

**ANALYSE DES ZONES D'APPLICATION DES APPROXIMATIONS  
DES ÉQUATIONS DE ST-VENANT :  
REVUE DE LITTÉRATURE SUR CERTAINES APPROXIMATIONS ET  
ANALYSE D'APPLICATIONS HYDROTEL**

Rapport de recherche interne

Par

Pierre-Erik ISABELLE  
Silvio J. GUMIERE  
Alain N. ROUSSEAU

Institut national de la recherche scientifique  
490, rue de la Couronne  
Québec (Québec) G1K 9A9

Rapport R-1324

Été 2011



# Table des matières

---

Résumé .....	ix
1. Introduction.....	1
2. Objectifs.....	3
3. Méthode.....	5
3.1 Espaces paramétriques utilisés .....	5
4. Articles et méthodes .....	13
4.1 Simulations HYDROTEL.....	16
5. Résultats et discussions .....	19
5.1 Simulations HYDROTEL.....	28
6. Limitations et améliorations suggérées.....	31
6.1 Données manquantes.....	31
6.2 Nombres d'événements HYDROTEL .....	31
6.3 Simulations HYDROTEL, autres espaces paramétriques.....	32
7. Conclusion.....	33
8. Références bibliographiques .....	37



## Liste des figures

---

Figure 1. Limite de l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon, contrainte de validité de 5 %.	7
Figure 2. Limite de l'espace paramétrique de Daluz Vieira, approximation d'une embouchure avec écoulement critique.	9
Figure 3. Limites de l'espace paramétrique de Daluz Vieira, approximation de la nullité du gradient de profondeur à l'embouchure (figure tirée de Daluz Vieira (1983)).	9
Figure 4. Limites de l'espace paramétrique de Ponce et Simons.	11
Figure 5. Résultats des articles sur l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon.	19
Figure 6. Résultats des articles sur l'espace paramétrique de Ponce et Simons.	22
Figure 7. Espace paramétrique de Ponce et Simons, $Fo = 0,01$ .	23
Figure 8. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977), $Fo = 0,04$ .	23
Figure 9. Espace paramétrique de Ponce et Simons, $Fo = 0,1$ .	24
Figure 10. Espace paramétrique de Ponce et Simons, $Fo = 0,2$ .	25
Figure 11. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977), $Fo = 0,4$ .	25
Figure 12. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977), $Fo = 1$ .	26
Figure 13. Espace paramétrique de Ponce et Simons, $Fo = 2$ .	27
Figure 14. Résultats des simulations HYDROTEL dans l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon.	29



## Liste des tableaux

---

Tableau 1. Articles utilisés, rivières et approximations.....	13
Tableau 2. Dates des simulations et événements. ....	18



## Résumé

Ce projet avait pour but de déterminer la pertinence de l'utilisation de certaines approximations des équations de Saint-Venant dans divers articles de la littérature et dans certaines applications HYDROTEL. Pour ce faire, trois espaces paramétriques délimités (Moussa et Bocquillon (1996), Daluz Vieira (1983), Ponce et Simons (1977)) sont utilisés pour classifier les événements de pluie selon les caractéristiques physiques des rivières dans différentes zones correspondant aux différentes approximations. Pour les espaces de Moussa et Bocquillon (1996) et de Ponce et Simons (1977), les approximations utilisées dans les articles semblent bien concorder avec les zones dans lesquelles se retrouvent les points d'événements. L'espace paramétrique de Daluz Vieira (1983) exige les débits d'entrée latéraux, qui sont rarement disponibles, et trop peu de données sont présentes pour en arriver à une conclusion. De leur côté, les simulations HYDROTEL utilisent une approximation cinématique et selon l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon (1996), les événements pluvieux sont dans la zone cinématique, ce qui est en accord avec la prévision.



# 1. Introduction

La modélisation hydrologique est une méthode extrêmement utile pour la compréhension des bassins versants, que ce soit pour reproduire son comportement ou pour le prédire. Lorsque le but de l'expérience est de modéliser l'écoulement dans une rivière, il est primordial d'utiliser un système d'équations tenant compte des divers apports extérieurs et des caractéristiques physiques du bassin. Dans la majeure partie des cas, les équations de Saint-Venant sont utilisées (ex. :, Chow *et al.*, 1988). Ces équations sont présentées habituellement sous la forme suivante :

$$\frac{\partial y}{\partial t} + y \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} + g (S_f - S) = 0 \quad (2)$$

où  $y$  est la hauteur de l'écoulement;  $V$ , la vitesse de l'écoulement;  $g$ , l'accélération gravitationnelle;  $S$ , la pente du lit de la rivière;  $S_f$ , la pente de la ligne d'énergie;  $x$ , la distance longitudinale; et  $t$ , le temps. La première équation caractérise la conservation de la masse, alors que la deuxième traite de la conservation de la quantité de mouvement. Ces équations nécessitent beaucoup de données et de puissance de calcul pour être résolues dans leur forme initiale. Il est par contre possible d'utiliser des approximations.

L'équation 1 ne peut pratiquement pas être approximée. Par contre, certains termes de l'équation 2 peuvent être négligés dans certains cas. Il est utile de numéroter les termes de gauche de l'équation 2 avec les numéros I, II, III et IV. Le terme I représente l'inertie locale; le II, l'inertie convective; le III tient compte des différences de pressions; le IV, de la pente du lit de la rivière et du frottement. Les approximations les plus populaires sont celles de l'onde cinématique, l'onde diffusive, l'onde gravitaire et l'onde dynamique. L'onde cinématique est sans contredit la plus utilisée de par sa simplicité. En effet, elle ne prend en compte que le terme IV, soit les pentes du lit de la rivière et du frottement. L'onde diffusive ne considère que les termes III et IV, soit l'onde cinématique avec un ajustement pour les différences de pressions. L'onde gravitaire utilise, quant à elle,

seulement les termes I, II et III, soit les termes d'inertie locale et convective, en plus des différences de pressions. Enfin, l'onde dynamique utilise tous les termes, mais l'onde dynamique permanente (*steady dynamic wave*) permet d'ignorer le terme de l'inertie locale (I). Les ondes cinématique et diffusive sont donc des cas spéciaux de l'onde dynamique permanente.

Si ces approximations sont certes extrêmement utiles, il est toutefois faux de penser qu'elles peuvent s'appliquer à tous les cas d'étude. En effet, ces approximations ne sont valables que dans certaines zones d'un espace paramétrique qui dépend de l'approche utilisée.

Ce projet se divise donc en deux parties bien distinctes. D'abord, une revue de littérature est faite sur un grand nombre d'articles portant sur la modélisation hydrologique de tronçons de rivières. Les caractéristiques physiques des rivières sont compilées pour pouvoir classer les approximations faites dans les espaces paramétriques connus et ainsi vérifier la pertinence de l'utilisation de ces approximations. Ensuite, des applications HYDROTEL (Fortin *et al.*, 2001; Turcotte *et al.*, 2003, 2007) des rivières Beauvillage, Montmorency et Saint-Charles sont soumises au même genre d'analyse.

## 2. Objectifs

L'objectif principal de ce projet est de vérifier la validité de certaines approximations des équations de Saint-Venant qui ont été faites. Plus précisément, les objectifs spécifiques sont les suivants :

- Répertorier dans la littérature les applications des approximations des équations de Saint-Venant qui sont utilisées pour la modélisation hydrologique de rivières.
- Extraire, des articles trouvés, les caractéristiques physiques des rivières nécessaires pour le calcul des différents paramètres qui permettent d'établir les zones d'applications des différentes approximations dans un espace paramétrique.
- Placer les couples de paramètres dans les espaces paramétriques et vérifier la pertinence de l'approximation faite.
- Effectuer le même processus avec des applications HYDROTEL.



## **3. Méthode**

Cette section traite de l'approche utilisée pour l'obtention de résultats. Dans un premier temps, les différents espaces paramétriques seront présentés avec les zones qui s'y associent pour les différentes approximations des équations de Saint-Venant. Ensuite, les articles utilisés seront classés selon leurs approximations respectives et la méthode pour l'extraction des paramètres sera expliquée. Enfin, les applications HYDROTEL des rivières Beurivage, Montmorency et Saint-Charles seront présentées, avec la méthode utilisée pour l'extraction des paramètres.

### **3.1 Espaces paramétriques utilisés**

Il existe plusieurs études qui guident l'utilisateur vers la bonne approximation des équations de Saint-Venant. Chacune des études proposent un espace paramétrique distinct, où chaque événement sur chaque rivière étudiée peut être classé. Ces espaces paramétriques se présentent souvent sous la forme d'un graphique qui comporte des zones où doivent se trouver les couples de paramètres de chacune des simulations selon l'approximation utilisée. Pour cette étude, trois espaces paramétriques ont été utilisés : celui de Moussa et Bocquillon (1996), celui de Daluz Vieira (1983) et celui de Ponce et Simons (1977). Chacun de ces espaces paramétriques est présenté ici.

### **Moussa et Bocquillon (1996)**

La délimitation des différentes zones est ici une fonction de deux nombres adimensionnels : le nombre de Froude mis au carré et la période adimensionnelle. Ils s'expriment chacun de la façon suivante :

$$F_0^2 = \frac{V_0^2}{gy_0} \quad (3)$$

$$T_+ = \frac{TV_0 S_{f0}}{y_0} \quad (4)$$

Ici, l'indice zéro indique que le paramètre est pris à l'état d'écoulement non perturbé. De plus,  $T$  est la période de la perturbation qui traverse le tronçon de rivière. Les autres paramètres sont les mêmes que dans les équations 1 et 2. Moussa et Bocquillon (1996) ont déterminé des zones de l'espace paramétrique où chacune des approximations est valide grâce à une analyse à faible perturbation. Avec une contrainte de validité de 5 %, les limites deviennent les suivantes :

Onde cinématique :

$$\frac{F_0^2}{T_+} \leq 0,011 \text{ et } T_+ \geq 79$$

Onde diffusive :

$$\frac{F_0^2}{T_+} \leq 0,011$$

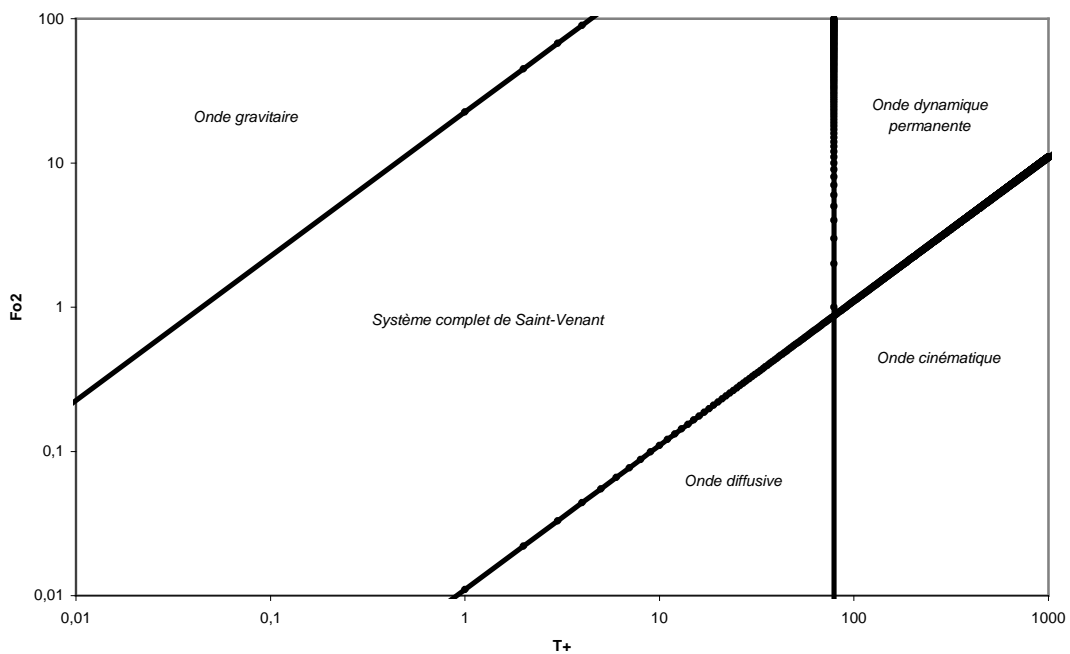
Onde dynamique permanente :

$$\frac{F_0^2}{T_+} \geq 0,028 \text{ et } T_+ \geq 79$$

Onde gravitaire :

$$\frac{F_0^2}{T_+} \geq 22,5$$

Lorsque ces limites sont tracées dans un graphique avec des échelles logarithmiques, il est possible de voir les zones attribuées à chacune des approximations, comme le montre la figure 1.



**Figure 1. Limite de l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon, contrainte de validité de 5 %.**

### **Daluz Vieira (1983)**

Les zones d'application de chacune des approximations sont encore une fois déterminées grâce à deux nombres adimensionnels : le nombre de Froude et un nombre d'onde cinématique. Les équations les décrivant sont les suivantes :

$$F_0 = C \left( \frac{\tan \theta}{g} \right)^{1/2} \quad (5)$$

$$k = \left( \frac{g^3 L \sin \theta}{C^4 q^2} \right)^{1/3} \quad (6)$$

Ici,  $\theta$  est l'angle constant de la pente du lit du tronçon;  $L$ , la longueur du tronçon;  $q$ , l'écoulement latéral entrant dans le tronçon, par unité d'aire; et  $C$ , le coefficient de rugosité de Chézy, défini comme :

$$C = \frac{V_0}{(S_f y_0)^{1/2}} \quad (7)$$

Comme la méthode est une analyse numérique poussée, les limites de chacune des approximations ne sont pas aussi clairement définies dans cet article que dans celui de Moussa et Bocquillon (1996). La figure 2 présente les zones d'approximations, en considérant qu'il est possible d'approximer l'embouchure avec un écoulement critique. Les zones grises représentent des endroits où les approximations cinématique, diffusive et gravitaire peuvent être utilisées. La figure 3 présente les zones avec l'approximation faite que le gradient de profondeur à l'embouchure du tronçon est égal à zéro.

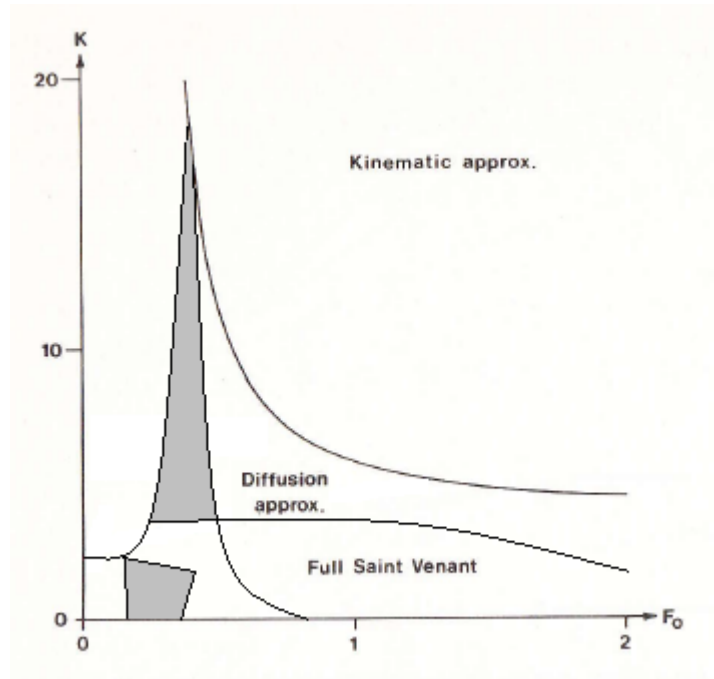


Figure 2. Limite de l'espace paramétrique de Daluz Vieira (1983), approximation d'une embouchure avec écoulement critique (figure tirée de Daluz Vieira (1983)).

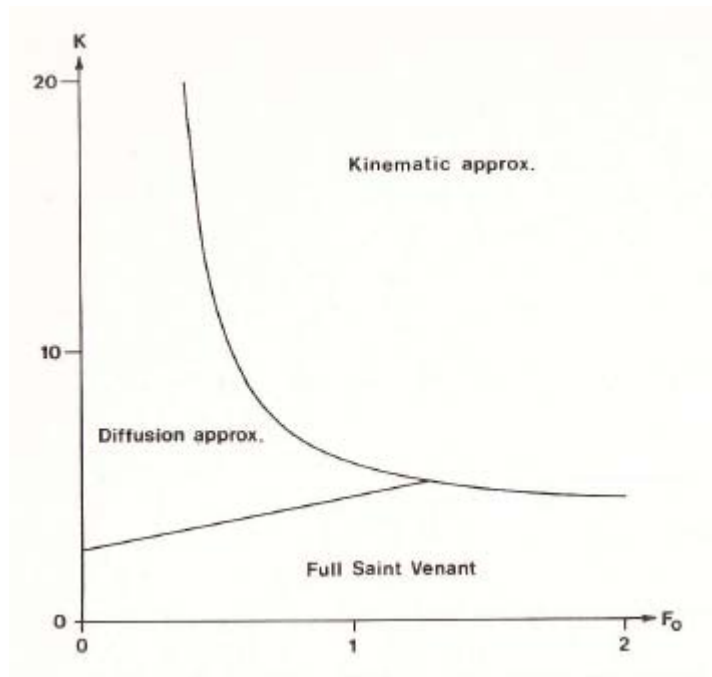


Figure 3. Limites de l'espace paramétrique de Daluz Vieira, approximation de la nullité du gradient de profondeur à l'embouchure (figure tirée de Daluz Vieira (1983)).

Les deux figures ont été tracées grâce à des analyses statistiques poussées et les lignes sont des lignes de contour pour une efficacité de 0,005. L'auteur mentionne toutefois quelques limites essentielles qui ont servi de bases pour ces figures; ces limites s'appliquent toutefois seulement à l'onde cinématique. Elles sont les suivantes :

$$k > 20 \text{ et } F_0 \geq 0,5 \text{ et } F_0^2 k > 5$$

### **Ponce et Simons (1977)**

La tendance semble donc être la création d'un espace paramétrique à l'aide de nombres adimensionnels. Cet article n'y fait pas exception, puisqu'il utilise trois paramètres adimensionnels pour classer les événements dans les bonnes approximations et ce, grâce à la théorie de la stabilité linéaire. Ces paramètres sont un nombre d'onde adimensionnel, la célérité adimensionnelle relative et le nombre de Froude :

$$\hat{\sigma} = \left( \frac{2\pi}{L} \right) L_0 \quad (8)$$

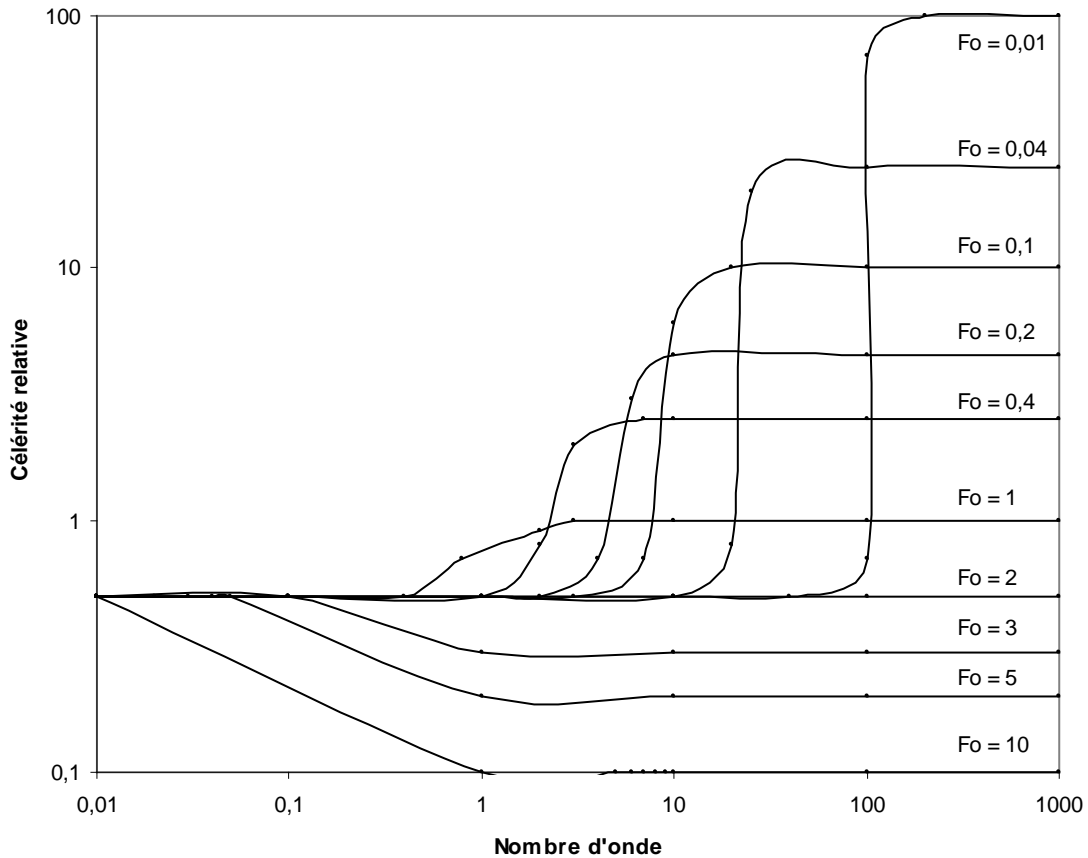
$$\hat{c}_r = \hat{c} - 1 = \frac{L/T}{V_0} - 1 \quad (9)$$

$$F_0 = \frac{V_0}{(gy_0)^{1/2}} \quad (10)$$

Dans ces équations,  $L$  est la longueur d'onde de la perturbation;  $T$ , la période de la perturbation; et  $L_0$ , la longueur horizontale dans laquelle la tête d'eau de l'écoulement uniforme permanent diminue d'une hauteur égale à la profondeur de l'écoulement, et elle se définit comme :

$$L_0 = \frac{y_0}{S_0} \quad (11)$$

Comme trois paramètres entrent en jeu, le graphique de Ponce et Simons (1977), présenté à la figure 4, est plus complexe, car il ne comporte pas de zones, mais des lignes.



**Figure 4. Limites de l'espace paramétrique de Ponce et Simons (1977).**

Dans ce graphique, il y a néanmoins trois zones possibles à identifier. La zone cinématique se retrouve à l'extérieur gauche du graphique. Dans cette zone, la célérité adimensionnelle relative est toujours égale à 0,5, peu importe le nombre de Froude ou le nombre d'onde. La zone gravitaire, à l'inverse, se trouve à l'extérieur droite du graphique. Ici, la célérité relative ne dépend que du nombre de Froude. Entre ces deux zones se trouve la zone dynamique, où la célérité relative dépend à la fois du nombre de Froude et du nombre d'onde. Plus précisément, cette zone est la montée entre la zone cinématique, plate avec la célérité relative de 0,5 et la zone gravitaire, plate aussi, avec la valeur de célérité relative égale à  $1/Fo$ . Ces zones ne sont toutefois

pas définies précisément, puisqu'elles dépendent du nombre de Froude et du nombre d'onde. Par exemple, avec  $Fo=10$ , la zone gravitaire serait pour des nombres d'ondes au-dessus de 1 et la zone cinématique pour des nombres d'ondes en-dessous de 0,01. Ce ne sont toutefois pas les mêmes zones pour d'autres nombres de Froude.

## 4. Articles et méthodes

Il y a évidemment un très grand nombre d'articles qui présente des modélisations hydrologiques de l'écoulement dans une rivière. Pour les besoins de cette étude, un nombre plus restreint fut utilisé, en tentant d'obtenir une grande variété sur la localisation des rivières, ainsi qu'un nombre égal de modélisation utilisant chacune des approximations des équations de Saint-Venant. Le tableau 1 présente les articles utilisés, avec les rivières qui leurs sont associées, ainsi que le type d'approximation utilisé.

**Tableau 1. Articles utilisés, rivières et approximations.**

Références	Rivières	Types
Arico <i>et al.</i> (2009)	Arno et Tiber, Italie	Cinématique
Bates et DeRoo (2000)	Meuse, France, Belgique, Pays-Bas	Cinématique
Blackburn et Hicks (2002)	Peace, Canada	Saint-Venant
Bravo <i>et al.</i> (1994)	Cypress creek, États-Unis	Cinématique
Gopakumar et Mujumdar (2009)	Critical creek, États-Unis	Dynamique
Hassan <i>et al.</i> (2009)	Arakawa, Japon	Diffusive, dynamique
He <i>et al.</i> (2008a)	Yellow, Luohe, Weihe, Chine	Saint-Venant
He <i>et al.</i> (2008b)	Hei, Chine	Cinématique, dynamique
Hicks (1996)	Peace, Canada	Dynamique
Horritt et Bates (2001a)	Severn, Royaume-Uni	Cinématique
Horritt et Bates (2001b)	Thames, Royaume-Uni	Cinématique, Saint-Venant
Horritt et Bates (2002)	Severn, Royaume-Uni	Cinématique, Saint-Venant
Leon <i>et al.</i> (2006)	Negro, Uaupes, Brésil	Cinématique
Lian <i>et al.</i> (2007)	Illinois (IL), États-Unis	Saint-Venant
Morin <i>et al.</i> (2009)	Kuiseb, Namibie	Cinématique
Moussa et Bocquillon (2009)	Hérault, France	Diffusive
Orlandini et Rosso (1998)	Sieve, Italie	Diffusive
Risley <i>et al.</i> (2006)	Bartang, Panj, Tajikistan	Saint-Venant
Sivapalan <i>et al.</i> (1997)	Murrumbidgee, Australie	Diffusive
Trigg <i>et al.</i> (2009)	Solimoes, Purus, Brésil	Diffusive, Saint-Venant
Yamazaki <i>et al.</i> (2011)	Amazone, Brésil	Diffusive
Yu et Lane (2006)	Ouse, Royaume-Uni	Cinématique

Il est à noter que ce sont seulement les articles utilisés, c'est-à-dire qui ont donné des points pouvant être placés dans les différents espaces paramétriques. En effet, une plus grande quantité d'articles a été survolée, mais une quinzaine d'entre eux ne comportait pas assez de données pour en arriver à une conclusion. C'est donc dire que 22 articles sont utilisés, avec des rivières présentes sur tous les continents et toutes les approximations des équations de Saint-Venant, hormis l'onde gravitaire. Cette approximation est peu utilisée dans la modélisation de l'écoulement d'une rivière. Elle nécessite un écoulement guidé seulement par la gravité, ce qui survient lors de rupture de barrage ou dans une chute et est donc rarement choisie par les chercheurs pour l'écoulement normal en rivière.

Il y a un nombre défini de paramètres à extraire de chacun de ces articles pour pouvoir produire les points sur les espaces paramétriques. Comme ces articles ne touchent pas tous nécessairement le même sujet, ils ne donnent pas toujours les mêmes données utiles à l'obtention des paramètres. Voici donc la liste des données de base nécessaires pour obtenir les nombres adimensionnels précédents :  $V_0$ ,  $y_0$ ,  $S_0$ ,  $S_{f0}$ ,  $T$ ,  $L$  et  $q$ . Il est donc utile d'expliquer la méthode pour obtenir chacune de ces valeurs.

La vitesse à l'état stationnaire  $V_0$  peut être obtenue directement dans l'article. C'est toutefois rare et de simples manipulations mathématiques peuvent être utilisées. La relation la plus utilisée est celle reliant la vitesse au débit, puisque les articles traitent surtout leurs données en matière de débit :

$$Q = AV \quad (12)$$

Ici,  $Q$  est le débit et  $A$ , l'aire d'écoulement. Il est possible que l'aire d'écoulement ne soit pas disponible dans l'article, auquel cas il est adéquat d'utiliser la formule de la pente d'énergie, advenant que cette dernière soit disponible.

$$S_{f0} = n^2 V_0^2 y_0^{-4/3} \quad (13)$$

Ici,  $n$  est le coefficient de rugosité de Manning. En inversant cette formule, la vitesse peut être obtenue.

Pour la hauteur de l'écoulement  $y_0$ , il est utile de préciser qu'elle est très souvent disponible directement dans l'article. Si ce n'est pas le cas, il est possible d'utiliser l'aire; en approximant que le canal est un rectangle, il suffit de diviser l'aire par la largeur.

La pente du lit de la rivière  $S_0$  est aussi souvent disponible. Si elle ne l'est pas, une approximation valable pour l'onde cinématique est de la mettre égale à la pente de la ligne d'énergie, qui est calculée grâce à l'équation 13. Inversement, si la pente de la ligne d'énergie n'est pas calculable, il est possible de la mettre égale à la pente du lit.

La période de la perturbation  $T$  doit obligatoirement être prise dans l'article, puisqu'elle dépend de l'événement de crue que l'auteur désire analyser. Si elle n'est pas donnée directement, la méthode utilisée nécessite l'hydrogramme de la simulation, qui est le plus souvent disponible. La période consiste en la largeur à mi-hauteur d'une ondulation du débit, par exemple, lors d'une crue. Il est aussi possible d'utiliser le temps d'écart d'observation de la crue entre deux stations.

La longueur d'onde de l'ondulation est rarement disponible. Pour l'étude présente, il fut décidé que la longueur du tronçon à l'étude pouvait parfaitement convenir, puisque la période utilisée est prise entre deux stations.

Les débits entrants latéraux  $q$  sont extrêmement difficiles à déduire des articles. La technique utilisée nécessite que l'article ait deux stations de mesure. Les débits latéraux sont donc la différence entre le débit de l'embouchure et le débit de l'entrée, le tout divisé par l'aire du bassin de drainage du tronçon. Habituellement, cette aire est aussi la différence de l'aire du bassin de drainage de l'embouchure et de l'aire de celui de l'entrée.

Il est important de spécifier que même avec ces différentes techniques, beaucoup d'informations restent manquantes. Par contre, plusieurs agences nationales de compilation des débits de rivières existent et offrent leurs données gratuitement. Elles sont présentes dans plusieurs pays : les États-Unis (USGS)<sup>1</sup>, le Canada (WSC)<sup>2</sup>, le

---

<sup>1</sup> <http://water.usgs.gov/data/>

<sup>2</sup> <http://www.wsc.ec.gc.ca/applications/H2O/index-fra.cfm>

Royaume-Uni (NRFA)<sup>3</sup>, la France (Hydro France)<sup>4</sup>, l'Australie (NSW Water Info)<sup>5</sup> et la République Tchèque (CHMI)<sup>6</sup>. Comme la plupart des données nécessaires sont pour l'état stationnaire de la rivière (indice zéro), une moyenne sur les valeurs de débits, vitesses, hauteurs d'eau et même de l'aire d'écoulement permettent une excellente analyse. Ces données sont donc utilisées, mais seulement si l'information n'est au départ pas disponible dans l'article.

Il est important de spécifier que la plupart des articles utilisent un indicateur de l'exactitude de leur simulation. Si le type de l'indicateur n'est pas toujours le même, ces données sont tout de même compilées dans ce projet.

#### 4.1 Simulations HYDROTEL

Après avoir analysé les méthodes utilisées par plusieurs autres auteurs, il convient d'analyser la pertinence des approximations faites par le modèle hydrologique, HYDROTEL.

En effet, ce modèle hydrologique utilise aussi une approximation des équations de Saint-Venant : l'onde cinématique. Les mêmes paramètres doivent donc être déduits des résultats de simulation pour pouvoir placer chacune des simulations dans un espace paramétrique défini. Ces paramètres sont les suivants :  $V_o$ ,  $y_o$ ,  $S_o$ ,  $S_{fo}$ ,  $T$ ,  $L$  et  $q$ .

Pour l'analyse, il est d'abord essentiel de choisir des événements de pluie précis, en examinant l'hydrogramme de simulation, qui présente le débit simulé et le débit observé en une station donnée pour la durée de la simulation. La période  $T$  de l'événement peut ainsi être tirée de cet hydrogramme, par la même technique que précédemment. Avec ces événements, il est ensuite possible de trouver, dans le fichier de simulation, quatre données importantes pour le calcul des paramètres utiles : la pointe de débit simulé, la pointe de débit observé, l'aire d'écoulement et la hauteur d'écoulement. De plus, le

---

<sup>3</sup> <http://www.ceh.ac.uk/data/nrfa/data/search.html>

<sup>4</sup> <http://www.hydro.eaufrance.fr/>

<sup>5</sup> [http://waterinfo.nsw.gov.au/water.shtml?ppbm=SURFACE\\_WATER&rs&3&rskm\\_url](http://waterinfo.nsw.gov.au/water.shtml?ppbm=SURFACE_WATER&rs&3&rskm_url)

<sup>6</sup> [http://www.chmi.cz/portal/dt?portal\\_lang=en&menu=JSPTabContainer/P1\\_0\\_Home](http://www.chmi.cz/portal/dt?portal_lang=en&menu=JSPTabContainer/P1_0_Home)

coefficient de Manning est toujours le même pour l'écoulement en rivière dans HYDROTEL, d'une valeur de 0,04.

Il est ensuite possible de déduire une vitesse simulée et une vitesse observée grâce aux débits respectifs et à la section moyenne de l'écoulement. La pente de la ligne d'énergie se calcule ensuite avec l'équation 13, encore une fois pour les valeurs simulées et observées. La pente du lit du tronçon sera égale à cette pente de la ligne d'énergie, puisque l'approximation est cinématique.

La longueur du tronçon est facilement accessible grâce aux fichiers générés par PHYSITEL pour l'importation dans HYDROTEL. Le fichier *troncon.trl*, disponible dans le répertoire « Physitel » du projet HYDROTEL, recense l'ensemble des tronçons avec leurs caractéristiques usuelles, notamment la longueur.

Les débits latéraux  $q$  peuvent aussi être trouvés dans un fichier généré lors de la simulation, le fichier *simulation.rusle\_ru*, qui recense le ruissellement sur chaque pente d'un tronçon pour chaque pas de temps.

Les trois bassins versants utilisés sont ceux des rivières Beurivage, Montmorency et Saint-Charles. Pour l'étude, des simulations de cinq ans sont utilisées. Le bassin de la rivière Beurivage comporte deux stations de mesure du débit; une à l'embouchure et une à l'embouchure d'un de ses tributaires, le Bras d'Henri. La rivière Montmorency comporte aussi deux stations de mesure; une à l'embouchure et une autre sur un tronçon quelconque. La rivière Saint-Charles comporte une seule station de mesure à l'embouchure.

Le tableau 2 présente les dates des simulations et les dates des événements choisis pour chaque stations.

**Tableau 2. Dates des simulations et événements.**

	<b>Beaurivage</b>	<b>Bras d'Henri</b>	<b>Montmorency (#1)</b>	<b>Montmorency (#2)</b>	<b>Saint-Charles</b>
	<b>2004-10-01</b>	<b>2004-10-01</b>	<b>2003-09-14</b>	<b>2003-09-14</b>	<b>2003-09-14</b>
	<b>2009-10-01</b>	<b>2009-10-01</b>	<b>2008-09-14</b>	<b>2008-09-14</b>	<b>2008-09-14</b>
1	2005-09-27	2005-09-27	2004-09-10	2004-09-10	2003-10-30
2	2006-10-21	2006-10-21	2005-09-27	2005-09-27	2004-09-11
3	2007-07-21	2007-07-21	2005-11-30	2005-11-30	2005-06-17
4	2008-06-29	2008-06-29	2006-10-21	2006-10-21	2006-10-30
5	2009-06-28	2009-06-27	2007-05-11	2007-05-10	2007-07-21
6	2009-07-05	2009-07-05	2008-04-29	2008-01-10	2008-06-20

## 5. Résultats et discussions

Cette section présente la compilation des résultats pour chacun des divers espaces paramétriques à l'étude. Les résultats sur les simulations HYDROTEL sont aussi présentés par la suite.

### Moussa et Bocquillon (1996)

L'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon est celui où il est le plus aisé de trouver les données nécessaires. Pour cette raison, une grande quantité de points peuvent y être placés. La figure 5 présente les résultats selon l'approximation utilisée dans l'espace paramétrique. Dans cette figure, les points de couleur bleue indiquent une approximation cinématique, les jaunes une approximation diffusive, les rouges une approximation dynamique et les verts indiquent le système complet de Saint-Venant.

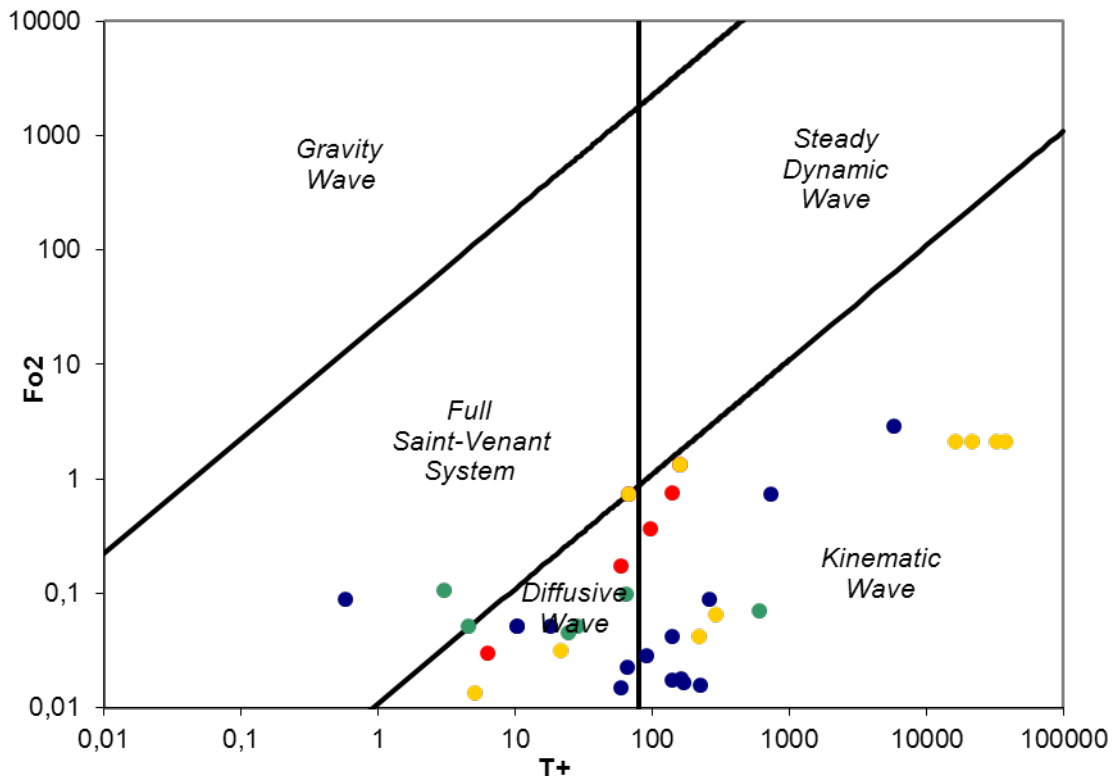


Figure 5. Résultats des articles sur l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon.

La première chose à remarquer est que la majorité des rivières des articles recensés se trouvent dans les zones cinématiques et diffusives. Comme ce sont les deux approximations les plus utilisées, il est permis de penser que la plupart des articles utilisent la bonne approximation.

Il est toutefois facile de remarquer que plusieurs points bleus se retrouvent dans la zone diffusive ou dans la zone du système complet. De même, plusieurs points jaunes se retrouvent dans la zone cinématique. Dans ces deux cas, la période adimensionnelle semble être en cause, puisque le nombre de Froude reste dans la gamme acceptable. Comme la période adimensionnelle est inversement proportionnelle à la hauteur de l'écoulement, lorsque celle-ci est trop petite, la période augmente rapidement et inversement. Il est aussi possible que la période  $T$  soit en cause.

Dans le cas des points verts, il est possible de les retrouver dans toutes les zones sans perdre de précision, puisqu'il s'agit du système complet. Par contre, il aurait parfois été possible d'utiliser les approximations cinématiques et diffusives, ce qui exige moins de temps et de capacité de calcul.

Il y a une confusion dans l'expression de la solution dynamique. La plupart des articles parlent souvent la solution dynamique lorsqu'il traite du système complet de Saint-Venant. C'est donc dire que leur solution dynamique est équivalente à résoudre l'entièreté du système de Saint-Venant et non pas l'approximation dynamique permanente, comme sur l'espace paramétrique. Les points rouges peuvent donc se trouver dans n'importe quelle zone sans perdre de précision. Toutefois, tel que vu dans l'introduction, l'approximation dynamique englobe les approximations cinématiques et diffusives, ce qui signifie que l'ensemble des points rouges sont bien placés de toutes façons.

### **Daluz Vieira (1983)**

La plupart des données nécessaires à l'obtention des paramètres proposés par Daluz Vieira (1983) sont les mêmes que pour Moussa et Bocquillon (1996), excepté qu'il est nécessaire d'avoir la longueur du tronçon à l'étude et les débits entrants latéraux. Si

la longueur du tronçon est, en général, assez facile à obtenir, les débits latéraux ne le sont pas du tout.

Tel qu'expliqué dans la section sur la méthode, les débits latéraux sont déduits des différences de débits entre deux stations de mesure. Conceptuellement, la méthode est logique et adéquate. Par contre, lors du calcul, un problème survient. Les débits latéraux deviennent rapidement très minimes, étant donnée la nécessité de les diviser par l'aire du bassin d'écoulement, souvent très grande. Ceci implique que le nombre d'onde cinématique  $k$  prend une valeur très grande (de l'ordre des dizaines de milliers).

Selon la méthode de Daluz Vieira (1983), cela implique que l'approximation cinématique est valable, puisque  $k > 20$ . C'est donc dire que les articles utilisant les approches cinématiques, dynamiques et du système complet de Saint-Venant ont la précision adéquate.

### **Ponce et Simons (1977)**

Les données nécessaires à la création de l'espace paramétrique de Ponce et Simons (1977) sont les mêmes que pour Moussa et Bocquillon (1996), excepté qu'il est nécessaire d'avoir en plus la longueur du tronçon à l'étude, ce qui est la plupart du temps aisément accessible. La figure 6 présente une fois de plus les résultats en fonction de l'approximation utilisée. Le code de couleurs est le même que précédemment; l'onde cinématique en bleu, la diffusive en jaune, la dynamique en rouge et le système complet en vert.

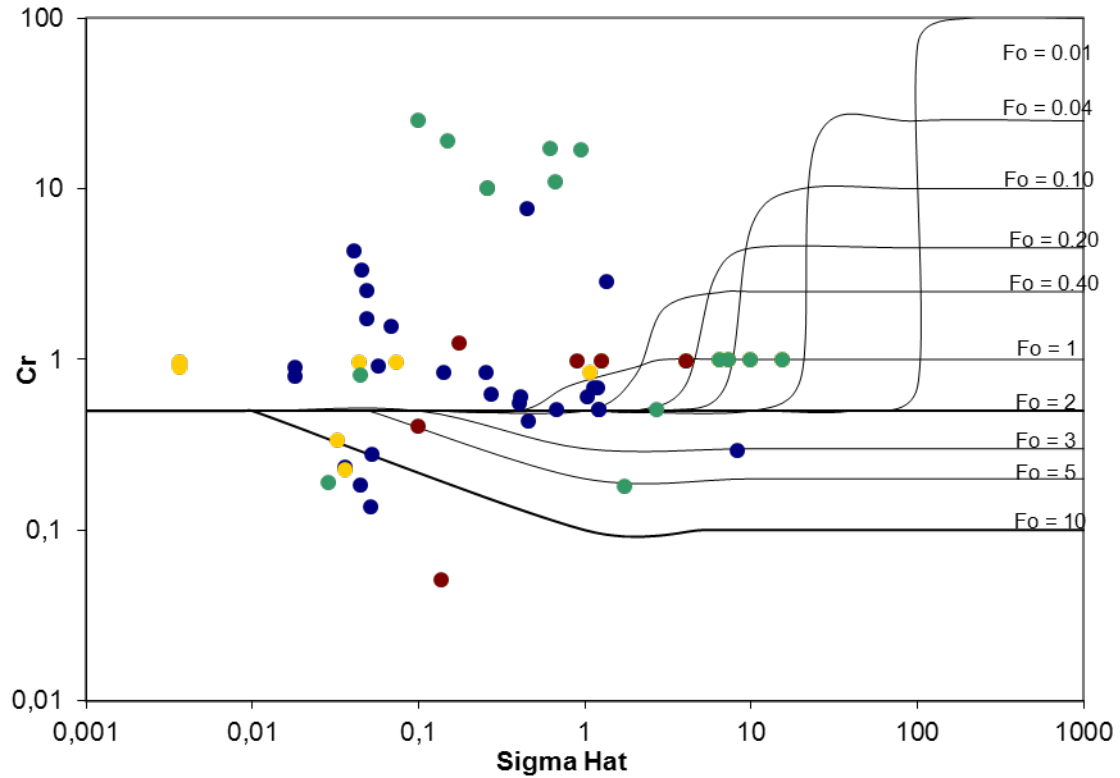


Figure 6. Résultats des articles sur l'espace paramétrique de Ponce et Simons (1977).

Comme Ponce et Simons (1977) utilisent trois paramètres comme critères, le graphique n'est pas séparé en zones, mais plutôt en lignes. Il est donc difficile d'interpréter la figure 6, qui est plutôt une vue d'ensemble. Les figures 7 à 13 présentent les résultats classifiés selon leur nombre de Froude, arrondis à la limite la plus près ( $Fo = 0,01; 0,04; 0,1; 0,2; 0,4; 1; 2$ ). Le code de couleurs reste le même.

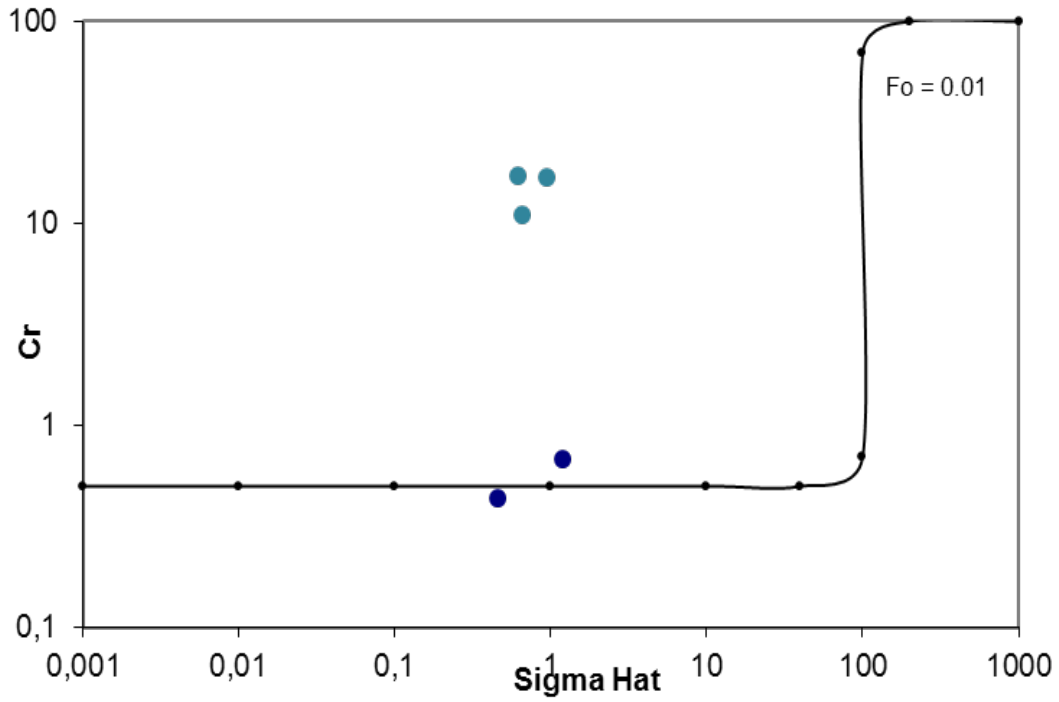


Figure 7. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977),  $Fo = 0,01$ .

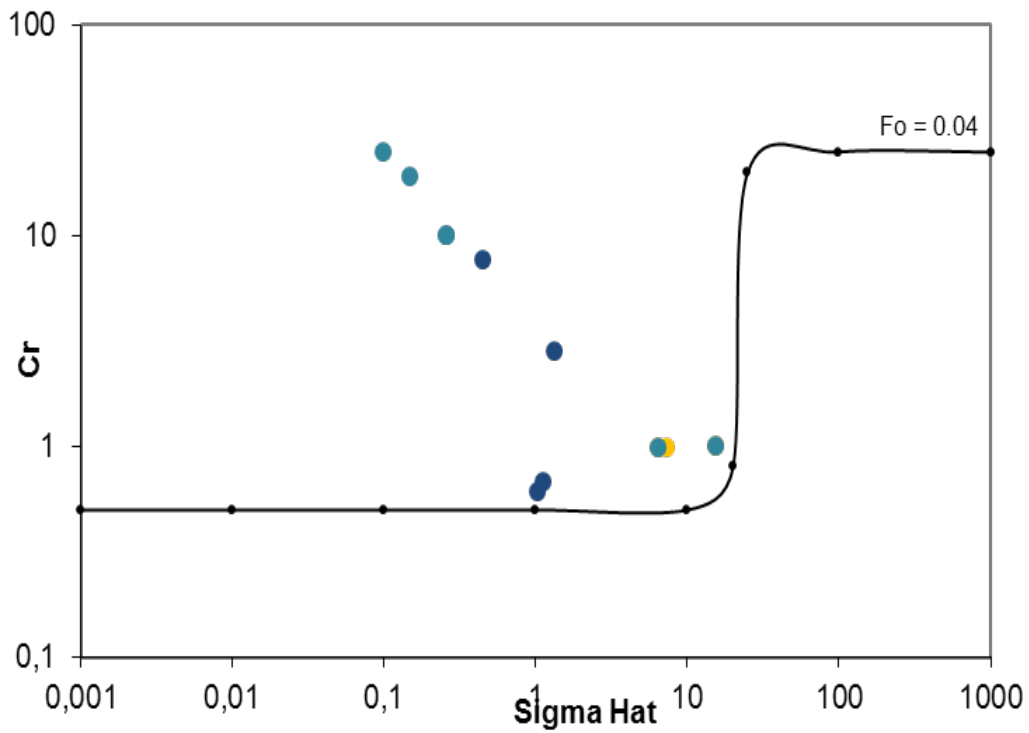


Figure 8. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977),  $Fo = 0,04$ .

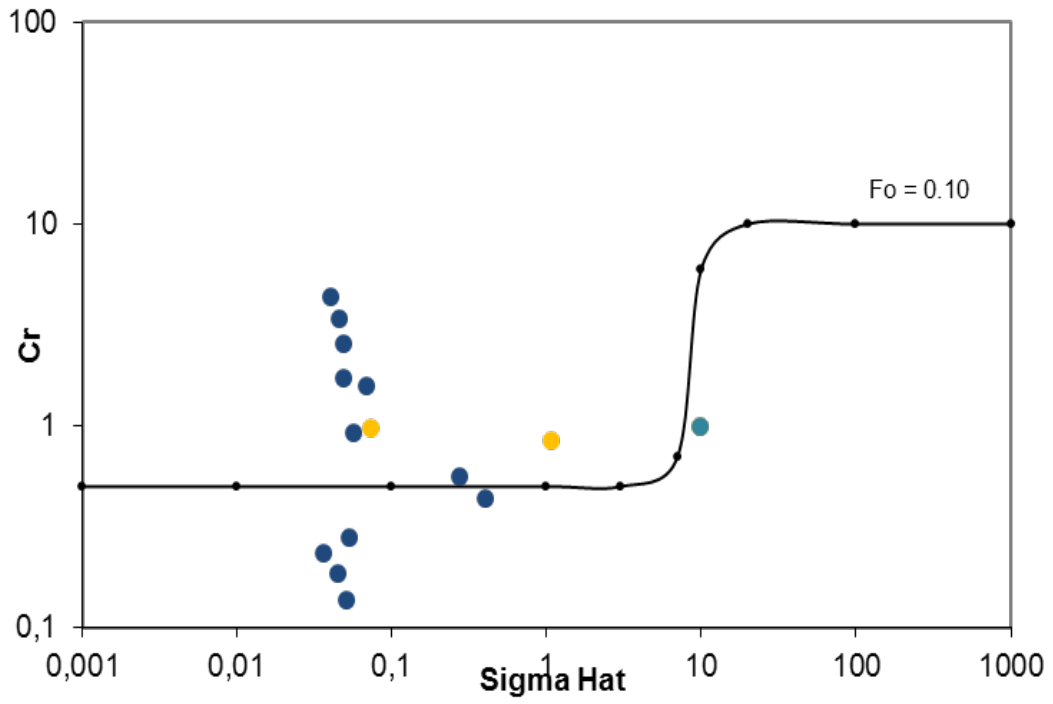


Figure 9. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977),  $Fo = 0,1$ .

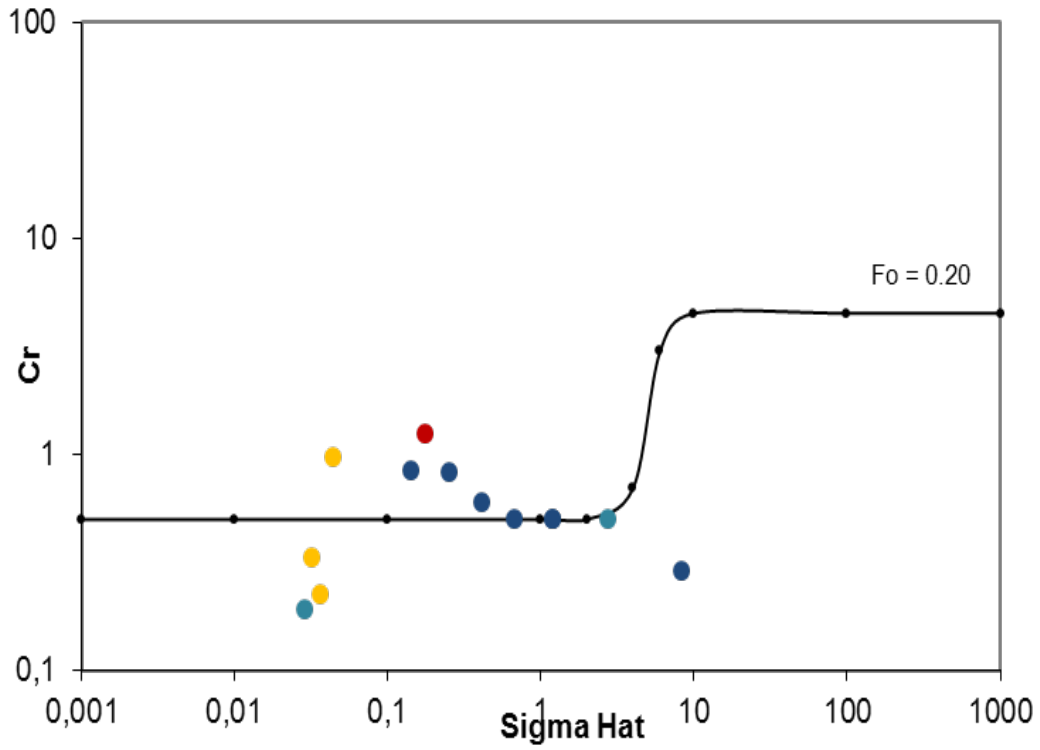


Figure 10. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977),  $F_o = 0,2$ .

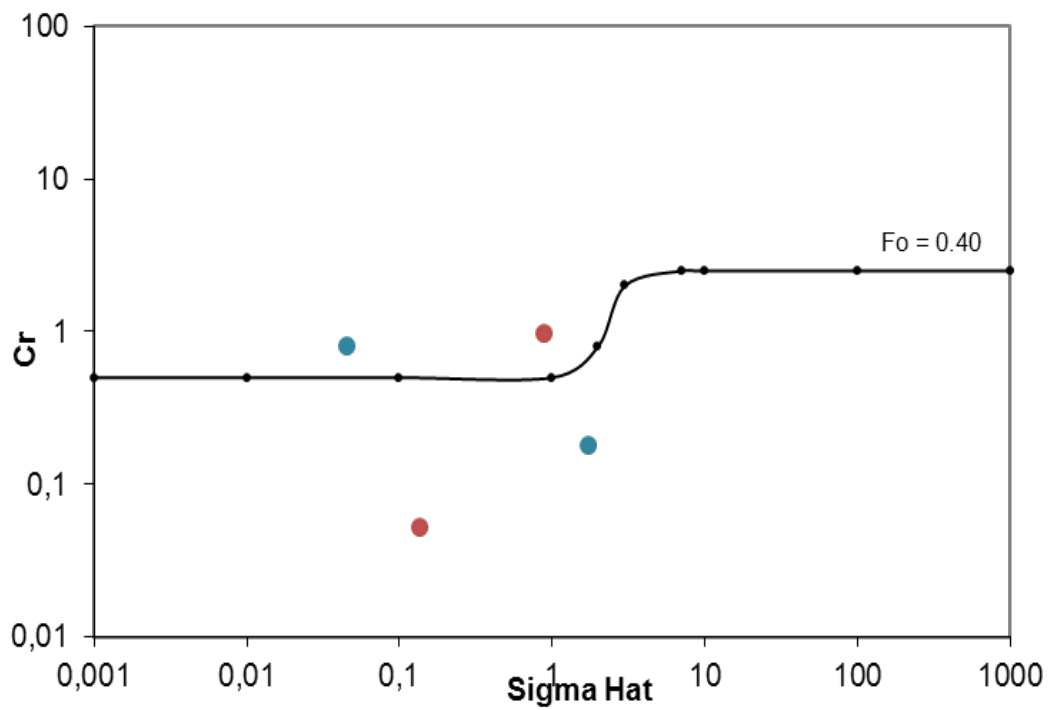


Figure 11. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977),  $F_o = 0,4$ .

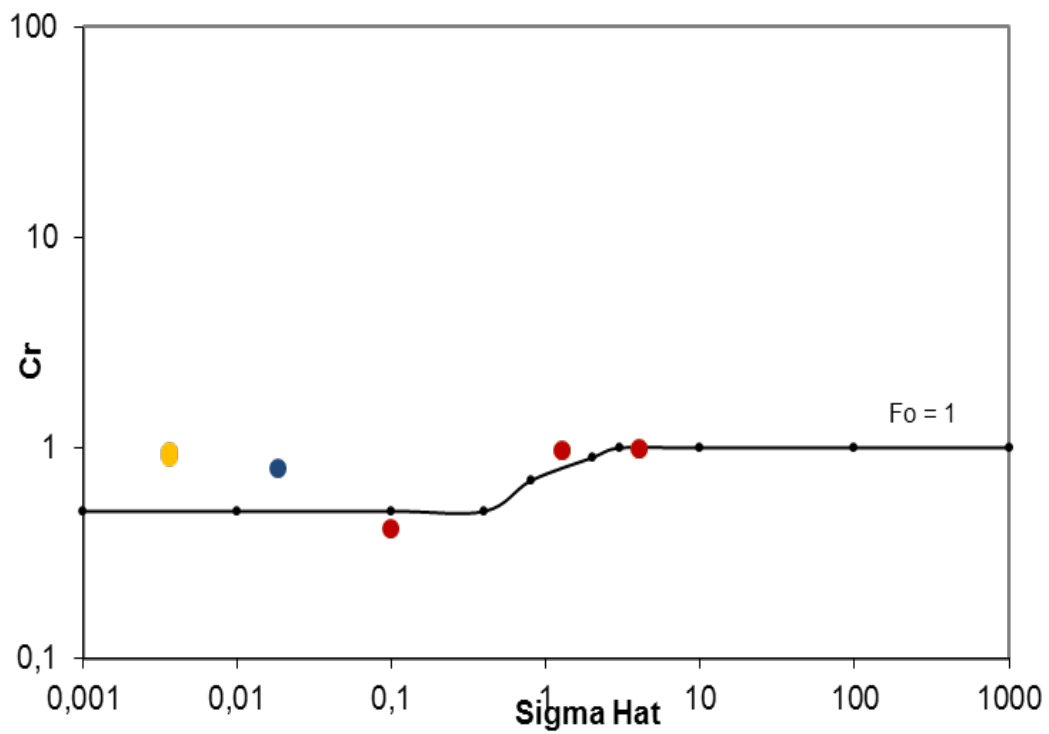
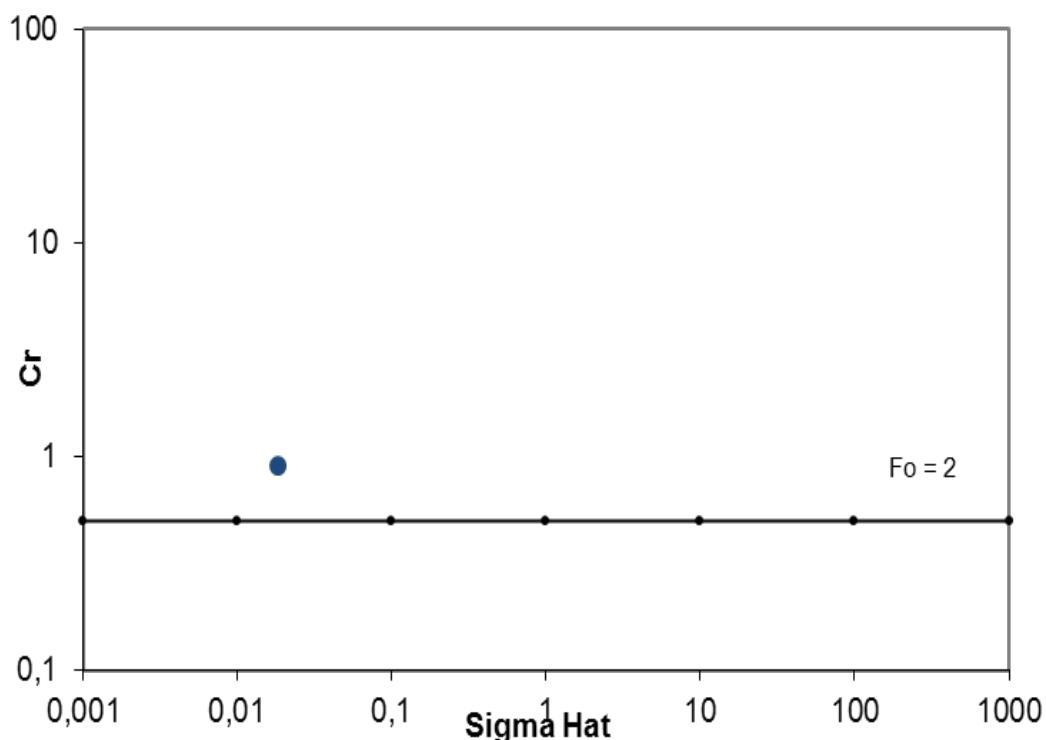


Figure 12. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977),  $Fo = 1$ .



**Figure 13. Espace paramétrique de Ponce et Simons (1977),  $Fo = 2$ .**

En théorie, les points devraient se retrouver sur les lignes tracées selon le nombre de Froude. Il y a évidemment une incertitude induite par l'approximation faite, c'est-à-dire que le nombre de Froude des résultats n'est pas égal à la limite tracée, mais près de celle-ci. Toutefois, ceci n'explique pas le décalage parfois très grand. Le calcul de la célérité relative exige la longueur du tronçon  $L$  et sa période  $T$ , qui comportent toutes deux beaucoup d'incertitudes. Tel que vu dans la section sur la méthode, la longueur  $L$  est en fait la longueur d'onde de la perturbation, qui est ici prise comme égale à la longueur du tronçon à l'étude, ce qui n'est pas toujours vrai. La période est quant à elle souvent prise à l'œil nu sur des graphiques, et donc imprécise. Ces raisons peuvent expliquer les écarts entre la ligne et les résultats.

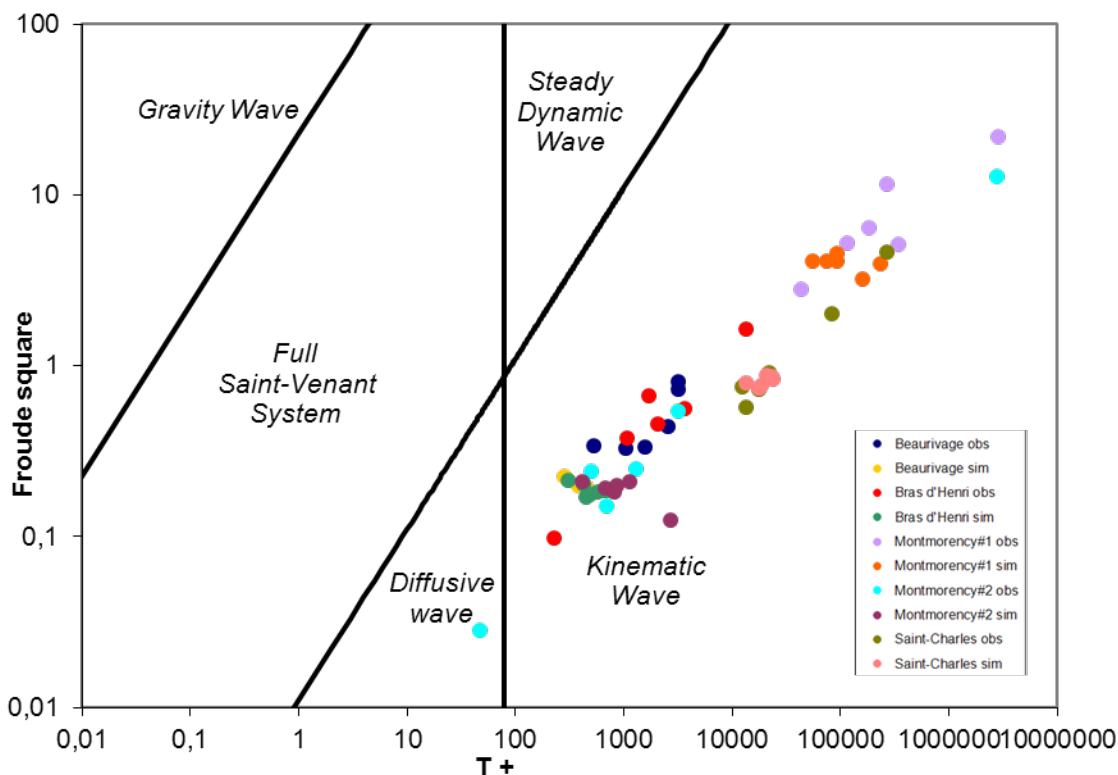
Néanmoins, c'est plutôt le nombre d'onde adimensionnel qui permet de savoir dans quelle bande les résultats se trouvent. La plupart des résultats des approximations cinématiques et diffusives se trouvent dans la bande cinématique, c'est-à-dire avant la montée de la ligne limite vers la bande gravitaire. Ceci laisse présager une accordance des approximations utilisées avec la bande dans laquelle ils se trouvent.

Quelques résultats de l'approximation dynamique et du système complet de Saint-Venant se trouvent dans la bande dynamique, qui est la montée de la ligne limite vers la bande gravitaire. Ces résultats sont donc dans la bonne bande. Il est aussi important de noter que même si ces approximations donnent des résultats dans la bande cinématique, ils sont appropriés puisque l'approximation cinématique fait partie de l'approximation dynamique et du système complet de Saint-Venant.

Aucun résultat ne se retrouve dans la bande gravitaire, ce qui est somme toute en accord avec la théorie, puisqu'aucun n'article n'utilise l'approximation gravitaire.

## **5.1 Simulations HYDROTEL**

Les simulations HYDROTEL des rivières Beurivage, Montmorency et Saint-Charles produisent des points à placer sur les espaces paramétriques, au nombre de six événements, et pour cinq tronçons distincts (Beurivage, Bras d'Henri, Montmorency #1, Montmorency #2 et Saint-Charles). Chacun de ces couples événement/tronçon est dupliqué pour les résultats observés et simulés, ce qui donne 60 points différents. La figure 14 présente les points classés selon l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon (1996).



**Figure 14. Résultats des simulations HYDROTEL dans l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon (1996).**

Selon cette figure, l'ensemble des points se retrouvent dans la zone cinématique, à l'exception d'un événement du tronçon Montmorency #2 observé. Cette constatation est en accord avec la théorie, puisqu'HYDROTEL utilise une approximation cinématique dans ses calculs. Pour le point non conforme, le débit observé semble de beaucoup inférieur au débit simulé, ce qui occasionne un déplacement important vers les plus petites valeurs du nombre de Froude et de la période adimensionnelle. Néanmoins, selon ces résultats, l'approximation cinématique semble tout à fait valable.



## **6. Limitations et améliorations suggérées**

Cette section présente les limitations rencontrées pendant l'étude, ainsi que les améliorations suggérées pour les surpasser. Plus précisément, les données manquantes, le nombre d'événements HYDROTEL et les autres espaces paramétriques sur les simulations HYDROTEL sont traités.

### **6.1 Données manquantes**

Lors de la recherche des données nécessaires à l'obtention des paramètres dans les articles, on s'est heurté au problème des données manquantes, ce qui limite de ce fait l'étendue de l'étude.

En effet, une dizaine d'articles lus n'apparaissent pas dans le tableau 1, puisque trop peu de données étaient disponibles au sein même de l'article et parmi les données publiques des agences gouvernementales. Les débits latéraux entrants  $q$ , par exemple, ne sont jamais considérés comme des résultats importants à présenter par les auteurs. Ceci explique l'absence de données significative pour la méthode de Daluz Vieira (1983).

De plus, certaines agences gouvernementales n'offrent pas l'accès aux données de leurs rivières, du moins gratuitement. Aussi, certaines agences offrent le service dans la langue officielle du pays seulement, rendant difficile la lecture, en Chine par exemple.

Dans les deux cas, une étude plus approfondie impliquerait une collaboration plus étroite avec les divers acteurs en présence : les auteurs des articles et les ministères responsables des agences gouvernementales de surveillance des rivières.

### **6.2 Nombres d'événements HYDROTEL**

Pour cette étude, le nombre d'événements recensés par simulation HYDROTEL était fixé arbitrairement à six. Ce nombre donne une bonne idée de la tendance cinématique des rivières simulées. Il est toutefois important de préciser que les événements sont choisis de façon arbitraire en observant l'hydrogramme compilé par HYDROTEL. Il est

possible que ces événements se retrouvent dans la zone cinématique par hasard, alors que plusieurs événements ignorés se retrouvent dans d'autres zones.

Pour cette raison, il est prévu d'incorporer une nouvelle procédure dans HYDROTEL, pour compiler l'ensemble des événements pluvieux pour la durée de la simulation. Évidemment, cette procédure devrait aussi compiler les périodes de ces événements, en plus de toute autre donnée utile à la paramétrisation.

### **6.3 Simulations HYDROTEL, autres espaces paramétriques**

Les simulations HYDROTEL donnent de bons résultats dans l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon (1996). Il serait toutefois intéressant de voir les résultats avec les espaces paramétriques de Daluz Vieira (1983) et de Ponce et Simons (1977). En effet, les différentes analyses peuvent très bien donner des résultats tout aussi différents.

Les données sont relativement simple à extraire, tel qu'expliqué dans la section sur la méthodologie. Il suffirait d'y mettre le temps, ce qui est la principale limitation.

## 7. Conclusion

Le but de ce projet était de tester la validité de l'utilisation de certaines approximations des équations de Saint-Venant dans la littérature. Pour ce faire, il fallait recenser les nombreuses applications des approximations des équations de Saint-Venant pour la modélisation hydrologique de rivières. Il fallait ensuite extraire les caractéristiques physiques de ces rivières pour évaluer les nombres adimensionnels et les disposer dans les divers espaces paramétriques. Le même processus devait aussi être appliqué à quelques applications HYDROTEL.

La revue de littérature a permis de recenser une quarantaine d'articles de modélisation hydrologique de rivières utilisant les approximations des équations de Saint-Venant. De ce nombre, 22 comportaient assez de données pour déduire les paramètres nécessaires. Il a donc été possible de tester la validité de toutes les approximations, hormis celle de l'onde gravitaire, peu utilisée, et ce, pour des rivières provenant de tous les continents.

Les espaces paramétriques utilisés pour l'étude étaient au nombre de trois : ceux de Moussa et Bocquillon (1996), Daluz Vieira (1983) et Ponce et Simons (1977). Chacune de ces méthodes utilisent des nombres adimensionnels pour classifier des événements dans un graphique, ce qui permet de constater visuellement la validité de l'utilisation d'une approximation.

Les articles recensés répondent assez bien à l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon (1996). Les approximations cinématiques se retrouvent, en général, dans la zone correspondante, même si certain s'écartaient dans la zone diffusive et celle du système complet de Saint-Venant. Les approximations diffusives se retrouvent principalement dans les zones diffusives et cinématiques, ce qui est acceptable. Les approximations dynamiques sont toutes dans les zones diffusives et cinématiques, ce qui est parfait, puisque ces deux approximations sont des cas spéciaux de l'onde dynamique.

L'espace paramétrique de Daluz Vieira (1983) est difficile à compléter en raison de la nécessité de connaître les débits latéraux entrants, ce qui n'est jamais donné dans les

articles recensés. Néanmoins, grâce à une différence de débits entre deux stations, il fut possible de voir que le nombre d'onde cinématique  $k$  était toujours au-dessus de 20, ce qui implique que l'approximation cinématique est acceptable. Comme c'est l'approximation la plus populaire, la plupart des articles utilisent des approximations acceptables.

L'espace paramétrique de Ponce et Simons (1977) est plus difficile à interpréter vu sa dépendance à trois paramètres, et non deux. Il fallait faire un graphique pour chacun des nombres de Froude et voir si les points se trouvaient sur la ligne théorique, et surtout, s'ils se trouvaient dans la bande de l'approximation utilisée. D'après ces graphiques, il est aisé de constater que la plupart des points de toutes les approximations se trouvent dans la bande cinématique du nombre d'onde adimensionnel, c'est-à-dire la zone où la ligne est horizontale avant la montée vers la bande gravitaire. Il y a quelques points qui se trouvent dans la bande dynamique, mais ces points appartiennent à l'approximation dynamique et au système complet de Saint-Venant, ce qui est acceptable. Il est à noter que la célérité relative adimensionnelle est rarement sur la ligne comme ce devrait l'être, dû à une grande incertitude sur les valeurs de longueurs d'ondes et de période.

Le même processus de vérification a été appliqué à plusieurs simulations HYDROTEL, plus particulièrement sur le bassin des rivières Beaurivage, Montmorency et Saint-Charles. Toutefois, une contrainte temporelle a fait en sorte que seul l'espace paramétrique de Moussa et Bocquillon a été utilisé. Après analyse, il est aisé de constater que la presque totalité des événements recensés se retrouve dans la zone cinématique du graphique, ce qui est adéquat puisqu'HYDROTEL utilise l'approximation de l'onde cinématique. Un seul point se retrouve dans la zone diffusive, ce qui est dû à un débit observé nettement inférieur au débit simulé, ce qui induit un déplacement vers des valeurs inférieures de nombre de Froude et de période adimensionnelle.

Pour conclure, il semble adéquat de dire que la plupart du temps, les approximations utilisées dans les articles et par HYDROTEL sont adéquates selon les caractéristiques des rivières en présence. Il importe néanmoins de spécifier que ces conclusions ne sont valables que pour les événements sélectionnés, qui sont parfois des événements extrêmes (modélisation d'inondations), et parfois des événements moyens annuels, ou

moyens sur l'ensemble des données disponibles. La variabilité inhérente du débit d'une rivière peut occasionner un changement de zone selon les divers espaces paramétriques. Il serait donc appréciable de toujours vérifier la pertinence de l'approximation avant de l'utiliser.



## 8. Références bibliographiques

Arico, C., Nasello, C., Tucciarelli, T., 2009. Using unsteady-state water level data to estimate channel roughness and discharge hydrograph. *Adv. Wat. Res.*, 32, 1223-1240.

Bates, P.D. and De Roo, A.P.J., 2000. A simple raster-based model for flood inundation simulation. *J. Hydrol.*, 236, 54-77.

Blackburn, J. and Hicks, F.E., 2002. Combined flood routing and flood level forecasting. *Can. J. Civ. Eng.*, 29, 64-75.

Bravo, R., Dow, D.A., Rogers, J.R., 1994. Parameter determination for the Muskingum-Cunge flood routing method. *Wat. Resour. Bul.*, 30, 5, 891-899.

Chow, V.T., Maidment, D.R., Mays, L.W., 1988. *Applied hydrology*, Mc-Graw Hill, New York (572 pp.).

Daluz Vieira, J.H. 1983. Conditions governing the use of approximations for the Saint-Venant equations for shallow water flow. *J. Hydrol.*, 60, 43-58.

Fortin, J.-P., Turcotte, R., Massicotte, S., Moussa, R., Fitzback, J., and Villeneuve, J.-P. \_2001. "Distributed watershed model compatible with remote sensing and GIS data. I: Description of model." *J. Hydrol.Eng.*, 6(2), 91–99.

Gopakumar, R. and Mujumdar, P.P., 2009. A fuzzy dynamic flood routing model for natural channels. *Hydrol. Process.*, 23, 1753-1767.

Hassan, A., Norio, T., Nobuyuki, T., 2009. Distributed water balance with river dynamic-diffusive flow routing model. *J. Hydrodyn.*, 21(4), 564-572.

He, H., Yu, Q., Zhou, J., Tian, Y.Q., Chen, R.F., 2008a. Modelling complex flood flow evolution in the middle Yellow River basin, China. *J. Hydrol.*, 353, 76-92.

He, H., Zhou, J., Zhang, W., 2008b. Modelling the impacts of environmental changes on hydrological regimes in the Hei River watershed, China. *Glo. Pla. Cha.*, 61, 175-193.

Hicks, F.E., 1996. Hydraulic flood routing with minimal channel data : Peace River, Canada. *Can. J. Civ. Eng.*, 23, 524-535.

Horritt, M.S. and Bates, P.D., 2001a. Effects of spatial resolution on a raster based model of flood flow. *J. Hydrol.*, 253, 239-249.

Horritt, M.S. and Bates, P.D., 2001b. Predicting floodplain inundation : rates-based modelling versus the finite-element approach. *Hydrol. Process.*, 15, 825-842.

Horritt, M.S. and Bates, P.D., 2002. Evaluation of 1D and 2D numerical models for predicting river flood inundation. *J. Hydrol.*, 268, 87-99.

Leon, J.G., Calmant, S., Seyler, F., Bonnet, M.-P., Cauhopé, M., Frappart, F., Filizola, N., Fraizy, P., 2006. Rating curves and estimation of average water depth at the upper Negro River based on satellite altimeter data and modeled discharges. *J. Hydrol.*, 328, 481-496.

Lian, Y., Chan, I-C., Singh, J., Demissie, M., Knapp, V., Xie, H., 2007. Coupling of hydrologic and hydraulic models of the Illinois River basin. *J. Hydrol.*, 344, 210-222.

Morin, E., Grodek, T., Dahan, O., Benito, G., Kulls, C., Jacoby, Y., Van Langenhove, G., Seely, M., Enzel, Y., 2009. Flood routing and alluvial aquifer recharge along the ephemeral arid Kuiseb River, Namibia. *J. Hydrol.*, 368, 262-275.

Ponce, V.M. and Simons, D.B., 1977. Shallow wave propagation in open channel flow. *ASCE J. Hydr. Div.*, 103(HY12), 1461-1476.

Moussa, R. and Bocquillon, C., 1996. Criteria for the choice of flood-routing methods in natural channels. *J. Hydrol.*, 186, 1-30.

Moussa, R. and Bocquillon, C., 2009. On the use of the diffusive wave for modelling extreme flood events with overbank flow in the floodplain. *J. Hydrol.*, 374, 116-135.

Orlandini, S. and Rosso, R., 1998. Parametrization of stream channel geometry in the distributed modeling of catchment dynamics. *Wat. Resour. Res.*, 34(8), 1971-1985.

Risley, J.C., Walder, J.S., Denlinger, R.P., 2006. Usoid dam wave overtopping and flood routing in the Bartang and Panj rivers, Tajikistan. *Nat. Haz.*, 38, 375-390.

Sivapalan, M., Bates, B.C., Larsen, J.E., 1997. A generalized, non-linear, diffusion wave equation : theoretical development and application. *J. Hydrol.*, 192, 1-16.

Trigg, M.A., Wilson, M.D., Bates, P.D., Horritt, M.S., Alsdorf, D.E., Forsberg, B.R., Vega, M.C., 2009. Amazon flood wave hydraulics. *J. Hydrol.*, 374, 92-105.

Turcotte, R., Rousseau, A. N., Fortin, J.-P., and Villeneuve, J.-P., 2003. "Development of a process-oriented, multiple-objective, hydrological calibration strategy accounting for model structure." *Advances in calibration of watershed models. Water science and application 6*, Q. Duan, S. Sorooshian, H. Gupta, A. N. Rousseau, and R. Turcotte, AGU, Washington, D.C., 153–163.

Turcotte, R., Fortin, L.G., Fortin, V., Villeneuve, J.P., 2007. Operational analysis of the spatial distribution and the temporal evolution of the snowpack water equivalent in southern Québec, Canada. *Nordic Hydrology Vol 38 No 3* pp 211–234.

Yamazaki, D., Kanae, S., Kim, H., Oki, T., 2011. A physically based description of floodplain inundation dynamics in a global river routing model. *Wat. Resour. Res.*, 47, W04501, doi:10.1029/2010WR009726.

Yu, D. and Lane, S.N., 2006. Urban fluvial flood modelling using a two-dimensional diffusion-wave treatment, part 1 : mesh resolution effects. *Hydrol. Process.*, 20, 1541-1565.