à abrégé le temps jusqu'à présent consacré à l'étude des solides et même à celles des surfaces planes et convexes, de la trigonométrie sphérique, de la projection géométrique, de la perspective, du développement des surfaces, des ombres et des ombrages, et ainsi de suite. M. Wilkie, en autant qu'il lui avait été possible de vérifier les calculs corrobora l'avancé de M. B. concernant l'énorme économie de temps, où beaucoup de problèmes abstrus qui exigeaient généralement des heures ou des jours de travail avant d'en trouver la solution, peuvent maintenant (si la règle, est d'une application aussi générale, comme M. Baillargé l'assume, et comme cela a été certifié par une foule de personnes dans des témoignages sous leur propre signature) à l'aide de la nouvelle formule et du tableau, être résolus en autant de minutes ; pour ne rien dire de l'utilité des modèles pour communiquer d'un simple coup d'œil une connaissance de leur nomenclature ou de leurs noms, et familiariser avec leurs formes et leurs figures variées. Il montra comment les modèles suggèrent à l'architecte et à l'ingénieur, au constructeur et à l'ouvrier, les formes et les proportions relatives de bâtisses, toits, dômes, jetées et quais, citernes et réservoirs, chaudières, cuves, futailles, tonneaux et autres

vaisseaux de capacité, terrassements de toutes sortes, comprenant les déblais et remblais pour voies ferrées et autres, le fût de la colonne Grecque ou Romaine, le plançon écarri ou à faux bois, le bois en grume, le billot, la tente à camper, l'ouverture ébrasée ou non d'un chassis, d'une porte, la mèche ou meurtrière dans une muraille, la voûte du rond point d'une église ou d'une salle, la bille du billard, le boulet, ou, sur une plus grande échelle, la Lune, la Terre, le Soleil, les Planètes.

Nous pouvons ajouter que le Ministre de l'Education du Nouveau Brunswick a envoyé à M. Baillargé une commande pour un tableau dans le but d'introduire ce système dans toutes les écoles de cette province ; et M. Vannier, en écrivant de France, à M. Baillargé, le 6 janvier dernier, pour l'informer de l'octroi de lettres-patentes pour ce pays, dit que MM. Humbert & Noé, le Président et le Secrétaire de la Société pour la généralisation de l'éducation en France, ont exprimé leur intention, de lui conférer, à leur prochaine assemblée générale, quelque marque de distinction pour les services que son invention et sa découverte vont rendre à l'éducation. M. Giard, en écrivant à M. Baillargé, de la part de l'Hon. M. Chauveau, Ministre de l'Instruction Publique, dit : " Il se fera un devoir d'en recommander l'adoption dans toutes les maisons d'éducation et dans toutes les écoles." Du Séminaire et de l'Université-Laval M. Maingui écrit : " Plus on étudie, plus on approfondit cette formule du cubage des corps, plus on est enchanté de sa simplicité, de sa clarté et surtout de sa grande généralité." Le Rév. M. McQuarries, B. A. " sera enchanté de voir les vieux et ennuyeux procédés remplacés par une formule aussi simple et aussi exacte." Newton, de Yale College, Etats-Unis : " considère ce tableau un arrangement des plus utiles pour démontrer la variété et l'étendue des applications de la formule." Le collège de l'Assomption " adoptera le système de M. Baillargé comme partie de leur cours d'instruction." M. Wilkie a écrit à l'auteur que " la règle est précise et simple, et abrégera considérablement les procédés de calcul." Le tableau, dit ce juge compétent, " comprenant une grande variété de modèles élémentaires servira admirablement à former l'œil et devra faciliter considérablement l'étude du toisé des corps."

M. Wilkie dit encore : " Le gouvernement rendrait un véritable service aux écoles d'un ordre moyen ou élevé en leur procurant une collection aussi instructive."

Il y a d'autres personnes qui sans considérer l'exactitude comparative de la formule, ou de ses avantages, dans son application au simple mesurage, sont frappées du fait que les modèles sont de beaucoup plus instructifs pour l'élève et le maître que leur simple représentation sur un tableau ou sur le papier, et qui, dans leurs opinions

écrites, ont fait surtout allusion à ce trait du système proposé. M. Joly, Président de la Branche de Québec de l'école des Arts de Montréal, dans une lettre sur le sujet à M. Weaver, Président du Bureau, et après avoir été lui-même témoin de ses avantages dans plus d'une occasion, dit dans son style expressif, " la différence est énorme." Le Professeur Toussaint de l'Ecole Normale, Dufresne, de l'Académie de Montmagny, Boivin de St. Hyacinthe et beaucoup d'autres sont de la même opinion, parmi eux MM. R. S. M. Bouchette, O'Farrell, Fletcher, St. Aubin, Steckel, Juneau, Verner, Gallagher, Lafrance, et le frère Anthony, etc. On ne peut non plus oublier que les professeurs de l'Université-Laval, après avoir lu l'énonciation de la formule de M. B., comme elle est donnée dans son traité de 1866, s'exprimèrent ainsi : " Un doute involontaire s'empare d'abord de l'esprit, lorsqu'on lit le No. 1521 ; mais un examen attentif des paragraphes suivants, dissipe bientôt ce doute et l'on reste étonné à la vue d'une formule, si claire, si aisée à retenir et dont l'application est si générale. M. Fletcher, du Département des Terres de la Couronne, dit : " J'ai comparé, pour plusieurs solides, les résultats obtenus par votre mode de calcul avec ceux des procédés ordinaires beaucoup plus long, et je vous félicite sincèrement sur votre énonciation d'une formule aussi brève que simple dans son caractère, et aussi précise que satisfaisante dans ses résultats."

M. Baillargé prit aussi occasion dans sa lecture de faire allusion sous d'autres rapports, à son traité de Géométrie et de Toisé, dans lequel il fit voir qu'il a introduit beaucoup de modifications importantes dans le mode ordinaire de traiter le sujet de la géométrie et de la Trigonométrie plane et sphérique. En terminant nous devons ajouter que le conseil de l'Instruction Publique, à sa dernière réunion, a nommé un comité, composé de l'Archevêque de Québec, et des Evêques Langevin et Larocque, qui devra faire rapport au Conseil à sa prochaine assemblée générale en juin, et qui, on ne peut en douter, après les témoignages si nombreux et si flatteurs concernant l'utilité et les nombreux avantages du tableau stéréométrique pour des fins d'éducation, ne pourra qu'en recommander et conseiller l'adoption dans toutes les écoles de la Puissance.

(Extrait du *Quebec Gazette*, Vendredi, 22 mars, 1872.)

La lecture sur la Géométrie, faite par C. Baillargé Ecr., devant la Société Littéraire et Historique, au Collège Morrin, mercredi dernier au soir, a été une véritable et rare fête scientifique perdue pour un grand nombre de personnes qui, croyant sans doute que le sujet allait être sec et aride, n'y ont pas assisté. L'auditoire quoique n'é-

tant pas aussi nombreux qu'on avait droit de s'y attendre, comprenait l'élite des hommes de science et des hommes instruits de cette ville. On comprend facilement que le sujet, comme le traitait M. Baillargé, était loin d'être aride en sachant que, dans le cours de sa lecture, ce monsieur démontra que non-seulement ce sujet s'applique à la plus attrayante de tous les ovales, la figure de la femme, mais que la vive appréciation de ses charmes par la plus belle moitié du genre humain se manifeste clairement dans le réseau si beau et toujours si varié de ses dentelles, de ses broderies, etc. Le sujet ne laissait rien non plus à désirer sous le rapport de l'imagination poétique, comme le faisait bien voir le lecteur, en comparant les courbes tracées par l'ingénieur au milieu des bois et des eaux de la terre, aux immenses circuits des comètes au milieu des forêts étoilées des cieux. Cette partie de la lecture touchant les sections coniques fut tout particulièrement intéressante, vu la manière lucide avec laquelle les principes en furent décrits, soit qu'on les appliquât à lancer des projectiles, soit qu'on les appliquât aux jets d'eau, aux miroirs, aux réflecteurs, etc.

Le lecteur montra ensuite son *Tableau Stéréométrique* qui attire si fortement l'attention publique en ce pays comme dans d'autres, et il démontra, à l'entière satisfaction de ses auditeurs que ce tableau avait parfaitement droit à tous les avantages que l'on réclamait pour lui.

A la fin de la lecture, M. le Cap. Ashe, R. N., en proposant un vote de remerciement au lecteur, et tout en réclamant pour le Dr. Simpson la découverte de la formule prismoidale comme s'appliquant à certains corps (fait auquel il avait été fait allusion dans la lecture,) complimenta néanmoins hautement M. Baillargé, lui donnant sa large part de mérite pour avoir appliqué d'une manière générale cette formule à tous les corps connus. D. Wilkie Ecr., Recteur du *High School*, le juge le plus compétent sur le sujet que l'on puisse trouver au milieu de nous, exprima l'espoir, en secondant le vote de remerciement, qu'une lecture aussi intéressante et aussi instructive serait publiée, afin de la mettre à la portée de tous, et il témoigna vivement de sa profonde admiration des grands talents de M. Baillargé et de son amour pour la science des chiffres. Il considéra la production du *Tableau Stéréométrique* d'une immense importance pour l'éducation en réduisant le travail d'une année à celui d'un jour ou deux, pour ainsi dire. Il complimenta aussi le lecteur sur la manière heureuse avec laquelle il avait traité le sujet, rendant même poétique ce qu'un grand nombre de personnes ont coutume de trouver aride. Le Président, le Dr. Anderson, en soumettant la motion à l'assemblée, dit que jamais il ne se rappelait avoir été aussi content ou aussi satisfait d'une lecture que de celle qu'ils venaient tous d'entendre.

Qu'il était on ne peut plus flatteur pour M. Baillargé de savoir que pendant deux heures entières il avait su si vivement intéresser son auditoire que les deux heures n'en avaient paru qu'une. Le Président termina ses remarques en disant que quoique M. le Dr. Simpson eût fait la découverte à laquelle on avait fait allusion, cette découverte avait été rarement appliquée, si même elle l'avait jamais été, et que, par conséquent, M. Baillargé devait être considéré le véritable découvreur ce qui d'ailleurs était parfaitement démontré par le lecteur lui-même lorsqu'il disait que : la formule ne serait rien sans le tableau, pas plus que la vapeur sans l'engin, ou l'électricité sans le télégraphe. ”

No. 2272-71.—Ministère de l'Instruction Publique, Québec, ce 18 Septembre 1871.

C. Baillargé, Ecr., Québec, Monsieur,—Je suis chargé par l'Honorable Ministre de l'Instruction Publique de vous accuser réception de votre lettre du 8 du courant transmettant une copie du prospectus de votre Tableau Stéréométrique. Il se fera un devoir d'en recommander l'adoption dans toutes les maisons d'éducation et dans toutes les écoles, certain qu'il est de son utilité pratique. Ce tableau et la formule qui l'accompagne réduisent à une opération des plus simples le toisé de toutes espèces de solides, lequel exigeait par l'ancienne méthode un calcul long et souvent fort difficile, surtout pour des personnes qui n'en avaient pas la pratique journalière.

J'ai l'honneur d'être, Monsieur, Votre obéissant serviteur,

LOUIS GIARD, Secrétaire.

Extrait de l'Adresse et Présentation à Chs. Baillairgé, Ecr., Professeur à l'Ecole des Arts.

Il n'est peut-être pas hors de propos que nous remarquions qu'à notre point de vue le mot “ STEREOMETRIQUE ” que vous employez comme qualificatif des usages que présente le TABLEAU, n'est pas suffisamment expressif des avantages multipliés que présente une collection de modèles aussi variés ; car votre tableau est non seulement d'une utilité supérieure à l'endroit de votre nouveau système de toiser tous les corps par une seule et même règle, celle qu'on lit en tête du tableau même, mais nous n'hésitons pas à dire que c'est surtout à l'usage de votre tableau que nous devons les progrès singulièrement rapides que nous avons faits depuis le 4 de Janvier dernier, c'est-à-dire dans seulement 30 leçons, non seulement dans la géométrie pro-

prement-dite et dans le toisé des surfaces et des corps ; mais aussi dans l'étude des projections géométriques, y compris la perspective, les ombres et ombrages, le développement des surfaces, les lignes de pénétration de divers solides, etc., etc.

Québec, 18 Avril 1872.

*Extrait d'une lettre à Mgr. Larocque Evêque de St. Hyacinthe, Montréal,
19 Avril 1872.*

Monseigneur,..... Cette formule est véritablement curieuse par sa généralité et mérite d'être recommandée.

.....je finis en disant que j'approuve et recommande la méthode de Monsieur Baillaigé telle que proposée par lui.

(Signé) LOUIS BILLION, Ptre. du Sém. de S. Sulpice

*Paris, le 1er Août 1872. A Monsieur Baillaigé, Architecte, etc.
A Québec, (Canada).*

Monsieur,—J'ai l'honneur de vous donner avis que le Conseil Supérieur vient de vous admettre à faire partie de la Société de Vulgarisation pour l'Enseignement du peuple, à titre de Membre Titulaire.

Nous sommes heureux d'une décision qui assure à notre Œuvre votre précieux concours et nous espérons les meilleurs effets de votre propagande active en faveur de l'Instruction et de l'Education populaires.

Veillez agréer, Monsieur et très-honoré Collègue, l'assurance de mes sentiments de haute considération.

Le Secrétaire Général fondateur,

(Signé) AUG. HUMBERT.

(Extrait d'une lettre de Aug. Humbert à V. Vannier.) Paris, le 4 Août 1872.

J'ai fait recevoir Mr. Baillaigé Membre Titulaire de la Société de Vulgarisation pour l'enseignement du Peuple.

A défaut de son Tableau que nous n'avons pas, j'ai exposé sa photographie à Paris et à Lyon.

Son Tableau appelle tous les regards à l'exposition, on m'interroge, on me demande des explications que je donne de mon mieux, et cela intéresse beaucoup. J'ai donc tout lieu de compter sur un succès.

AUG. HUMBERT.

Québec, 6 Septembre 1872.

Monsieur,—J'ai le plaisir de vous annoncer que le Conseil de l'Instruction Publique vient d'approuver votre Tableau et suis heureux de vous en féliciter.

Bien sincèrement, Votre tout dévoué,

C. BAILLAIRGE, ECR.

P. J. O. CHAUVEAU.

Ministre de l'Instruction Publique.

Les Ursulines de Québec. Premières dans la voie du progrès.

Nous apprenons avec une vive satisfaction et un légitime orgueil que cette excellente institution vient de commander à M. Baillairgé, un exemplaire de son tableau stéréométrique, et que notre distingué québecquois, dans une seule séance de quelques heures que lui ont accordée les Révérendes Dames, les a mises au fait de son système de nomenclature et de toisé. C'est à ne pas y croire ; mais on nous assure que la Révérende Supérieure, accompagnée des Sœurs Ste. Croix et Raphaël, ont immédiatement et parfaitement compris dans tous ses détails le système de M. Baillairgé. Elles allaient même, nous dit-on, au devant des difficultés, et laissant de côté les formes ordinaires : prisme, cylindre, pyramide, cône, etc., recherchaient elles-mêmes sur le tableau les formes les plus compliquées telles que les troncs de fuseau (futailles), les sections de sphère et de sphéroïdes et les prismoïdes variés que présentent les 200 modèles du tableau.

En effet, on enseigne déjà aux Ursulines la géométrie des lignes et des surfaces, et de là au toisé des solides par la formule de M. Baillairgé, il n'y a qu'un pas, une simple opération d'arithmétique : une addition des surfaces et la multiplication de leur somme par la sixième partie de la hauteur du corps à évaluer.

Les Révérendes Dames doivent de suite enseigner ce toisé à leurs élèves qui seront interrogées sur le tableau aux prochains examens.

L'exemple digne d'éloges que vient de donner les Ursulines de Québec, a été suivi de près par une autre institution importante, celle des Dames de Jésus-Marie sur le chemin du Cap-Rouge ; et l'on nous informe que les Dames de la Congrégation de St. Roch, avec celles du Bon-Pasteur et les Sœurs de Charité doivent aussi ajouter au programme déjà varié de leur enseignement, cette étude de la stéréotomie à laquelle jusqu'à présent il a été impossible de songer, mais que le système de M. Baillairgé rend maintenant possible, en réduisant, comme il le fait, l'étude d'une année à celle d'une leçon pour ainsi dire.—(Extrait de l'*Evénement* du 10 Avril 1873.)

APPENDICE B.

—

DÉMONSTRATION GÉNÉRALE

ET

DISCUSSION

DE LA

FORMULE STÉRÉOMÉTRIQUE

BAILLAIRGÉ.

DÉMONSTRATION GÉNÉRALE

ET

DISCUSSION

DE LA

FORMULE STÉRÉOMÉTRIQUE

BAILLAIRGÉ.

Chercher le volume d'un corps c'est chercher combien de fois il contient un autre corps lequel est pris pour unité de volume et qui est un cube dont le côté est l'unité de longueur—Delà vient l'expression "cuber un corps."

Il est facile de trouver la solidité d'un cube dont le côté est différent de l'unité.

On démontre avec autant de facilité qu'un parallépipède rectangle et droit est égal au produit continu des 2 dimensions de sa base et de sa hauteur.

Quoique ce soit un peu plus long, on démontre aisément qu'un prisme triangulaire, et par suite qu'un prisme quelconque est égal au produit de sa base par sa hauteur. Au contraire quand il s'agit des corps non-prismatiques, les démonstrations sont longues et difficiles et les formules qui donnent le volume de ces solides sont très variées et d'une application souvent peu aisée. La raison de cette différence vient de ce que les prismes, ayant une grosseur uniforme, peuvent se décomposer en tranches égales superposées et qu'ainsi on peut les considérer comme formés par la trace d'une de ces tranches se mouvant parallèlement à elle-même.

Dans les autres corps, si on les suppose engendrés par le mouvement d'une tranche, à hauteur infiniment petite, cette tranche ne reste pas constamment la même ; elle varie en grandeur, et cette variation n'est pas la même pour tous les corps.

Voyons un peu comment se fait cette variation.

Je prends une surface plane à contours définis ; je fais mouvoir cette surface parallèlement à elle-même, et d'un mouvement uni-

forme, de sorte que un point quelconque de cette surface décrive, dans ce mouvement, une ligne droite ; j'obtiens *un prisme*.

Mais je reprends l'expérience ci-dessus, avec les mêmes précautions ; seulement je m'arrange pour que, à intervalles de temps égaux, la surface diminue ou augmente dans le même rapport soit géométrique soit arithmétique. Ainsi v. g. je suppose que dans la seconde position le plan générateur ait diminué de $\frac{1}{4}$, relativement à ce qu'il était dans la première position ; que dans la cinquième position, il ait diminué de $\frac{1}{4}$ relativement à ce qu'il était dans la quatrième position. En d'autres termes, je suppose que la surface du plan soit exprimée par A dans la 1^{ère} position et par $\frac{3}{4}A$ dans la 2^{de} position et par $\frac{9}{16}A$ dans la 3^{me} position et ainsi de suite.

Faisons une autre application et exprimons par A la surface du plan dans la 1^{ère} position et supposons qu'elle diminue de b à chaque nouvelle position,

dans la 2^{me} position, la surface du Plan sera $A - b$

“ 3^{me} “ “ “ $A - 2b$

“ 4^{me} “ “ “ $A - 3b$

jusqu'à ce qu'on arrive à $A - nb = 0$.

Ce qui est clair c'est que j'obtiendrai un solide différent suivant la variation du plan générateur ; mais il est également clair que, avec un plan déterminé variant dans un rapport fixé, et à des intervalles ou distances spécifiés, je ne pourrai obtenir qu'un seul et même corps et cela toutes les fois que je me poserai les mêmes conditions, *i-e*, la même loi.

Donc, réciproquement, dans un corps en particulier v. g. une sphère, un ellipsoïde, la surface s des sections équidistantes et parallèles varient suivant une certaine loi.

Maintenant quelle est cette loi ? J'ai supposé qu'une surface, une tranche, était exprimée en fonction de la voisine ; mais il vaut mieux exprimer le terme général qui les représente toutes et chacune en particulier, de même qu'au lieu de dire qu'un terme x d'une progression géométrique est égal au terme précédent multiplié par le rapport p , on préfère exprimer le terme général en fonction du premier terme a et dire $x = ap^{n-1}$

Or pour les solides en question le choix de la variable est facile à faire, et il est tout naturel d'exprimer une surface quelconque en fonction de sa distance à une des 2 bases parallèles.—Cette variable aura un coefficient et un exposant et l'expression aura un ou plusieurs termes.

Jusqu'ici les mots *tranches* et *surfaces* ont été employées indistinctement, parce qu'on peut se représenter une surface comme une tranche d'une épaisseur infiniment petite. D'ailleurs dans un instant toute confusion sera écartée.

Je dis donc que le terme général représentant les surfaces s sera une expression de la forme $s = A x^m + C x^n + D x^p + \dots$ Avec ces données, j'essaye de cuber un corps non-prismatique P, de hauteur H, et dont les bases B inférieure, et B' supérieure sont parallèles.

Pour ramener ce cas à l'évaluation d'un prisme, il faut se rappeler que ce corps P peut être supposé engendré par un plan B se mouvant d'une extrémité de H à l'autre.

En d'autres termes je partage H en n parties indéfiniment petites et par les points de division je mène $(n-1)$ plans et sur ces $(n-1)$ sections ainsi que sur la base B' je construis n prismes. Or il est très aisé de démontrer que plus n augmente, plus la somme des n prismes approche du volume P. qui en est conséquemment la limite : car l'erreur peut être rendue aussi petite que l'on veut.

Tous ces prismes auront une hauteur commune $h = \frac{H}{n}$ et chacun aura pour solidité le produit de h par une des bases, disons, par la base supérieure. Je désigne par $s, s', s'', \dots, s^{(n-1)}$ ces différentes bases supérieures des prismes, en commençant par la plus voisine de B jusqu'à la base B' = $s^{(n-1)}$ par convention.

Donc le volume de P sera exprimé par

$$P = hs + hs' + hs'' + \dots + hs^{(n-1)}$$

ou bien

$$P = h \left\{ s + s' + s'' + \dots + s^{(n-1)} \right\}$$

ou encore en disposant verticalement les termes dans la parenthèse

$$P = h \times \begin{Bmatrix} s \\ s' \\ s'' \\ ' \\ ' \\ ' \\ s^{(n-1)} \end{Bmatrix}$$

mais le terme général de la valeur des s , en fonction de la distance de chaque surface à la base B', est

$$s = A x^m + C x^n + D x^p +$$

$$a\ pari\ s' = A x^m + C x^n + D x^p +$$

$$s'' = A x^m + C x^n + D x^p +$$

Remplaçant donc tous les s, s', s'' etc., par ces expressions on aura

$$P = h \times \left\{ \begin{array}{l} A x^m + C x^n + D x^p + \dots \\ A x^m + C x^n + D x^p + \dots \\ ' \quad + \quad ' \quad + \quad ' \quad + \dots \\ ' \quad + \quad ' \quad + \quad ' \quad + \dots \\ ' \quad + \quad ' \quad + \quad ' \quad + \dots \\ ' \quad + \quad ' \quad + \quad ' \quad + \dots \\ A x^m + C x^n + D x^p + \dots \\ (n-1) \quad (n-1) \quad (n-1) \end{array} \right\}$$

Reste à additionner tous les termes en dedans de la parenthèse ; et pour plus de facilité, je commence par la première rangée verticale, renfermant les termes ayant pour coefficient A et pour exposant m .

La distance entre deux surfaces voisines étant la même ou h , et x appartenant à la surface s voisine de B , cet x égale $H-h$. Par la même raison x , appartenant à s' voisine de s , cet x , égale $(H-h) - h = H-2h$ et ainsi de suite $x'' = H-3h$ et enfin $x_{(n-1)}$ égale $H-nh$. Conséquemment

$$\left\{ \begin{array}{l} A x^m \\ A x^m \\ A x''^m \\ ' \\ ' \\ A x^m \\ (n-1) \end{array} \right\} = A \times \left\{ \begin{array}{l} x^m \\ x^m \\ x''^m \\ ' \\ ' \\ x^m \\ (n-1) \end{array} \right\} = A \times \left\{ \begin{array}{l} (H-h)^m \\ (H-2h)^m \\ (H-3h)^m \\ ' \\ ' \\ (H-nh)^m \end{array} \right\}$$

Or $(H-h)^m$ égale

$$\left(H^m - m h H^{m-1} + \frac{m(m-1)}{1.2} h^2 H^{m-2} \dots \right)$$

Le développement des autres binômes ne diffère de celui-ci qu'en ce qu'il faut remplacer h par $2h$, ensuite h par $3h$, tout le reste étant le même pour tous. Pour simplifier je remplace

$$m, \quad \frac{m(m-1)}{1.2}, \quad \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \text{ etc par}$$

a b c

La Somme cherchée devient donc

$$A \times \left\{ \begin{array}{l} 1 \left| \begin{array}{l} m \\ H-1 \end{array} \right| a \left| \begin{array}{l} m-1 \\ h H \end{array} \right| + 1^2 \left| \begin{array}{l} m-2 \\ b h^2 H \end{array} \right| - 1^3 \left| \begin{array}{l} m-3 \\ c h^3 H \end{array} \right| \div \dots - 1^m \left| \begin{array}{l} m \\ h \end{array} \right| \\ 1 \left| \begin{array}{l} -2 \end{array} \right| \quad \quad \quad + 2^2 \quad \quad \quad - 2^3 \quad \quad \quad + 2^m \\ 1 \left| \begin{array}{l} -3 \end{array} \right| \quad \quad \quad + 3^2 \quad \quad \quad - 3^3 \quad \quad \quad + 3^m \\ 1 \left| \begin{array}{l} -4 \end{array} \right| \quad \quad \quad + 4^2 \quad \quad \quad - 4^3 \quad \quad \quad + 4^m \\ ' \quad ' \quad \quad \quad ' \quad \quad \quad ' \quad \quad \quad ' \\ ' \quad ' \quad \quad \quad ' \quad \quad \quad ' \quad \quad \quad ' \\ 1 \left| \begin{array}{l} -n \end{array} \right| \quad \quad \quad + n^2 \quad \quad \quad - n^3 \quad \quad \quad + n^m \end{array} \right\}$$

Ici les termes des colonnes verticales sont semblables et il n'y a plus qu'à prendre la somme des coefficients, qui ne sont autres que les puissances successives de la suite naturelle des nombres de 1 jusqu'à n . Je les indique s_1^n, s_2^n, s_3^n , l'indice 1, 2, 3..... indiquant le degré de la puissance à laquelle les nombre 1, 2, 3, 4.... n sont élevés.

Avec ces notations la somme cherchée est

$$A \left\{ n. H^m - S_1^n a h H^{m-1} + S_2^n b h^2 H^{m-2} - \dots + S_m^n h^m \right\}$$

mais en général* $S_m^n = \frac{n^{m+1}}{m+1}$ avec une suite de termes renfermant

les puissances décroissantes de n ; or dans le cas actuel, $h = \frac{1}{\infty}$, et $n = \infty$, et il suffit de prendre le terme en (n^{m+1}) qui est véritable-

ment la limite de S_m^n , ce qui donne,

$$A \left\{ n. H^m - \frac{n^2}{2} a h H^{m-1} + \frac{n^3}{3} b h^2 H^{m-2} \dots + \frac{n^{m+1}}{m+1} h^m \right\}$$

Faisant passer n hors de la parenthèse.

$$n A \left\{ H^m - \frac{a}{2} n h H^{m-1} + \frac{b}{3} n^2 h^2 H^{m-2} - \dots + \frac{1}{m+1} n^m h^m \right\}$$

Mais $nh = H$, $n^2 h^2 = H^2$; comme aussi
 $H. H^{m-1} = H^m$ et $H^2 \times H^{m-2} = H^m$

La somme revient donc à

$$n A \left\{ + \frac{1}{1} H^m - \frac{a}{2} H^m + \frac{b}{3} H^m - \dots + \frac{1}{m+1} H^m \right\}$$

Comme on se le rappelle les numérateurs 1, a , b , c , 1 ne sont que les coefficients du binôme $(H-h)^m$; on sait que la somme algébrique de ces co-efficients pour $(H-h)^m$, égale zéro; mais quelle est leur somme, lorsqu'ils ont été divisés, comme ci-dessus, par

1, 2, 3, 4, $m+1$

Rappelons-nous que dans cet $(m+1)$, m est rigoureusement le même que l'exposant de h , et non pas de H . Quand l'exposant m ,

* Voir plus loin page 10.

dans h^m est le même que celui de H , dans H^m , i-e quand la puissance développée est entière et positive, on démontre que la somme algébrique des co-efficients ainsi divisés égale $+\frac{1}{m+1}$.

En conséquence de la similitude des termes,

$$n A \left\{ \frac{1}{1} H^m - \frac{a}{2} H^m + \frac{b}{3} H^m \dots - \frac{1}{m+1} H^m \right\} = n A \frac{H^m}{m+1}$$

Donc la somme des termes de la première rangée verticale

$$A x^m + A x^{m-1} + \dots + A x^{m-n+1} = \frac{n}{m+1} A H^m$$

Je remarque le co-efficient A ainsi que l'exposant m paraissent dans les deux membres de l'équation, et j'en conclus qu'il en serait de même si au lieu de A et m , j'avais C et n , ou bien D et p .

D'ailleurs la seule restriction apportée pour arriver à faire la somme ci-dessus, c'est que la puissance soit entière et positive. Donc je puis remplacer m , n , p , par les nombres 0, 1, 2, 3, 4, ..., et ainsi lorsque la loi régissant les s sera exprimée par

$$S = A x^0 + C x^1 + D x^2 + E x^3 + \dots + U x^m$$

le volume sera représenté par

$$P = h \times \left\{ \frac{n}{0+1} A H^0 + \frac{n}{1+1} C H^1 + \frac{n}{2+1} D H^2 + \dots + \frac{n}{m+1} U H^m \right\}$$

Faisant passer n hors de la parenthèse et comme $n h = H$, j'obtiens enfin

$$P = H \times \left\{ A + \frac{C}{2} H + \frac{D}{3} H^2 + \dots + \frac{U}{m+1} H^m \right\}$$

Telle est la formule qui donne le volume d'un corps dans lequel les surfaces des sections équidistantes et parallèles aux bases sont régies par une loi dont le terme général serait

$$S = A + C x + D x^2 + \dots + U x^m$$

J'appelle cette formule, *formule du prisme équivalent*, puisqu'elle montre que le corps non-prismatique P est égal au volume d'un prisme de même hauteur H , mais dont la base

$$\left(A + \frac{C}{2} H + \frac{D}{3} H^2 + \dots + \frac{U}{m+1} H^m \right)$$

est une base moyenne entre toutes les surfaces régies par $s = A + C x + D x^2 + \dots$

Mais il faut remarquer que rien n'est venu préciser davantage les co-efficients indéterminés A , C , D etc, de sorte que dans un cas

particulier si on voulait trouver le volume d'un corps, il faudrait déterminer les valeurs de A, de C....., à moins de tourner la difficulté.

Ainsi que nous le verrons plus tard, dans la plupart des cas pratiques, la loi qui régit les surfaces parallèles aux bases ne renferme que x^0 , x^1 , et x^2 et la formule du volume se réduit à

$$P = H \times \left(A + \frac{C}{2} H + \frac{D}{3} H^2 \right);$$

réduisant les trois termes au dénominateur 6, puis faisant passer celui-ci hors de la parenthèse, on a

$$P = H \times \left(A + \frac{C}{2} H + \frac{D}{3} H^2 \right) = \frac{H}{6} (6A + 3CH + 2DH^2)$$

Puisque la 1^{ère} parenthèse renfermait une surface, la 2^{me} doit en renfermer six; voyons ce que peuvent être ces six surfaces dans un corps quelconque.

Il est naturel de prendre d'abord les bases, (la loi des surfaces est $S = A + Cx + Dx^2$).

La base supérieure = A car ici $x = 0$

la base inférieure = $A + CH + DH^2$ car ici $x = H$

leur somme = $2A + CH + DH^2$ et

$6A + 3CH + 2DH^2 - 2A - CH - DH^2 = 4A + 2CH + DH^2$ qui

évidemment égale 4 fois $\left(A + C \frac{H}{2} + D \left(\frac{H}{2} \right)^2 \right)$ surface de la

section faite à mi-hauteur

Donc lorsque dans un corps P, $S = A + Cx + Dx^2$

$$P = \frac{H}{6} \times (B + B' + 4M)$$

$\begin{cases} B' = \text{Base supérieure} \\ B = \text{Base inférieure} \\ M = \text{Surface d'une section} \\ \text{parallèle à mi-hauteur.} \end{cases}$

Comme cela la difficulté est bien tournée puisqu'en évaluant, par la méthode élémentaire, les surfaces B, B', et M, je suis certain de comprendre les coefficients A, C, D sans avoir besoin de les calculer.

Cette formule, comme on peut s'en convaincre, comprend les cas où l'on aurait $S = A + Cx + Dx^2 + Ex^3$ ou bien un ou plusieurs de ces quatre termes. Ainsi elle s'applique même aux Prismes.

Cette formule $P = \frac{H}{6} (B + B' + 4M)$ est la formule stéréométrique que M. Chs. Baillargé travaille à vulgariser; elle a l'immense avantage de pouvoir remplacer toutes les autres formules de stéréométrie; nous en parlerons plus loin.

NOTE

SUR

DEUX FORMULES D'ALGÈBRE.

$$1^{\circ} \quad S_m^n = \frac{n^{m+1}}{m+1} \quad \text{Si } n = \infty$$

$$\text{Réellement } S_m^n = \frac{n^{m+1}}{m+1} + K_n^m + K_n^{m-1} + K_n^{m-2} \text{ etc.}$$

En voici une démonstration élémentaire : elle consiste à faire la somme des puissances $m+1$ de la suite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, jusqu'à $n+1$ ou pour mieux dire de $0+1$, $1+1$, $2+1$, $3+1$, $4+1$ jusqu'à $n+1$: ce qui ne change rien puisque les 2 séries sont égales — Donc on a

$$(0+1)^{m+1} = 0 \qquad 0 \qquad 0 \qquad +1$$

$$(1+1)^{m+1} = 1^{m+1} + (m+1) 1^m + \frac{(m+1)m}{1.2} 1^{m-1} + \dots + 1$$

$$(2+1)^{m+1} = 2^{m+1} + (m+1) 2^m + \frac{(m+1)m}{1.2} 2^{m-1} + \dots + 1$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$([n-1]+1)^{m+1} = \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$(n+1)^{m+1} = n^{m+1} + (m+1) n^m + \frac{(m+1)m}{1.2} n^{m-1} + \dots + 1$$

Les 4 premiers termes de la 1ère colonne verticale étant égaux aux 4 derniers termes de la 2de colonne verticale et se trouvant dans deux membres différents, ces 8 termes se détruisent ; on a

$$(n+1)^{m+1} = \left\{ \begin{array}{l} + (m+1) 1^m + \frac{(m+1)m}{1.2} 1^{m-1} + \dots + 1 \\ + (m+1) 2^m + \frac{(m+1)m}{1.2} 2^{m-1} + \dots + 1 \\ \vdots \\ + (m+1) n^m + \frac{(m+1)m}{1.2} n^{m-1} + \dots + 1 \end{array} \right\}$$

Maintenant j'ajoute toutes ces équations membre à membre et désignant par S_{m-1}^n , S_{m-2}^n les puissances m-1, m-2 de suite des nombres naturels, comme pour S_m^n , j'obtiens

$$(n+1)^{m+1} = (m+1) S_m^n + \frac{(m+1)m}{1.2} S_{m-1}^n + \frac{(m+1)(m)(m-1)}{1.2.3} S_{m-2}^n \\ \dots \dots + n+1$$

D'où je tire la valeur de S_m^n

$$S_m^n = \frac{1}{m+1} \left((n+1)^{m+1} - \frac{(m+1)m}{1.2} S_{m-1}^n - \frac{(m+1)(m)(m-1)}{1.2.3} S_{m-2}^n - \dots - n-1 \right)$$

élevant $(n+1)$ à la puissance $(m+1)$, puis multipliant par $\frac{1}{(m+1)}$ facteur du second membre.

$$(a) \quad S_m^n = n^{m+1} + n^m + \frac{m}{2} n^{m-1} + \dots - \frac{m}{2} S_{m-1}^n \\ - \frac{m(m-1)}{2.3} S_{m-2}^n \dots - n-1$$

A pari, je conclus que S_{m-1}^n me donnerait des termes en n^m , n^{m-1} , et que S_{m-2}^n me donnerait des termes en n^{m-1} , n^{m-2} .

De cette sorte, réduction faite, et appelant K , K_1 , K_2 , K_3 , les coefficients des termes en n^m , n^{m-1} , n^{m-2} , n^{m-3} etc. la formule (a) prendra la forme

$$S_m^n = \frac{n^{m-1}}{m+1} + K n^m + K_1 n^{m-1} + K_2 n^{m-2} \text{ etc.}$$

$$2^{\circ} \quad Z \frac{\text{coefficients}}{\text{rang}} (a-b)^m = \frac{1}{m+1} \quad \text{Si } m \text{ est entier et positif.}$$

Soit un binôme $(a-b)$ à la puissance m , supposée entière et positive.

En faisant le développement de la puissance par la loi du binôme de Newton, j'obtiens pour coefficients $1 - \frac{m}{1} + \frac{m(m-1)}{1.2}$

$-\frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}$ et ainsi de suite jusqu'au terme de rang $(m+1)$ qui sera le dernier.

Je suppose chaque coefficient divisé ensuite par le nombre exprimant le rang qu'il occupe, et je dis que la somme de tous les quotients égale $+\frac{1}{m+1}$

Les coefficients croissent jusqu'au terme du milieu, puis repaissent en sens inverse. De plus ils sont alternativement positifs et négatifs.

Prenons d'abord le cas de $m =$ nombre pair. Le dernier coefficient sera positif et j'écris les coefficients, de cette manière.

$$+1 - \frac{m}{1} + \frac{m(m-1)}{1.2} - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \dots \dots \dots$$

$$+1 - \frac{m}{1} + \frac{m(m-1)}{1.2} - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3} \dots \dots \dots$$

Puis je divise les premiers par 1, 2, 3, 4 exprimant leur rang — et les derniers par $m+1$, m , $m-1$, $m-2$, exprimant aussi leur rang.

J'obtiens

$$+ \frac{1}{1} - \frac{m}{1.2} + \frac{m(m-1)}{1.2.3} \dots \dots \dots$$

$$+ \frac{1}{m+1} - \frac{m}{m} + \frac{m(m-1)}{1.2(m-1)} - \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3(m-2)} \dots \dots \dots$$

Effaçant les facteurs communs, les termes placés l'un au-dessus de l'autre, et de signe contraire, se détruisent tous; il reste $+\frac{1}{m+1}$

2d cas : m impair. — Soit $m = 2n + 1$. Je fais les mêmes opérations que tout à l'heure, mais 1o les termes égaux ne se détruisent plus, ils ont même signe; 2o le coefficient du terme de rang $n+1$, se trouvera à la fin de la première ligne, sans quantité correspondante à la seconde ligne; et 3o le dernier terme de la puissance sera négatif.

Faisant la somme, j'ai

$$-\frac{1}{m+1} + 2\frac{2m}{2} + \frac{2m(m-1)}{2.3} \dots \dots \dots + \frac{m(m-1) \dots (m-n+1)}{2.3 \dots (n+1)}$$

J'efface les facteurs 2 communs et j'ai

$$-\frac{1}{m+1} + 2-m + \frac{m(m-1)}{3} - \frac{m(m-1)(m-2)\dots}{3.4} + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{2.3\dots(n+1)}$$

Les 2 premiers termes se réduisent à $+\frac{1}{m+1} + \frac{2m}{m+1}$;

or je dis que

$$\frac{2m}{m+1} - m + \frac{m(m-1)}{3} - \frac{m(m-1)(m-2)\dots}{3.4} + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{2.3\dots(n+1)} = 0$$

La différence des 2 premiers égale $-\frac{m(m-1)}{m+1}$

Cette différence et le 3ème terme donne $+\frac{m(m-1)(m-2)}{3(m+1)}$

Cette somme et le 4ème terme donne $-\frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{3.4.(m+1)}$

jusqu'à ce qu'on arrive à

$$+\frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{3.4\dots(m+1)} \text{ qui est annulé par}$$

$$* + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{2.3.4\dots(n+1)}; \text{ car } 2(n+1) = m+1$$

Donc la somme des quotients des coefficients égale encore $+\frac{1}{m+1}$

* Ce terme est positif ou négatif suivant que $(n+1)$ est impair ou pair; c'est le contraire pour le terme au-dessus.

DISCUSSION DE LA FORMULE.

QUESTION.—Quels sont les corps qui peuvent être cubés rigoureusement et d'un seul coup par la formule stéréométrique Baillaïrgé,

$$\text{vol} = \frac{H}{6} (B + B' + 4 M) ?$$

La démonstration de la formule suppose *nécessairement* :

1o que les 2 bases du solides sont parallèles ; 2o qu'un plan mené à mi-hauteur entre les bases est parallèle à ces bases ;

3o que les surfaces des bases et des sections parallèles et équidistantes entre elles sont régies par une seule et même loi, de sorte que l'on puisse trouver un terme général exprimant ces surfaces.

Il faudra donc que le solide à cuber satisfasse à ces 3 conditions ; mais en outre le solide doit remplir une 4ème condition à laquelle on arrive en faisant la démonstration : c'est que le terme général, exprimant la loi, qui régit la surface des sections, doit être une expression algébrique, positive, et ne renfermant la variable qu'avec les exposants 0, 1, 2, 3.

Il s'agit de voir quels sont les conséquences géométriques qui découlent de cette 4ème condition, un peu trop analytique, dans sa concision.

Et d'abord les corps à bases parallèles (pusqu'il ne s'agit que de ceux-là) peuvent être terminés latéralement ou par des surfaces planes, ou par une surface courbe, ou enfin par une combinaison de plans et de surfaces courbes. Nous allons voir que dans le premier cas, l'existence des 3 premières conditions entraîne celle de la 4ème ; ce qui n'a pas toujours lieu pour les deux autres cas.

I. Corps terminés par des plans, latéralement.

Tous les corps de cette catégorie ne sont pas cubables par la formule ; il y a certaines limites : car il faut que les sections parallèles aux bases soient régies par *une loi constante* ; donc chacun des plans latéraux doit conserver *la même direction*, d'une base à l'autre : en

effet il est évident que si un plan a existé en vertu d'une loi pendant un certain temps, il continuera tant que la loi n'aura pas changé.

Mais si chaque plan latéral conserve d'une base à l'autre la même direction, il s'ensuit que les arêtes latérales (non parallèles aux bases) doivent être des lignes droites allant d'une base à l'autre, et non des lignes brisées.

Ces arêtes peuvent se rencontrer sur le périmètre de l'une ou de l'autre des bases et même entre les bases ; mais dans ce dernier cas, il faut que toutes les arêtes latérales se coupent en un seul et même point (pour faire 2 solides opposés au sommet).—Autrement toutes les lignes ne changeraient pas de signe en même temps, et l'on obtiendrait pour l'expression des superficies, *des nombres négatifs* ; ce qui est absurde.

N. B. En pratique rien de plus aisé que de vérifier ces conditions en s'assurant 1° si les bases sont parallèles ; 2° si les surfaces latérales sont des plans ; 3° si chaque arête est une ligne droite, d'une base à l'autre ; 4° si, entre les bases, toutes les arêtes se coupent au même point.

Reste à prouver que l'expression des surfaces sectionnelles a la forme convenable.

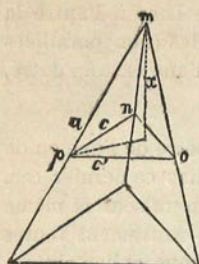
Il est facile de voir que une quelconque des sections parallèles aux bases, sera, pour un solide unique, un polygone d'un même nombre de côtés, et ensuite que ces côtés croissent ou décroissent en progression arithmétique.

On doit admettre aussi aisément la possibilité de décomposer le solide donné en un certain nombre des solides élémentaires suivants :

- 1° en pyramides triangulaires
- 2° en “ “ renversées
- 3° en double — coins.

Ainsi la section polygonale du solide primitif se trouve remplacée par un certain nombre d'autres sections triangulaires ou quadrangulaires : en effet les sections, dans une pyramide triangulaire (non-renversée), sont des triangles décroissants de bas en haut, tandis qu'ils sont croissants de bas en haut, si la pyramide est renversée ; dans les double-coins, ce sont des quadrilatères dans lesquels une dimension est croissante, tandis que celle contiguë est décroissante : de sorte que les quadrilatères sont croissants pendant un certain espace, et ensuite décroissants.

Exprimons la surface d'une section de pyramide triangulaire en fonction de la distance de cette section à la base supérieure.



Un triangle égale le produit continu de deux côtés contigus et de $\frac{1}{2}$ sinus de l'angle compris.

$$C. C' \frac{\sin. npo}{2}$$

$$\sin. mop : a :: \sin. pmo : C' = \frac{a \sin. pmo}{\sin. mop.}$$

$$\sin. mnp : a :: \sin. pmn : C = \frac{a \sin. pmn.}{\sin. mnp.}$$

mais $x = a \cos. p.$

$$\text{donc } a = \frac{x}{\cos. p.}$$

$$\text{Donc } S = \frac{\sin. npo \times \sin. pmo \times \sin. pmn}{2 \sin. mop \times \sin. mnp \times \cos^2 p.} x^2$$

Pour toutes les autres sections parallèles, dans cette pyramide, les angles et par suite les sinus seront constants, et je puis représenter le coefficient de x^2 par D, et j'obtiens

$$S = D x^2$$

Comme on voit, la surface S ne surpasse pas le $2d$ degré, et il en serait de même dans une pyramide renversé et dans un double-coin—Ainsi leur somme ou la section polygonale du solide à cuber rentre dans la formule

$$S = A + C x + D x^2$$

et la formule stéréométrique donne exactement et d'un seul coup la solidité d'un tel corps.

II. Corps terminés latéralement par une surface courbe.

Les cylindres n'étant que des prismes infinitaires rentrent dans la même catégorie, ainsi que les cônes qui sont des pyramides à base circulaire ; mais pour un cône on le démontre aussi en coupant ce cône par un plan diamétral, i. e, passant par l'axe du cône.

Ce plan diamétral, par son intersection avec la surface latérale du cône détermine deux lignes droites qui se coupent au sommet du cône et que je nomme les lignes directrices ; voici pourquoi : c'est qu'au lieu de me représenter le cône comme produit par la révolution d'un triangle rectangle sur un de ses côtés, je le conçois, suivant l'idée fondamentale du théorème précédent, engendré par la trace d'un cercle qui d'abord forme la base du cône, et qui ensuite s'en éloigne parallèlement à lui-même, en diminuant à chaque instant, tandis que dans ce mouvement chaque extrémité de son diamètre s'appuie sur une des deux lignes directrices.

Or dans un cône les s sont tous des cercles et il est facile d'exprimer le rayon de ces cercles en fonction de la distance du cercle au sommet du cône, puisque l'axe et une des directrices forment les deux côtés d'un angle qui seront coupés par le rayon de chaque cercle.

Ceci indique la marche à suivre au sujet des corps terminés par une surface courbe, dont les principaux sont la sphère, l'ellipsoïde, l'hyperboloïde et le paraboloides.

Un mot sur chacun d'eux.

Comme tous ces solides ont un axe, au lieu de m'occuper de deux directrices, je n'en considérerai qu'une seule, car le cercle se trouve parfaitement déterminé au centre par l'axe et à l'extrémité du rayon par une des 2 directrices.

1° La sphère est un solide de révolution engendré par un demi-cercle tournant autour de son diamètre, lequel devient l'axe de la sphère ; d'où il suit que toutes les sections planes sont des cercles.

Ici la courbe directrice est un demi-cercle.

2° Une demi-ellipse tournant autour du grand axe engendre l'ellipsoïde allongé, et tournant autour du petit axe, l'ellipsoïde aplati. Dans les 2 cas, les sections perpendiculaires à l'axe de révolution sont des cercles, et la courbe directrice est une demi-ellipse.

3° L'ellipsoïde à trois axes inégaux diffère de l'ellipsoïde de révolution seulement en ce que les sections perpendiculaires à l'axe sont des ellipses : dans ce cas il faut deux demi-ellipses directrices, une pour l'extrémité du demi-grand axe et une pour celle du demi-petit axe. Ces deux courbes directrices, qui se coupent à angle droit, sont deux demi-ellipses, non identiques, et n'ayant qu'un seul axe commun lequel est l'axe même de l'ellipsoïde.

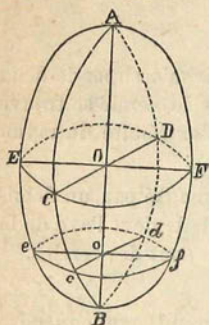
4° Ce qui précède s'applique aux hyperboloïdes et aux paraboloides.

Une demi-hyperbole tournant autour du premier axe (prolongé,) engendre une nappe d'un hyperboloïde de révolution à deux nappes. La courbe directrice est une demi-hyperbole.

Une hyperbole tournant autour du 2d axe engendre l'hyperboloïde de révolution à une nappe — la courbe directrice est une des deux hyperboles conjuguées.

Dans les deux cas les sections perpendiculaires à l'axe sont des cercles. Si on remplace les cercles par des ellipses semblables entr'elles, on obtient deux hyperboloïdes à 3 axes inégaux, l'un à 2 nappes et l'autre à 1 nappe. Les ellipses ont pour directrices dans le premier cas, deux demi-hyperboles qui n'ont d'identique que leur axe réel, et dans le 2d cas, deux hyperboles ayant seulement le même axe imaginaire.

Enfin une demi-parabole tournant autour de son axe engendre le paraboloidé de révolution, dans lequel les sections perpendiculaires à l'axe sont des cercles, et la courbe directrice une demi-parabole, tandis que dans le paraboloidé elliptique, les sections sont des ellipses, et les deux directrices, deux demi-paraboles ayant leur sommet au même point. La formule stéréométrique donne le volume exact de tous ces corps, comme on va le voir.



Pour fixer les idées, je prends l'ellipsoïde à 3 axes inégaux A B C D E F; l'ellipse E C F D est perpendiculaire à l'axe A B; on a mené l'ellipse e c f d parallèle à E C F D.

L'ellipsoïde peut être supposé formé par un nombre infini d'ellipses toutes traversées, dans leur centre, par l'axe A B, et ce sont justement ces ellipses qu'il s'agit de carrer pour s'assurer si l'expression générale de leur superficie reste dans les limites voulues; e c f d est une de ces ellipses.

Surface d'une ellipse égale le produit continu de Π et de ses 2 demi-axes, i.e. $\pi. r. r'$; donc e c f d = $\pi \times o d \times o f$; il s'agit d'exprimer o d et o f en fonction de o A = x

Or il est visible que o d est une ordonnée (y) à l'axe A B dans l'ellipse A C B D et of, une ordonnée (z) à l'axe A B dans l'ellipse A E B F.

Les 2 ellipses directrices ACBD, AEBF ont un axe commun AB=a; et soit b, B le second axe de ces 2 ellipses.

En comptant les abscisses du sommet A, on a

$$(od)^2 = y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax - x^2); \text{ d'où } y = \frac{b}{a} \sqrt{2ax - x^2}$$

$$(of)^2 = z^2 = \frac{B^2}{a^2} (2ax - x^2); \text{ d'où } z = \frac{B}{a} \sqrt{2ax - x^2}$$

Comme les valeurs de y et de z sont 2 quantités irrationnelles semblables, leur produit sera rationnel; ainsi e c f d ou toute ellipse parallèle, aura pour surface.

$$S = \Pi \times \frac{b. B}{a^2} (2ax - x^2)$$

I. Pour un ellipsoïde de révolution, la seule différence c'est que b = B et par suite

$$S = \frac{\Pi. b^2}{a^2} (2ax - x^2)$$

II. Pour la sphère a = b = B d'où $S = \Pi (2ax - x^2)$

III. Pour un hyperboloïde à 3 axes inégaux et à 2 nappes, les axes des ellipses parallèles sont ordonnées d'hyperbole (ordonnées au

1er axe); or dans une hyperbole $y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax + x^2)$; au reste le raisonnement serait le même que dans l'ellipsoïde et on arriverait à

$$S = \pi \times \frac{b \cdot B}{a^2} (2ax + x^2)$$

S'il s'agit de l'hyperboloïde à une nappe, il vaut mieux compter les abscisses à partir du centre, et on trouve que $S = \pi \times \frac{Aa}{b^2} \times (b^2 + x^2)$

(N. B. Ici A et a sont les premiers axes des hyperboles)

IV. Si les deux hyperboloïdes précédents étaient de révolution $b = B$ et $A = a$ et ainsi

$$S = \frac{\pi b^2}{a^2} (2ax + x^2) \quad S = \frac{\pi a^2}{b^2} (b^2 + x^2)$$

V. Dans une parabole l'équation des ordonnées est $y^2 = px$ et pour le paraboloidé elliptique

$S = \pi \sqrt{px} \times \sqrt{Px} = \pi x \sqrt{Pp}$, tandis que pour le paraboloidé de révolution $S = \pi \cdot p \cdot x$

VI. Si les solides précédents étaient tronqués par des plans perpendiculaires à l'axe, il y aurait tout au plus à remplacer dans les expressions des S, (x par x + une quantité constante,) et le degré de l'expression ne dépasserait pas le deuxième.

VII. Si c'était par des plans également inclinés sur l'axe, il y aurait un léger changement dans les facteurs constants venant de ce que les axes des ellipses parallèles seraient non plus des ordonnées aux axes mais bien des *ordonnées aux diamètres*. Comme dans la parabole, l'ellipse et l'hyperbole, l'équation aux diamètres est *tout-à-fait semblable* à celle aux axes, on peut conclure immédiatement que même les troncs à bases également obliques à l'axe peuvent être cubés par la formule.

Si je voulais m'assurer, dans un cas pratique, qu'un corps supposé être un ellipsoïde tronqué, en est un véritable, et peut être cubé par la formule, la première chose à faire serait de le compléter par la pensée.

Pour que le solide ainsi complété puisse être cubé exactement, il faudra nécessairement que les 2 directrices à angle droit, ainsi prolongées, soient 2 courbes de même espèce; i-e, 2 demi-circonférences, une demi-circonférence et une demi-ellipse, 2 demi-ellipses, 2 demi-hyperboles, ou enfin 2 demi-paraboles: car si l'un était une demi-hyperbole et l'autre une demi-parabole, les 2 quantités r, r' ne seraient plus 2 radicaux semblables, et leur produit r r' resterait irrationnel.

Mais il ne suffit pas que ce soit 2 courbes de même espèce; il faut encore que l'axe des 2 directrices prolongées coïncide avec celui

du solide : sinon le corps ne saurait être cubé exactement par la formule stéréométrique. En effet en se reportant à la démonstration ci-dessus, r et r' se composeraient de 2 termes, l'un rationnel et l'autre radical, de sorte que le produit rr' demeurerait *irrationnel*.

Il y a cependant une exception, quand r et r' sont l'un la somme et l'autre la différence des deux mêmes quantités : car en vertu du principe $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, le produit rr' deviendrait certainement *rationnel*.

On peut se convaincre aussi qu'un corps dont les 2 directrices seraient par exemple 2 demi-circonférences, ayant leur convexité tournée vers l'axe du corps ne pourrait être cubé exactement par la formule : car, pour cette hypothèse, il faudrait changer, dans la démonstration ci-dessus, les x en y et les y en x , ce qui donnerait pour valeur de s , un radical.

Tout revient donc à dire 1° que les deux directrices à angle droit doivent être des courbes de même espèce, lesquelles complétées, s'il le faut, aient leur sommets au même point ; 2° que l'axe de ces 2 courbes coïncide avec l'axe du solide.

Entre parenthèse, pour le cas exceptionnel de tout à l'heure, il faut 1° que les directrices soient deux arcs identiques et 2° que les axes de ces arcs soient placés à la même distance de l'axe du solide, l'un en deçà et l'autre au-delà, par rapport aux directrices.

Il est aisé de conclure que, en pratique, à moins de savoir d'avance qu'on a à cuber v. g. une sphère, un ellipsoïde, ou des troncs de ces corps, il serait extrêmement long et difficile de constater

1° l'espèce de courbe à laquelle appartiennent les 2 directrices et 2° la position de leur axe.

Ainsi il est beaucoup plus simple de supposer le corps à cuber partagé en un certain nombre de tranches de manière que le côté courbe soit sensiblement une ligne droite. Ces tranches, à la manière des cônes tronqués, se cuberont très promptement par la formule stéréométrique.

C'est d'ailleurs la seule ressource pour tous les solides que la formule stéréométrique ne pourrait pas cuber d'un seul coup. La même remarque s'applique *a fortiori* aux solides terminés latéralement, partie par des plans, et partie par une surface courbe.

De ce que, en pratique, la formule stéréométrique ne peut pas donner, d'un seul coup, le volume exact de certains corps, il ne faudrait pas en tirer un argument contre cette formule ; et cela pour la raison bien simple, que, dans ces cas, le toisé du corps *en bloc* est impossible. Et si dans quelques cas excessivement rares, il existe certaines formules très compliquées, *pratiquement* elles donneront un résultat moins exact que la formule stéréométrique.

Jusqu'à présent, un certain nombre de corps se toisaient par des formules faciles ; d'autres se toisaient par des formules très compliquées ; pour d'autres enfin, il fallait les partager mentalement en différentes parties, ou bien on en était réduit à des approximations ; or la formule stéréométrique s'applique avec avantage dans tous ces cas.

1° Elle est aussi facile à retenir que l'une quelconque des anciennes formules élémentaires.

2° Elle est d'une application beaucoup plus simple qu'une foule d'autres.

3° Elle peut lutter très avantageusement avec toutes les autres par sa grande exactitude, suivant les cas : la démonstration et la discussion précédentes ayant pour but de montrer les conditions dans lesquelles le résultat est rigoureusement exact afin de mieux indiquer la route à suivre pour résoudre certains problèmes d'une manière satisfaisante.

REYD. N. MAINGUI,

Professeur de Mathématiques au Séminaire de Québec.

(Extrait d'un journal de Paris.)

TABLEAU STÉRÉOMÉTRIQUE.

Nouveau système de toiser tous les corps, quelles que soient leurs formes, par une seule et même règle ; par C. BAILLAIRGE, Architecte, etc., à Québec (Canada.)

M. C. Baillairgé, architecte du gouvernement à Québec (Canada), nous a adressé un tableau qu'il appelle *stéréométrique*.

Ce tableau, espèce d'armoire, contient deux cents petits solides en bois, affectant deux cents formes différentes, sphères, demi-sphères, segments, cônes, troncs de cônes, pyramides, troncs de pyramides, polyèdres les plus variés, onglets, etc. ; — enfin figurant toutes les formes élémentaires de solides qu'on peut rencontrer dans les arts, la construction et la nature.

M. C. Baillairgé donne, inscrite en tête de ce tableau, pour trouver le volume d'un de ces deux cents corps, une formule qui pourra s'appliquer à un corps quelconque de la nature, car son volume pourra toujours se décomposer en un de ceux compris dans le tableau ou s'en rapprochera infiniment.

Voici cette règle :

A la somme des surfaces des extrémités parallèles ajouter quatre fois la surface au centre, et multiplier le tout par la sixième partie de la hauteur ou longueur du solide.

Cette formule est évidemment d'une simplicité extrême et abrégera considérablement les calculs pour les hommes qui s'occupent spécialement de mesurage et de métrage, — tels que les toiseurs-vérificateurs, les mesureurs, jaugeurs des contributions indirectes et des douanes, les arpenteurs, géomètres, constructeurs, architectes et ingénieurs.

Quant aux élèves des maisons d'éducation, des écoles d'arts-et-métiers, il est bon de leur faire connaître une méthode abrégée et se rapprochant infiniment de l'exactitude. Mais nous pensons qu'il convient de leur enseigner comment on arrive par les données de la science à formuler cette règle universelle.

Si l'on doit éviter de donner trop de temps aux études théoriques, il faut bien prendre garde à l'excès contraire. Le jeune homme dont toute la science consiste en une mémoire bien farcie de formules dont il ne sait pas retrouver les éléments est toujours un praticien bien embarrassé, lorsque les conditions du travail qu'il a à remplir sortent des données ordinaires.

Ce sera un bon caboteur, si vous le voulez, qui manœuvrera bien son navire en vue des côtes ; mais, une fois en pleine mer, il sera désorienté, ne sachant ni faire le point, ni déterminer sa position par le calcul.

M. Baillairgé, du reste, paraît être complètement de notre avis, car, antérieurement au tableau dont nous parlons, il a publié un excellent ouvrage sur la géométrie et la trigonométrie, dans lequel il a développé une foule de questions pratiques, de théorèmes et de formules remarquables par leur nouveauté, parmi lesquelles se trouve celle que nous venons d'exposer concernant la mesure des solides de forme quelconque.

Cet ouvrage a attiré à M. Baillairgé les éloges mérités des hommes compétents du Canada.

Nous regrettons vivement que l'ouvrage n'ait pas accompagné le tableau qu'on nous a adressé ; le compte-rendu que nous avons entrepris y aurait gagné en intérêt et en clarté. Réduits aux éléments ordinaires de la science, nous sommes entraînés à des calculs trop longs, et probablement par des sentiers moins directs que ceux indiqués par l'auteur, pour que nous vous invitons à vérifier avec nous l'exactitude de la règle donnée par M. Baillairgé. A ceux à qui la trigonométrie et la géométrie descriptive sont familières, nous dirons :

Faites comme nous, cherchez et vous trouverez. — A ceux qui travaillent pratiquement, nous conseillerons d'appliquer la règle que nous indiquons à un solide quelconque, dont ils savent mesurer le volume par une autre méthode, et ils se rendront compte de l'exactitude de la formule par la similitude des deux résultats ; d'où ils concluront que ce qui est vrai pour un cas le sera pour l'autre.

On reconnaîtra ainsi que la formule est mathématiquement exacte pour les prismes et prismoïdes, cylindres et cylindroïdes droits ou inclinés, pyramides régulières et irrégulières, et les troncs de ces solides entre bases parallèles, pour le cône droit ou oblique et son tronc entre bases parallèles, pour la sphère et le sphéroïde et tout segment ou tronc de ce corps séparé du solide entier par un plan incliné d'une manière quelconque aux axes ou diamètres, ou compris entre deux plans parallèles quelconques, pour les conoïdes paraboliques et hyperboliques droits ou inclinés et les troncs de ces solides compris entre plans parallèles ; et ces divers solides constituent dans leur ensemble la presque totalité des solides élémentaires que l'on puisse être appelé à évaluer.

Il n'y a que pour les fuseaux seuls et les onglets que la formule n'est pas mathématiquement exacte, mais encore se rapproche-t-on sensiblement de la vérité.

Du reste, il est toujours facile, quand un corps affecte une forme par trop fantaisiste, de le décomposer en plusieurs solides se rapprochant des formes plus géométriques et auxquels on peut appliquer la formule en toute sécurité. Le tableau construit par M. Baillaigé donne précisément les formes les plus diverses qui permettent, en rapprochant les différents solides, d'en construire de nouveaux de formes composées. On fait ainsi l'analyse et la synthèse de la méthode, d'une part, en appliquant la méthode au volume total composé des différents solides ; de l'autre, en calculant le volume de chaque morceau séparé et en additionnant les résultats ; l'addition de cette seconde manière d'opérer doit donner le même chiffre que l'application de la règle au volume total.

Est-il nécessaire d'indiquer les applications qu'on peut faire de cette méthode dans la pratique ? Cela nous paraît inutile, nous remplirions toutes les colonnes de la *Revue* ; les hommes pratiques sauront bien le moment de s'en servir.

Quant aux élèves, je laisse aux professeurs le soin de leur faire toucher du doigt ces applications, si multiples et si journalières. J'aurais assez aimé que M. Baillaigé, poussant plus loin son application pratique, eût mis, à côté de ses petits solides géométriques, des petits solides que j'appellerai pratiques, c'est-à-dire à côté d'un tronc de cône à base renversée une tour ou un phare ; à côté d'une pyra-

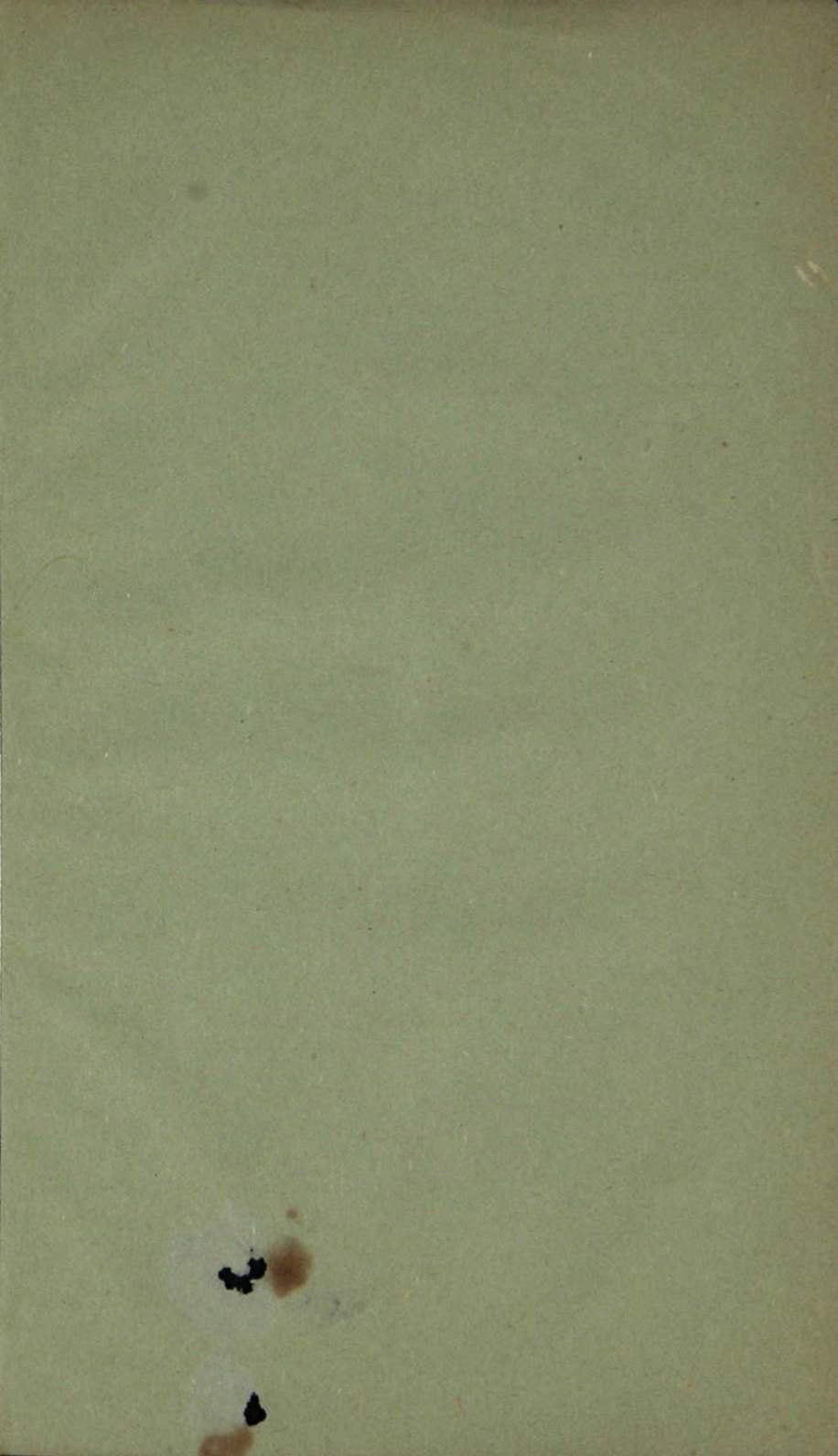
mide un clocheton ; à côté d'une calotte de sphère un dôme et ainsi de suite ; enfin le corps dans sa réalité avec la formule pratique.

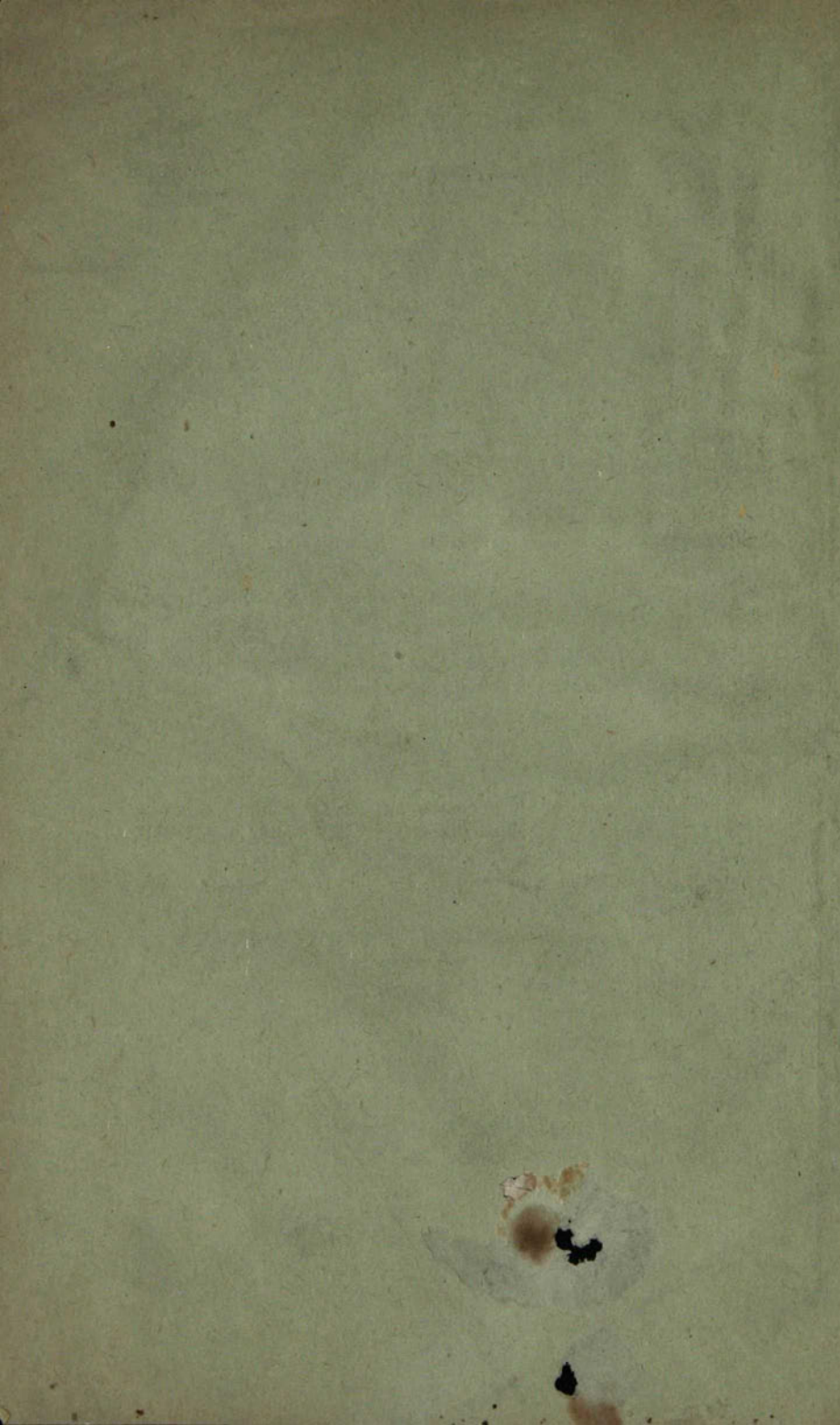
Un tableau ainsi fait serait très-attractif pour la jeunesse, qui s'habituerait, à la seule vue d'un monument ou d'un objet usuel, à appliquer la formule, à tracer dans son esprit les bases extrêmes et médianes et la hauteur, et à en conclure rapidement le volume.

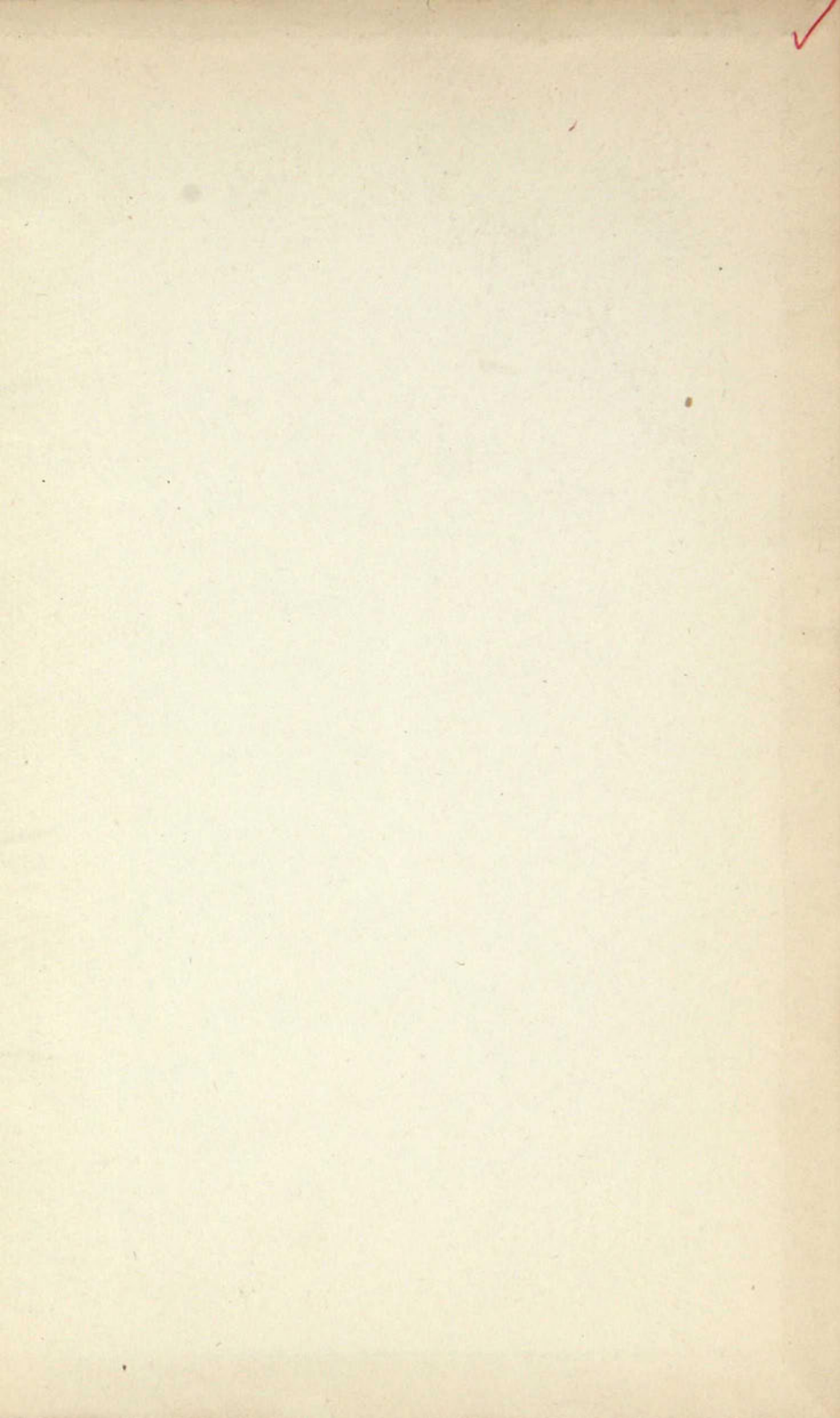
Voilà, ce me semble, une belle occasion pour les lecteurs de la *Revue des familles* d'exercer leurs connaissances géométriques.

Pour me résumer, je dirai que la méthode de M. C. Baillaigé est d'une simplicité et d'une exactitude remarquables, qu'elle est appelée à rendre de très-grands services aux praticiens, en leur évitant des pertes considérables de temps et en leur permettant d'obtenir les résultats cherchés aussi exactement que par les anciennes formules mathématiques ; c'est donc un devoir pour tous de propager ce système ; et pour moi un plaisir d'en féliciter l'auteur.

J. MORAND.







BAnQ



000 571 476